

به نام خدا



# مرکز دانلود رایگان مهندسی متالورژی و مواد

[www.Iran-mavad.com](http://www.Iran-mavad.com)



ویرایش هشتم سال ۲۰۰۸

# مبانی فیزیک

جلد دوم: الکتریسیته و مغناطیس


دیوید هالیدی - رابرت رزنیک - جرل واکر



[www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com)

مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

• به چند طریق مطلب سیرک پرنده در متن آمده است: معماگونه‌های آغازین فصل، مسائل نمونه، مثالهای متن و مسئله‌های پایان فصل. هدف آن دوگانه است: (۱) موضوع را جالبتر و ترغیب کننده‌تر سازد، (۲) به دانشجو نشان دهد که جهان اطراف آنها با استفاده از مبانی اصول فیزیک می‌تواند بررسی و درک شود.

• ارتباط به سیرک پرنده فیزیک در سراسر مطالب متن و در مسائل انتهای فصل با علامت هواپیمای دو باله  نشان داده شده است. در نسخه الکترونیکی این کتاب با کلیک روی این علامت شما در موضوع متناظر با سیرک پرنده قرار خواهید گرفت. (کتابنامه سیرک پرنده با بیش از ۱۰۰۰۰ مرجع مجله‌های علمی و مهندسی در [www.flying\\_circus\\_of\\_physics](http://www.flying_circus_of_physics) یافت می‌شود.)

• قانون گرانش نیوتون، قانون کولن و قانون بیوساوار در نماد برداری معرفی شده‌اند.

• بسیاری از معماگونه‌های آغاز فصل (مثالهای فیزیک کاربردی که جهت جلب توجه خواننده در هر فصلی طراحی شده است) جدید هستند و از مجله‌های پژوهشی در زمینه‌های گوناگون گردآوری شده‌اند.

• چندصد مسئله انتهای فصل جهت بالا بردن ارائه و پاسخ دوباره نویسی شده‌اند. تعدادی مسئله جدید با طبقه بندی مناسب و دشوار اضافه شده‌اند.

## ویژگیهای فصلها

**معماگونه‌های آغازین.** هر فصل با معماگونه شگفت‌انگیزی آغاز و در خلال فصل توضیح داده می‌شود تا دانشجو را برای مطالعه فصل ترغیب کند. این بخشها که مشخصه مبانی فیزیک هستند مبتنی بر پژوهشهای جاری است که در مجله‌های علمی، مهندسی، پزشکی و حقوقی گزارش شده‌اند.

**فیزیک چیست؟** توصیفی از هر فصل است که با این پرسش و با پاسخی مرتبط با موضوع فصل آغاز می‌شود (یک وقت لوله‌کشی از من پرسید «برای زندگی چه می‌کنید؟» جواب دادم «من فیزیک درس می‌دهم» او چند دقیقه فکر کرد و سپس پرسید «فیزیک چیست؟» حرفه لوله‌کش کاملاً مبتنی بر فیزیک است ولی او درباره فیزیک چیزی نمی‌دانست. بسیاری از دانشجویان در فیزیک مقدماتی نمی‌دانند فیزیک چیست و تصور می‌کنند که به حرفه انتخابی آنها ربطی ندارد).

**نکته‌های واریسی<sup>۱</sup>** نقطه‌های توقفی هستند که به طور اثرگذاری از دانشجویان می‌پرسند که «آیا این پرسش را با دلایل مبتنی بر توصیف یا مسئله نمونه‌ای که خوانده‌ای می‌توانی پاسخ دهی؟» اگر نه بهتر است دانشجو پیش از اینکه در فصل جلوتر برود به مطالب قبلی برگردد. برای مثال نکته واریسی ۱ در فصل ۴ و نکته واریسی ۲ در فصل ۱۱ را ببینید. پاسخ تمام نکته‌های واریسی در پایان کتاب داده شده است.

**مسئله‌های نمونه** انتخاب شده‌اند تا نشان داده شود که چگونه می‌توان مسئله‌ها را به جای عددگذاری سریع در معادله و بدون

مایه سرگرمی و چالشی بزرگ. این چیزی بود که وقتی یکی از دانشجویانم در دروه کارشناسی ناگهان از من پرسید «در زندگی خود با اینها چه کار می‌توانم انجام دهم؟» به ذهنم خطور کرد. البته بلافاصله جواب دادم که این همه آن چیزهایی است که می‌توان در زندگی خود انجام دهی - فیزیک این است. او مثالی از من پرسید. هرچه فکر کردن نتوانستم خود را به یک مثال قانع کنم. تا این که سیرک پرنده فیزیک را هم برای او و هم برای خودم به وجود آوردم چون فهمیدم خواسته او خواسته من نیز هست. شش سال چندین کتاب درسی فیزیک را مرور کردم که با برنامه‌های آموزشی خیلی خوبی نوشته شده بودند ولی هر کدام چیزی کم داشتند. فیزیک جالب توجه‌ترین موضوع در جهان است چون درباره چگونگی کار جهان است، ولی هنوز کتابهای درسی از ارتباط با جهان واقعی دور مانده‌اند و سرگرمی کم شده است.

موارد زیادی از فیزیک جهان واقعی را در این کتاب HRW (هالیدی، رزنیك، واکر) آورده‌ام که به صورت سیرک پرنده فیزیک در ویرایش جدید آمده است. بسیاری از این مطالب از تدریس HRW حاصل شده است، که می‌توانستم از چهره‌ها و اظهارنظرهای بی‌پرده قضاوت کنم که کدام مطالب ارائه شده به کار می‌آیند و کدامها نمی‌آیند. یادداشت‌های من درباره موفقیت و عدم موفقیت پایه اصلی این کتاب را تشکیل می‌دهند و پیغام من در اینجا به هر دانشجویی این است که: بلی شما می‌تواند از مفاهیم فیزیک پایه تمام نتیجه‌گیریهای معتبر درباره جهان واقعی را استدلال کنید و متوجه شوید که جهان واقعی در جایی است که سرگرمی هم وجود دارد.

من از نوشتن این کتاب هدفهای زیادی دارم اما برجسته‌ترین آنها این است که به مدرسان آن ابزاری بدهم که با آن به دانشجویان بیاموزند که چگونه به طور اثر بخش مطالب علمی را بخوانند، مفاهیم بنیادی را شناسایی کنند، برای پرسشهای علمی دلیل بیاورند و مسائل عددی را حل کنند. این فرایند برای دانشجویان یا مدرسان آسان نیست. در واقع درس مربوط به این کتاب می‌تواند یکی از چالش برانگیزترین درسهایی باشد که دانشجو آن را انتخاب کرده است. البته این می‌تواند یک پاداش بزرگ نیز باشد، چون گردش بنیادین جهان را آشکار می‌کند که از آن همه کاربردهای علمی و مهندسی سرچشمه می‌گیرد.

بسیاری از استفاده کنندگان ویرایش هفتم (هم مدرسان و هم دانشجویان) نکته‌ها و پیشنهادهایی جهت اصلاح کتاب ارسال کرده‌اند. این اصلاحها اکنون در متن و مسئله‌ها در سراسر کتاب اعمال شده‌اند. انتشارات جان وایلی و پسران و من این کتاب را به عنوان طرحی رو به پیشرفت تلقی می‌کنیم و به مواردی که از سوی استفاده کنندگان آن دریافت می‌شود دلگرم می‌شویم. می‌توانید پیشنهادها، اصلاحیه‌ها و نظرهای مثبت یا منفی خود را به جان وایلی و پسران

<http://www.wiley.com/college/halliday> یا پست الکترونیکی [Physics@wiley.com](mailto:Physics@wiley.com) یا [www.flying\\_circus-of-physics.com](http://www.flying_circus-of-physics.com) ارسال کنید. ممکن است نتوان به همه پیشنهادها پاسخ داد ولی همه آنها را مطالعه و حفظ می‌کنیم.



توجه به معانی معادله، به طور استدلالی حل کرد. مسئله‌های نمونه با علامت «مهارت خود را تقویت کنید» نوعاً طولانی و با راهنمایی بیشتر هستند.

**نکته‌های کلیدی** در مسئله‌های نمونه دانشجو را بر مفاهیم اصلی و ریشه‌ای پاسخ به مسئله‌ای متمرکز می‌کند. در اصل این نکته‌های کلیدی می‌گویند، «پاسخ خود را با استفاده از این مفهوم اصلی شروع می‌کنیم، روشی که ما را برای حل بسیاری از مسائل دیگر آماده می‌کند. با روشی که در آن با عددگذاری سریع در معادله‌ای همراه است شروع نمی‌کنیم، این روشی است که چیزی در پی ندارد».

**تدبیرهای حل مسئله** شامل راهکارهای مفید جهت راهنمایی دانشجویان مبتدی فیزیک است که چگونگی حل مسئله‌ها و پرهیز از خطاهای متداول را می‌آموزد.

**بازنگری و خلاصه خلاصه‌ای** از محتوای هر فصل را ترسیم می‌کند که حاوی مفاهیم اساسی است ولی نمی‌تواند جایگزین مطالعه فصل شود.

**پرسشها** شبیه به نکته‌های واریسی‌اند و به جای محاسبه مستلزم تعقل و درک هستند. **پاسخ پرسشهای فرد در پایان کتاب داده شده است.**

**مسئله‌ها** در زیر عنوانهای بخش به ترتیب سخت بودن طبقه بندی شده‌اند. **پاسخ مسئله‌های فرد در پایان کتاب آمده است.**

**علامتهایی جهت کمک بیشتر.** وقتی پاسخهایی به صورت چاپی یا الکترونیکی جهت مسئله‌های فرد به دست داده شد، مطالبی درباره این مسائل وجود دارد که با این علامتها محل پاسخها به دانشجو و مدرس نشان داده می‌شوند. راهنمای علامت در آغاز هر مجموعه‌ای از مسایل به صورت زیر داده شده است:

❶ مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday>

داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

••••• تعداد نقطه‌ها میزان دشواری مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرندۀ فیزیک و در [www.flyingcircusofphysics.com](http://www.flyingcircusofphysics.com) قابل دسترس است.

## مسئله‌های اضافی

این مسئله‌ها به صورت معینی ترتیب نیافته‌اند به طوری که دانشجو باید مشخص کند کدام بخشها از فصل به آنها مربوط‌اند.

## ویژگیهای اضافی

**استدلال به جای عدد گذاری**<sup>۱</sup> نخستین هدف این کتاب آموزش استدلال همراه با موقعیتهای چالش برانگیز به دانشجویان از طریق اصول بنیادی در یک راه حل است. هر چند که در برخی مسئله‌های این کتاب عدد گذاری لازم است ولی (هدف اصلی) در اغلب مسئله‌ها بر استدلال تأکید دارد.

**فصلها با حجمی منطقی.** برای جلوگیری از بیشتر شدن قطر کتاب که می‌تواند باعث توقف گلوله‌ای شود (و همین‌طور دانشجو) حجم فصلها را معقول در نظر گرفته‌ایم. مطالب به اندازه‌ای توضیح داده شده است که دانشجو حرکت را آغاز کند ولی نه به اندازه‌ای که دانشجو نتواند دیدگاهها را تحلیل و به هم پیوند دهد. سخن آخر اینکه دانشجو پس از مطالعه این کتاب و گذراندن درس مربوط به آن نیاز به مهارت تحلیل و پیوند دیدگاهها را پیدا خواهد کرد.

**استفاده از ماشین حسابهای با قابلیت برداری.** وقتی محاسبه‌های برداری در مسئله نمونه‌ای به طور مستقیم در نمایشگر ماشین حساب با قابلیت برداری انجام شد، پاسخ مسئله نمونه آن واقعیت را مشخص می‌کند ولی هنوز جای تحلیل به شیوه سنتی مؤلفه‌ای وجود دارد. هرگاه محاسبه‌های برداری به طور مستقیم روی نمایشگر انجام نگیرند، علت آن از طریق راه حل معلوم می‌شود.

**نمودارها به عنوان برانگیزنده اندیشه.** اینها مسئله‌هایی هستند که نمودار دارند و در مورد نتیجه‌ای سؤال می‌کنند که مستلزم اطلاعات خیلی بیشتری از مطالعه مربوط به اطلاعات یک نقطه از نمودار است. در اینجا، راه حل مستلزم درکی از وضعیت فیزیکی در مسئله و اصولی است که در پس معادله‌های مربوطه وجود دارند. این مسئله‌ها خیلی شبیه به معماهای شرلوک هلمز<sup>۲</sup> هستند چون یک دانشجو حتماً باید تصمیم بگیرد که کدام اطلاعات مهم هستند. به عنوان مثال، مسئله ۳۸ در فصل ۴، مسئله ۸ در فصل ۱ و مسئله ۲۱ در فصل ۹ را ببینید.

**مسئله‌های فیزیک کاربردی** بر اساس پژوهشهای منتشر شده آورده شده‌اند که در آغاز معماگونه فصل، در یک مسئله نمونه یا در مسئله تکلیفی قرار داده شده‌اند. به عنوان مثال آغاز فصل ۹، مسئله نمونه ۲ تا ۸ در فصل ۲ و مسئله تکلیفی ۳۰ در فصل ۹ از این نمونه‌ها هستند. در مورد مثالی از مسئله‌ها که داستان ادامه داری را تشکیل می‌دهد به مسئله‌های ۴، ۳۵ و ۵۳ در فصل ۶ نگاه کنید.

## مسئله‌های داستانی

مسئله ۵۷ در فصل ۵ که مربوط به تمام شدن سوخت پرواز شماره ۱۴۳ هواپیمایی کانادا در ارتفاع  $7/9 \text{ km}$  است و بی توجهی خدمه به یکای سوخت را نشان می‌دهد یکی از صدها داستان واقعی از این قبیل است (درس بزرگی برای دانشجویانی که یکاها را در نظر نمی‌گیرند).

## مکملهای دانشجویان

**سایت دانشجویی.** این سایت عبارت است از <http://www.wiley.com/college/halliday> که برای مبانی فیزیک ویرایش هشتم طراحی شده و دانشجویان را در مطالعه فیزیک کمک می‌کند.

این سایت شامل پاسخهایی برای مسایل انتخابی پایان فصل (که در متن با علامت WWW مشخص شده است)؛ خودآزمایی کوتاه؛ شبیه‌سازی تمرینها؛ راهنمایی درباره استفاده بهتر از ماشین حساب برنامه پذیر؛ و یادگیری تعاملی است.



## سپاسگزاری

افراد بزرگی در تهیه این کتاب سهیم بوده‌اند. جی. ریچارد کریستن<sup>۱</sup> از مدرسه عالی حفاظت ساحلی مکملهای بسیار خوبی به این کتاب افزوده است. کارهای او در مورد این کتاب بسیار ارزش است. سن-بن لیاو<sup>۲</sup> از آموزشگاه علمی لارنس لیورمور، جیمز وایتنتون<sup>۳</sup> از دانشگاه ایالتی پلی تکنیک جنوبی و جری شی<sup>۴</sup> از کالج پاسادنا کار عظیمی را برای حل مسئله‌های کتاب انجام داده‌اند. در انتشارات جان وایلی، استارت جانسون پشتیبان کتاب بود ویراستاری که کل پروژه را مرور کرد. تام کولسا<sup>۵</sup> کسی که براساس فنون شناخته شده روز بسته‌های نرم‌افزاری را هماهنگی کرد، و جرالدين اسناتو<sup>۶</sup> کسی که ابداع بسته‌های مکمل را مدیریت کرد. از الیزابت سواين<sup>۷</sup> مدیر تولید که مسئولیت همه بخشهای کتاب و راهنمایی ما را در فرایند پیچیده تولید برعهده داشته است سپاسگذاریم. تشکر خود را از مادی لژور<sup>۸</sup> به خاطر طراحی متن و جلد کتاب؛ لی گذاشتاین<sup>۹</sup> برای صفحه آرایی، هلن والدن<sup>۱۰</sup> به خاطر ویرایش نسخه؛ آنا ملهورن<sup>۱۱</sup> به خاطر مدیریت شکلها؛ و لیلین برادی<sup>۱۲</sup> به خاطر نمونه خوانی ابراز می‌کنیم. هیلاری نیومن<sup>۱۳</sup> در جستجوی عکسهای فوق العاده جالب و الهام بخش بوده است. انتشارات جان وایلی و پسران و جرل واکر، به خاطر تذکرات و ایده‌های این اشخاص در ویرایش هشتم سپاسگذار هستند: ریچارد ودارد<sup>۱۴</sup> از دانشگاه فلوریدا؛ دیوید ویک<sup>۱۵</sup> از دانشگاه کلارسون؛ پاتریک راپ<sup>۱۶</sup> از دانشگاه پورتوریکو در مایاگوئز، نوراتورنبر<sup>۱۷</sup> از کالج راریتان والی؛ لورنس. آی. گولد<sup>۱۸</sup> هارت فورد؛ گریگ چیلدرز<sup>۱۹</sup> از دانشگاه ایالتی کالیفرنیا در فولرتون؛ آشا خاکپور<sup>۲۰</sup> از دانشگاه ایالتی کالیفرنیا در فولرتون؛ جو. اف. مک کولوف<sup>۲۱</sup>، از کالج کالبریلو. در پایان با سپاس از بازنگری کنندگان بیرونی، که نظرات مهم خود را ارائه کرده‌اند، مراتب قدردانی خود را برای تک تک اعضای آن گروه ابراز می‌داریم.

1. J. Richard Christman
2. Sen-Ben Liao
3. James Whitenton
4. Jerry shi
5. Tom Kulesa
6. Geraldine Osnato
7. Elizabeth Swain
8. Maddy Lesure
9. Lee Goldstein
10. Helen Walden
11. Anna Melhorn
12. Lilian Brady
13. Hilary Newman
14. Richard Woodward
15. David Wikk
16. Patrick Rapp
17. Nora Thornber
18. Laurence I. Gould
19. Garg Childers
20. Asha Khakpour
21. Joe F.MC Cullough

Maris A. Abolins <i>Michigan State University</i>	Robert Endorf <i>University of Cincinnati</i>	Claude Kacser <i>University of Maryland</i>
Edward Adelson <i>Ohio State University</i>	F. Paul Esposito <i>University of Cincinnati</i>	Leonard M. Kahn <i>University of Rhode Island</i>
Barbara Andereck <i>Ohio Wesleyan University</i>	Jerry Finkelstein <i>San Jose State University</i>	Leonard Kleinman <i>University of Texas at Austin</i>
Mark Arnett <i>Kirkwood Community College</i>	Alexander Firestone <i>Iowa State University</i>	Earl Kooler <i>Stevens Institute of Technology</i>
Arun Bansil <i>Northeastern University</i>	Alexander Gardner <i>Howard University</i>	Arthur Z. Kovacs <i>Rochester Institute of Technology</i>
Albert Bartlett <i>University of Colorado</i>	Andrew L. Gardner <i>Brigham Young University</i>	Kenneth Krane <i>Oregon State University</i>
Michael E. Browne <i>University of Idaho</i>	John Gieniec <i>Central Missouri State University</i>	Sol Krasner <i>University of Illinois at Chicago</i>
Timothy J. Burns <i>Leeward Community College</i>	Robert H. Good <i>California State University Hayward</i>	Yuichi Kubota <i>Cornell University</i>
Joseph Buschi <i>Manhattan College</i>	John B. Gruber <i>San Jose State University</i>	Priscilla Laws <i>Dickinson College</i>
Philip A. Casabella <i>Rensselaer Polytechnic Institute</i>	Ann Hanks <i>American River College</i>	Edbertho Leal <i>Polytechnic University of Puerto Rico</i>
Randall Caton <i>Christopher Newport College</i>	Randy Harris <i>University of California- Davis</i>	Peter Loly <i>University of Manitoba</i>
J. Richard Christman <i>U.S. Coast Guard Academy</i>	Samuel Harris <i>Purdue University</i>	Dale Long <i>Virginia Tech</i>
Roger Clapp <i>University of South Florida</i>	Harold B. Hart <i>Western Illinois University</i>	Andreas Mandelis <i>University of Toronto</i>
W. R. Conkie <i>Queen's University</i>	Rebecca Hartzler <i>Edmonds Community College</i>	Robert R. Marchini <i>Memphis State University</i>
Mike Crivello <i>San Diego State University</i>	Emily Haught <i>Georgia Institute of Technology</i>	David Markowitz <i>University of Connecticut</i>
Peter Crooker <i>University of Hawaii at Manoa</i>	Laurent Hodges <i>Iowa State University</i>	Paul Marquard <i>Caspar College</i>
William P. Crummett <i>Montana College of Mineral Science and Technology</i>	John Hubisz <i>North Carolina State University</i>	Howard C. McAllister <i>University of Hawaii at Manoa</i>
Robert N. Davie, Jr <i>St. Petersburg Junior College</i>	Joey Huston <i>Michigan State University</i>	W. Scott McCullough <i>Oklahoma State University</i>
Cheryl K. Dellai <i>Glendale Community College</i>	Darrell Huwe <i>Ohio University</i>	James H. McGuire <i>Tulane University</i>
Eric R. Dietz <i>California State University at Chico</i>	Shawn Jackson <i>University of Tulsa</i>	David M. McKinstry <i>Eastern Washington University</i>
N. John DiNardo <i>Drexel University</i>	Hector Jimenez <i>University of Puerto Rico</i>	Joe P. Meyer <i>Georgia Institute of Technology</i>
Eugene Dunnam <i>University of Florida</i>	Sudhakar B. Joshi <i>York University</i>	Roy Middleton <i>University of Pennsylvania</i>

Irvin A. Miller  
*Drexel University*

Eugene Mosca  
*United States Naval Academy*

James Napolitano  
*Rensselaer Polytechnic Institute*

Michael O'Shea  
*Kansas State University*

Patrick Papin  
*San Diego State University*

George Parker  
*North Carolina State University*

Robert Pelcovits  
*Brown University*

Des Penny  
*Southern Utah University*

Oren P. Quist  
*South Dakota State University*

Joa Redish  
*University of Maryland*

Jonathan Reichart  
*SUNY- Buffalo*

Timothy M. Ritter  
*University of North Carolina at Pembroke*

Gerardo A. Rodriguez  
*Skidmore College*

John Rosendahl  
*University of California at Irvine*

Michael Schatz  
*Georgia Institute of Technology*

Manuel Schwartz  
*University of Louisville*

Darrell Seeley  
*Milwaukee School of Engineering*

Bruce Arne Sherwood  
*Carnegie Mellon University*

John Spangler  
*St. Norbert College*

Ross L. Spencer  
*Brigham Young University*

Harold Stokes  
*Brigham Young University*

Michael G. Strauss  
*University of Oklahoma*

Jay D. Strieb  
*Villanova University*

Dan Styer  
*Oberlin College*

Marshall Thomsen  
*Eastern michigan University*

Fred F. Tomblin  
*New Jersey Institute of Technology*

David Toot  
*Alfred University*

J. S. Turner  
*University of Texas at Austin*

T. S. Venkataraman  
*Drexel University*

Gianfranco Vidali  
*Syracuse University*

Fred Wang  
*Prairie View A & M*

Robert C. Webb  
*Texas A & M University*

B. R. Weinberger  
*Trinity College*

William M. Whelan  
*Ryerson Polytechnic University*

George Williams  
*University of Utah*

David Wolfe  
*University of New Mexico*

William Zimmerman, Jr  
*University of Minnesota*



## فصل ۱۷

۹۹	۹-۲۰ پتانسیل ناشی از توزیع بار پیوسته
۱۰۱	۱۰-۲۰ محاسبه میدان از روی پتانسیل
۱۰۲	۱۱-۲۰ انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاهی از بارهای نقطه‌ای
۱۰۴	۱۲-۲۰ پتانسیل رسانای باردار متزوی
۱۰۶	بازنگری و خلاصه درس
۱۰۷	پرسشها
۱۰۸	مسئله‌ها

## فصل ۲۱

۱۲۱	ظرفیت
۱۲۲	۱-۲۱ فیزیک چیست؟
۱۲۲	۲-۲۱ ظرفیت
۱۲۴	۳-۲۱ محاسبه ظرفیت
۱۲۷	۴-۲۱ خازنهای موازی و متوالی
۱۳۱	۵-۲۱ انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی
۱۳۳	۶-۲۱ خازن با دی الکتریک
۱۳۵	۷-۲۱ دی الکتریکها: از دیدگاه اتمی
۱۳۶	۸-۲۱ دی الکتریکها و قانون گاوس
۱۳۸	بازنگری و خلاصه درس
۱۳۹	پرسشها
۱۴۰	مسئله‌ها

## فصل ۲۲

۱۴۹	جریان و مقاومت الکتریکی
۱۵۰	۱-۲۲ فیزیک چیست؟
۱۵۰	۲-۲۲ جریان الکتریکی
۱۵۱	۳-۲۲ چگالی جریان
۱۵۵	۴-۲۲ مقاومت و مقاومت ویژه الکتریکی
۱۵۸	۵-۲۲ قانون اهم
۱۵۹	۶-۲۲ گرایش میکروسکوپی قانون اهم
۱۶۱	۷-۲۲ توان در مدارهای الکتریکی
۱۶۲	۸-۲۲ ترمینالها
۱۶۳	۹-۲۲ ابررساناها
۱۶۴	بازنگری و خلاصه درس
۱۶۵	پرسشها
۱۶۶	مسئله‌ها

## فصل ۲۳

۱۷۳	مدارهای الکتریکی
۱۷۳	۱-۲۳ فیزیک چیست؟
۱۷۴	۲-۲۳ "پمپ کردن" بارهای الکتریکی
۱۷۵	۳-۲۳ کار، انرژی و $\mathcal{E}$
۱۷۶	۴-۲۳ محاسبه جریان الکتریکی در مدار تک حلقه‌ای
۱۷۷	۵-۲۳ مدارهای تک حلقه‌ای دیگر
۱۷۹	۶-۲۳ اختلاف پتانسیل بین دو نقطه
۱۸۱	۷-۲۳ مدارهای چند حلقه‌ای
۱۸۶	۸-۲۳ آمپرسنج و ولت سنج
۱۸۷	۹-۲۳ مدارهای RC
۱۹۰	بازنگری و خلاصه درس
۱۹۱	پرسشها
۱۹۲	مسئله‌ها

## فصل ۲۴

۲۰۵	مرجع دانشجویان و مهندسیان
-----	---------------------------

۱۱	بار الکتریکی
۱۲	۱-۱۷ فیزیک چیست؟
۱۲	۲-۱۷ بار الکتریکی
۱۴	۳-۱۷ رساناها و عایقها
۱۶	۴-۱۷ قانون کولن
۲۱	۵-۱۷ بار کوانتیده است
۲۲	۶-۱۷ بار الکتریکی پایسته است
۲۳	بازنگری و خلاصه درس
۲۴	پرسشها
۲۶	مسئله‌ها

## فصل ۱۸

۲۳	میدانهای الکتریکی
۲۴	۱-۱۸ فیزیک چیست؟
۲۴	۲-۱۸ میدان الکتریکی
۲۵	۳-۱۸ خطهای میدان الکتریکی
۳۶	۴-۱۸ میدان الکتریکی ناشی از یک بار نقطه‌ای
۲۸	۵-۱۸ میدان الکتریکی ناشی از یک دوقطبی الکتریکی
۲۰	۶-۱۸ میدان الکتریکی ناشی از یک بار خطی
۲۴	۷-۱۸ میدان الکتریکی ناشی از یک قرص باردار
۲۵	۸-۱۸ بار نقطه‌ای در میدان الکتریکی
۴۸	۹-۱۸ دوقطبی در میدان الکتریکی
۵۰	بازنگری و خلاصه درس
۵۱	پرسشها
۵۳	مسئله‌ها

## فصل ۱۹

۶۳	قانون گاوس
۶۴	۱-۱۹ فیزیک چیست؟
۶۴	۲-۱۹ شار
۶۵	۳-۱۹ شار میدان الکتریکی
۶۷	۴-۱۹ قانون گاوس
۶۹	۵-۱۹ قانون گاوس و قانون کولن
۷۰	۶-۱۹ رسانای باردار متزوی
۷۳	۷-۱۹ کاربرد قانون گاوس: تقارن استوانه‌ای
۷۴	۸-۱۹ کاربرد قانون گاوس: تقارن صفحه‌ای
۷۶	۹-۱۹ کاربرد قانون گاوس: تقارن کروی
۷۸	بازنگری و خلاصه درس
۷۸	پرسشها
۸۰	مسئله‌ها

## فصل ۲۰

۸۹	پتانسیل الکتریکی
۹۰	۱-۲۰ فیزیک چیست؟
۹۰	۲-۲۰ انرژی پتانسیل الکتریکی
۹۱	۳-۲۰ پتانسیل الکتریکی
۹۲	۴-۲۰ سطحهای هم پتانسیل
۹۳	۵-۲۰ محاسبه پتانسیل از روی میدان
۹۵	۶-۲۰ پتانسیل ناشی از یک بار نقطه‌ای
۹۶	۷-۲۰ پتانسیل ناشی از دسته بار نقطه‌ای
۹۸	۸-۲۰ پتانسیل ناشی از دوقطبی الکتریکی

۳۱۴	۸-۲۷ سه مدار ساده
۳۱۹	۹-۲۷ مدار RLC متوالی
۳۲۲	۱۰-۲۷ توان در مدارهای جریان متناوب
۳۲۴	۱۱-۲۷ مدلها
۳۲۸	بازنگری و خلاصه درس
۳۲۹	پرسشها
۳۳۰	مسئلهها

## فصل ۲۸

۳۳۹	معادلههای ماکسول؛ خواص مغناطیسی ماده
۳۴۰	۱-۲۸ فیزیک چیست؟
۳۴۰	۲-۲۸ قانون گاوس درباره میدانهای مغناطیسی
۳۴۱	۳-۲۸ میدانهای مغناطیسی القا
۳۴۴	۴-۲۸ جریان جابهجایی
۳۴۶	۵-۲۸ معادلههای ماکسول
۳۴۶	۶-۲۸ آهنرباها
۳۴۸	۷-۲۸ مغناطیس و الکترونها
۳۵۱	۸-۲۸ مواد مغناطیسی
۳۵۲	۹-۲۸ دیا مغناطیس
۳۵۳	۱۰-۲۸ پارامیتاها
۳۵۴	۱۱-۲۸ فرومغناطیس
۳۵۸	بازنگری و خلاصه درس
۳۶۰	پرسشها
۳۶۱	مسئلهها

## فصل ۲۹

۳۷۴	معادلههای ماکسول در ماده
۳۷۰	۱-۲۹ فیزیک چیست؟
۳۷۰	۲-۲۹ رانندگی گمان ماکسول
۳۷۱	۳-۲۹ موج الکترومغناطیسی
۳۷۴	۴-۲۹ موج الکترومغناطیسی پخش شده، بررسی کمی
۳۷۶	۵-۲۹ انتقال انرژی و بردار پوینتینگ
۳۸۱	۶-۲۹ فشار تابشی
۳۷۸	۷-۲۹ قطبش
۳۸۲	۸-۲۹ بازتاب و شکست
۳۸۷	۹-۲۹ بازتاب داخلی کلی
۳۸۹	۱۰-۲۹ قطبش به وسیله بازتاب
۳۹۰	بازنگری و خلاصه درس
۳۹۱	پرسشها
۳۹۳	مسئلهها

## پوستها

۴۰۵	پیوست الف: دستگاه بین المللی یکاها (SI)
۴۰۷	پیوست ب: چند ثابت بنیادی فیزیک
۴۰۸	پیوست پ: برخی دادههای نجومی
۴۱۰	پیوست ت: فرمهای تبدیل
۴۱۵	پیوست ث: فرمولهای ریاضی
۴۱۷	پیوست ج: خواص عنصرها
۴۲۱	پیوست ج: جدول تناوبی عنصرها
۴۲۲	پیوست ح: برندگان جایزه نوبل در فیزیک
۴۲۸	پاسخ نکتههای واری، پرسشها و مسئلههای فرد
۴۳۶	واژهنامه
۴۴۰	نمایه

۲۰۶	۱-۲۴ فیزیک چیست؟
۲۰۶	۲-۲۴ چه چیزی میدان مغناطیسی را ایجاد می کند؟
۲۰۷	۳-۲۴ تعریف $\vec{B}$
۲۱۰	۴-۲۴ میدانهای عمود برهم: کشف الکترون
۲۱۱	۵-۲۴ میدانهای عمود برهم: اثر هال
۲۱۳	۶-۲۴ ذره باردار در حرکت دایره ای
۲۱۷	۷-۲۴ سیکلوترون و سینکروترون
۲۱۹	۸-۲۴ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان
۲۲۱	۹-۲۴ گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان
۲۲۳	۱۰-۲۴ گشتاور دوقطبی مغناطیسی
۲۲۴	بازنگری و خلاصه درس
۲۲۵	پرسشها
۲۲۷	مسئلهها

## فصل ۲۵

۲۳۷	میدانهای مغناطیسی ناشی از جریانها
۲۳۸	۱-۲۵ فیزیک چیست؟
۲۳۸	۲-۲۵ مسامیه میدان مغناطیسی ناشی از جریان
۲۴۳	۳-۲۵ نیروی میث در جریان موازی
۲۴۵	۴-۲۵ قانون آمپر
۲۴۸	۵-۲۵ سیملوله و چنبیره
۲۵۰	۶-۲۵ پیچیه حامل جریان به عنوان دوقطبی مغناطیسی
۲۵۲	بازنگری و خلاصه درس
۲۵۳	پرسشها
۲۵۴	مسئلهها

## فصل ۲۶

۲۶۷	القایش و القای متقابل
۲۶۸	۱-۲۶ فیزیک چیست؟
۲۶۸	۲-۲۶ دو آزمایش
۱۷۶	۱-۱۶ القایش و القای متقابل
۲۷۱	۲-۲۶ قانون لنز
۲۷۴	۳-۲۶ القایش و انتقال انرژی
۲۷۷	۴-۲۶ القایش و القای متقابل
۲۸۱	۵-۲۶ القایش و القای متقابل
۲۸۱	۶-۲۶ خودالقایش
۲۸۲	۷-۲۶ مدارهای RL
۲۸۵	۸-۲۶ انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی
۲۸۶	۹-۲۶ چگالی انرژی میدان مغناطیسی
۲۸۸	۱۰-۲۶ القایش متقابل
۲۹۰	بازنگری و خلاصه درس
۲۹۱	پرسشها
۲۹۳	مسئلهها

## فصل ۲۷

۳۰۵	نوسانهای الکترومغناطیسی و جریان متناوب
۳۰۶	۱-۲۷ فیزیک چیست؟
۳۰۶	۲-۲۷ نوسانهای LC، بررسی کیفی
۳۰۸	۳-۲۷ قیاس الکتریکی - مکانیکی
۳۰۹	۴-۲۷ نوسانهای LC، بررسی کمی
۳۱۱	۵-۲۷ نوسانهای میرا در مدار RLC
۳۱۲	۶-۲۷ جریان متناوب
۳۱۲	۷-۲۷ نوسانها و ادداشته



کارکنان بیمارستان برای اجتناب از آلودگی میکروبی کارهای ویژه‌ای انجام می‌دهند، سطوحها را تمیز می‌کنند، ماسک روی دهان می‌گذارند، پیش از آنکه دستکش به دست کنند، دستهایشان را به دقت می‌شویند، و وسایل را در دمای بالا و حمام الکل ضدعفونی می‌کنند. ولی هنوز منابع نامحسوسی از میکروبیها وجود دارند که احتمالاً در این عکس هم هستند.

آیا می‌توانید منبع میکروبی را پیدا کنید؟

پاسخ در همین فصل.



نخستین گام، بحث در مورد طبیعت بار الکتریکی و نیروی الکتریکی است.

## ۱۷-۲ بار الکتریکی

در هوای خشک، با راه رفتن روی انواع مشخصی از فرش می‌توانید با نزدیک کردن انگشتان خود به یک دستگیره فلزی، شیر آب فلزی، یا حتی یکی از دوستانان، یک جرقه تولید کنید. شما همچنین می‌توانید، مثلاً، با درآوردن ژاکت از تن خود یا بیرون کشیدن لباسها از یک خشک کننده، جرقه‌های متعددی را تولید کنید. جرقه‌ها و «چسبندگی استاتیکی» پوشاک (مشابه آنچه که در شکل ۱۷-۱ نشان داده شده است) معمولاً فقط آزار دهنده هستند. ولی، اگر ژاکت خود را کنده باشید و سپس به یک رایانه جرقه بزنید، نتیجه کار بیش از یک آزار صرف خواهد بود.



شکل ۱۷-۱ چسبندگی استاتیکی، پدیده‌ای الکتریکی که در هوای خشک رخ می‌دهد و باعث می‌شود این خرده‌های کاغذ به یکدیگر و به شانه پلاستیکی، و لباسهایتان به بدن شما بچسبند.

این مثالها آشکار می‌کنند که در بدن ما، در ژاکتها، در فرشها، در دستگیره‌های در، در شیرهای آب، و در رایانه‌ها بار الکتریکی وجود دارد. در واقع، هر جسم دارای مقدار فراوانی بار الکتریکی است. بار الکتریکی یک مشخصه ذاتی ذره‌های بنیادی است که اجسام از آنها ساخته شده‌اند؛ یعنی، این ویژگی به طور خود به خود هر جا این ذره‌ها وجود داشته باشند همراه آنهاست.

در هر جسم معمولی بارهای الکتریکی زیادی پنهان است، زیرا آن جسم دارای مقدارهای برابری از دو نوع بار است: بار مثبت و بار منفی. با یک چنین برابری - یا توازن - از بار، گفته می‌شود که جسم از لحاظ الکتریکی خنثی است؛ یعنی، دارای هیچ بار خالصی نیست. اگر این دو نوع بار در حال توازن نباشند، آنگاه یک بار خالص وجود دارد. برای آنکه مشخص کنیم یک جسم دارای بار موازنه نشده یا بار خالص است، می‌گوییم آن جسم باردار شده است. این عدم توازن، معمولاً بسیار کوچکتر از مقدار کل بارهای مثبت و منفی است که در جسم وجود دارند.

## ۱۷-۱ فیزیک چیست؟

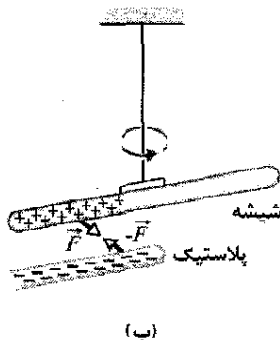
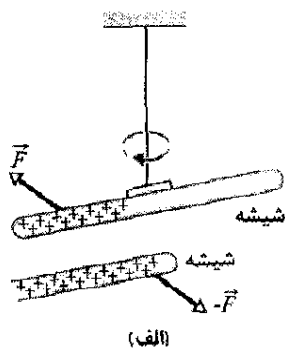
شما در احاطه وسیله‌هایی هستید که به فیزیک الکترومغناطیس که ترکیبی از پدیده‌های الکتریکی و مغناطیسی است، وابسته‌اند. این فیزیک، بنیان رایانه‌ها، تلویزیون، رادیو، ارتباطات مخابراتی، روشنایی خانه‌ها، و حتی قابلیت چسبندگی پوشش غذا برای باقی ماندن در یک کانتینر است. این فیزیک همچنین اساس جهان طبیعی است. نه تنها همه اتمها و مولکولهای عالم را در کنار هم نگه می‌دارد، بلکه همچنین به وجود آورنده آذرخش، شفق، و رنگین کمان است.

فیزیک الکترومغناطیس نخستین بار توسط فیلسوفان قدیم یونان مطالعه شده بود. آنها دریافته بودند که اگر قطعه‌ای کهریا مالش داده شده و سپس به خرده‌های کاه نزدیک شود، خرده‌ها به سمت کهریا کشیده می‌شوند. امروزه می‌دانیم که جاذبه میان کهریا و خرده‌های کاه ناشی از یک نیروی الکتریکی است. فیلسوفان قدیم یونانی همچنین کشف کرده بودند که اگر یک نوع سنگ مشخص (یک آهنربای طبیعی) به نزدیکی براده‌های آهن آورده شود، براده‌ها به سمت آن کشیده می‌شوند. امروزه می‌دانیم که جاذبه میان آهنربا و آهن ناشی از نیروی مغناطیسی است.

علوم الکتریسته و مغناطیس که توسط فیلسوفان یونانی از این سرچشمه‌های محدود آغاز شدند، طی قرن‌ها به طور جدا از هم تا سال ۱۸۲۰ میلادی گسترش یافتند، همان سالی که هانس کریستین آرستد<sup>۱</sup> به رابطه‌ای میان آنها پی برد: جریان الکتریکی در یک سیم می‌تواند یک عقربه مغناطیسی را منحرف کند. طرفه آنکه، آرستد این را با شگفتی زیاد به هنگام تهیه مطلبی برای ارائه به دانشجویان فیزیک خود کشف کرد.

دانش نوین الکترومغناطیس توسط کوشندگانی در بسیاری از کشورهای جهان توسعه داده شده بود. یکی از بهترین آنها مایکل فارادی<sup>۲</sup> بود که به واقع آزمایشگری تیزهوش با استعدادی خداداد برای درک و تجسم مفاهیم فیزیکی بود. گواه این استعداد، این واقعیت است که یادداشتهای آزمایشگاهی جمع آوری شده توسط او حتی شامل یک فرمول ریاضی هم نمی‌شود. در میانه قرن نوزدهم، جیمز کلرک ماکسول<sup>۳</sup> اندیشه‌های فارادی را به شکل رابطه‌های ریاضی درآورد و نظریه‌های جدید بسیاری را معرفی کرد، و الکترومغناطیس را بر یک پایه نظری عمیق بنا نهاد.

بحث ما در مورد الکترومغناطیس در سرتاسر ۱۶ فصل آینده گسترش یافته است. با پدیده‌های الکتریکی شروع می‌کنیم، و



شکل ۱۷-۲ (الف) دو میله باردار هم‌علامت، یکدیگر را می‌رانند.  
(ب) دو میله باردار با علامت مخالف، یکدیگر را می‌ربایند. علامتهای مثبت، بار خالص مثبت و علامتهای منفی، بار خالص منفی را نشان می‌دهند.

ربودن و راندن جسمهای باردار، کاربردهای صنعتی فراوانی دارد که رنگ پاشی الکتروستاتیکی و گردنشانی، جمع آوری خاکستر دودکشها، چاپ جوهر افشان غیر ضربه‌ای و فتوکپی از آن جمله‌اند. شکل ۱۷-۳ یک دانه حامل بسیار کوچک را در یک ماشین فتوکپی نشان می‌دهد که با ذره‌های پودر سیاهی به نام تونر که به وسیله نیروهای الکتروستاتیکی به آن چسبیده‌اند، پوشیده شده است. ذره‌های تونر که به طور منفی باردار شده‌اند، سرانجام از دانه حامل خود توسط غلتک چرخانی که تصویر با بار مثبت از سندی که باید کپی گرفته شود روی آن تشکیل شده است، ربوده می‌شوند. سپس برگه کاغذ بارداری، ذره‌های تونر را از غلتک به خود می‌گیرد و پس از گرم شدن دائم، کپی مورد نظر حاصل می‌شود.



شکل ۱۷-۳ یک دانه حامل از یک ماشین فتوکپی؛ دانه با ذره‌های تونر که بر اثر ربایش الکتروستاتیکی به آن چسبیده‌اند، پوشیده شده است. قطر دانه حدود ۵/۳ mm است.

اجسام باردار با وارد کردن نیروهایی به یکدیگر، برهم کنش می‌کنند. برای نشان دادن این موضوع، نخست یک میله شیشه‌ای را با مالیدن یک سر آن به ابریشم، باردار می‌کنیم. در نقطه‌های تماس میان میله و ابریشم، مقدار کمی بار از یکی به دیگری منتقل می‌شود که اندکی خنثی بودن الکتریکی هر یک را بر هم می‌زند. (ابریشم را به میله مالش می‌دهیم تا تعداد نقطه‌های تماس و در نتیجه مقدار بار انتقال یافته را، که هنوز کم است، افزایش دهیم.)

اکنون فرض کنید میله باردار را از نخ‌ی آویزان کنیم تا از محیط اطرافش به طور الکتریکی منزوی شود، به گونه‌ای که بار آن نتواند تغییر کند. اگر میله شیشه‌ای مشابه دیگری را با بار مشابه، به آن نزدیک کنیم (شکل ۱۷-۲ الف)، دو میله یکدیگر را می‌رانند؛ یعنی هر میله با نیرویی از میله دیگر دور می‌شود. ولی، اگر یک میله پلاستیکی را با خز مالش دهیم و سپس آن را به نزدیکی میله شیشه‌ای آویزان ببریم (شکل ۱۷-۲ ب)، دو میله یکدیگر را می‌ربایند؛ یعنی، هر میله با نیرویی به دیگری نزدیک می‌شود.

این دو آزمایش را می‌توان با توجه به بارهای مثبت و منفی درک کرد. هنگامی که یک میله شیشه‌ای با ابریشم مالش داده شود، شیشه مقداری از بار منفی خود را از دست می‌دهد و از این رو دارای بار مثبت موازنه نشده کوچکی می‌شود (که در شکل ۱۷-۲ الف با علامت مثبت نشان داده شده است). وقتی میله پلاستیکی با خز مالش داده شود، پلاستیک بار منفی موازنه نشده کوچکی را به دست می‌آورد (که در شکل ۱۷-۲ ب با علامت منفی نشان داده شده است). این دو آزمایش نشان می‌دهند که:

بارهای هم‌علامت الکتریکی یکدیگر را می‌رانند و بارهای الکتریکی با علامت مخالف، یکدیگر را می‌ربایند.

در بخش ۱۷-۴، این قاعده را به شکل کمی تحت عنوان قانون نیروی الکتروستاتیکی کولن (یا نیروی الکتریکی) میان بارها، ارائه خواهیم کرد. واژه الکتروستاتیک از آن جهت استفاده شده است تا تأکیدی بر این باشد که بارها یا نسبت به یکدیگر ساکن‌اند یا بسیار آهسته حرکت می‌کنند.

نامها و علامتهای "مثبت" و "منفی" برای بار الکتریکی توسط بنیامین فرانکلین<sup>۱</sup> به طور دلخواه برگزیده شده است. او به آسانی می‌توانست نامها را عوض کند یا از جفتهای دیگری از مخالفها برای متمایز کردن دو نوع بار استفاده کند. (فرانکلین دانشمندی با شهرت جهانی بود. حتی گفته شده است که پیروزیهای سیاسی فرانکلین در فرانسه در طی جنگ استقلال آمریکا، به خاطر آنکه او به عنوان یک دانشمند بسیار مورد احترام بود، تسهیل و شاید حتی ممکن شده است.)

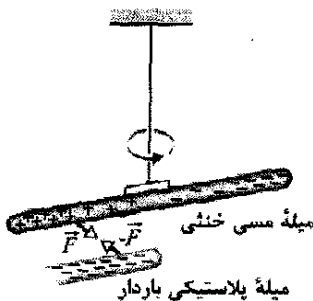
## ۱۷-۳ رساناها و عایقها

الکترونها، علامتی مخالف با بار الکتریکی پروتونهای هسته دارد، و چون در نزدیکی هسته قرار گرفته‌اند، بنابراین، به سوی هسته کشیده می‌شوند.

وقتی اتمهای یک رسانا مانند مس برای تشکیل جسم جامد کنار هم قرار می‌گیرند، برخی از بیرونی‌ترین الکترونهای آنها (و در نتیجه سست‌ترین آنها) آزاد می‌شوند و داخل جامد به هر سو حرکت می‌کنند، و اتمهای باردار مثبت (یونهای مثبت) بر جای می‌گذارند. این الکترونهای متحرک را **الکترونهای رسانش** می‌نامیم. تعداد کمی (در صورت وجود) الکترون آزاد در یک نارسانا وجود دارد.

آزمایش شکل ۱۷-۴ تحرک بار در رسانا را نشان می‌دهد. یک میله پلاستیکی باردار منفی، هر یک از دو سر یک میله مسی خنثای منزوی را می‌رباید. آنچه رخ می‌دهد این است که بسیاری از الکترونهای رسانش در انتهای نزدیکتر میله مسی توسط بار منفی روی میله پلاستیکی رانده می‌شوند. تعدادی از الکترونهای رسانش با ترک انتهای نزدیک میله مسی، به سوی انتهای دور آن حرکت می‌کنند و بدین ترتیب انتهای نزدیک که از الکترونهایی خالی شده است دارای بار مثبت نامتوازن می‌شود. این بار مثبت، توسط بار منفی میله پلاستیکی ربوده می‌شود. اگر چه میله مسی هنوز خنثی است، گفته می‌شود که دارای بار القا شده است، که بدین معنی است که برخی از بارهای مثبت و منفی آن بر اثر حضور باری در نزدیکی آن، از هم جدا شده‌اند.

به همین ترتیب، اگر یک میله شیشه‌ای باردار مثبت به نزدیکی یکی از دو انتهای یک میله مسی خنثی آورده شود، الکترونهای رسانش در میله مسی توسط آن انتها ربوده می‌شوند. آن انتها به طور منفی، و انتهای دیگر به طور مثبت باردار می‌شوند، به گونه‌ای که دوباره یک بار القا شده در میله مسی برقرار می‌شود. اگر چه میله مسی هنوز خنثی است، میله شیشه‌ای و آن یکدیگر را می‌ربایند.



شکل ۱۷-۴ یک میله مسی خنثی از نظر الکتریکی، با آویخته شدن از یک نخ نارسانا از محیط اطراف خود منزوی شده است. هر یک از دو انتهای میله مسی توسط یک میله باردار ربوده می‌شود. در اینجا، الکترونهای رسانش در میله مسی توسط بار منفی روی میله پلاستیکی به سوی انتهای دور میله رانده می‌شوند. آنگاه این بار منفی، بار مثبت www.iran-mavad.com جای مانده در انتهای نزدیک میله مسی را می‌رباید، که با پخش بار الکتریکی، این انتها به میله پلاستیکی نزدیکتر می‌شود.

به طور کلی مواد را می‌توانیم بنابر قابلیت حرکت بار در داخل آنها، طبقه بندی کنیم. **رساناها** موادی هستند که بار می‌تواند تقریباً با آزادی در آنها حرکت کند؛ فلزها (از قبیل مس در سیم یک لامپ معمولی)، بدن انسان، و آب لوله کشی، مثالهایی از رساناها هستند. **نارساناها** - که عایق نیز نامیده می‌شوند - موادی هستند که بار نمی‌تواند آزادانه در آنها حرکت کند؛ کائوچو (از قبیل عایق بندی سیم یک لامپ معمولی)، پلاستیک، شیشه، و آبی که از لحاظ شیمیایی خالص است، مثالهایی از نارساناها هستند. **نیمرساناها** موادی هستند که در میانه رساناها و عایقها قرار دارند؛ سیلیسیم و ژرمانیوم در تراشه‌های رایانه‌ای مثالهایی از نیمرساناها هستند. **آبر رساناها**، رساناهای کاملی هستند که در آنها بار می‌تواند بدون هیچ گونه مقاومتی حرکت کند. در این فصلها فقط رساناها و عایقها را بررسی خواهیم کرد.

در اینجا مثالی می‌آوریم که نشان می‌دهد، رسانش چگونه می‌تواند بار اضافی روی یک جسم را از بین ببرد. اگر میله‌ای مسی را با پشم مالش دهید، بار از پشم به میله منتقل می‌شود. ولی اگر در همان حالی که میله را نگه داشته‌اید، شیر آبی را نیز لمس کنید، با وجود انتقال بار، میله را نمی‌توانید باردار کنید. دلیل آن این است که شما، میله، و شیر آب همگی رساناهایی هستند که از طریق لوله‌های آب به زمین، که رسانای عظیمی است، متصل شده‌اید. چون بارهای اضافی که توسط پشم روی میله قرار گرفته‌اند یکدیگر را می‌رانند، در نتیجه از طریق بدن شما، و سپس از طریق شیر آب و لوله‌ها به سطح زمین می‌رسند، جایی که می‌توانند پخش شوند. در این فرایند، میله از لحاظ الکتریکی خنثی می‌ماند.

به چنین برقرار کردن مسیری از رساناها بین یک جسم و سطح زمین، **اتصال به زمین**، و به خنثی سازی آن جسم (با حذف بار مثبت یا منفی نامتوازن)، **تخلیه بار** آن جسم گفته می‌شود. اگر به جای اینکه میله مسی را در دست بگیرید، آن را به وسیله یک دستگیره عایق نگه دارید، مسیر رسانش به زمین را حذف می‌کنید، و آنگاه میله می‌تواند با مالش دادن (بار روی میله می‌ماند) و تا مادامی که آن را به طور مستقیم با دست خود تماس ندهید، باردار شود.

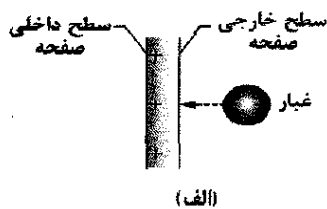
ویژگیهای رساناها و عایقها ناشی از ساختار و سرشت الکتریکی اتمهاست. اتمها دارای پروتونها با بار مثبت، الکترونها با بار منفی، و نوترونهای از لحاظ الکتریکی خنثی، هستند. پروتونها و نوترونها در یک هسته مرکزی، محکم تنگ هم قرار گرفته‌اند.

تک الکترون و تک پروتون، مقدار باری یکسان ولی با علامت مخالف دارند. بنابراین، اتمی که از لحاظ الکتریکی خنثی است، دارای تعداد یکسانی الکترون و پروتون است. بار الکتریکی

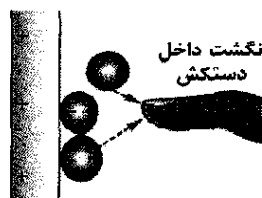


نمایشگر می‌بیند. در نمایشگرهای متعارف (لامپی) (نه صفحه‌های نمایشگر تخت)، تصویر توسط الکترونیایی که به سمت صفحه باردار مثبت حرکت می‌کنند ایجاد می‌شود. صفحه باردار همچنین ذره‌های معلق در هوا را که در اطراف اتاق جراحی شناورند، از قبیل الیاف پارچه زخم بندی، گرد و غبار، و سلولهای پوست، به خود جذب می‌کنند. اگر یک ذره معلق در هوا به طور منفی باردار باشد، به سطح خارجی صفحه نمایش کشیده می‌شود. ولی اگر از لحاظ الکتریکی خنثی باشد، برخی از الکترونیهای رسانش آن می‌توانند به آن سمتی از ذره که در کمترین فاصله از صفحه است کشیده شوند و در آن ذره، بار القا کنند (شکل ۱۷-۶ الف). چنین ذره‌ای سپس به سوی سطح خارجی صفحه کشیده می‌شود، درست همان‌طور که میله مسی به سوی میله پلاستیکی باردار در شکل ۱۷-۴ کشیده می‌شود.

چون بسیاری از ذره‌هایی که روی سطح خارجی صفحه جمع شده‌اند حامل میکروب هستند، صفحه با میکروپها آلوده می‌شود. فرض کنید انگشتان دست یک جراح که دستکش پوشیده است، برای نشان دادن بخش خاصی از تصویر، مثلاً برای توضیح یک نکته جراحی مهم به سایر اعضای گروه جراحی، به چند سانتی‌متری صفحه نمایش برسد. صفحه با بار مثبت الکترونها را از داخل انگشتان به طرف نوک انگشتان می‌کشد، (شکل ۱۷-۶ ب). آنگاه نوک انگشتان که باردار منفی شده‌اند باعث می‌شود که ذره‌ها (ذره‌های معلق هوا یا روی صفحه) روی نوک انگشتان دستکش جمع شوند. وقتی که در پی آن، جراح بدن بیمار را با دستکشهای آلوده لمس می‌کند، میکروپها روی یا (بدتر) داخل بدن بیمار قرار می‌گیرند. برای دوری جستن از این خطر، امروزه جراحان آگاه شده‌اند که نباید انگشتان دست خود را نزدیک نمایشگر ویدئویی ببرند.



(الف)



(ب)

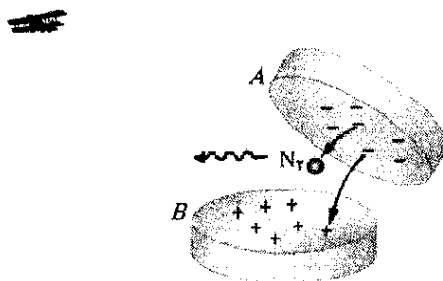
شکل ۱۷-۶ (الف) سطح مقطعی از صفحه نمایش یک نمایشگر ویدئویی. صفحه که باردار مثبت شده است، روی غبار خنثی در نزدیکی آن بار القا کرده است. (ب) انگشت داخل دستکش (به جراح) در نزدیکی صفحه آورده شده است، بار القا شده دارد و می‌تواند غبار را از هوا یا صفحه جذب کند.

توجه کنید که فقط الکترونیهای رسانش، با بارهای منفی خود می‌توانند حرکت کنند؛ یونهای مثبت در جای خود ثابت‌اند. بنابراین، یک جسم فقط از طریق برداشتن بارهای منفی، باردار مثبت می‌شود.

## درخششهای نور آبی از نوعی آب نبات

گواه غیر مستقیم ربایش بارهای با علامت مخالف می‌تواند با نوعی آب نبات دیده شود. اگر چشمهای خود را حدود ۱۵ دقیقه به تاریکی عادت دهید و سپس به دوستان که در حال جویدن یک قطعه آب نبات در تاریکی است نگاه کنید، با هر بار جویدن او درخشش نور آبی رنگ ضعیفی را در دهانش مشاهده خواهید کرد. وقتی یک بلور قند با جویدن به چند تکه بشکند، هر تکه احتمالاً دارای تعداد الکترونیهای متفاوتی خواهد شد. فرض کنید یک بلور به دو قطعه  $A$  و  $B$  بشکند، به گونه‌ای که الکترونیهای روی سطح قطعه  $A$  بیشتر از قطعه  $B$  باشد (شکل ۱۷-۵). این بدین معنی است که  $B$  در سطح خود دارای یونهای مثبت (اتمهایی که الکترونهاي خود را به  $A$  داده‌اند) خواهد بود. چون الکترونهاي روی  $A$  به شدت به سمت یونهای مثبت روی  $B$  ریزه می‌شوند، برخی از این الکترونها به فضای خالی بین دو تکه می‌پرند.

وقتی  $A$  و  $B$  از هم فاصله بگیرند، هوا (و به طور عمده نیتروژن،  $N_2$ ) به فضای میان آن دو وارد می‌شود و بسیاری از الکترونها با مولکولهای نیتروژن هوا برخورد می‌کنند، که این باعث گسیل نور فرابنفش می‌شود، این نوع نور را نمی‌توان دید. ولی، مولکولهای آب روی سطح تکه‌های آب نبات نور فرابنفش را جذب و در نتیجه نور آبی گسیل می‌کنند، که این همان نور آبی رنگی است که شما می‌توانید از دهان دوست خود ببینید.



شکل ۱۷-۵ دو تکه آب نبات، هنگامی که از هم فاصله می‌گیرند. الکترونیایی که از سطح منفی قطعه  $A$  به سطح مثبت قطعه  $B$  می‌پرند با مولکولهای نیتروژن ( $N_2$ ) در هوا برخورد می‌کنند.

## آلودگی میکروبی و الکتروستاتیک

نیروهای الکتروستاتیکی نقش مهمی در آلودگی میکروبی در یک بیمارستان مثلاً در ضمن یک عمل آندوسکوپی [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com) سازی [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com) دارد. جراح داخل بدن بیمار را روی [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com) می‌کند. در چنین عملی، جراح داخل بدن بیمار را روی [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com) می‌کند.

این نیروی رانشی یا رپایشی ناشی از خواص بار اجسام نیروی الکتروستاتیکی نامیده می‌شود. معادله‌ای که نیروی بین ذره‌ها را به دست می‌دهد به نام چارلز اگوستین کولن، قانون کولن نامیده می‌شود که در سال ۱۷۸۵/۱۱۶۴ با آزمایشی به آن دست یافت. برحسب ذره‌های شکل ۱۷-۸، اگر بار ذره ۱ برابر  $q_1$  و بار ذره ۲ برابر  $q_2$  باشد، نیروی وارد بر ذره ۱ عبارت است از

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \quad (17-1) \quad (\text{قانون کولن})$$

که در آن  $\hat{r}$  بردار یکه در راستای محوری است که از دو ذره می‌گذرد،  $r$  فاصله بین آنها و  $k$  یک ثابت است. (مانند دیگر یکاهای برداری  $\hat{r}$  دارای بزرگی ۱ و بدون بعد یا یکا است؛ هدف آن نشان دادن جهت است). اگر علامت بارها یکسان باشند، نیروی وارد بر ذره ۱ در جهت  $\hat{r}$  و اگر علامت آنها مخالف باشد، نیرو در جهت مخالف  $\hat{r}$  است.



شکل ۱۷-۸ نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذره ۱ را می‌توان برحسب یک بردار یکه  $\hat{r}$  در راستای محوری که از آن دو ذره می‌گذرد توصیف کرد.

به طور شگفت‌انگیزی، شکل معادله ۱۷-۱ همان شکل معادله نیوتون (معادله ۱۳-۳ جلد اول) برای نیروی گرانشی میان دو ذره به جرمهای  $m_1$  و  $m_2$  است که به فاصله  $r$  از یکدیگر قرار گرفته‌اند:

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad (17-2) \quad (\text{قانون نیوتون})$$

که در آن  $G$  ثابت گرانش است.

ثابت  $k$  در معادله ۱۷-۱ را می‌توان در قیاس با ثابت گرانش  $G$  در معادله ۱۷-۲، ثابت الکتروستاتیک نامید. هر دو معادله، قانونهای عکس مجذوری را توصیف می‌کنند که خاصیتی از ذره‌های برهم کنش کننده را در بر دارند- در یک حالت، جرم و در حالت دیگر، بار. تفاوت این دو قانون در این است که نیروهای گرانشی همواره رپایشی‌اند، ولی نیروهای الکتروستاتیکی بسته به علامتهای دو بار ممکن است رپایشی یا رانشی باشند. این تفاوت برآمده از این واقعیت است که، اگر چه فقط یک نوع جرم وجود دارد، ولی بارها دو نوع‌اند.

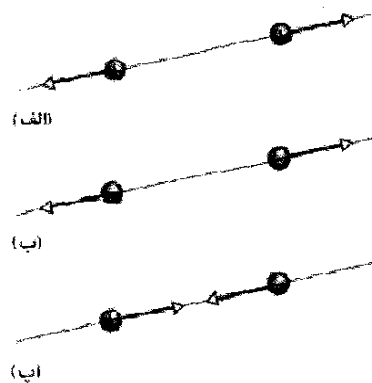
قانون کولن با همه آزمایشهای تجربی تأیید شده و هرگز هیچ استثنایی برای آن پیدا نشده است. این قانون حتی در داخل اتم هم برقرار است، و به درستی نیروی میان هسته باردار مثبت و الکترونهای باردار منفی را توصیف می‌کند، در حالی که مکانیک کلاسیک نیوتونی در این حیطه شکست می‌خورد و باید مکانیک کوانتومی جایگزین آن شود. این قانون ساده همچنین [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com) رانج دانشجویان و مهندسان نوآوری نیروهای که اتمها را برای تشکیل مولکولها به

چنین آلودگی با روپوشهای پلاستیکی که کارکنان جهت جلوگیری از آلودگی خون بیمار می‌پوشند می‌تواند رخ دهد. این روپوشها موقع جدا شدن از بدن یا مالیده شدن به لباسها یا بدن در محیط خشک باردار می‌شوند. وقتی روپوشی باردار شد، میکروبها و ذره‌های آلوده در محیط پراکنده می‌شوند. چون کارکنان به طور پیوسته با روپوش تماس دارند، میکروبها در ضمن عمل یا جراحی به آسانی می‌توانند انتقال یابند.

✓ نکته واریسی ۱ شکل، پنج جفت صفحه را نشان می‌دهد: A، B و D صفحه‌های پلاستیکی باردار و C صفحه مسی است که از لحاظ الکتریکی خنثی است. نیروهای الکتروستاتیکی میان این جفت صفحه‌ها برای سه جفت نشان داده شده است. برای دو جفت صفحه باقیمانده، آیا صفحه‌ها یکدیگر را می‌ربایند یا می‌رانند؟

## ۱۷-۴ قانون کولن

اگر دو ذره باردار به نزدیکی یکدیگر آورده شوند، هریک بر دیگری نیرویی وارد می‌کند. اگر علامت بارهای ذره‌ها یکسان باشند، یکدیگر را می‌رانند (شکل ۱۷-۷ الف و ب) یعنی نیروی وارد به هر ذره در جهت دور شدن از ذره دیگر است، و اگر ذره‌ها بتوانند حرکت کنند، از یکدیگر دور می‌شوند. ولی اگر علامت بارهای ذره‌ها یکسان نباشد، یکدیگر را می‌ربایند (شکل ۱۷-۷ پ)، و اگر برای حرکت آزاد باشند، به یکدیگر نزدیک می‌شوند.



شکل ۱۷-۷ ذره‌های باردار یکدیگر را می‌رانند اگر علامت بار آنها یکسان باشد، (الف) هر دو مثبت، (ب) هر دو منفی، (پ) اگر علامت بار آنها یکسان نباشد یکدیگر را می‌ربایند. دانشجویان و مهندسان نوآوری نیروهای که اتمها را برای تشکیل مولکولها به

اگر ذره بارداری در داخل پوسته‌ای با بار یکنواخت قرار داشته باشد، هیچ نیروی الکتروستاتیکی خالصی از پوسته بر ذره وارد نمی‌شود.

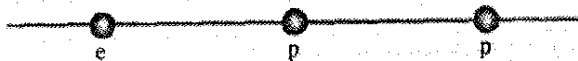
(در نخستین قضیه، فرض می‌کنیم که بار روی پوسته بسیار بزرگتر از بار ذره است. بنابراین، هر توزیع مجددی از بار روی پوسته را که ناشی از حضور بار ذره باشد می‌توان نادیده گرفت.)

### رساناهای کروی

اگر بار اضافی روی پوسته‌ای کروی که از ماده‌ای رسانا ساخته شده است قرار گیرد، آن بار اضافی به طور یکنواخت روی سطح (خارجی) پخش می‌شود. مثلاً، اگر الکترونها اضافی را روی یک پوسته فلزی کروی قرار دهیم، آن الکترونها یکدیگر را می‌رانند و با دور شدن از هم، روی سطح کره آنقدر پخش می‌شوند تا اینکه به طور یکنواخت توزیع شوند. این نحوه توزیع بار، فاصله میان همه جفت الکترونها اضافی را بیشینه می‌کند. بنابر نخستین قضیه پوسته، پوسته یک بار خارجی را به گونه‌ای می‌رباید یا می‌راند که گویی همه بار اضافی روی پوسته در مرکز آن متمرکز شده است.

اگر بار منفی را از پوسته فلزی کروی برداریم، بار مثبت به جای مانده نیز به طور یکنواخت روی سطح پوسته پخش می‌شود. مثلاً اگر  $n$  الکترون را برداریم، آنگاه  $n$  جایگاه بار مثبت (جایگاه‌های نبود الکترون) به طور یکنواخت روی پوسته پخش می‌شوند. بنابر نخستین قضیه پوسته، دوباره پوسته یک بار خارجی را به گونه‌ای می‌رباید یا می‌راند که گویی همه بار اضافی پوسته در مرکز آن متمرکز شده است.

✓ **نکته وارسی ۲** شکل، در پروتون (با نماد  $p$ ) و یک الکترون (با نماد  $e$ ) را روی یک محور نشان می‌دهد. جهت (الف) نیروی الکتروستاتیکی وارد بر پروتون مرکزی ناشی از الکترون، (ب) نیروی الکتروستاتیکی وارد بر پروتون مرکزی ناشی از پروتون دیگر، و (پ) نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر پروتون مرکزی چیست؟



### مسئله نمونه ۱۷-۱ مهارت خود را تقویت کنید

(الف) شکل ۱۷-۹ دو ذره باردار مثبت را نشان می‌دهد که در مکانی روی محور  $x$  ثابت شده‌اند. بارها عبارت‌اند از  $q_1 = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$  و  $q_2 = 3.20 \times 10^{-19} \text{ C}$ ، و فاصله آنها

www.iran-maiaad.com

مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

یکدیگر پیوند می‌دهند، و نیروهایی که اتمها و مولکولها را برای تشکیل جامدها و مایعها به هم پیوند می‌دهند، توصیف می‌کند. یکای SI بار، کولن است. به دلایل عملی که به دقت اندازه‌گیریها مربوط می‌شود، یکای کولن از یکای SI/آمپر برای جریان الکتریکی  $i$  به دست آمده است. جریان، آهنگ  $dq/dt$  است که با آن بار از یک نقطه یا یک ناحیه می‌گذرد. در فصل ۲۲، جریان را به تفصیل بررسی خواهیم کرد. تا آن موقع از رابطه

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (\text{جریان الکتریکی}) \quad (3-17)$$

استفاده می‌کنیم که در آن  $i$  جریان (برحسب آمپر) و  $dq$  (برحسب کولن) مقدار باری است که از یک نقطه یا یک ناحیه در زمان  $dt$  (برحسب ثانیه) می‌گذرد. با مرتب کردن معادله ۳-۱۷ خواهیم داشت

$$1C = (1A)(1s)$$

به دلایل تاریخی (و برای اینکه بسیاری از فرمولهای دیگر را بسیار ساده می‌کنند)، ثابت الکتروستاتیک  $k$  در معادله ۱-۱۷ معمولاً به صورت  $1/4\pi\epsilon_0$  نوشته می‌شود. بنابراین، قانون کولن چنین می‌شود

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (\text{قانون کولن}) \quad (4-17)$$

ثابت‌های معادله‌های ۱-۱۷ و ۴-۱۷ مقدار زیر را دارد

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2 \quad (5-17)$$

کمیت  $\epsilon_0$  که ثابت گذردهی نامیده می‌شود، گاهی به طور جداگانه در معادله‌ها ظاهر می‌شود و مقدار آن برابر است با  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N.m}^2$  (۶-۱۷)

بازهم تشابه دیگری میان نیروی گرانشی و نیروی الکتروستاتیکی وجود دارد و آن این است که هر دو از اصل برهم‌نهی پیروی می‌کنند. اگر  $n$  ذره باردار داشته باشیم، آنها به صورت جفت‌هایی به طور مستقل بر هم کنش می‌کنند و نیروی وارد بر یکی از آنها، مثلاً ذره ۱، با جمع برداری زیر داده می‌شود

$$\vec{F}_{1,\text{net}} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} + \dots + \vec{F}_{1n} \quad (7-17)$$

که در آن، برای مثال،  $\vec{F}_{12}$  نیروی وارد بر ذره ۱ ناشی از حضور ذره ۲ است. فرمول مشابهی برای نیروی گرانشی برقرار است. و آخر اینکه، قضیه پوسته که آن را در مطالعه گرانش بسیار سودمند یافتیم قیاسهایی در الکتروستاتیک دارد:

پوسته‌ای با بار یکنواخت، ذره‌ای باردار را که در خارج پوسته قرار دارد به گونه‌ای می‌رباید یا می‌راند که گویی بار پوسته در مرکز آن متمرکز شده است.



۱ برابر با  $\frac{3}{4}R$  است. نیروی الکتروستاتیکی خالص  $\vec{F}_{1,net}$  وارد بر ذره ۱ ناشی از ذره‌های ۲ و ۳ چقدر است؟

**نکته کلیدی** حضور ذره ۳، نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذره ۱ از سوی ذره ۲ را تغییر نمی‌دهد. بنابراین، نیروی  $\vec{F}_{12}$  هنوز بر ذره ۱ اثر می‌کند. به همین ترتیب، نیروی  $\vec{F}_{12}$  که از سوی ذره ۳ بر ذره ۱ اثر می‌کند، تحت تأثیر حضور ذره ۲ قرار نمی‌گیرد. چون ذره‌های ۱ و ۳ بارهایی با علامت مخالف دارند، ذره ۱ به سوی ذره ۳ ریزه می‌شود. بنابراین، نیروی  $\vec{F}_{13}$  همان گونه که در نمودار جسم-آزاد شکل ۹-۱۷ نشان داده شده است، به سوی ذره ۳ است.

سه ذره برای یافتن بزرگی  $\vec{F}_{12}$ ، معادله ۴-۱۷ را می‌توانیم چنین بازنویسی کنیم

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{\left(\frac{3}{4}R\right)^2} \\ = (8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2) \\ \times \frac{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(3.20 \times 10^{-19} \text{ C})}{\left(\frac{3}{4}\right)^2 (0.0200 \text{ m})^2} \\ = 2.05 \times 10^{-22} \text{ N}$$

همچنین می‌توانیم  $\vec{F}_{12}$  را برحسب نمادگذاری بردار یک‌ه بنویسیم

$\vec{F}_{12} = (2.05 \times 10^{-22} \text{ N})\hat{i}$   
نیروی خالص  $\vec{F}_{1,net}$  وارد بر ذره ۱ برابر با جمع برداری  $\vec{F}_{12}$  و  $\vec{F}_{13}$  است؛ یعنی از معادله ۷-۱۷، می‌توانیم نیروی خالص  $\vec{F}_{1,net}$  وارد بر ذره ۱ را برحسب نمادگذاری بردارهای یک‌ه چنین بنویسیم

$$\vec{F}_{1,net} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} \\ = -(1.15 \times 10^{-22} \text{ N})\hat{i} + (2.05 \times 10^{-22} \text{ N})\hat{i} \\ = (9.00 \times 10^{-23} \text{ N})\hat{i} \quad (\text{پاسخ})$$

بنابراین،  $\vec{F}_{1,net}$  بزرگی و جهت (نسبت به سوی مثبت محور  $x$ ) زیر را دارد

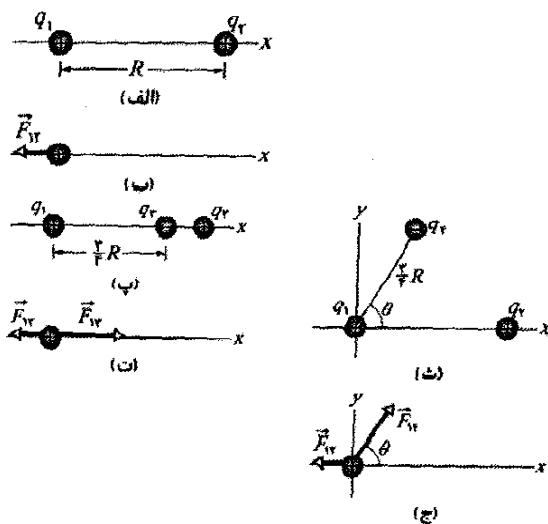
$$9.00 \times 10^{-23} \text{ N} \text{ و } 0^\circ \quad (\text{پاسخ})$$

(پ) شکل ۹-۱۷ ج مشابه شکل ۸-۱۷ الف است با این تفاوت که اکنون ذره ۴ را نیز شامل می‌شود. بار این ذره  $q_4 = -3.20 \times 10^{-19} \text{ C}$  است و به فاصله  $\frac{3}{4}R$  از ذره ۱ روی خطی که با محور  $x$  زاویه  $\theta = 60^\circ$  می‌سازد، قرار دارد. نیروی الکتروستاتیکی خالص  $\vec{F}_{1,net}$  که از سوی ذره‌های ۲ و ۴ بر ذره ۱ وارد می‌شود، چقدر است؟

$R = 0.0200 \text{ m}$  است. بزرگی و جهت نیروی الکتروستاتیکی  $\vec{F}_{12}$  وارد بر ذره ۱ از طرف ذره ۲ چیست؟

**نکته‌های کلیدی** چون هر دو ذره بار مثبت دارند، ذره ۱ توسط ذره ۲ با نیرویی که بزرگی آن با معادله ۴-۱۷ داده می‌شود، رانده می‌شود. بنابراین، جهت نیروی  $\vec{F}_{12}$  وارد بر ذره ۱ به سوی دور شدن از ذره ۲، در جهت منفی محور  $x$  است، آنچنان که در نمودار جسم-آزاد شکل ۹-۱۷ ب نشان داده است. دو ذره با استفاده از معادله ۴-۱۷ که در آن به جای  $r$  فاصله  $R$  گذاشته شده است، می‌توانیم بزرگی  $F_{12}$  این نیرو را چنین بنویسیم

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{R^2} \\ = (8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2) \\ \times \frac{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(3.20 \times 10^{-19} \text{ C})}{(0.0200 \text{ m})^2} \\ = 1.15 \times 10^{-22} \text{ N} \\ \text{بنابراین، نیروی } \vec{F}_{12} \text{ بزرگی و جهت (نسبت به سوی مثبت محور } x \text{) زیر را دارد} \\ 1.15 \times 10^{-22} \text{ N و } 180^\circ \quad (\text{پاسخ})$$



شکل ۹-۱۷ الف و ب (الف) دو ذره باردار به بارهای  $q_1$  و  $q_2$  در مکانی روی محور  $x$  ثابت شده‌اند. (ب) نمودار جسم-آزاد ذره ۱، نیروی الکتروستاتیکی وارد بر آن از طرف ذره ۲ را نشان می‌دهد. (پ) ذره ۳ اضافه شده است. (ت) نمودار جسم-آزاد برای ذره ۱. (ث) ذره ۴ اضافه شده است. (ج) نمودار جسم-آزاد برای ذره ۱.

همچنین می‌توانیم  $\vec{F}_{12}$  را برحسب نمادگذاری بردار یک‌ه چنین بنویسیم

$$\vec{F}_{12} = -(1.15 \times 10^{-22} \text{ N})\hat{i} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) شکل ۹-۱۷ پ همان شکل ۹-۱۷ الف است با این تفاوت که اکنون ذره ۳ میان ذره‌های ۱ و ۲ روی محور  $x$  قرار دارد. بار ذره ۳ برابر  $q_3 = -3.20 \times 10^{-19} \text{ C}$  و فاصله آن از ذره ۱

**نکته کلیدی** نیروی خالص  $\vec{F}_{1,net}$  جمع برداری  $\vec{F}_{12}$  و نیروی جدید  $\vec{F}_{13}$  است که بر ذره ۱ از سوی ذره ۳ وارد می‌شود. چون ذره‌های ۱ و ۴ بارهایی با علامت مخالف دارند، ذره ۱ به سوی

$$= (2.05 \times 10^{-24} \text{ N})(\sin 60^\circ)$$

$$= 1.78 \times 10^{-24} \text{ N}$$

نیروی خالص  $\vec{F}_{1,\text{net}}$  دارای بزرگی زیر است

$$F_{1,\text{net}} = \sqrt{F_{1,\text{net},x}^2 + F_{1,\text{net},y}^2} = 1.78 \times 10^{-24} \text{ N} \quad (\text{پاسخ})$$

برای یافتن جهت  $\vec{F}_{1,\text{net}}$ ، در نظر می‌گیریم

$$\theta = \tan^{-1} \frac{F_{1,\text{net},x}}{F_{1,\text{net},y}} = -86/5^\circ$$

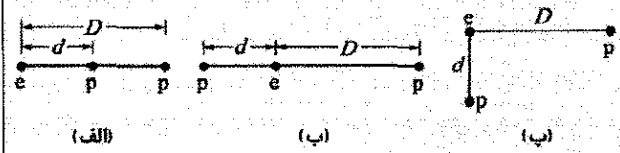
ولی، این نتیجه‌ای نامعقول است، زیرا جهت  $\vec{F}_{1,\text{net}}$  باید

میان جهت‌های  $\vec{F}_{1r}$  و  $\vec{F}_{1f}$  باشد. برای تصحیح  $\theta$ ، به  $180^\circ$  به آن

می‌افزاییم، به دست می‌آوریم

$$-86/5^\circ + 180^\circ = 94/5^\circ \quad (\text{پاسخ})$$

✓ **نکته واریسی ۳** شکل، سه آرایش یک الکترون  $e$  و دو پروتون  $p$  را نشان می‌دهد. (الف) این آرایشها را بنا بر بزرگی نیروی الکتروستاتیک وارد بر الکترون از سوی پروتونها از بزرگ به کوچک مرتب کنید. (ب) در آرایش پ، آیا زاویه میان نیروی خالص وارد بر الکترون و خطی که با  $d$  نشان داده شده، کمتر از  $45^\circ$  است یا بیشتر از آن؟



## تدبیرهای حل مسئله

### تدبیر ۱: نمادهای نمایش دهنده بار

در اینجا یک راهنمایی کلی برای نمادهای نمایش دهنده بار ارائه می‌شود. اگر نماد  $q$ ، با شاخص پایین یا بدون آن، در عبارتی به کار برده شود، هرگاه هیچ علامت الکتریکی مشخص نشده باشد، بار می‌تواند مثبت یا منفی باشد. بعضی وقتها علامت به روشنی با نماد  $+q$  یا  $-q$  نشان داده می‌شود.

وقتی بیش از یک جسم باردار در نظر گرفته شود، بارهای آنها ممکن است به صورت مضربی از بزرگی بار داده شود. به عنوان مثال، نماد  $+2q$  به معنی یک بار مثبت با بزرگی دو برابر بار مرجع  $q$ ، و نماد  $-3q$  به معنی یک بار منفی با بزرگی سه برابر بار مرجعی به بزرگی  $q$  است.

### مسئله نمونه ۱۷-۲

شکل ۱۷-۱۰ الف دو ذره را که در مکانی ثابت شده‌اند نشان

می‌دهد: یک ذره با بار  $+8q$  و  $q_1$  در مبدأ و ذره‌ای با بار

$-8q$  در  $x = L$ . در چه نقطه‌ای (غیر از بینهایت دور)

یک پروتون می‌تواند قرار داده شود به گونه‌ای که در تعادل

ذره ۴ ربنده می‌شود. بنابراین، نیروی  $\vec{F}_{1f}$  که بر ذره ۱ وارد می‌شود، همان گونه که در نمودار جسم-آزاد شکل ۱۷-۹ ج نشان داده شده، به سوی ذره ۴، با زاویه  $\theta = 60^\circ$  است.

چهار ذره، معادله ۱۷-۴ را می‌توانیم چنین بازنویسی کنیم

$$F_{1f} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_f|}{\left(\frac{3}{4}R\right)^2} = (8.99 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2)$$

$$\times \frac{(1/60 \times 10^{-19} \text{ C})(3/20 \times 10^{-19} \text{ C})}{\left(\frac{3}{4}\right)^2 (0.0200 \text{ m})^2} = 2.05 \times 10^{-24} \text{ N}$$

آنگاه از معادله ۱۷-۷ نیروی خالص  $\vec{F}_{1,\text{net}}$  وارد بر ذره ۱ را می‌توانیم چنین بنویسیم

$$\vec{F}_{1,\text{net}} = \vec{F}_{1r} + \vec{F}_{1f}$$

چون نیروهای  $\vec{F}_{1r}$  و  $\vec{F}_{1f}$  در امتداد محور یکسانی نیستند، نمی‌توانیم آنها را به سادگی با افزودن بزرگی‌هایشان، با هم جمع کنیم. به جای این، باید آنها را با استفاده از یکی از روشها به طور برداری جمع کنیم:

روش ۱. جمع کردن مستقیم با یک ماشین حساب که قادر به محاسبه‌های برداری است. به جای  $\vec{F}_{1r}$ ، بزرگی  $1.15 \times 10^{-24}$  و زاویه  $180^\circ$ ، و به جای  $\vec{F}_{1f}$  بزرگی  $2.05 \times 10^{-24}$  و زاویه  $60^\circ$  را وارد می‌کنیم. آنگاه بردارها را جمع می‌کنیم

روش ۲. جمع کردن برحسب نمادگذاری بردارهای یکه. نخست  $\vec{F}_{1f}$  را چنین بازنویسی می‌کنیم

$$\vec{F}_{1f} = (F_{1f} \cos \theta)\hat{i} + (F_{1f} \sin \theta)\hat{j}$$

که با قرار دادن  $2.05 \times 10^{-24} \text{ N}$  به جای  $F_{1f}$  و  $60^\circ$  به جای  $\theta$ ، داریم

$$\vec{F}_{1f} = (1.025 \times 10^{-24} \text{ N})\hat{i} + (1.775 \times 10^{-24} \text{ N})\hat{j}$$

آنگاه جمع می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{1,\text{net}} &= \vec{F}_{1r} + \vec{F}_{1f} \\ &= -(1.15 \times 10^{-24} \text{ N})\hat{i} \\ &\quad + (1.025 \times 10^{-24} \text{ N})\hat{i} + (1.775 \times 10^{-24} \text{ N})\hat{j} \\ &\approx (-1.25 \times 10^{-25} \text{ N})\hat{i} + (1.78 \times 10^{-24} \text{ N})\hat{j} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

روش ۳. جمع کردن محور به محور مؤلفه‌ها. جمع مؤلفه‌های  $x$  چنین به دست می‌دهد

$$F_{1,\text{net},x} = F_{1r,x} + F_{1f,x} = F_{1r} + F_{1f} \cos 60^\circ = -1.15 \times 10^{-24} \text{ N} + (2.05 \times 10^{-24} \text{ N})(\cos 60^\circ)$$

$$= -1.25 \times 10^{-25} \text{ N}$$

جمع مؤلفه‌های  $y$  چنین به دست می‌دهد

$$F_{1,\text{net},y} = F_{1r,y} + F_{1f,y} = 0 + F_{1f} \sin 60^\circ$$

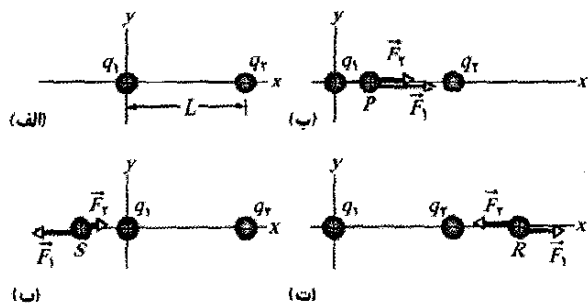
باشد (یعنی نیروی خالص وارد بر آن صفر باشد) آیا در تعادل پایدار است یا ناپایدار؟

$$\frac{x-L}{x} = \frac{1}{2}$$

که به دست می‌دهد

$$x = 2L$$

(پاسخ)



شکل ۱۰-۱۷ (الف) دو ذره باردار  $q_1$  و  $q_2$  در مکانی روی محور  $x$ ، به فاصله جدایی  $L$ ، ثابت شده‌اند. (ب) - (ت) سه مکان ممکن  $S$ ،  $P$  و  $R$  برای یک پروتون. در هر مکان، نیروی وارد بر پروتون از سوی ذره ۱ و  $\vec{F}_2$  نیروی وارد بر پروتون از سوی ذره ۲ است.

تعادل در  $x=2L$  ناپایدار است؛ یعنی، اگر پروتون از نقطه  $R$  به سمت چپ جابه‌جا شود، آنگاه  $F_1$  و  $F_2$  هر دو افزایش می‌یابند ولی افزایش  $F_2$  بیشتر است (زیرا  $q_2$  از  $q_1$  نزدیکتر است)، و در نتیجه یک نیروی خالص، پروتون را بیشتر به سمت چپ خواهد راند. اگر پروتون به سمت راست جابه‌جا شود، هم  $F_1$  و هم  $F_2$  کاهش می‌یابند ولی کاهش  $F_2$  بیشتر است و نیروی خالص، پروتون را بیشتر به سمت راست می‌راند. در تعادل پایدار، اگر پروتون به میزان اندکی جابه‌جا شود، دوباره به مکان تعادل باز می‌گردد.

## تدبیرهای حل مسئله

### تدبیر ۲: ترسیم بردارهای نیروی الکتروستاتیکی

هرگاه نموداری از ذره‌های باردار، از قبیل شکل ۱۰-۱۷ الف، به شما داده شده و خواسته شود که نیروی الکتروستاتیکی وارد بر آنها را به دست آورید، شما معمولاً باید یک نمودار جسم-آزاد، مانند شکل ۱۰-۱۷ ب، رسم کنید که فقط نشان دهنده ذره مورد نظر و نیروهای وارد بر آن باشد. اگر، به جای این، بخواهید تمام نیروهای وارد بر ذره‌ها را روی یک نمودار روی هم نشان دهید، باید مطمئن شوید که بردارهای نیرو را با ابتدای آنها (ترجیحاً) یا انتهای آنها روی ذره مورد نظر رسم کنید. اگر بردارها را در جای دیگری در نمودار رسم کنید، دچار اشتباه می‌شوید - و اگر بردارها را روی ذره‌هایی که عامل نیروهای وارد بر ذره مورد نظرند رسم کنید، این اشتباه قطعی خواهد بود.

### مسئله نمونه ۱۷-۳

در شکل ۱۱-۱۷ الف، دو کره رسانای الکتریکی منزوی و یکسان  $A$  و  $B$  به فاصله (مرکز به مرکز)  $a$  از یکدیگر قرار دارند

**نکته کلیدی** اگر  $\vec{F}_1$  نیروی وارد بر پروتون از سوی بار  $q_1$  و  $\vec{F}_2$  نیروی وارد بر پروتون از سوی بار  $q_2$  باشد، آنگاه نقطه‌ای که در پی آن هستیم جایی است که در آن  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$  باشد. بنابراین

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad (۱۷-۸)$$

این حاکی از آن است که در نقطه مورد نظر ما، بزرگی نیروهای وارد بر پروتون از سوی دو ذره دیگر باید با هم برابر باشند

$$F_1 = F_2 \quad (۱۷-۹)$$

و این نیروها باید جهت‌های مخالفی داشته باشند.

**استدلال:** چون بار پروتون مثبت است، پروتون و ذره با بار  $q_1$  علامت یکسانی دارند، و نیروی  $\vec{F}_1$  وارد بر پروتون باید از سوی  $q_1$  دور شده باشد. همچنین، پروتون و ذره با بار  $q_2$  علامت‌های مخالف دارند و از این رو نیروی  $\vec{F}_2$  وارد بر پروتون باید به سوی  $q_2$  باشد. "از سوی  $q_1$ " و "به سوی  $q_2$ " تنها در صورتی که پروتون روی محور  $x$  واقع باشد، می‌توانند در خلاف جهت یکدیگر باشند.

اگر پروتون در هر نقطه‌ای میان  $q_1$  و  $q_2$  روی محور  $x$  واقع باشد، مثل نقطه  $P$  در شکل ۱۰-۱۷ ب، آنگاه لازم است که  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  در یک جهت باشند، نه در جهت‌های مخالف. اگر پروتون در هر نقطه‌ای در سمت چپ  $q_1$  روی محور  $x$  واقع باشد، مثل نقطه  $S$  در شکل ۱۰-۱۷ ب، آنگاه  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  در خلاف جهت یکدیگرند. ولی معادله ۱۷-۴ حاکی از آن است که  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  نمی‌توانند بزرگیهای یکسانی در آنجا داشته باشند:  $F_1$  باید بزرگتر از  $F_2$  باشد، زیرا  $F_1$  توسط باری نزدیکتر (با  $r$  کمتر) با بزرگی بیشتر ( $8q$  در برابر  $2q$ ) ایجاد شده است.

سرانجام، اگر پروتون در هر نقطه‌ای در سمت راست  $q_2$  روی محور  $x$  واقع باشد، مثل نقطه  $R$  در شکل ۱۰-۱۷ ت، آنگاه  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  دوباره در جهت‌های مخالف هم خواهند بود. ولی، چون حالا بار با بزرگی بیشتر ( $q_1$ ) نسبت به بار با بزرگی کمتر ( $q_2$ ) دورتر از پروتون است، نقطه‌ای وجود دارد که در آنجا  $F_1$  با  $F_2$  برابر است. فرض کنیم  $x$  مختصه این نقطه و  $q_p$  بار پروتون باشد، آنگاه به کمک معادله ۱۷-۴، معادله ۱۰-۱۷ را می‌توان چنین بازنویسی کرد

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{8qq_p}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qq_p}{(x-L)^2} \quad (۱۰-۱۷)$$

(توجه کنید که فقط بزرگیهای بار در معادله ۱۰-۱۷ ظاهر می‌شود.) با مرتب کردن دوباره معادله ۱۰-۱۷ خواهیم داشت

$$\left(\frac{x-L}{x}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

پس از گرفتن ریشه مربعی از دو طرف داریم

کره‌ها، که اکنون بار مثبت دارند، یکدیگر را می‌رانند.

(ب) حال فرض کنید کره  $A$  به طور لحظه‌ای به زمین وصل و سپس اتصال به زمین آن برداشته شود. اکنون نیروی الکتروستاتیکی بین کره‌ها چقدر است؟

**استدلال:** وقتی بین جسم باردار و زمین (که رسانای عظیمی است) مسیر رسانایی برقرار کنیم، جسم خنثی می‌شود. اگر کره  $A$  بار منفی داشته باشد، رانش متقابل الکترونها اضافی باعث می‌شود که آنها از کره به زمین حرکت کنند. ولی چون کره  $A$  بار مثبت دارد، الکترون‌ها با بار کل  $-Q/2$  از زمین به کره می‌آیند (شکل ۱۱-۱۷ ت) و بار آن صفر می‌شود (شکل ۱۱-۱۷ ث). بنابراین، (دوباره) هیچ نیروی الکتروستاتیکی بین دو کره وجود ندارد.

## ۱۷-۵ بار کوانتیده است

در زمان بنیامین فرانکلین، بار الکتریکی به صورت یک شاره پیوسته تصور می‌شد- نظری که برای بسیاری موارد سودمند بود. ولی امروزه می‌دانیم که خود شاره‌ها، مانند هوا و آب، پیوسته نیستند بلکه از اتم‌ها و مولکول‌ها ساخته شده‌اند؛ ماده گسسته است. آزمایش نشان می‌دهد که «شاره الکتریکی» نیز پیوسته نیست، بلکه از مضربهایی از یک بار بنیادی معین تشکیل شده است. هر بار مثبت یا منفی  $q$  را که بشود آشکار سازی کرد می‌توان به صورت زیر نوشت

$$q = ne, \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (11-17)$$

که در آن  $e$ ، بار بنیادی است و مقدار تقریبی زیر را دارد

$$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (12-17)$$

بار بنیادی  $e$  یکی از مهمترین ثابتهای طبیعت است. هم الکترون و هم پروتون باری به بزرگی  $e$  دارند (جدول ۱۱-۱۷). (کوآرکها، ذره‌های سازنده پروتون‌ها و نوترون‌ها، بارهای  $\pm e/3$  یا  $\pm 2e/3$  دارند، ولی ظاهراً آنها را نمی‌توان به صورت منفرد آشکار سازی کرد. به همین دلیل و به دلایل تاریخی، بار آنها را بار بنیادی در نظر نمی‌گیرند.)

شما اغلب با عبارتهایی- از قبیل «بار روی کره»، «مقدار بار منتقل شده» و «باری که توسط الکترون حمل شده است»- مواجه می‌شوید که اشاره بر آن دارند که بار، یک ماده است. (در واقع، به چنین عبارتهایی قبلاً در این فصل برخورد کرده‌اید). ولی، باید منظور از آن را به خاطر بسپارید: ذره‌ها ماده هستند و بار درست مانند جرم، یکی از ویژگیهای آن است.

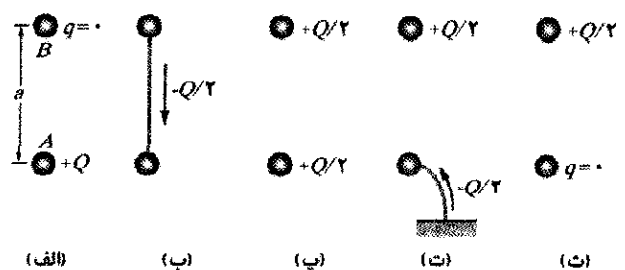
وقتی یک کمیت فیزیکی از قبیل بار بتواند فقط مقدارهای گسسته‌ای را به جای هر مقدار دارا باشد، می‌گوییم آن کمیت کوانتیده است. برای مثال، ممکن است ذره‌ای را پیدا کرد که هیچ باری نداشته باشد یا بار آن  $10e$  یا  $-6e$  باشد، ولی هیچ ذره‌ای با بار، مثلاً،  $3/57e$  یافت نمی‌شود.

که در مقایسه با کره‌ها بزرگ است. کره  $A$  دارای بار  $+Q$ ، و کره  $B$  از لحاظ الکتریکی خنثی است. در ابتدا، هیچ نیروی الکتروستاتیکی بین کره‌ها وجود ندارد. (فرض کنید به دلیل فاصله زیاد میان کره‌ها، هیچ بار القا شده‌ای روی آنها وجود ندارد.)

(الف) فرض کنید که کره‌ها برای لحظه‌ای توسط یک سیم رسانا به هم متصل شوند. سیم به حد کافی نازک است، به گونه‌ای که هر بار خالصی روی آن قابل چشم‌پوشی است. پس از برداشتن سیم، نیروی الکتروستاتیکی بین کره‌ها چقدر است؟

**نکته‌های کلیدی** (۱) چون کره‌ها یکسان هستند، اتصال آنها بدین معناست که در پایان بار یکسانی خواهند داشت (از نظر علامت و اندازه). (۲) مجموع اولیه بارها (با در نظر گرفتن علامت آنها) باید برابر با مجموع نهایی بارها باشد.

**استدلال:** وقتی کره‌ها با سیم به یکدیگر وصل شوند، الکترونهای رسانشی (منفی) روی کره  $B$ ، که همواره یکدیگر را می‌رانند، راهی برای بیشتر دور شدن از یکدیگر دارند (در طول سیم به سوی کره باردار مثبت  $A$  که آنها را می‌رباید، شکل



شکل ۱۱-۱۷ دو کره رسانای کوچک  $A$  و  $B$ . (الف) در ابتدا به کره  $A$  بار مثبت داده می‌شود. (ب) بار منفی از طریق یک سیم رابط از  $B$  به  $A$  منتقل می‌شود. (پ) سپس هر دو کره دارای بار مثبت می‌شوند. (ت) بار منفی از طریق سیم متصل به زمین، به کره  $A$  منتقل می‌شود. (ث) در این حالت کره  $A$  خنثی است.

۱۱-۱۷ ب). وقتی کره  $B$  بار منفی از دست می‌دهد، به طور مثبت باردار می‌شود، و وقتی کره  $A$  بار منفی به دست می‌آورد، بار مثبت آن کمتر می‌شود. هنگامی که بار اضافی روی  $B$  تا  $+Q/2$  افزایش و بار اضافی روی  $A$  تا  $+Q/2$  کاهش یافت، انتقال بار متوقف می‌شود. این وضعیت هنگامی رخ می‌دهد که بار  $-Q/2$  از طریق سیم از  $B$  به  $A$  انتقال یافته باشد.

پس از آنکه سیم برداشته شود (شکل ۱۱-۱۷ پ)، می‌توانیم فرض کنیم که بار روی هر یک از کره‌ها توزیع یکنواخت بار روی کره دیگر را تغییر نمی‌دهد، زیرا کره‌ها نسبت به فاصله آنها کوچک‌اند. بنابراین، می‌توانیم نخستین قضیه پسته را برای هر یک از کره‌ها به کار ببریم. بنا بر معادله ۱۷-۴ به ازای  $q_1 = q_2 = Q/2$  و  $r = a$ ، بزرگی نیروی الکتروستاتیکی میان کره‌ها برابر است با

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Q/2)(Q/2)}{a^2} = \frac{1}{16\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{a}\right)^2 \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) بزرگی نیروی گرانشی میان همین دو پروتون چقدر است؟

**نکته کلیدی** چون پروتونها، ذره هستند بزرگی نیروی گرانشی وارد بر یکی از طرف دیگری با قانون نیوتون برای نیروی گرانشی (معادله ۱۷-۲) داده می‌شود.

محاسبه: به ازای  $m_p = (1/67 \times 10^{-27} \text{ kg})$  که جرم یک پروتون را نشان می‌دهد، معادله ۱۷-۲ چنین به دست می‌دهد

$$F = G \frac{m_p^2}{r^2} = \frac{(6/67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2)(1/67 \times 10^{-27} \text{ kg})^2}{(4/0 \times 10^{-16} \text{ m})^2} = 1/2 \times 10^{-35} \text{ N} \quad (\text{پاسخ})$$

**ضعیف در مقابل قوی:** این نتیجه حاکی از آن است که نیروی (جاذبه) گرانشی بسیار ضعیفتر از آن است که با نیروهای دافعه الکتروستاتیکی میان پروتونها در یک هسته مقابله کند. به جای این، پروتونها با نیرویی بسیار بزرگ به یکدیگر مقید شده‌اند که نیروی هسته‌ای قوی نامیده می‌شود. نیرویی که بین پروتونها (و نوترونها) هنگامی که در نزدیکی یکدیگر، مثلاً در یک هسته، قرار دارند عمل می‌کند.

اگر چه نیروی گرانشی به مراتب ضعیفتر از نیروی الکتروستاتیکی است، ولی در وضعیتهای بزرگ- مقیاس مهم‌تر است، زیرا همواره به صورت جاذبه است. یعنی، این نیرو می‌تواند بسیاری از اجسام کوچک را به صورت اجسام بزرگ با جرمهای بزرگ، از قبیل سیاره‌ها و ستاره‌ها، که نیروهای گرانشی بزرگی اعمال می‌کنند، گرد هم آورد. از طرف دیگر، نیروی الکتروستاتیکی برای بارهای هم علامت دافعه است و در نتیجه نمی‌تواند بارهای مثبت یا بارهای منفی را به صورتی متمرکز کند که بتوانند به هم نیروی الکتروستاتیکی بزرگی وارد کنند.

## ۱۷-۶ بار الکتریکی پایسته است

اگر یک میله شیشه‌ای را با ابریشم مالش دهید، بار مثبتی در میله ظاهر می‌شود. اندازه‌گیرها نشان می‌دهد که در ابریشم نیز باری منفی به همان بزرگی ظاهر می‌شود. این اشاره بر آن دارد که مالش باری ایجاد نمی‌کند، بلکه فقط آن را از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌کند و بدین ترتیب خشی بودن الکتریکی جسم را در حین این فرایند برهم می‌زند. این فرضیه پایستگی بار که نخستین بار توسط بنیامین فرانکلین پیشنهاد شد، هم برای اجسام باردار بزرگ- مقیاس و هم برای اتمها، هسته‌ها، و ذره‌های بنیادی با بررسیهای دقیقی مورد تأیید قرار گرفته و هیچ استثنایی تاکنون یافت نشده است. بنابراین، بار الکتریکی را نیز به فهرست کمتهایی که از قانون پایستگی پیروی می‌کنند-

کوانتوم بار کوچک است. برای مثال در یک لامپ  $100 \text{ W}$  معمولی، حدود  $10^{19}$  ذره بنیادی در هر ثانیه وارد لامپ می‌شوند و درست به همین مقدار، آن را ترک می‌کنند. البته ذره‌ای بودن الکتریسته را نمی‌توان در چنین پدیده‌های بزرگ- مقیاسی مشاهده کرد. (لامپ به ازای هر الکترون سوسو نمی‌زند)، درست همان‌طور که نمی‌توانید مولکولهای مجزای آب را با دست خود حس کنید.

### جدول ۱۷-۱

بارهای سه ذره

ذره	نماد	بار
الکترون	$e$ یا $\bar{e}$	$-e$
پروتون	$p$	$+e$
نوترون	$n$	$0$

**نکته وارسی ۴** در ابتدا، کره  $A$  دارای باری برابر با  $50e$  و کره  $B$  دارای باری برابر با  $+20e$  است. کره‌ها از مادهٔ رسانایی ساخته شده‌اند و اندازهٔ آنها یکسان است. اگر کره‌ها را با هم تماس دهیم، بار نهایی روی کره  $A$  چقدر می‌شود؟

### مسئله نمونه ۱۷-۲

هستهٔ اتم آهن با شعاع تقریبی  $4/0 \times 10^{-16} \text{ m}$  دارای ۲۶ پروتون است.

(الف) بزرگی نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی میان دو پروتون به فاصلهٔ  $4/0 \times 10^{-16} \text{ m}$  چقدر است؟

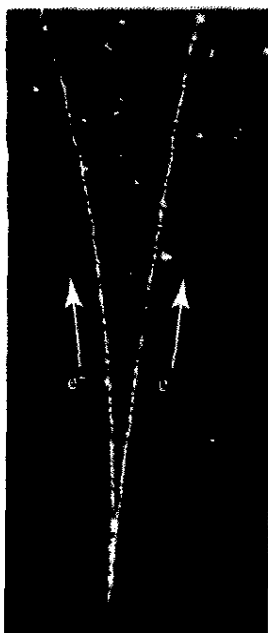
**نکته کلیدی** پروتونها را می‌توان به صورت ذره‌های باردار در نظر گرفت، به گونه‌ای که بزرگی نیروی الکتروستاتیکی وارد بر یکی از طرف دیگری با قانون کولن داده می‌شود.

محاسبه: جدول ۱۷-۱ نشان می‌دهد که بار یک پروتون برابر با  $+e$  است؛ بنابراین، معادله ۱۷-۴ چنین به دست می‌دهد

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{(8/99 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2)(1/602 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(4/0 \times 10^{-16} \text{ m})^2} = 14 \text{ N} \quad (\text{پاسخ})$$

منفجر نمی‌شود: این نیرو برای تأثیر بر یک جسم ماکروسکوپی مانند طالبی، کوچک است ولی برای تأثیر بر یک پروتون، مقدار بسیار بزرگی است. چنین نیروهایی باید هستهٔ هر عنصری به جز هیدروژن را (که فقط یک پروتون در هسته دارد) از هم بپاشند، ولی حتی هسته‌هایی با تعداد بسیار زیادی پروتون نیز از هم نمی‌پاشند. بنابراین، برای مقابله با این نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی بسیار بزرگ، باید نیروی جاذبهٔ بسیار بزرگی وجود داشته باشد.





شکل ۱۷-۱۲ عکسی از رد جابیهایی که در یک اتاقک حباب توسط یک الکترون و یک پوزیترون بر جای مانده است. این جفت ذره توسط پرتو گامایی که مستقیماً از پایین وارد اتاقک شده است، تولید شده‌اند. با توجه به اینکه پرتو گاما از لحاظ الکتریکی خنثی است، مانند الکترون یا پوزیترون ردی از جابیها را در امتداد مسیر خود ایجاد نکرده است.

## بازنگری و خلاصه درس

**بار الکتریکی** قدرت بر هم کنش الکتریکی یک ذره با اجسام اطراف آن به بار الکتریکی ذره بستگی دارد که می‌تواند مثبت یا منفی باشد. بارهای هم‌علامت، یکدیگر را دفع و بارهای با علامت مخالف، یکدیگر را می‌ربایند. جسمی با مقدارهای مساوی از این دو نوع بار، از لحاظ الکتریکی خنثی است، و در صورت عدم توازن این دو نوع بار، از لحاظ الکتریکی باردار است.

**رساناها** موادی هستند که در آنها تعداد قابل توجهی از ذره‌های باردار (الکترونهای درون فلزها) آزادانه حرکت می‌کنند. ذره‌های باردار در نیمرساناها یا عایقها آزادانه حرکت نمی‌کنند.

**کولن و آمپر** یکای SI بار، کولن (C) است. این یکا برحسب یکای جریان، آمپر (A) تعریف شده است، که عبارت از باری است که از یک نقطه معین در ۱ ثانیه به هنگام عبور جریان ۱ آمپر از آن نقطه، می‌گذرد.

$$1\text{ C} = (1\text{ A})(1\text{ s})$$

این بر اساس رابطه میان جریان  $i$  و آهنگ  $dq/dt$  است که با آن بار از یک نقطه می‌گذرد

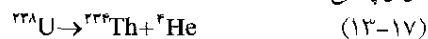
$$i = \frac{dq}{dt} \quad (\text{جریان الکتریکی})$$

(۳-۱۷)

www.iran-mavad.com

مرجع دانشجویان و مهندسی مواد

مثالهای مهم پایستگی بار در واپاشی پرتوزایی هسته‌ها بروز می‌کند، که در آن یک هسته تبدیل به نوع دیگری از هسته می‌شود. برای مثال، هسته اورانیوم-۲۳۸ ( $^{238}\text{U}$ ) با گسیل یک ذره آلفا به توریوم-۲۳۴ ( $^{234}\text{Th}$ ) تبدیل می‌شود. چون ساختار این ذره گسیل شده همان ساختار هسته هلیوم-۴ است، به صورت  $^4\text{He}$  نمایش داده می‌شود. عددی که در نام هسته‌ها و به صورت یک شاخص بالا در نماد هسته استفاده می‌شود، عدد جرمی نام دارد و برابر با عدد کل پروتونها و نوترونها در هسته است. برای مثال، عدد کل در  $^{238}\text{U}$  برابر با ۲۳۸ است. تعداد پروتونها در یک هسته عدد اتمی  $Z$  است که برای تمام عنصرها در پیوست ج فهرست شده است. از آن فهرست در می‌یابیم که در واپاشی



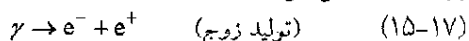
هسته مادر  $^{238}\text{U}$  شامل ۹۲ پروتون (با بار  $+92e$ )، هسته دختر  $^{234}\text{Th}$  شامل ۹۰ پروتون (با بار  $+90e$ )، و ذره آلفای گسیل شده  $^4\text{He}$  شامل ۲ پروتون (با بار  $+2e$ ) است. چنانچه ملاحظه می‌شود بار کل، پیش و پس از واپاشی برابر با  $+92e$  است؛ بنابراین بار پایسته است. (عدد کل پروتونها و نوترونها نیز پایسته است:  $238 = 234 + 4$ ) پس از واپاشی.

مثال دیگری از پایستگی بار هنگامی رخ می‌دهد که یک الکترون  $e^-$  (که بار آن  $-e$  است) و پاد ذره آن، پوزیترون  $e^+$  (که بار آن  $+e$  است)، دستخوش یک فرایند نابودی می‌گردند که در آن دو ذره به دو پرتو گاما (نور پر انرژی) تبدیل می‌شوند



هنگام به کار بردن اصل پایستگی بار باید بارها را به طور جبری و با در نظر گرفتن علامتهای آنها با هم جمع کنیم. بنابراین، در فرایند نابودی معادله ۱۷-۱۴، بار خالص دستگاه پیش و پس از فرایند برابر با صفر است. بار پایسته است.

در فرایند تولید زوج که وارون فرایند نابودی است نیز بار پایسته است. در این فرایند پرتو گاما به یک الکترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود



شکل ۱۷-۱۲ یک چنین فرایند تولید زوجی را که در یک اتاقک حباب رخ داده است، نشان می‌دهد. پرتو گاما از پایین وارد اتاقک شده و در نقطه‌ای به یک الکترون و یک پوزیترون تبدیل شده است. چون این ذره‌های جدید، باردار و در حال حرکت هستند، هر کدام ردی از جابیهای کوچک را بر جای گذاشته‌اند. (۱۵-۱۷) از این رو خمیده شده‌اند که یک میدان منطاطیسی در اتاقک برقرار است. پرتو گاما، که از لحاظ الکتریکی خنثی

است، هیچ ردی از خود به جای نگذاشته است. با این حال شما به دقت می‌توانید مکانی را که تولید زوج رخ داده است تعیین کنید- این مکان در نوک  $V$  خمیده، یعنی جایی است که ردهای الکترون و پوزیترون شروع می‌شوند.

**قانون کولن** **قانون کولن، نیروی الکتروستاتیکی میان بارهای الکتریکی کوچک (نقطه‌ای)  $q_1$  و  $q_2$  را که به حالت سکون (یا تقریباً ساکن) و به فاصله  $r$  از هم قرار گرفته‌اند، توصیف می‌کند**

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (\text{قانون کولن}) \quad (۴-۱۷)$$

که در اینجا  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N.m}^2$  ثابت گذردمی، و  $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8.99 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$  است.

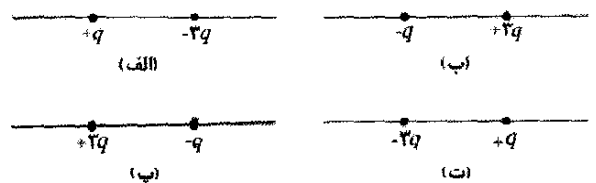
نیروی جاذبه یا دافعه میان بارهای نقطه‌ای در حال سکون، در امتداد خط واصل دو بار اثر می‌کند. اگر پیش از دو بار وجود داشته باشد، معادله ۴-۱۷ برای هر جفت بار برقرار است. آنگاه نیروی خالص وارد بر هر بار، با استفاده از اصل بر هم نهی به دست می‌آید که جمع برداری نیروهای وارد بر آن بار توسط نیروهای دیگر است.

دو قضیه پوسته الکتروستاتیک عبارت‌اند از  
پوسته‌ای با بار یکنواخت، ذره‌ای باردار را که در خارج پوسته قرار دارد به گونه‌ای جذب یا دفع می‌کند که گویی بار پوسته در مرکز آن متمرکز شده است.  
اگر ذره بارداری در داخل پوسته‌ای با بار یکنواخت قرار داشته باشد، هیچ نیروی الکتروستاتیکی خالصی از پوسته به ذره وارد نمی‌شود.

**بار بنیادی** بار الکتریکی **کوآئیده** است: هر باری را می‌توان به صورت  $ne$  نوشت، که در آن  $n$  یک ثابت مثبت یا منفی و  $e$  یک ثابت طبیعت به نام **بار بنیادی** ( $e \approx 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ ) است. بار الکتریکی پایسته است: بار خالص هر دستگاه منزوی نمی‌تواند تغییر کند.

## پرسشها

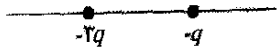
۱- شکل ۱۳-۱۷ چهار وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها ذره‌های باردار در مکانهایی روی یک محور ثابت شده‌اند. در کدام وضعیها نقطه‌ای در سمت چپ ذره‌ها وجود دارد که در آنجا الکترون در حال تعادل خواهد بود؟



شکل ۱۳-۱۷ پرسش ۱

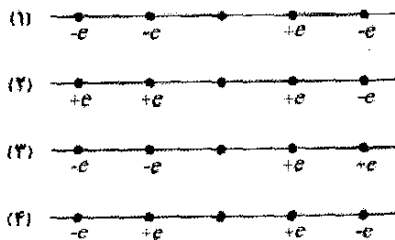
۲- شکل ۱۴-۱۷ دو ذره باردار را روی محوری نشان می‌دهد. بارها می‌توانند آزادانه حرکت کنند. ذره باردار سوم می‌تواند در

نقطه‌ای معین قرار گیرد به گونه‌ای که از آن پس، هر سه ذره در تعادل باشند. (الف) آیا این نقطه در سمت چپ دو ذره اول است یا سمت راست یا میان آنها؟ (ب) آیا بار ذره سوم باید مثبت باشد یا منفی؟ (پ) آیا تعادل پایدار است یا ناپایدار؟



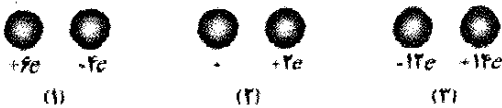
شکل ۱۴-۱۷ پرسش ۲

۳- شکل ۱۵-۱۷ چهار وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها پنج ذره باردار در فاصله‌های یکسانی در امتداد محوری قرار گرفته‌اند. مقدارهای بار بجز برای بار مرکزی در شکل نشان داده شده‌اند، که در هر چهار وضعیت بزرگی آنها یکسان است. وضعیها را بنابر بزرگی نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر بار مرکزی از بزرگ به کوچک مرتب کنید.



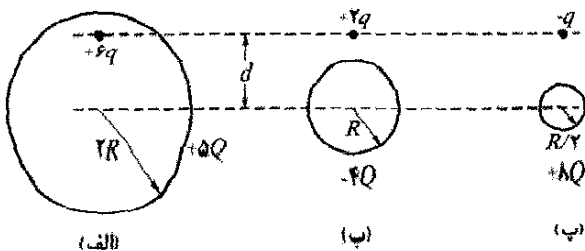
شکل ۱۵-۱۷ پرسش ۳

۴- شکل ۱۶-۱۷ سه جفت کره یکسان را نشان می‌دهد که می‌خواهیم آنها را به هم تماس دهیم و سپس از هم جدا کنیم. بارهای اولیه آنها در شکل مشخص شده‌اند. جفتها را بنا بر (الف) بزرگی بار منتقل شده در حین تماس و (ب) بار به جای مانده روی کره باردار مثبت، از بزرگ به کوچک مرتب کنید.



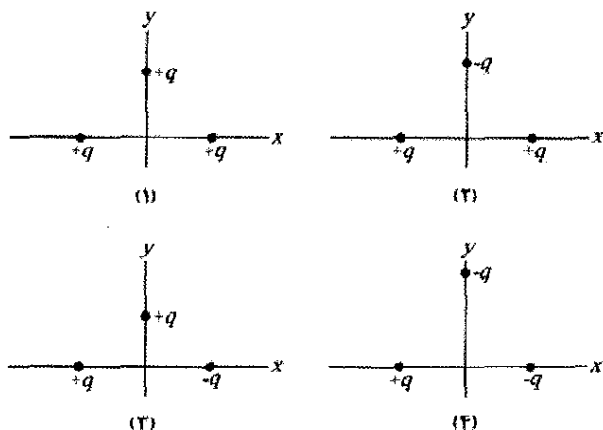
شکل ۱۶-۱۷ پرسش ۴

۵- شکل ۱۷-۱۷ سه وضعیت را که شامل یک ذره باردار و یک پوسته کروی باردار یکنواخت است نشان می‌دهد. بارها داده شده‌اند، و شعاعها روی شکل مشخص‌اند. وضعیها را بنا بر بزرگی نیروی وارد بر هر ذره ناشی از حضور پوسته، از بزرگ به کوچک مرتب کنید.



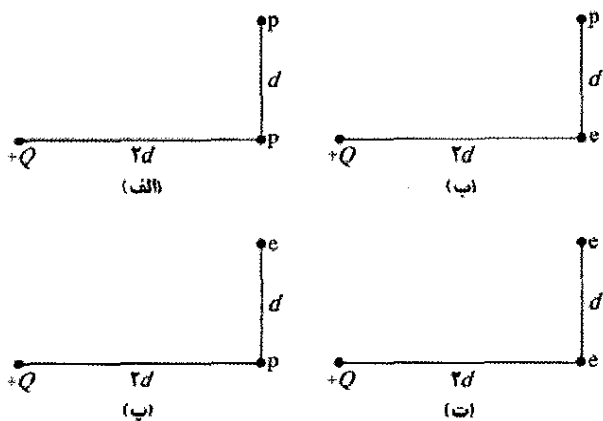
شکل ۱۷-۱۷ پرسش ۵

الکتروستاتیکی از سوی دو ذره دیگر وارد می‌شود. (الف) آیا بزرگیهای  $F$  این نیروها یکسان هستند یا متفاوت؟ (ب) آیا بزرگی نیروی خالص وارد بر ذره میانی برابر با  $2F$  است یا بزرگتر یا کوچکتر از آن است؟ (پ) آیا مؤلفه‌های  $x$  دو نیرو با هم جمع می‌شوند یا یکدیگر را از بین می‌برند؟ (ت) آیا مؤلفه‌های  $y$  آنها با هم جمع می‌شوند یا یکدیگر را از بین می‌برند؟ (ث) آیا جهت نیروی خالص وارد بر ذره میانی ناشی از مؤلفه‌هایی است که از بین می‌روند یا مؤلفه‌هایی که جمع می‌شوند؟ (ج) جهت این نیروی خالص چیست؟ اکنون بقیه وضعیتها را در نظر بگیرید: جهت نیروی خالص وارد بر ذره میانی در (چ) وضعیت ۲، (ح) وضعیت ۳، و (خ) وضعیت ۴ چیست؟ (در هر وضعیت، تقارن توزیع بار را در نظر بگیرید و مؤلفه‌هایی را که از بین می‌روند یا جمع می‌شوند مشخص کنید).



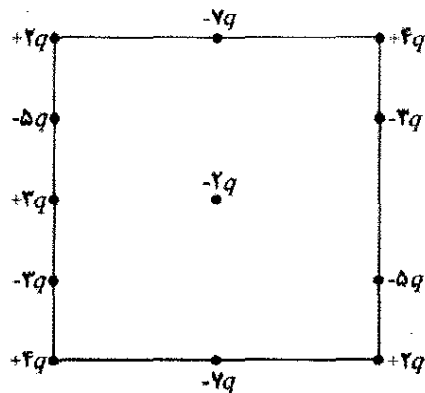
شکل ۱۷-۲۰ پرسش ۹

۱۰- شکل ۱۷-۲۱ چهار آرایش از ذره‌های باردار را نشان می‌دهد. این آرایشها را بنا بر بزرگی نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذره با بار  $+Q$  از بزرگ به کوچک مرتب کنید.



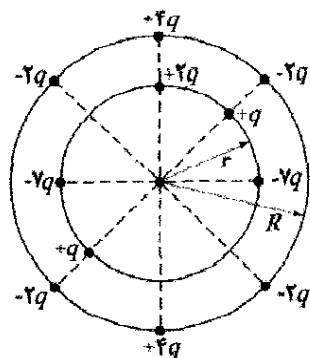
شکل ۱۷-۲۱ پرسش ۱۰

۶- در شکل ۱۷-۱۸، یک ذره مرکزی با بار  $-2q$  با آرایه‌ای مربعی از ذره‌های باردار که به فاصله‌های  $d$  یا  $d/2$  روی پیرامون مربعی قرار گرفته‌اند، احاطه شده است. بزرگی و جهت نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذره مرکزی از طرف سایر ذره‌ها چقدر است؟ (راهنمایی: در اینجا می‌توان با در نظر گرفتن تقارن به میزان زیادی محاسبه‌ها را کاهش داد).



شکل ۱۷-۱۸ پرسش ۶

۷- در شکل ۱۷-۱۹، یک ذره مرکزی با بار  $-q$  توسط دو حلقه دایره‌ای از ذره‌های باردار احاطه شده است. بزرگی و جهت نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذره مرکزی از طرف سایر ذره‌ها چقدر است؟ (راهنمایی: در اینجا می‌توان با در نظر گرفتن تقارن به میزان زیادی محاسبه‌ها را کاهش داد).



شکل ۱۷-۱۹ پرسش ۷

۸- یک گوی باردار مثبت به نزدیکی یک رسانای منزوی که از لحاظ الکتریکی خنثی است، آورده می‌شود. آنگاه رسانا در حالی که گوی نزدیک به آن نگه داشته شده است، به زمین متصل می‌شود. آیا رسانا در صورتی که (الف) گوی در ابتدا دور برده شده و سپس اتصال به زمین برداشته شود و (ب) در ابتدا اتصال به زمین برداشته شده و سپس دور برده شود، بار مثبت پیدا می‌کند یا منفی یا خنثی می‌شود؟

۹- شکل ۱۷-۲۰ چهار وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها ذره‌های باردار  $+q$  یا  $-q$  در جایی ثابت شده‌اند. در هر وضعیت، ذره‌های روی محور  $x$  فاصله یکسانی از محور  $y$  دارند. نخست، ذره میانی در وضعیت ۱ را در نظر بگیرید: به ذره میانی، نیرویی

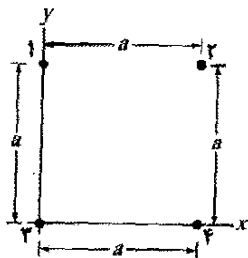
## مسئله‌ها

۵۰- از بار  $Q$  که در ابتدا روی کره کرچکی است، یک جزء ۴ به کره دیگری که در نزدیکی آن واقع است منتقل می‌شود. هر دو کره را می‌توان به صورت ذره در نظر گرفت. نیروی الکتروستاتیکی میان دو کره به ازای چه مقداری از  $q/Q$  بیشینه است؟ SSM ILW

۶۰- در ضربه برگشتی حاصل از تخلیه یک آذرخش نوعی، جریان  $A = 2.5 \times 10^{-4}$  به مدت  $20 \mu s$  به وجود می‌آید. در این رویداد چقدر بار منتقل می‌شود؟

۷۰۰- دو کره رسانای مشابه، که در جایی ثابت شده‌اند، هنگامی که فاصله جدایی مرکز به مرکز آنها برابر  $50.0 \text{ cm}$  است، با نیروی الکتروستاتیکی  $0.108 \text{ N}$  یکدیگر را می‌ریزند. سپس کره‌ها توسط سیم رسانای نازکی به هم متصل می‌شوند. وقتی که سیم برداشته شود، کره‌ها یکدیگر را با نیروی الکتروستاتیکی  $0.0360 \text{ N}$  می‌رانند. از بارهای اولیه روی کره‌ها، که مجموع آنها مقدار مثبتی است، (الف) چه مقدار بار منفی روی یکی از آنها و (ب) چه مقدار بار مثبت روی دیگری قرار داشته است؟ SSM WWW

۸۰۰- در شکل ۱۷-۲۳، چهار ذره مربعی را تشکیل داده‌اند. بارها عبارت‌اند از  $q_1 = q_2 = Q$  و  $q_3 = q_4 = q$ . (الف) اگر نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذره‌های ۱ و ۳ برابر صفر باشد، نسبت  $Q/q$  چقدر است؟ (ب) آیا هیچ مقداری از  $q$  وجود دارد که نیروی الکتروستاتیکی وارد بر هر چهار ذره را برابر صفر کند؟ توضیح دهید. GO



شکل ۱۷-۲۳ مسئله‌های ۸، ۹ و ۶۲.

۹۰۰- در شکل ۱۷-۲۳، بارها عبارت‌اند از  $q_1 = -q_2 = 100 \text{ nC}$  و  $q_3 = -q_4 = 200 \text{ nC}$  و فاصله بارها  $a = 5.0 \text{ cm}$  است. مؤلفه‌های (الف)  $x$  و (ب) نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذره ۳ چقدر است؟ ILW

۱۰۰۰- سه ذره روی  $x$  ثابت شده‌اند. ذره ۱ با بار  $q_1$  در  $x = -a$  و ذره ۲ با بار  $q_2$  در  $x = +a$  قرار دارند. نسبت  $q_1/q_2$  باید چقدر باشد تا در هنگامی که ذره ۳ با بار  $Q$  در (الف)  $x = +0.500a$  و (ب)  $x = +1/50a$  قرار دارد، نیروی الکتروستاتیکی وارد بر آن برابر با صفر باشد؟

۱۱۰۰- در شکل ۱۷-۲۴ سه ذره باردار روی محور  $x$  قرار دارند. ذره‌های ۱ و ۲ در مکان خود ثابت‌اند. ذره ۳ می‌تواند حرکت کند، ولی نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر آن از

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

••••• تعداد نقطه‌ها درجه دشواری بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرنده فیزیک و در [flyingcircusofphysics.com](http://www.flyingcircusofphysics.com) قابل دسترس است.

## بخش ۱۷-۲ قانون کولن

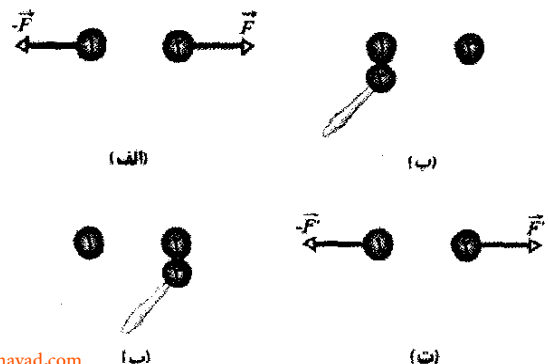
۱۰- برای آنکه بزرگی نیروی الکتروستاتیکی میان دو بار نقطه‌ای  $q_1 = 26.0 \mu C$  و  $q_2 = -47.0 \mu C$  برابر با  $5.70 \text{ N}$  باشد،

فاصله بین آنها باید چقدر باشد؟ SSM

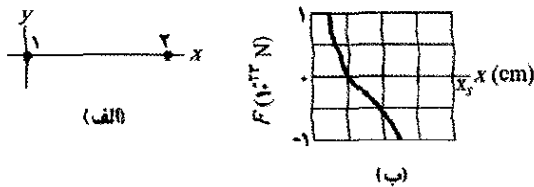
۲۰- دو ذره با بار یکسان در فاصله  $3.2 \times 10^{-2} \text{ m}$  از یکدیگر نگه داشته شده و سپس از حال سکون رها می‌شوند. مشاهده می‌شود که شتاب اولیه ذره اول  $7.0 \text{ m/s}^2$  و شتاب اولیه ذره دوم  $9.0 \text{ m/s}^2$  است. اگر جرم ذره اول  $6.3 \times 10^{-7} \text{ kg}$  باشد، (الف) جرم ذره دوم و (ب) بزرگی بار هر ذره چقدر است؟ ILW

۳۰- ذره‌ای با بار  $3.00 \times 10^{-6} \text{ C}$  در فاصله  $12.0 \text{ cm}$  از ذره دیگری با بار  $-1.50 \times 10^{-6} \text{ C}$  قرار دارد. بزرگی نیروی الکتروستاتیکی میان دو ذره را محاسبه کنید.

۴۰- کره‌های رسانای منزوی مشابه ۱ و ۲ بارهای یکسانی دارند و در فاصله‌ای از هم قرار گرفته‌اند که در مقایسه با قطر آنها زیاد است، (شکل ۱۷-۲۲ الف). نیروی الکتروستاتیکی که از سوی کره ۱ بر کره ۲ وارد می‌شود  $\vec{F}$  است. حال فرض کنید که کره مشابه سوم ۳، که دارای دستگیره‌ای عایق و در ابتدا خنثی است، نخست با کره ۱ (شکل ۱۷-۲۲ ب)، سپس با کره ۲ (شکل ۱۷-۲۲ پ) تماس پیدا کند، و سرانجام برداشته شود (شکل ۱۷-۲۲ ت). بزرگی نیروی الکتروستاتیکی  $F'$  که اینک بر کره ۲ وارد می‌شود چقدر است؟ نسبت  $F'/F$  چیست؟

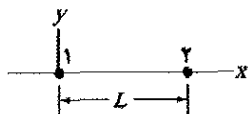


شکل ۱۷-۲۲ مسئله ۴



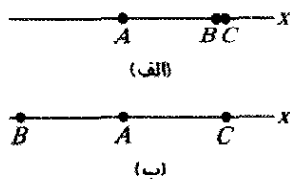
شکل ۱۷-۲۷ مسئله ۱۴

۱۵۰۰- در شکل ۱۷-۲۸، ذره ۱ با بار  $+1.0 \mu C$  و ذره ۲ با بار  $-3.0 \mu C$  به فاصله  $L = 10.0 \text{ cm}$  روی محور  $x$  ثابت شده‌اند. اگر ذره ۳ با بار نامعلوم  $q_3$  به گونه‌ای قرار داده شود که نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر آن از طرف ذره‌های ۱ و ۲ صفر باشد، مختصه (الف)  $x$  و (ب)  $y$  ذره ۳ باید چقدر باشد؟



شکل ۱۷-۲۸ مسئله‌های ۱۵، ۱۹، ۳۲، ۶۲ و ۶۹

۱۶۰۰- در شکل ۱۷-۲۹ الف، سه ذره باردار مثبت روی محور  $x$  ثابت شده‌اند. ذره‌های  $B$  و  $C$  به حدى به یکدیگر نزدیک‌اند که می‌توانیم فاصله آنها از ذره  $A$  را یکی بگیریم. نیروی خالص وارد بر ذره  $A$  از طرف ذره‌های  $B$  و  $C$  برابر با  $2.014 \times 10^{-12} \text{ N}$  و در جهت منفی محور  $x$  است. در شکل ۱۷-۲۹ ب، ذره  $B$  در طرف مخالف نسبت به  $A$  جابه‌جا شده است ولی هنوز در همان فاصله از  $A$  است. اکنون نیروی خالص وارد بر  $A$  برابر با  $2.877 \times 10^{-12} \text{ N}$  و در جهت منفی محور  $x$  است. نسبت  $q_C/q_B$  چقدر است؟



شکل ۱۷-۲۹ مسئله ۱۶

۱۷۰۰- بارها و مختصات دو ذره باردار که در صفحه  $xy$  ثابت شده‌اند عبارت‌اند از  $q_1 = +3.0 \mu C$ ،  $x_1 = 3/5 \text{ cm}$ ،  $q_2 = -4.0 \mu C$ ،  $x_2 = -2/5 \text{ cm}$ ،  $y_1 = 0/5 \text{ cm}$ ،  $y_2 = 1/5 \text{ cm}$  (الف) بزرگی و (ب) جهت نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذره ۲ از طرف ذره ۱ را بیابید. در چه مختصه (پ)  $x$  و (ت)  $y$  ذره سوم با بار  $q_3 = +4.0 \mu C$  باید قرار گیرد تا نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذره ۳ از طرف ذره‌های ۱ و ۲ صفر شود؟

۱۸۰۰- دو ذره روی محور  $x$  ثابت شده‌اند. ذره ۱ با بار  $4.0 \mu C$  در  $x = -2/5 \text{ cm}$ ، و ذره ۲ با بار  $Q$  در  $x = 3/5 \text{ cm}$  واقع‌اند. ذره ۳ که بزرگی بار آن  $2.0 \mu C$  است از حالت سکون روی محور  $y$  در  $y = 2/5 \text{ cm}$  رها می‌شود. اگر شتاب اولیه ذره ۳ در جهت مثبت (الف) محور  $x$  و (ب) محور  $y$  باشد، مقدار  $Q$

طرف ذره‌های ۱ و ۲ در جایی برابر صفر است. اگر  $L_{12} = L_{23}$  باشد؛ نسبت  $q_1/q_2$  چقدر است؟



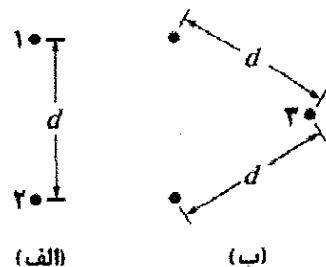
شکل ۱۷-۲۴ مسئله‌های ۱۱ و ۵۶

۱۲۰۰- شکل ۱۷-۲۵ چهار کره رسانای مشابه را نشان می‌دهد که در فاصله‌ای از یکدیگر قرار گرفته‌اند. کره  $W$  (با بار اولیه صفر) با کره  $A$  تماس داده شده و سپس از آن جدا می‌شود. پس از آن، کره  $W$  با کره  $B$  (با بار اولیه  $-32e$ ) تماس داده شده و سپس از آن جدا می‌شود. سرانجام، کره  $W$  با کره  $C$  (با بار اولیه  $+48e$ ) تماس داده شده و از آن جدا می‌شود. بار نهایی روی کره  $W$  برابر  $+18e$  است. بار اولیه روی کره  $A$  چقدر بوده است؟



شکل ۱۷-۲۵ مسئله ۱۲

۱۳۰۰- در شکل ۱۷-۲۶ الف، ذره‌های ۱ و ۲ هر کدام بار  $2.0 \mu C$  دارند و در فاصله  $d = 1/50 \text{ m}$  از یکدیگر ثابت شده‌اند. (الف) بزرگی نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذره ۱ ناشی از ذره ۲ چقدر است؟ در شکل ۱۷-۲۶ ب، ذره ۳ با بار  $2.0 \mu C$  به گونه‌ای قرار گرفته است که یک مثلث با ضلعهای مساوی ایجاد می‌شود. (ب) بزرگی نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذره ۱ ناشی از ذره‌های ۲ و ۳ چقدر است؟

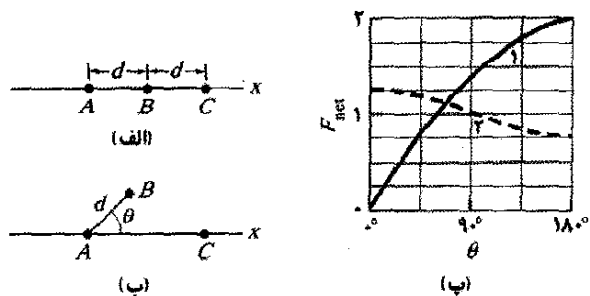


شکل ۱۷-۲۶ مسئله ۱۳

۱۴۰۰- در شکل ۱۷-۲۷ الف، ذره ۱ (با بار  $q_1$ ) و ذره ۲ (با بار  $q_2$ ) در مکانی روی محور  $x$  ثابت شده‌اند و از یکدیگر  $8.0 \text{ cm}$  فاصله دارند. می‌خواهیم ذره ۳ (با بار  $q_3 = +8.0 \times 10^{-19} \text{ C}$ ) به گونه‌ای روی خط میان ذره‌های ۱ و ۲ قرار گیرد که آنها نیروی الکتروستاتیکی خالص  $\vec{F}_{\text{net}}$  را بر آن وارد کنند. شکل ۱۷-۲۷ ب، مؤلفه  $x$  این نیرو را برحسب مختصه  $x$  مکانی که ذره ۳ در آن واقع شده است، نشان می‌دهد. مقیاس محور  $x$  با  $x_s = 8.0 \text{ cm}$  مشخص شده است. (الف) علامت بار  $q_1$  و (ب) نسبت  $q_2/q_1$  چیست؟



۱۹۰۰- در شکل ۱۷-۲۸، ذره ۱ با بار  $+q$  و ذره ۲ با بار  $+4/500g$  در فاصله  $L = 9/50 \text{ cm}$  روی محور  $x$  ثابت شده‌اند. اگر ذره ۳ با بار  $q_3$  به گونه‌ای قرار گیرد که سه ذره به هنگام رها شدن، در جای خود باقی بمانند (الف) مختصه  $x$  و (ب) مختصه  $y$  ذره ۳ و (پ) نسبت  $q_3/q$  باید چقدر باشد؟ SSM WWW



شکل ۱۷-۳۲ مسئله ۲۲

۲۳۰۰۰- یک پوسته کروی نارسانا، با شعاع درونی  $4/50 \text{ cm}$  و شعاع بیرونی  $6/50 \text{ cm}$  دارای باری است که به طور یکنواخت در حجم بین سطحهای درونی و بیرونی آن توزیع شده است. چگالی بار حجمی  $\rho$  یعنی، بار در واحد حجم دارای یکای کولن بر متر مکعب است. برای این پوسته  $\rho = b/r$ ، که در آن  $b$  فاصله برحسب متر از مرکز پوسته و  $b = 3/50 \mu\text{C/m}^2$  است. بار خالص موجود در پوسته چقدر است؟

### بخش ۱۷-۵ بار کوانتیده است

۲۴۰- اگر فاصله یونهای سدیم یک بار یونیده ( $\text{Na}^+$ ، با بار  $+e$ ) و کلر یک بار یونیده ( $\text{Cl}^-$ ، با بار  $-e$ ) در بلور نمک خوراکی  $2/82 \times 10^{-10} \text{ m}$  باشد، بزرگی نیروی الکتروستاتیکی میان این دو یون چقدر است؟

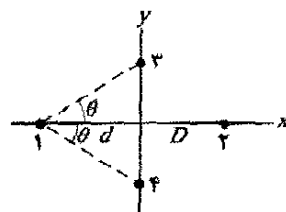
۲۵۰- بزرگی نیروی الکتروستاتیکی میان دو نوع یون مشابه که به فاصله  $5/0 \times 10^{-10} \text{ m}$  از هم قرار گرفته‌اند برابر با  $3/7 \times 10^{-9} \text{ N}$  است. (الف) بار هر یون چقدر است؟ (ب) هر یون چند الکترون "از دست داده" است؟ (بنابراین، بار این یون نامتوازن است). SSM

۲۶۰- عبور جریان  $0/300 \text{ A}$  از قفسه سینه می‌تواند باعث لرزش عضله قلب، بر هم زدن ضرب آهنگ عادی ضربان قلب و اختلال در جریان خون (و در نتیجه اکسیژن) به مغز شود. اگر این جریان به مدت  $2/00 \text{ min}$  تداوم یابد، چند الکترون رسانشی از قفسه سینه عبور خواهد کرد؟

۲۷۰- چند الکترون باید از یک سکه برداشته شود تا بار باقیمانده آن  $1/0 \times 10^{-9} \text{ C}$  شود؟ ILW

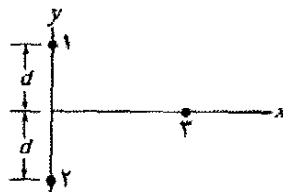
۲۸۰- فاصله مرکز به مرکز دو قطره آب کروی کوچک با بار یکسان  $1/00 \times 10^{-16} \text{ C}$ ، برابر با  $1/00 \text{ cm}$  است، (الف) بزرگی نیروی الکتروستاتیکی که بین آنها عمل می‌کند چقدر است؟ (ب) چند الکترون اضافی در هر قطره موجب نامتوازنی

۲۰۰۰۰- شکل ۱۷-۳۰ آرایشی از چهار ذره باردار را، با زاویه  $\theta = 30/50^\circ$  و فاصله  $d = 2/00 \text{ cm}$  نشان می‌دهد. بار ذره ۲ برابر با  $q_2 = +8/50 \times 10^{-19} \text{ C}$ ، و بار ذره‌های ۳ و ۴ برابر با  $q_3 = q_4 = -1/60 \times 10^{-19} \text{ C}$  است. (الف) اگر نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذره ۱ از طرف ذره‌های دیگر برابر صفر باشد، فاصله  $D$  میان مبدأ و ذره ۲ چقدر است؟ (ب) اگر ذره‌های ۳ و ۴ به محور  $x$  نزدیکتر شوند ولی تقارن آنها نسبت به این محور حفظ شود، آیا مقدار مورد نظر  $D$  بزرگتر از قسمت (الف) است یا کوچکتر یا مساوی با آن است؟



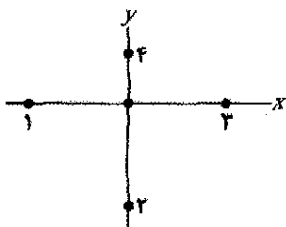
شکل ۱۷-۳۰ مسئله ۲۰

۲۱۰۰۰- در شکل ۱۷-۳۱، ذره‌های ۱ و ۲ با بار  $q_1 = q_2 = +3/20 \times 10^{-19} \text{ C}$  روی محور  $y$  به فاصله  $d = 17/50 \text{ cm}$  از مبدأ واقع‌اند. ذره ۳ با بار  $q_3 = +6/40 \times 10^{-19} \text{ C}$  از  $x = 0$  تا  $x = +5/50 \text{ cm}$  بتدریج حرکت می‌کند. به ازای چه مقدارهایی از  $x$  بزرگی نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذره سوم از طرف دو ذره دیگر (الف) کمینه و (ب) بیشینه است؟ این بزرگیهای (پ) کمینه و (ت) بیشینه چقدرند؟



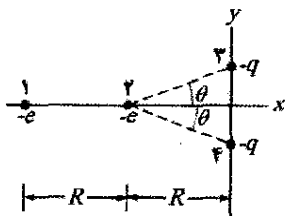
شکل ۱۷-۳۱ مسئله ۲۱

۲۲۰۰۰- شکل ۱۷-۳۲ الف آرایشی از سه ذره باردار به فاصله  $d$  را نشان می‌دهد. ذره‌های  $A$  و  $C$  روی محور  $x$  ثابت شده‌اند، ولی ذره  $B$  می‌تواند روی دایره‌ای به مرکز ذره  $A$  حرکت کند. در حین این حرکت، خط شعاعی میان  $A$  و  $B$  با جهت مثبت محور  $x$  زاویه  $\theta$  می‌سازد (شکل ۱۷-۳۲ ب). منحنیها در شکل ۱۷-۳۲ پ، برای دو وضعیت، بزرگی  $F_{\text{net}}$  نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذره  $A$  از طرف ذره‌های دیگر را نشان می‌دهند. این نیروی خالص برحسب تابعی از زاویه  $\theta$



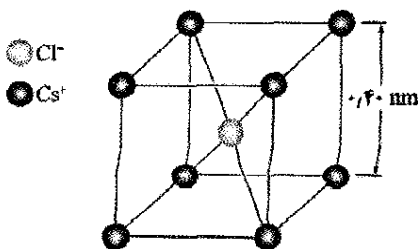
شکل ۱۷-۳۴ مسئله ۳۳

●●●۳۴- شکل ۱۷-۳۵، الکترونها ۱ و ۲ را روی محور  $x$  و یونهای باردار ۳ و ۴ را با بار یکسان  $-q$  و در زاویه‌های یکسان  $\theta$  نشان می‌دهد. الکترون ۲ می‌تواند آزادانه حرکت کند؛ سه ذره دیگر در مکان خود به فاصله‌های افقی  $R$  از الکترون ۲ ثابت شده‌اند و می‌خواهند الکترون ۲ را در مکان خود ثابت نگه دارند. برای مقدارهای از لحاظ فیزیکی ممکن  $q \leq 5e$ ، (الف) کوچکترین، (ب) دومین کوچکترین، و (پ) سومین کوچکترین مقدارهای  $\theta$  برای آنکه الکترون ۲ در مکان خود ثابت بماند چقدر است؟



شکل ۱۷-۳۵ مسئله ۳۴

●●●۳۵- در بلورهای نمک سزیم کلراید، یونهای سزیم  $\text{Cs}^+$ ، هشت گوشه یک مکعب را می‌سازند و یون کلر  $\text{Cl}^-$  در مرکز آن مکعب قرار دارد (شکل ۱۷-۳۶). طول ضلع مکعب  $0.40 \text{ nm}$  است. یونهای  $\text{Cs}^+$  هر یک کمبود یک الکترون دارند (و بنابراین، بار هر کدام  $+e$  است)، و یون  $\text{Cl}^-$  یک الکترون اضافی دارد (و بنابراین، بار آن  $-e$  است). (الف) بزرگی نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر یون  $\text{Cl}^-$  ناشی از ۸ یون  $\text{Cs}^+$  که در گوشه‌های مکعب قرار دارند، چقدر است؟ (ب) اگر یکی از یونهای  $\text{Cs}^+$  در جای خود نباشد، گفته می‌شود که بلور دارای نقص (ناراستی) است؛ بزرگی نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر  $\text{Cl}^-$  از طرف هفت یون  $\text{Cs}^+$  به جای مانده چقدر است؟ SSM



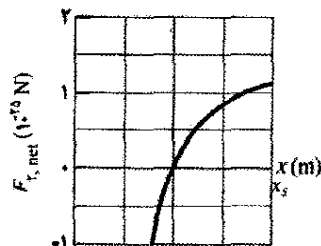
شکل ۱۷-۳۶ مسئله ۳۵

●●۲۹- جو زمین به طور دائم با پروتونهای پرتوکیهانی که برآمده از جایی در فضا هستند بمباران می‌شود. اگر همه پروتونها از جو بگذرند، به هر متر مربع از سطح زمین به طور متوسط ۱۵۰۰ پروتون در ثانیه برخورد می‌کند. جریان الکتریکی که با کل سطح زمین برخورد می‌کند چقدر است؟ ILW

●●۳۰- شکل ۱۷-۳۳ الف ذره‌های باردار ۱ و ۲ را که در مکانی روی محور  $x$  ثابت شده‌اند نشان می‌دهد. ذره ۱ دارای باری به بزرگی  $|q_1| = 8.00 \text{ e}$  است. ذره ۳ با بار  $q_3 = +8.00 \text{ e}$  در ابتدا روی محور  $x$  در نزدیکی ذره ۲ واقع است. حال ذره ۳ را بتدریج در سوی مثبت محور  $x$  حرکت می‌دهیم. در نتیجه، بزرگی نیروی الکتروستاتیکی خالص  $F_{3,\text{net}}$  وارد بر ذره ۲ از طرف ذره‌های ۱ و ۳ تغییر می‌کند. شکل ۱۷-۳۳ ب مؤلفه  $x$  نیروی خالص را برحسب تابعی از مکان  $x$  ذره ۳ نشان می‌دهد. مقیاس محور  $x$  با  $x_s = 0.80 \text{ m}$  مشخص شده است. نمودار وقتی  $x \rightarrow \infty$  دارای یک مجانب  $F_{3,\text{net}} = 1/5 \times 10^{-25} \text{ N}$  است. بزرگی بار ذره ۲ برحسب مضربی از  $e$ ، و علامت آن چیست؟



(الف)



(ب)

شکل ۱۷-۳۳ مسئله ۳۰

●●۳۱- تعداد کولن‌های بار مثبت در  $250 \text{ cm}^3$  آب (خنثی) را محاسبه کنید. (راهنمایی: اتم هیدروژن دارای یک پروتون، و اتم اکسیژن دارای ۸ پروتون است).

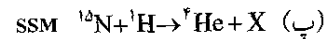
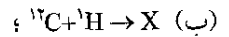
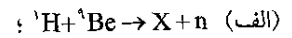
●●۳۲- در شکل ۱۷-۳۸، ذره‌های ۱ و ۲ در مکان خود روی محور  $x$  به فاصله  $L = 8.00 \text{ cm}$  ثابت شده‌اند. بارهای آنها  $q_1 = +e$  و  $q_2 = -27e$  است. ذره ۳ با بار  $q_3 = +4e$  روی خط میان ذره‌های ۱ و ۲ قرار داده می‌شود تا آنها نیروی الکتروستاتیکی خالص  $F_{3,\text{net}}$  را بر آن وارد کنند. (الف) ذره ۳ باید در چه مختصه‌ای قرار گیرد. تا بزرگی این نیرو کمینه شود؟ (ب) بزرگی کمینه چقدر است؟

●●۳۳- در شکل ۱۷-۳۴، ذره‌های ۲ و ۴ با بار  $-e$  در مکان خود واقع بر محور  $y$ ، در  $y_2 = -1.00 \text{ cm}$  و  $y_4 = 5.00 \text{ cm}$  ثابت شده‌اند. ذره‌های ۱ و ۳ با بار  $+e$  می‌توانند در امتداد محور  $x$  حرکت کنند. ذره ۵ با بار  $+e$  در مبدأ ثابت شده است. در ابتدا ذره ۱ در  $x_1 = -1.00 \text{ cm}$  و ذره ۳ در  $x_3 = 1.00 \text{ cm}$  قرار دارند. (الف) ذره ۱ را باید تا چه مقدار  $x$  حرکت داد تا جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر ذره ۵ به اندازه  $30^\circ$  پادساعتگرد بچرخد؟ (ب) وقتی ذره ۱ در مکان جدید خود ثابت شود، ذره ۳ را باید تا چه مقدار  $x$  حرکت داد تا  $F_{3,\text{net}}$  بچرخد و به جهت اولیه خود باز گردد؟

## بخش ۱۷-۶ بار الکتریکی پایسته است

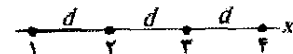
۳۶۰- الکترونها و پوزیترونها توسط تبدیلهای هسته‌ای پروتونها و نوترونها که به نام واپاشی بتا شناخته شده‌اند، ایجاد می‌شوند. (الف) اگر یک پروتون به یک نوترون تبدیل شود، آیا یک الکترون یا یک پوزیترون ایجاد می‌شود؟ (ب) اگر یک نوترون به یک پروتون تبدیل شود، آیا یک الکترون یا یک پوزیترون ایجاد می‌شود؟

۳۷۰- X را به کمک پیوست ج، در واکنشهای هسته‌ای زیر شناسایی کنید:



## مسئله‌های اضافی

۳۸- در شکل ۱۷-۳۷، چهار ذره روی محور x ثابت شده‌اند و به فاصله  $d = 2.00 \text{ cm}$  از یکدیگر قرار دارند. بارها عبارت‌اند از:  $q_1 = +2e$ ،  $q_2 = -e$ ،  $q_3 = +e$ ، و  $q_4 = +4e$ ،  $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ . برحسب نمادگذاری بردار یکه، نیروی الکتروستاتیک خالص وارد بر (الف) ذره ۱ و (ب) ذره ۲، از طرف ذره‌های دیگر چقدر است؟



شکل ۱۷-۳۷ مسئله ۳۸

۳۹- در شکل ۱۷-۳۸، ذره ۱ با بار  $+4e$  در فاصله  $d_1 = 2.00 \text{ mm}$  بالای کف، و ذره ۲ با بار  $+6e$  روی آن کف به فاصله افقی  $d_2 = 6.00 \text{ mm}$  از ذره ۱ قرار دارد. مؤلفه  $x$  نیروی الکتروستاتیک وارد بر ذره ۲ از طرف ذره ۱ چقدر است؟ SSM



شکل ۱۷-۳۸ مسئله ۳۹

۴۰- ذره‌ای با بار  $Q$  در مبدأ دستگاه مختصات ثابت شده است. در  $t = 0$ ، ذره‌ای ( $m = 0.800 \text{ g}$  و  $q = 4.00 \mu\text{C}$ ) که در  $x = 2.00 \text{ cm}$  روی محور  $x$  واقع است، با تندی  $50.0 \text{ m/s}$  در جهت مثبت  $y$  حرکت می‌کند. به ازای چه مقداری از  $Q$  ذره متحرک، حرکت دایره‌ای انجام می‌دهد؟ (از نیروی گرانشی وارد بر ذره چشمپوشی کنید).

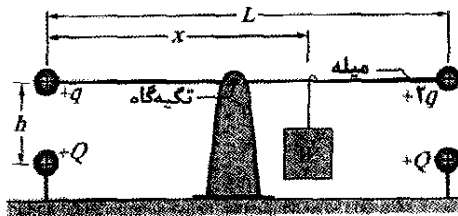
۴۱- میله نارسانای بارداری به طول  $2.00 \text{ m}$  و سطح مقطع  $4.00 \text{ cm}^2$  در طرف مثبت محور  $x$  به گونه‌ای قرار دارد که یک سر آن در مبدأ است. چگالی بار حجمی  $\rho$ ، بار در واحد حجم بر حسب کولن بر متر مکعب است. اگر  $\rho$  (الف) یکنواخت و چگالی بار حجمی  $\rho$  (ب) متغیر باشد، بار در واحد حجم چقدر است؟

باشد، با مقدار  $4.00 \mu\text{C/m}^2$  - و (ب) نایک‌نواخت باشد، با مقداری که با رابطه  $\rho = bx^2$  داده می‌شود که در آن  $b = -2.00 \mu\text{C/m}^3$  است، چه مقدار الکترون اضافی روی میله قرار دارد؟

۴۲- بار  $6.0 \mu\text{C}$  به دو بخش تقسیم شده و سپس به فاصله  $3.0 \text{ mm}$  از یکدیگر قرار داده شده‌اند. بیشینه مقدار ممکن نیروی الکتروستاتیک میان این دو بخش چقدر است؟

۴۳- چند مگا کولن بار مثبت در  $1.00$  مول گاز هیدروژن-مولکولی ( $\text{H}_2$ ) وجود دارد؟

۴۴- شکل ۱۷-۳۹ میله‌ای نارسانا، بدون جرم و بلند به طول  $L$  را نشان می‌دهد که در مرکزش لولا شده و با قطعه‌ای به وزن  $W$  که در فاصله  $x$  از انتهای چپ قرار دارد موازنه کرده است. به دو انتهای چپ و راست میله، کره‌های رسانای کوچکی به ترتیب با بارهای مثبت  $q$  و  $2q$  متصل است. به فاصله  $h$  مستقیماً زیر هر یک از این کره‌ها، کره‌ای با بار مثبت  $Q$  قرار دارد. (الف) هنگامی که میله افقی و موازنه کرده است، فاصله  $x$  چقدر است؟ (ب)  $h$  چه مقداری باید داشته باشد تا وقتی میله افقی و در توازن است هیچ نیروی قائمی بر تکیه‌گاه وارد نکند؟



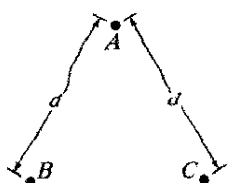
شکل ۱۷-۳۹ مسئله ۴۴

۴۵- هر نوترون شامل یک کوارک «بالا» با بار  $+2e/3$  و در کوارک «پایین» هر یک با بار  $-e/3$  است. اگر فرض کنیم فاصله کوارکهای پایین در داخل نوترون برابر با  $2.6 \times 10^{-15} \text{ m}$  باشد، بزرگی نیروی الکتروستاتیک میان آنها چقدر است؟

۴۶- در شکل ۱۷-۴۰، سه کره رسانای مشابه یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع  $d = 2.00 \text{ cm}$  را تشکیل داده‌اند. شعاعهای کره‌ها بسیار کوچکتر از  $d$  است و بار کره‌ها عبارت‌اند از:  $q_A = -2.00 \text{ nC}$ ،  $q_B = -4.00 \text{ nC}$ ، و  $q_C = +8.00 \text{ nC}$ .

(الف) بزرگی نیروی الکتروستاتیک میان کره‌های  $A$  و  $C$  چقدر است؟ مرحله‌های زیر را در نظر بگیرید:  $A$  توسط سیم نازکی به هم متصل شده و سپس اتصال برداشته می‌شود؛  $B$  توسط سیمی به زمین متصل شده و سپس اتصال برداشته می‌شود؛ و  $C$  توسط سیمی به یکدیگر متصل می‌شوند و سپس اتصال قطع می‌شود.

اکنون بزرگیهای نیروی الکتروستاتیک (ب) میان کره‌های  $A$  و  $C$  (پ) میان کره‌های  $B$  و  $C$  چقدر است؟



شکل ۱۷-۴۰ مسئله ۴۶

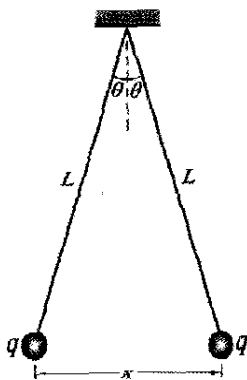
بروید، ممکن است هنگامی که انگشتان خود را نزدیک شیر آب می‌برید، به طور ناگهانی یک جرقه دردناک ظاهر شود. (ب) در این جرقه، آیا الکترون‌ها از شما به شیر آب حرکت می‌کنند یا برعکس؟ (پ) درست پیش از آنکه جرقه ظاهر شود، آیا شما در شیر آب بار مثبت القا می‌کنید یا بار منفی؟ (ت) اگر به جای شما، گربه پنجه‌اش را به شیر آب برساند، الکترون‌ها در جرقه حاصل به چه طریق حرکت می‌کنند؟ (ث) اگر در یک روز خشک، گربه‌ای را با دست لخت نوازش دهید، باید مواظب باشید انگشتان خود را نزدیک بینی گربه نبرید، وگرنه با جرقه‌ای به آن صدمه می‌زنید. با توجه به اینکه موهای گربه عایق است، توضیح دهید چگونه جرقه می‌تواند رخ دهد؟

۵۳- (الف) چه بارهای مثبت یکسانی باید روی زمین و ماه قرار داده شوند تا جاذبه گرانشی آنها را خنثی کند؟ (ب) چرا برای حل این مسئله نیازی به دانستن فاصله آنها ندارید؟ (پ) چند کیلوگرم یون هیدروژن (یعنی، پروتون) برای تهیه بار مثبت محاسبه شده در قسمت (الف) مورد نیاز است؟

۵۴- در شکل ۱۷-۴۲، دو گوی رسانای کوچک با جرم یکسان  $m$  و بار یکسان  $q$  از نخهایی نارسا به طول  $L$  آویزان‌اند. فرض کنید  $\theta$  به اندازه‌ای کوچک است که می‌توان  $\tan \theta$  را با مقدار تقریباً برابر آن،  $\sin \theta$ ، جایگزین کرد. (الف) نشان دهید که

$$x = \left( \frac{q^2 L}{\pi \epsilon_0 m g} \right)^{1/2}$$

فاصله  $x$  گویها به هنگام تعادل را به دست می‌دهد. (ب) اگر  $L = 120 \text{ cm}$ ،  $m = 10 \text{ g}$ ، و  $x = 5.0 \text{ cm}$  باشد،  $|q|$  چقدر است؟



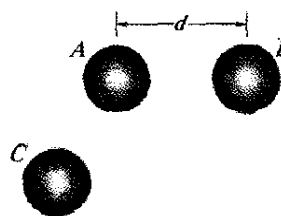
شکل ۱۷-۴۲ مسئله‌های ۵۴ و ۵۵

۵۵- (الف) اگر یکی از گویهای مسئله ۵۴ تخلیه شود (مثلاً بار  $q$  خود را به زمین بدهد) توضیح دهید که برای گویها چه رخ می‌دهد. (ب) فاصله تعادل جدید  $x$  را با استفاده از مقادیرهای داده شده  $L$  و  $m$  و مقدار محاسبه شده  $|q|$  به دست آورید.

۵۶- در شکل ۱۷-۲۴، ذره‌های ۱ و ۲ در مکان خود ثابت شده‌اند، ولی ذره ۳ می‌تواند آزادانه حرکت کند. اگر نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذره ۳ از طرف ذره‌های ۱ و ۲ برابر صفر و  $L_{12} = 2.00 L_{13}$  باشد، نسبت  $q_1/q_2$  چقدر است؟

۴۷- بزرگی نیروی الکتروستاتیکی میان دو بار نقطه‌ای  $1/100 \text{ C}$  به فاصله (الف)  $1/100 \text{ m}$  و (ب)  $1/100 \text{ km}$  چقدر می‌شد اگر چنین بارهای نقطه‌ای وجود داشتند (که ندارند) و اگر چنین پیکربندی وجود می‌داشت؟

۴۸- در شکل ۱۷-۴۱، سه کره رسانای مشابه دارای این بارهای اولیه هستند: کره  $A$ ،  $4Q$ ؛ کره  $B$ ،  $-6Q$ ؛ و کره  $C$ ،  $0$ . کره‌های  $A$  و  $B$  در جای خود ثابت‌اند و در فاصله مرکز به مرکز بسیار بزرگتر از اندازه کره‌ها قرار دارند. دو آزمایش انجام می‌گیرد. در آزمایش ۱، کره  $C$  به کره  $A$  و سپس (به طور جداگانه) به کره  $B$  تماس داده شده و از هم جدا می‌شوند. در آزمایش ۲، که با همان شرایط اولیه صورت می‌گیرد، مرحله‌ها وارونه می‌شوند: کره  $C$  به کره  $B$  و سپس (به طور جداگانه) به کره  $A$  تماس داده شده و از هم جدا می‌شوند. نسبت نیروی الکتروستاتیکی بین  $A$  و  $B$  در پایان آزمایش ۲ به مقدار آن در پایان آزمایش ۱ چقدر است؟



شکل ۲۱-۴۱ مسئله‌های ۴۸ و ۴۷

۴۹- می‌دانیم که بار منفی الکترون و بار مثبت پروتون برابرند. با این حال، فرض کنید مقدار آنها به اندازه  $0.0001\%$  با یکدیگر تفاوت داشته باشد. دو سکه مسی که به فاصله  $1/10 \text{ m}$  از هم قرار دارند، با چه نیرویی یکدیگر را می‌رانند؟ فرض کنید هر سکه شامل  $3 \times 10^{23}$  اتم مس باشد. (راهنمایی: اتم مس خنثی دارای ۲۹ پروتون و ۲۹ الکترون است.) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۵۰- فاصله دو پروتون باید چقدر باشد تا بزرگی نیروی الکتروستاتیکی وارد بر هر یک از دو پروتون برابر با بزرگی نیروی گرانشی وارد بر یک پروتون در سطح زمین باشد؟ SSM

۵۱- از بار  $Q$  روی یک کره کوچک، کسر  $\alpha$  به کره دومی در نزدیکی آن منتقل شده است. کره‌ها را می‌توان به صورت ذره در نظر گرفت. (الف) چه مقداری از  $\alpha$  بزرگی  $F$  نیروی الکتروستاتیکی میان دو کره را بیشینه می‌کند؟ مقادیرهای (ب) کمتر و (پ) بیشتر  $\alpha$  که به ازای آنها  $F$  نصف مقدار بیشینه می‌شود، چقدر است؟

۵۲- اگر گربه‌ای در یک روز خشک، چند بار خود را به شلوار کتان شما بسالد، انتقال بار میان موهای گربه و کتان می‌تواند بار اضافی  $2/100 \mu\text{C}$  را روی شما بر جای گذارد. (الف) چه تعداد الکترون میان شما و کربه منتقل شده است؟

شما بتدریج از طریق کف زمین بی بار می‌شوید، ولی اگر به جای اینکه منتظر بمانید، بی درنگ به سوی یک شیر آب

۶۳- بارهای نقطه‌ای  $+6\mu C$  و  $-4\mu C$  روی محور  $x$ ، به ترتیب در  $x=16\text{ m}$  و  $x=10\text{ m}$  ثابت شده‌اند. چه باری باید در  $x=24\text{ m}$  قرار داده شود تا به هر باری که در مبدأ قرار گیرد هیچ نیروی الکتروستاتیکی وارد نشود؟

۶۴- در شکل ۱۷-۲۸، ذره ۱ با بار  $-8\mu C$  و ذره ۲ با بار  $+4\mu C$  روی محور  $x$  به فاصله  $L=30\text{ cm}$  ثابت شده‌اند. در صورتی که ذره ۳ (الف) در  $x=40\text{ cm}$  و (ب) در  $x=80\text{ cm}$  واقع شده باشد، نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر آن بر حسب بردار یکه چیست؟ اگر نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذره ۳ از طرف ذره‌های ۱ و ۲ برابر با صفر باشد، مختصه (پ)  $x$  و (ت) ذره ۳ باید چقدر باشد؟

۶۵- در واپاشی پرتوزای معادله ۱۷-۱۳، یک هسته  $^{234}\text{U}$  به  $^{234}\text{Th}$  و یک  $^4\text{He}$  خارج شده تبدیل می‌شود. (اینها هسته‌اند نه اتم، در نتیجه الکترون‌ها وارد نشده‌اند.) وقتی فاصله میان  $^{234}\text{Th}$  و  $^4\text{He}$  برابر  $9.0 \times 10^{-15}\text{ m}$  است، بزرگیهای (الف) نیروی الکتروستاتیکی میان آنها و (ب) شتاب ذره  $^4\text{He}$  چقدر است؟

۶۶- دو کره باردار مثبت کوچک دارای بار کل  $5.0 \times 10^{-5}\text{ C}$  هستند. اگر هنگامی که فاصله دو کره  $2.0\text{ m}$  است، هر کره با نیروی الکتروستاتیکی  $1.0\text{ N}$  توسط دیگری دفع شود، بار روی کره با بار کوچکتر چقدر است؟

۶۷- بارهای اولیه روی سه کره فلزی مشابه شکل ۱۷-۴۱ عبارت‌اند از: کره  $A$ ،  $Q$ ؛ کره  $B$ ،  $-Q/4$ ؛ و کره  $C$ ،  $Q/2$ ، که در آنها  $Q=2.00 \times 10^{-12}\text{ C}$  است. کره‌های  $A$  و  $B$  در جای خود ثابت‌اند، و فاصله مرکز به مرکز آنها  $d=1/20\text{ m}$  است، که بسیار بزرگتر از اندازه کره‌هاست. کره  $C$  ابتدا به کره  $A$  و سپس به کره  $B$  تماس داده شده و آنگاه برداشته می‌شود. بزرگی نیروی الکتروستاتیکی میان کره‌های  $A$  و  $B$  چقدر است؟

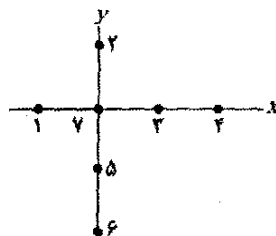
۶۸- الکترونی در نزدیکی سطح زمین در خلأ است و در  $y=0$  روی محور قائم قرار دارد. الکترون دومی در چه مقداری از  $y$  باید قرار گیرد تا نیروی الکتروستاتیکی وارد بر الکترون اول برابر با نیروی گرانشی وارد بر آن باشد؟

۶۹- در شکل ۱۷-۲۸، ذره ۱ با بار  $-500q$  و ذره ۲ با بار  $+200q$  در فاصله  $L$  روی محور  $x$  ثابت شده‌اند. اگر ذره ۳ با بار نامعلوم  $q_3$  به گونه‌ای قرار داده شود که نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر آن از طرف ذره‌های ۱ و ۲ برابر صفر باشد، مختصه (الف)  $x$  و (ب) ذره ۳ چه باید باشد؟ SSM

۷۰- دو دانشجوی مهندسی، یکی به جرم  $90\text{ kg}$  و دیگری به جرم  $45\text{ kg}$  به فاصله  $3.0\text{ m}$  از یکدیگر قرار دارند. فرض کنید هر یک به اندازه  $0.01\%$  در مقدار بار مثبت و منفی عدم توازن دارند، یکی باردار مثبت و دیگری باردار منفی است. با جایگزین کردن هر دانشجو با یک کره آب که همان جرم دانشجو را داشته باشد، مرتبه بزرگی نیروی جاذبه الکتروستاتیکی میان آنها را بیابید.

۵۷- بار کل  $75\mu\text{ kg}$  الکترون بر حسب کولن چقدر است؟

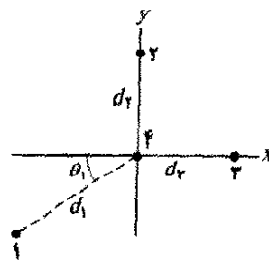
۵۸- چنانکه در شکل ۱۷-۴۳ دیده می‌شود، شش ذره باردار، ذره ۷ را که به فاصله‌های شعاعی  $d=1.0\text{ cm}$  یا  $2d$  از آنها قرار دارد احاطه کرده‌اند. بارها عبارت‌اند از:  $q_1=+2e$ ،  $q_2=+4e$ ،  $q_3=+e$ ،  $q_4=+4e$ ،  $q_5=+2e$ ،  $q_6=+8e$ ، با  $e=1.60 \times 10^{-19}\text{ C}$ . بزرگی نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذره ۷ چقدر است؟



شکل ۱۷-۴۳ مسئله ۵۸

۵۹- سه ذره باردار تشکیل یک مثلث می‌دهند: ذره ۱ با بار  $Q_1=8.0\text{ nC}$  در مختصات  $xy$   $(0, 3.00\text{ mm})$ ، ذره ۲ با بار  $Q_2$  در  $(0, -3.00\text{ mm})$ ، و ذره ۳ با بار  $q=18.0\text{ nC}$  در  $(4.00\text{ mm}, 0)$ . بر حسب نمادگذاری بردار یکه، نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذره ۳ از طرف دو ذره دیگر چقدر است، در صورتی که  $Q_2$  برابر با (الف)  $8.0\text{ nC}$  و (ب)  $-8.0\text{ nC}$  باشد؟

۶۰- در شکل ۱۷-۴۴، (الف) بزرگی و (ب) جهت نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذره ۴ از طرف سه ذره دیگر چیست؟ هر چهار ذره در صفحه  $xy$  ثابت شده‌اند، و  $q_1=+3/20 \times 10^{-19}\text{ C}$ ،  $q_2=-3/20 \times 10^{-19}\text{ C}$ ،  $q_3=+6/40 \times 10^{-19}\text{ C}$ ،  $q_4=35/50$ ،  $d_1=3.00\text{ cm}$ ، و  $d_2=d_3=2.00\text{ cm}$ .



شکل ۱۷-۴۴ مسئله ۶۰

۶۱- دو بار نقطه‌ای  $3.0\text{ nC}$  و  $-4.0\text{ nC}$  روی محور  $x$ ، به ترتیب در مبدأ و در  $x=72\text{ cm}$  ثابت شده‌اند. ذره‌ای با بار  $42\mu\text{C}$  در  $x=28\text{ cm}$  از حالت سکون رها می‌شود. اگر بزرگی شتاب اولیه ذره  $100\text{ km/s}^2$  باشد، جرم ذره چقدر است؟

۶۲- در شکل ۱۷-۲۳، چهار ذره یک مربع تشکیل داده‌اند. بارها عبارت‌اند از:  $q_1=+Q$ ،  $q_2=q_3=q_4=q$ ، و  $q_4=-2/50 Q$ . اگر نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذره ۱ برابر صفر باشد، نسبت  $q/Q$  چقدر است؟





تولید مثل بسیاری از گلها به حشراتی بستگی دارد که گرده‌ها را از یک گل به گل دیگر انتقال می‌دهند. زنبورهای عسل عموماً این کار را به هنگام برخورد با گلها جهت جمع آوری شهد گل انجام می‌دهند. ولی گرده‌ها، مانند ذره‌های غباری که از یک سطح گرد و خاکی زده می‌شوند، از روی گل پاک نمی‌شوند. بلکه گرده‌ها از گل به زنبور منتقل می‌شوند و در ضمن پرواز به گل بعدی به زنبور و پس از پرش به گل بعد به آن می‌چسبند. چه چیزی موجب می‌شود که گرده ابتدا به زنبور بچسبد و سپس از آن جدا شود؟

پاسخ در همین فصل.

## ۱۸-۱. فیزیک چیست؟

از فیزیک فصل گذشته آموختیم که چگونه نیروی الکتریکی وارد بر ذره ۱ با بار  $q_1 +$  را که در نزدیکی ذره ۲ با بار  $q_2 +$  قرار گرفته است، محاسبه کنیم. با این حال هنوز یک پرسش آزار دهنده باقی است: ذره ۱ چگونه از حضور ذره ۲ «باخبر» می شود؟ یعنی وقتی ذره ها در تماس با یکدیگر نیستند چگونه ذره ۲ می تواند بر ذره ۱ نیرو وارد کند؟ - چگونه چنین کنش از راه دوری می تواند بدون هیچ ارتباط قابل مشاهده ای بین ذره ها، وجود داشته باشد؟

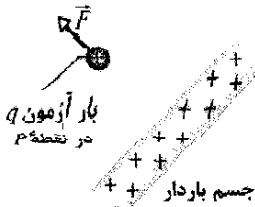
یک هدف فیزیک گزارش مشاهدیهایی درباره دنیای ما، از قبیل بزرگی و جهت نیروی وارد بر ذره ۱ است. هدف دیگر فیزیک ارائه توضیحی عمیقتر از آن چیزی است که گزارش شده است. یکی از هدفهای این فصل، ارائه چنین توضیح ژرفتری به پرسشهای آزار دهنده ما درباره نیروی الکتریکی در یک مسافت است. این پرسشها را با این گفته می توان پاسخ داد که ذره ۲ یک میدان الکتریکی در فضای اطراف خود ایجاد می کند. اگر ذره ۱ را در هر نقطه ای از این فضا قرار دهیم، این ذره به آن دلیل از وجود ذره ۲ «باخبر» می شود که تحت تأثیر میدان الکتریکی ذره ۲ که پیشتر در آن نقطه ایجاد شده است، قرار می گیرد. بنابراین، ذره ۲ نه با تماس با ذره ۱، بلکه به وسیله میدان الکتریکی ایجاد شده در اطراف خود بر ذره ۱ نیرو وارد می کند.

هدف ما در این فصل، تعریف میدان الکتریکی و بحث درباره چگونگی محاسبه آن برای آرایشهای مختلف ذره های باردار است.

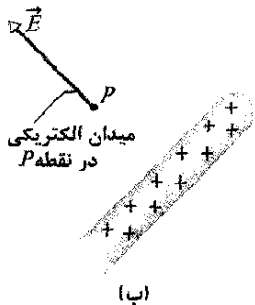
## ۱۸-۲. میدان الکتریکی

دما در هر نقطه ای از اتاق، مقدار معینی دارد. دمای هر نقطه یا مجموعه ای از نقطه های معین را می توان با قراردادن دماسنجی در آنجا اندازه گرفت. این توزیع حاصل از دماها را میدان دما می نامیم. تقریباً به همین روش می توان یک میدان فشار در جو زمین تصور کرد؛ این میدان شامل توزیع مقادیر فشار هواست، که هر یک مربوط به نقطه ای در جو است. چون دما و فشار هوا کمیت هایی نرده ای اند، این دو مثال نمونه هایی از میدانهای نرده ای هستند.

میدان الکتریکی، یک میدان برداری است؛ این میدان شامل توزیعی از بردارهاست، که هر یک مربوط به نقطه ای در فضای پیرامون جسم باردار، مثلاً یک میله باردار، است. اصولاً میدان الکتریکی را می توانیم در هر نقطه ای نزدیک جسم باردار، مانند نقطه  $P$  در شکل ۱۸-۱ الف، چنین تعریف کنیم: ابتدا بار مثبت



(الف)



(ب)

شکل ۱۸-۱ (الف) بار آزمون مثبت  $q_0$  در نقطه  $P$ ، نزدیک یک جسم باردار قرار داده شده است. نیروی الکتروستاتیکی  $\vec{F}$  بر این بار آزمون اثر می کند. (ب) میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در نقطه  $P$  توسط جسم باردار ایجاد شده است.

$q_0$ ، به نام بار آزمون، را در نقطه مورد نظر قرار می دهیم. سپس نیروی الکتروستاتیکی  $\vec{F}$  را که بر آن بار آزمون اثر می کند اندازه می گیریم. سرانجام، میدان الکتریکی  $\vec{E}$  حاصل از جسم باردار را در نقطه  $P$  چنین تعریف می کنیم

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (\text{میدان الکتریکی}) \quad (1-18)$$

بنابراین، بزرگی میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در نقطه  $P$  برابر با  $E = F/q_0$ ، و جهت  $\vec{E}$  در همان جهت نیروی  $\vec{F}$  است که بر بار آزمون مثبت وارد می شود. همان گونه که در شکل ۱۸-۱ ب نشان داده شده است، میدان الکتریکی در نقطه  $P$  را با برداری که انتهای آن در  $P$  است نمایش می دهیم. برای تعیین میدان الکتریکی در داخل هر ناحیه، باید آن را به همین ترتیب برای کلیه نقطه های آن ناحیه معین کرد.

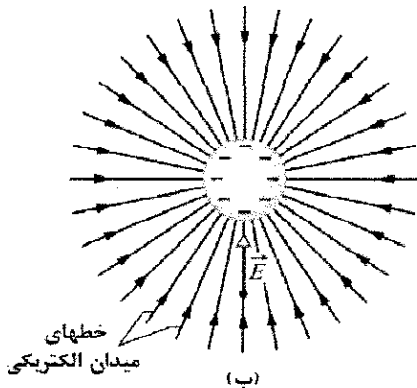
یکای SI میدان الکتریکی، نیوتون بر کولن (N/C) است. جدول ۱۸-۱ میدانهای الکتریکی مربوط به چند وضعیت فیزیکی را نشان می دهد.

اگر چه برای تعریف میدان الکتریکی یک جسم باردار از بار آزمون مثبت استفاده می شود، ولی وجود میدان مستقل از بار آزمون است. میدان الکتریکی در نقطه  $P$  در شکل ۱۸-۱ ب هم پیش از قراردادن بار آزمون شکل ۱۸-۱ ب و هم پس از آن وجود داشته است (فرض می کنیم که در روش تعریف ما، از مرجع دانشجویان و مهندسان ایران استفاده می شود).

بزرگ و هر جایی که آنها از یکدیگر دور باشند،  $E$  کوچک است.



(الف)



(ب)

شکل ۱۸-۲ (الف) نیروی الکترواستاتیکی  $\vec{F}$  وارد بر یک بار آزمون مثبت واقع در نزدیکی کره‌ای با بار منفی یکنواخت. (ب) بردار میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در محل بار آزمون، خطهای میدان الکتریکی در فضای نزدیک کره. امتداد خطهای میدان روبه سمت کره باردار منفی است. (آنها از بارهای مثبت دور، سرچشمه می‌گیرند.)

شکل ۱۸-۲ (الف) کره‌ای با بار منفی یکنواخت را نشان می‌دهد. اگر یک بار آزمون مثبت را در هر جایی نزدیک کره قرار دهیم، یک نیروی الکترواستاتیکی که جهت آن روبه سمت مرکز کره است، آن طور که در شکل نشان داده شده است، بر آن بار آزمون اثر می‌کند. به بیانی دیگر، بردارهای میدان الکتریکی در تمام نقطه‌های نزدیک به کره، به طور شعاعی به سوی مرکز کره‌اند. این نقش بردارها به سادگی با خطهای میدان شکل ۱۸-۲ ب نشان داده شده است، که در آن بردارهای نیرو و میدان در جهت‌های یکسانی سمتگیری کرده‌اند. افزون بر این، باز شدن خطهای میدان الکتریکی با فاصله گرفتن از کره نشان می‌دهد که بزرگی میدان الکتریکی با فاصله گرفتن از کره کاهش می‌یابد.

اگر کره شکل ۱۸-۲ بار مثبت یکنواخت داشته باشد، بردارهای میدان الکتریکی در تمام نقطه‌های نزدیک به کره به طور شعاعی از کره دور می‌شوند. بنابراین، خطهای میدان الکتریکی نیز به طور شعاعی از کره دور می‌شوند. از این رو این قاعده برقرار است:

خطهای میدان الکتریکی از بار مثبت (که از آنجا سرچشمه گرفته‌اند) دور می‌شوند و به سوی بار منفی (که به آنجا ختم می‌شوند) امتداد می‌یابند.

ندارد، و بنابراین، میدان الکتریکی تعریف شده ما را تغییر نمی‌دهد.)

### جدول ۱-۱۸

#### چند میدان الکتریکی

مقدار (N/C)	مکان یا وضعیت میدان
$3 \times 10^{21}$	در سطح هسته اورانیوم داخل اتم هیدروژن، در شعاع $5/29 \times 10^{-11} \text{ m}$
$5 \times 10^{11}$	فرو شکست الکتریکی که در هوا رخ می‌دهد
$3 \times 10^6$	در نزدیکی غلتک باردار دستگاه فتوکپی
$10^5$	نزدیک یک شانه باردار
$10^3$	در سطح‌های پایینی جوزمین
$10^2$	داخل سیم مسی مدارهای خانه
$10^{-2}$	

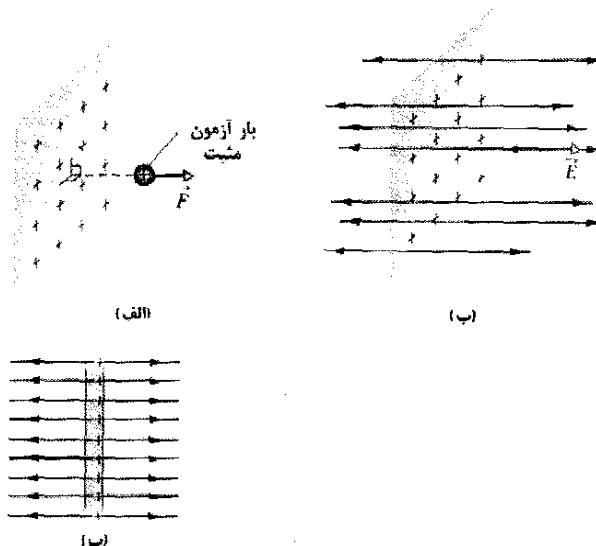
برای مطالعه نقش میدان الکتریکی در برهم‌کنش میان جسمهای باردار، باید دو کار انجام دهیم: (۱) محاسبه میدان الکتریکی ایجاد شده توسط یک توزیع معین بار، و (۲) محاسبه نیرویی که یک میدان معین بر باری که در آن قرار داده شده است، وارد می‌کند. کار اول را در بخشهای ۱۸-۴ تا ۱۸-۷ برای چندین توزیع بار و کار دوم را در بخشهای ۱۸-۸ و ۱۸-۹ با در نظر گرفتن یک بار نقطه‌ای و یک جفت بار نقطه‌ای در یک میدان الکتریکی انجام می‌دهیم. ولی، پیش از آن، درباره راهی برای تجسم میدانهای الکتریکی بحث می‌کنیم.

### ۱۸-۳ خطهای میدان الکتریکی

مایکل فارادی<sup>۱</sup>، کسی که اندیشه میدانهای الکتریکی را در قرن نوزدهم میلادی مطرح کرد، بر این باور بود که فضای اطراف یک جسم باردار با خطهای نیرو پر شده است. اگر چه دیگر برای این خطها، که امروزه به نام میدان الکتریکی خوانده می‌شوند، واقعیت زیادی قائل نیستیم، ولی با این حال آنها هنوز هم روش مناسبی برای تجسم نقشها در میدانهای الکتریکی به شمار می‌آیند.

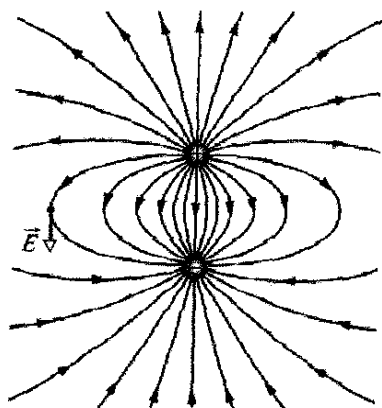
رابطه میان خطهای میدان و بردارهای میدان الکتریکی به این قرار است: (۱) در هر نقطه، جهت یک خط میدان مستقیم یا جهت مماس بر یک خط میدان خمیده، جهت  $\vec{E}$  را در آن نقطه به دست می‌دهد، و (۲) خطهای میدان به گونه‌ای رسم می‌شوند که تعداد خطها در واحد سطح، که در صفحه‌ای عمود بر این خطها اندازه‌گیری می‌شوند، با بزرگی  $E$  متناسب‌اند. بنابراین، هر جایی که خطهای میدان به یکدیگر نزدیک باشند،  $E$

می‌شود. بنابراین، بردار میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا در هر طرف ورقه نیز به ورقه عمود است و از آن دور می‌شود (شکلهای ۱۸-۳ ب و پ). چون بار روی ورقه به طور یکنواخت توزیع شده است، بزرگی همه بردارهای میدان یکسان است. میدان الکتریکی، با بزرگی و جهت یکسان در هر نقطه، میدان الکتریکی یکنواخت نامیده می‌شود.

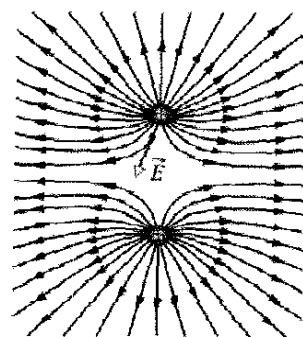


شکل ۳-۱۸ الف) نیروی الکتروستاتیکی  $\vec{F}$  وارد بر بار آزمون مثبت در نزدیکی یک ورقه نارسای بسیار بزرگ با توزیع یکنواخت بار مثبت در یک طرف آن. ب) بردار میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در محل بار آزمون، و خطهای میدان الکتریکی در فضای نزدیک ورقه. خطهای میدان از ورقه با بار مثبت دور می‌شوند. پ) نمای جانبی شکل (ب).

شکل ۳-۱۸ الف بخشی از یک ورقه (یا صفحه) نارسای بینهایت بزرگ را نشان می‌دهد که بار مثبت روی یک طرف آن به طور یکنواخت توزیع شده است. اگر یک بار آزمون مثبت را در هر نقطه‌ای نزدیک ورقه شکل ۳-۱۸ الف قرار دهیم، نیروی الکتروستاتیکی وارد بر بار آزمون عمود بر ورقه خواهد بود؛ زیرا نیروهایی که در تمام جهتهای دیگر اثر می‌کنند، یکدیگر را بر اثر تقارن خنثی می‌کنند. علاوه بر این، نیروی خالص وارد بر این بار آزمون، همان گونه که نشان داده شده است، از ورقه دور



شکل ۵-۱۸ خطهای میدان برای یک بار نقطه‌ای مثبت و یک بار نقطه‌ای منفی در نزدیکی آن که بزرگی یکسانی دارند. بارها یکدیگر را می‌ربایند. نقش خطهای میدان و میدان الکتریکی که این نقش نمایش می‌دهد، دارای تقارن دورانی حول محوری هستند که از هر دو بار در صفحه کاغذ می‌گذرد. بردار میدان الکتریکی در یک نقطه نشان داده شده است؛ این بردار بر خط میدانی که از آن نقطه می‌گذرد مماس است.



شکل ۴-۱۸ خطهای میدان الکتریکی برای دو بار نقطه‌ای مثبت و برابر. بارها یکدیگر را می‌رانند (خطها به بارهای منفی دور ختم می‌شوند). برای «دیدن» نقش واقعی سه بعدی خطهای میدان، به طور ذهنی نقش نشان داده شده در اینجا را حول محوری که از میان هر دو بار در صفحه کاغذ می‌گذرد، بچرخانید. گفته می‌شود که این نقش سه بعدی و میدان الکتریکی که این نقش نمایش می‌دهد، دارای تقارن دورانی حول آن محور است. بردار میدان الکتریکی مربوط به یک نقطه نشان داده شده است؛ توجه کنید که این بردار بر خط میدانی الکتریکی که از آن نقطه می‌گذرد، مماس است.

## ۴-۱۸ میدان الکتریکی ناشی از یک بار نقطه‌ای

برای یافتن میدان الکتریکی ناشی از بار نقطه‌ای  $q$  (یا ذره باردار) در هر نقطه به فاصله  $r$  از بار نقطه‌ای، یک بار آزمون مثبت  $q_0$  را در آن نقطه قرار می‌دهیم. از قانون کولن (معادله ۱۷-۴)، بزرگی نیروی الکتروستاتیکی وارد بر بار  $q_0$  چنین است

www.iran-mavad.com

مرجع دانشجویان و مهندسی مواد

✓ **نکته واریسی ۱** شکل زیر، پروتون  $P$  و الکترون  $e$  را روی محور  $x$  نشان می‌دهد. جهت میدان الکتریکی حاصل از الکترون در (الف) نقطه  $S$  و (ب) نقطه  $R$  چگونه است؟ جهت میدان الکتریکی خالص در (پ) نقطه  $R$  و (ت) نقطه  $S$  چگونه است؟



### مسئله نمونه ۱-۱۸

شکل ۱۸-۷ الف، سه ذره باردار با بارهای  $q_1 = +2Q$ ،  $q_2 = -4Q$ ، و  $q_3 = -2Q$ ، هر یک به فاصله  $d$  از مبدأ را نشان می‌دهد. میدان الکتریکی خالص  $\vec{E}$  ایجاد شده در مبدأ چیست؟

**نکته کلیدی** بارهای  $q_1$ ،  $q_2$ ، و  $q_3$ ، به ترتیب، بردارهای میدان الکتریکی  $\vec{E}_1$ ،  $\vec{E}_2$ ، و  $\vec{E}_3$  را در مبدأ ایجاد می‌کنند، و میدان الکتریکی خالص، جمع برداری  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$  است. برای به دست آوردن این جمع برداری، ابتدا باید بزرگیها و جهت‌های این سه بردار میدان را بیابیم.

**بزرگیها و جهت‌ها:** برای یافتن بزرگی  $\vec{E}_1$ ، حاصل از  $q_1$ ، از معادله ۱۸-۳ با قراردادن  $d$  به جای  $r$  و  $2Q$  به جای  $q$  استفاده می‌کنیم و از آنجا به دست می‌آوریم

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2}$$

به همین ترتیب، بزرگی میدانهای  $\vec{E}_2$  و  $\vec{E}_3$  را به دست می‌آوریم

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2} \quad \text{و} \quad E_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Q}{d^2}$$

حال باید جهت‌های این سه بردار میدان الکتریکی را در مبدأ بیابیم. چون  $q_1$  بار مثبت است، بردار میدانی که ایجاد می‌کند از آن دور می‌شود، و چون  $q_2$  و  $q_3$  هر دو منفی‌اند، بردارهای میدانی که آنها ایجاد می‌کنند به سوی هر یک از آنهاست. بنابراین، جهت سه میدان الکتریکی ایجاد شده در مبدأ توسط سه ذره باردار، به گونه‌ای است که در شکل ۱۸-۷ ب نشان داده شده است (هشدار: توجه کنید که انتهای بردارها را در نقطه‌ای که میدانها باید محاسبه شوند، قرار داده‌ایم؛ به این ترتیب از احتمال خطا کاسته می‌شود).

**جمع میدانها:** اینک می‌توانیم میدانها را به طور برداری، همان گونه که برای نیروها در مسئله نمونه ۱۷-۱ پ انجام دادیم، جمع کنیم. ولی در اینجا برای ساده‌کردن حل مسئله، می‌توانیم از تقارن استفاده کنیم. از شکل ۱۸-۷ ب درمی‌یابیم که  $\vec{E}_2$  و  $\vec{E}_3$  جهت‌های یکسانی دارند. بنابراین، جمع برداری آنها،

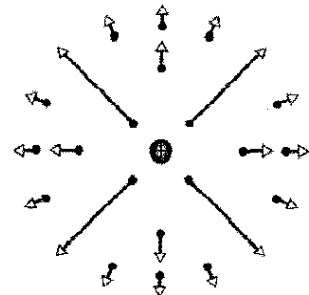
همان جهت را دارد و بزرگی آن عبارت است از

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \hat{r} \quad (2-18)$$

اگر  $q$  مثبت باشد، جهت  $\vec{F}$  مستقیماً در جهت دور شدن از بار نقطه‌ای، و اگر  $q$  منفی باشد، جهت  $\vec{F}$  مستقیماً در جهت نزدیک شدن به بار نقطه‌ای است. بزرگی بردار میدان الکتریکی با استفاده از معادله ۱۸-۱، چنین است

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (\text{بار نقطه‌ای}) \quad (3-18)$$

جهت  $\vec{E}$  در همان جهت نیروی وارد بر بار آزمون مثبت است: یعنی مستقیماً در جهت دور شدن از بار نقطه‌ای اگر  $q$  مثبت باشد، و مستقیماً در جهت نزدیک شدن به آن، اگر  $q$  منفی باشد. چون نقطه‌ای که برای  $q_0$  انتخاب می‌کنیم هیچ ویژگی خاصی ندارد، معادله ۱۸-۳ بزرگی میدان در هر نقطه‌ای پیرامون بار نقطه‌ای  $q$  را به دست می‌دهد. میدان یک بار نقطه‌ای در شکل ۱۸-۶ به صورت برداری (و نه به صورت خط‌های میدان) نشان داده شده است.



شکل ۱۸-۶ بردارهای میدان الکتریکی در چند نقطه مختلف پیرامون یک بار نقطه‌ای مثبت.

میدان الکتریکی خالص، یا برابند، حاصل از بیش از یک بار را می‌توانیم بی‌درنگ به دست آوریم. اگر یک آزمون مثبت  $q_0$  را نزدیک به  $n$  بار نقطه‌ای  $q_1$ ،  $q_2$ ،  $q_3$ ، ...،  $q_n$  قرار دهیم، آنگاه از معادله ۱۷-۷، نیروی خالص  $\vec{F}_0$  ناشی از  $n$  بار نقطه‌ای که بر بار آزمون اثر می‌کند چنین می‌شود

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} + \dots + \vec{F}_{0n}$$

در نتیجه، با استفاده از معادله ۱۸-۱، میدان الکتریکی خالص در مکان بار آزمون عبارت است از

$$\begin{aligned} \vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} &= \frac{\vec{F}_{01}}{q_0} + \frac{\vec{F}_{02}}{q_0} + \dots + \frac{\vec{F}_{0n}}{q_0} \\ &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n \end{aligned} \quad (4-18)$$

در اینجا  $\vec{E}_i$  میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای  $i$  است که به تنهایی اثر می‌کند. معادله ۱۸-۴ نشان می‌دهد که اصل برهم‌نهی علاوه بر نیروهای الکتروستاتیک برای میدانهای الکتریکی نیز برقرار است.



نظر به تقارن، میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در نقطه  $P$  و نیز میدانهای  $\vec{E}_{(+)}$  و  $\vec{E}_{(-)}$  ناشی از هریک از بارها که دو قطبی را می سازند، باید روی محور دوقطبی قرار گیرند که آن را محور  $z$  در نظر گرفته ایم. با به کار بردن اصل برهم نهی برای میدانهای الکتریکی، در می یابیم که بزرگی  $E$  میدان الکتریکی در نقطه  $P$  برابر است با

$$\begin{aligned} E &= E_{(+)} - E_{(-)} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_{(+)}^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_{(-)}^2} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(z - \frac{1}{2}d\right)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(z + \frac{1}{2}d\right)^2} \quad (5-18) \end{aligned}$$

پس از کمی عملیات جبری، این معادله را می توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \left[ \frac{1}{\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2} - \frac{1}{\left(1 + \frac{d}{2z}\right)^2} \right] \quad (6-18)$$

پس از مخرج مشترک گرفتن و ضرب جمله های آن خواهیم داشت

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \frac{2d/z}{\left(1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \frac{d}{\left(1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2} \quad (7-18)$$

معمولاً به اثر الکتریکی یک دو قطبی فقط در فاصله هایی که در مقایسه با ابعاد دو قطبی بزرگ اند - یعنی، در فاصله هایی که  $d \gg z$  است - علاقه مندیم. در چنین فاصله های بزرگی، در معادله ۷-۱۸ داریم  $d/2z \ll 1$ . در این صورت، با تقریب خود، می توانیم از  $d/2z$  در مخرج چشمپوشی کنیم که به دست می دهد

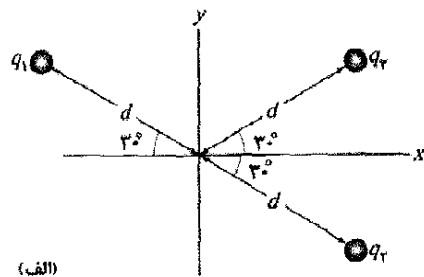
$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qd}{z^3} \quad (8-18)$$

حاصل ضرب  $qd$  که شامل دو ویژگی ذاتی  $q$  و  $d$  در دو قطبی است، برابر بزرگی  $p$  است که یک کمیت برداری است و گشتاور دوقطبی الکتریکی  $\vec{p}$  دوقطبی نامیده می شود. (یکای  $\vec{p}$  کولن - متر است). بنابراین، معادله ۸-۱۸ را می توان چنین نوشت

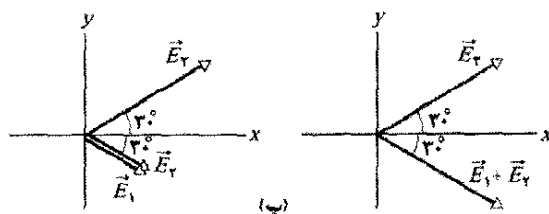
$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3} \quad (9-18) \quad (\text{دو قطبی الکتریکی})$$

همان گونه در شکل ۸-۱۸ ب نشان داده شده است، جهت  $\vec{p}$  از سر منفی دو قطبی به سوی سر مثبت آن در نظر گرفته می شود.

جهت  $\vec{p}$  می توانیم برای تعیین سمتگیری یک دو قطبی [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com) مرجع دانشجویان و مهندسان استفاده کنیم.



(الف)



(ب)

شکل ۷-۱۸ (الف) سه ذره با بارهای الکتریکی  $q_1$ ،  $q_2$  و  $q_3$  در فاصله یکسان  $d$  از مبدأ قرار دارند. (ب) بردارهای میدان الکتریکی  $\vec{E}_1$ ،  $\vec{E}_2$  و  $\vec{E}_3$  در مبدأ، حاصل از آن سه ذره. (پ) بردار میدان الکتریکی  $\vec{E}$  جمع برداری  $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$  در مبدأ.

$$\begin{aligned} E_1 + E_2 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Q}{d^2} \end{aligned}$$

که برابر با بزرگی میدان  $\vec{E}$  است.

اکنون باید دو بردار  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  جمع برداری  $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$  را، که بزرگی آنها یکسان است و همان گونه که در شکل ۷-۱۸ پ نشان داده شده است، نسبت به محور  $x$  قرینه اند، با هم ترکیب کنیم. از تقارن شکل ۷-۱۸ پ در می یابیم که مؤلفه های  $y$  یکسان دوبردار یکدیگر را خنثی می کنند و مؤلفه های  $x$  یکسان با هم جمع می شوند. بنابراین، میدان الکتریکی خالص  $\vec{E}$  در مبدأ، در جهت مثبت محور  $x$  و دارای بزرگی زیر است

$$\begin{aligned} E &= 2E_x = 2E_r \cos 30^\circ \\ &= (2) \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2} (\sqrt{3}/2) = \frac{\sqrt{3}Q}{4\pi\epsilon_0 d^2} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

## ۵-۱۸ میدان الکتریکی ناشی از یک دوقطبی الکتریکی

شکل ۸-۱۸ الف، دو ذره باردار به بزرگی  $q$  ولی با علامت مخالف را نشان می دهد که به فاصله  $d$  از هم قرار گرفته اند. همان گونه که درباره شکل ۵-۱۸ خاطر نشان کرده بودیم، این آرایش را دوقطبی الکتریکی می نامیم. می خواهیم میدان الکتریکی ناشی از دوقطبی شکل ۸-۱۸ الف را در نقطه  $P$  به فاصله  $z$  از وسط دوقطبی و روی محوری که از ذره ها می گذرد، موسوم به محور دوقطبی، بیابیم.

الکتریکی برای یک دوقطبی این است که در فاصله‌های دور، دوقطبی شبیه دو بار مساوی ولی با علامتهای مخالف به نظر می‌رسد که تقریباً - و نه کاملاً - بر هم منطبق‌اند. بنابراین، میدانهای الکتریکی در فاصله‌های دور تقریباً - ولی نه کاملاً - یکدیگر را خنثی می‌کنند.

### مسئله نمونه ۱۸-۲

اشباح (شکل ۱۸-۹ الف) درخششهای عظیمی هستند که بالای ابرهای تندری بزرگ رخ می‌دهند. در دهه‌های گذشته توسط خلبانانی که در شب پرواز می‌کرده‌اند مشاهده شده‌اند، ولی آنها به قدری کوتاه و کم نور بودند که بیشتر خلبانها آنها را خیالی می‌دانستند. سپس در سالهای ۱۹۹۰ اشیاء به تصویر درآمدند. آنها هنوز درک نشده‌اند ولی باور براین است که آنها هنگامی ایجاد می‌شوند که آذرخش پرقدرتی بین زمین و ابرهای تندری رخ دهد، به ویژه هنگامی که آذرخش مقدار عظیمی بار منفی  $-q$  را از سطح زمین به پایین ابرها منتقل کند (شکل ۱۸-۹ ب). درست پس از چنین انتقالی، زمین دارای توزیع پیچیده‌ای از بارهای مثبت می‌شود. ولی، می‌توانیم میدان الکتریکی حاصل از بارها در ابرها و زمین را با فرض اینکه یک دو قطبی الکتریکی قائم که بار  $-q$  در ارتفاع  $h$  ابر و بار  $+q$  در ارتفاع  $h$  زیرسطح زمین دارد (شکل ۱۸-۹ ب) مدل سازی کنیم. اگر  $q = 200\text{C}$  و  $h = 6/0\text{km}$  باشد، بزرگی میدان الکتریکی این دوقطبی در ارتفاع  $z_1 = 30\text{km}$  قدری بالای ابرها و در ارتفاع  $z_2 = 60\text{km}$  بالای آرامسپر چقدر است؟

**نکته کلیدی** می‌توانیم بزرگی  $E$  میدان الکتریکی دوقطبی را روی محور دو قطبی با معادله ۱۸-۸ تقریب بزنیم.

محاسبه‌ها: در اینجا می‌نویسیم

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q(2h)}{z^3}$$

که  $2h$  فاصله میان  $-q$  و  $+q$  در شکل ۱۸-۹ پ است. برای میدان الکتریکی در ارتفاع  $z_1 = 30\text{km}$ ، به دست می‌آوریم

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{(200\text{C})(2)(6/0 \times 10^3\text{m})}{(30 \times 10^3\text{m})^3}$$

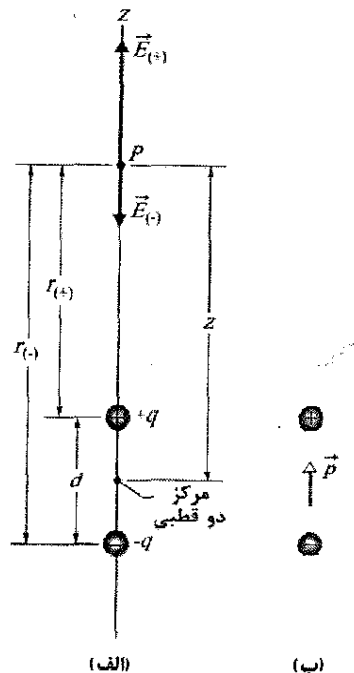
$$= 1/6 \times 10^2\text{N/C} \quad (\text{پاسخ})$$

به همین ترتیب، برای ارتفاع  $z_2 = 60\text{km}$ ، در می‌یابیم که

$$E = 2/0 \times 10^2\text{N/C} \quad (\text{پاسخ})$$

همان‌طور که در بخش ۱۸-۸ مطرح می‌کنیم، وقتی بزرگی میدان الکتریکی از یک مقدار حدی معین  $E_0$  تجاوز کند، این میدان می‌تواند الکترون‌ها را از اتمها بکند (اتمها را یونیده کند)، و در این صورت الکترونهای آزاد شده می‌توانند به داخل اتمهای دیگر بروند و به این ترتیب باعث گسیل نور از آن اتمها می‌شوند. مقدار  $E_0$  به چگالی هوایی که میدان الکتریکی در آن موجود است بستگی دارد. در ارتفاع  $z_2 = 60\text{km}$  چگالی هوا

معادله ۱۸-۹ نشان می‌دهد که اگر میدان الکتریکی یک دو قطبی را فقط در نقطه‌های دور اندازه بگیریم، هرگز نمی‌توانیم  $q$  و  $d$  را به طور مجزا داشته باشیم؛ بلکه فقط می‌توانیم حاصلضرب آنها را به دست آوریم. اگر، برای مثال،  $q$  دو برابر و به‌طور همزمان  $d$  نصف شود، میدان در نقطه‌های دور تغییر نخواهد کرد.



**شکل ۱۸-۸ الف)** یک دوقطبی الکتریکی. بردارهای میدان الکتریکی  $\vec{E}_{(+)}$  و  $\vec{E}_{(-)}$  در نقطه  $P$  واقع بر محور دوقطبی ناشی از دو بار دوقطبی‌اند. نقطه  $P$  در فاصله‌های  $r_{(+)}$  و  $r_{(-)}$  از بارهایی است که دوقطبی را ساخته‌اند. **(ب)** جهت گشتاور دو قطبی  $\vec{p}$ ، از بار منفی به سوی بار مثبت است.

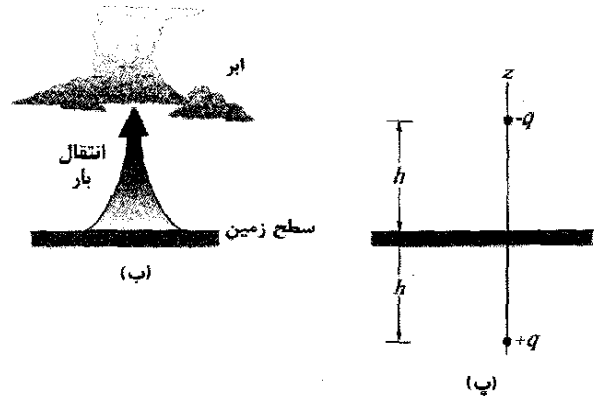
اگر چه معادله ۱۸-۹ فقط برای نقطه‌های دور روی محور دو قطبی برقرار است، معلوم می‌شود که  $E$  برای یک دو قطبی در مسه نقطه‌های دور، صرفنظر از اینکه آیا آنها روی محور دوقطبی قرار گرفته‌اند یا نه، به صورت  $1/r^3$  تغییر می‌کند؛ در اینجا  $r$  فاصله میان نقطه مورد نظر و مرکز دو قطبی است.

بررسی شکل ۱۸-۸ و خطهای میدان شکل ۱۸-۵ نشان می‌دهد که جهت  $\vec{E}$  برای نقطه‌های دور روی محور دو قطبی، همواره در جهت بردار گشتاور دو قطبی  $\vec{p}$  است. این وضعیت، چه نقطه  $P$  در شکل ۱۸-۸ الف روی قسمت بالایی محور دو قطبی باشد و چه در قسمت پایینی آن برقرار است.

معادله ۱۸-۹ نشان می‌دهد که اگر فاصله نقطه‌ای را از یک دو قطبی دو برابر کنیم، میدان الکتریکی در آن نقطه با عامل ۸ افت می‌کند. ولی اگر فاصله از یک تک بار نقطه‌ای را دو برابر کنیم، میدان الکتریکی فقط با عامل ۴ افت می‌کند (معادله ۱۸-۳ را ببینید). بنابراین، میدان الکتریکی یک دوقطبی با افزایش فاصله، به طور خیلی سریعتری نسبت به میدان الکتریکی یک تک بار منفرد افت می‌کند. دلیل فیزیکی این افت سریع میدان



(الف)



(پ)

شکل ۹-۱۸ (الف) تصویر یک شبح. (ب) آذرخشی که در آن مقدار بزرگی بار منفی از زمین به پایین ابر منتقل می‌شود. (پ) سامانه ابر-زمین به صورت یک دوقطبی الکتریکی قائم مدل سازی شده است.

بسیار کم است و به این ترتیب  $E = 2.0 \times 10^5 \text{ N/C}$  از  $E_c$  تجاوز می‌کند و بنابراین، توسط آتمها در هوا نور گسیل می‌شود. این نور، اشباح را درست می‌کند. در ارتفاع پایتتر، درست در ارتفاع  $z_1 = 30 \text{ km}$  بالای ابرها، که چگالی هوا به مراتب بیشتر است،  $E = 1/6 \times 10^5 \text{ N/C}$  از  $E_c$  تجاوز نمی‌کند، و بنابراین، نوری گسیل نمی‌شود. در نتیجه، اشباح فقط در فاصله‌های دور از ابرهای تندری رخ می‌دهند.

## ۶-۱۸ میدان الکتریکی ناشی از یک بار

### خطی

تا اینجا میدان الکتریکی حاصل از یک یا، حداکثر، چند بار نقطه‌ای را بررسی کردیم. حال توزیع باری را در نظر می‌گیریم که شامل تعداد بسیار زیادی بارهای نقطه‌ای نزدیک به هم (شاید میلیاردها) باشد که بر امتداد یک خط، روی یک سطح، یا داخل یک حجم پخش شده‌اند. به چنین توزیع‌هایی، توزیع پیوسته به جای گسسته گفته می‌شود. چون این توزیعها شامل تعداد بی‌نهایت زیادی از بارهای نقطه‌ای هستند، میدانهای الکتریکی حاصل از آنها را به جای در نظر گرفتن تک تک

بارهای نقطه‌ای، با استفاده از حسابان به دست می‌آوریم. در این بخش میدان الکتریکی حاصل از یک بار خطی را بررسی می‌کنیم. سطح باردار را در بخش بعد در نظر می‌گیریم. در فصل بعد، میدان داخل یک کره باردار یکنواخت را به دست می‌آوریم.

وقتی با توزیع بار پیوسته سروکار داریم، مناسبترین کار این است که بار روی یک جسم را به جای آنکه به صورت یک بار کلی در نظر بگیریم، بر حسب چگالی بار بیان کنیم. مثلاً برای یک بار خطی، چگالی خطی بار (یا بار در واحد طول)  $\lambda$  را در نظر می‌گیریم که یکای آن در SI، کولن بر متر است. جدول ۱۸-۲ چگالیهای بار دیگری را نشان می‌دهد که از آنها استفاده خواهیم کرد.

جدول ۱۸-۲

برخی از یکاهای بار الکتریکی

نام	نماد	یکای SI
بار	$q$	C
چگالی خطی بار	$\lambda$	C/m
چگالی سطحی بار	$\sigma$	C/m <sup>2</sup>
چگالی حجمی بار	$\rho$	C/m <sup>3</sup>

شکل ۱۸-۱۰، حلقه باریکی به شعاع  $R$  را با چگالی خطی بار مثبت یکنواخت  $\lambda$  روی پیرامون آن نشان می‌دهد. می‌توانیم این گونه تصور کنیم که حلقه از پلاستیک یا عایقه‌های دیگری ساخته شده است، به گونه‌ای که بارها را می‌توان در جای خود ثابت در نظر گرفت. میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در نقطه  $P$ ، به فاصله  $z$  از صفحه حلقه در امتداد محور مرکزی آن، چیست؟

برای پاسخ دادن به این پرسش، نمی‌توانیم معادله ۱۸-۳ را که میدان الکتریکی حاصل از یک بار نقطه‌ای را به دست می‌دهد، به طور مستقیم به کار بگیریم، زیرا حلقه به روشنی یک بار نقطه‌ای نیست. ولی می‌توانیم به طور ذهنی حلقه را به عنصرهای دیفرانسیلی بار که به حدی کوچک‌اند که به بارهای نقطه‌ای می‌مانند، تقسیم کنیم و سپس معادله ۱۸-۳ را برای هر یک از آنها به کار ببریم. آنگاه می‌توانیم میدانهای الکتریکی ایجاد شده توسط عنصرهای دیفرانسیلی در نقطه  $P$  را با هم جمع کنیم. جمع برداری میدانها، میدان الکتریکی ایجاد شده در نقطه  $P$  را به دست می‌دهد.

فرض می‌کنیم  $ds$  طول (کمان) هر عنصر دیفرانسیلی حلقه باشد. چون  $\lambda$ ، بار در واحد طول (کمان) است، بزرگی بار این عنصر برابر است با

$$dq = \lambda ds \quad (18-10)$$

این بار دیفرانسیلی، میدان الکتریکی دیفرانسیلی  $d\vec{E}$  را در نقطه  $P$ ، که به فاصله  $r$  از آن عنصر قرار دارد، ایجاد می‌کند. این عنصر را به عنوان یک بار نقطه‌ای در نظر می‌گیریم. با استفاده از معادله ۱۸-۱۰ می‌توان معادله ۱۸-۳ را برای یافتن بزرگی  $dE$  به صورت زیر نوشت

بنابراین، از ضرب معادله‌های (۱۲-۱۸) و (۱۳-۱۸)، برای مؤلفه موازی  $d\vec{E}$  خواهیم داشت

$$dE \cos \theta = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} ds \quad (14-18)$$

برای جمع کردن مؤلفه‌های موازی  $dE \cos \theta$  که توسط همهٔ عناصرها ایجاد شده‌اند، از معادلهٔ ۱۴-۱۸ روی پیرامون حلقه، از  $s=0$  تا  $s=2\pi R$ ، انتگرال می‌گیریم. چون تنها کمیتی که در معادلهٔ ۱۴-۱۸، حین انتگرالگیری تغییر می‌کند  $s$  است، کمیت‌های دیگر را می‌توان از زیر علامت انتگرال بیرون برد. آنگاه انتگرالگیری چنین به دست می‌دهد

$$E = \int dE \cos \theta = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} ds = \frac{z\lambda(2\pi R)}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (15-18)$$

چون  $\lambda$  بار در واحد طول حلقه است، در نتیجه جملهٔ  $\lambda(2\pi R)$  در معادلهٔ ۱۵-۱۸ برابر با مقدار  $q$ ، یعنی بار کل روی حلقه است. آنگاه، می‌توان معادلهٔ ۱۵-۱۸ را چنین نوشت

$$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (\text{حلقه باردار}) \quad (16-18)$$

اگر بار روی حلقه، به جای مثبت، منفی باشد، بزرگی میدان در نقطهٔ  $P$  باز هم با معادلهٔ ۱۶-۱۸ داده می‌شود. ولی، در این صورت سوی بردار میدان الکتریکی به جای آنکه از حلقه دور شود، به سمت حلقه خواهد بود.

حال معادلهٔ ۱۶-۱۸ را برای نقطه‌ای بسیار دور روی محور مرکزی که در آن  $R \ll z$  است، بررسی می‌کنیم. برای چنین نقطه‌ای، به جای عبارت  $z^2 + R^2$  در معادلهٔ ۱۶-۱۸ می‌توان مقدار تقریبی  $z^2$  را قرارداد، و از آنجا معادلهٔ ۱۶-۱۸ چنین می‌شود

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{z^2} \quad (\text{حلقه باردار در فاصله دور}) \quad (17-18)$$

این نتیجه‌ای معقول است، زیرا در یک فاصله دور، حلقه مانند یک بار نقطه‌ای به نظر می‌رسد. اگر در معادلهٔ ۱۷-۱۸ به جای  $z$  مقدار  $r$  را قرار دهیم، در واقع به معادلهٔ ۳-۱۸ می‌رسیم که بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک بار نقطه‌ای است.

حال معادلهٔ ۱۶-۱۸ را برای نقطه‌ای در مرکز حلقه، یعنی برای  $z=0$ ، در نظر می‌گیریم. در این نقطه، معادلهٔ ۱۶-۱۸  $E=0$  را به دست می‌دهد. این هم نتیجه‌ای معقول است، زیرا اگر در حلقه بار آزمونی را قرار دهیم، هیچ نیروی الکتروستاتیکی خالصی بر آن اثر نمی‌کند؛ نیروی ناشی از هر عنصر حلقه با نیروی ناشی از عنصر مقابل آن خنثی می‌شود. براساس معادلهٔ ۱۶-۱۸، اگر نیرو در مرکز حلقه صفر باشد، میدان الکتریکی نیز

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2} \quad (11-18)$$

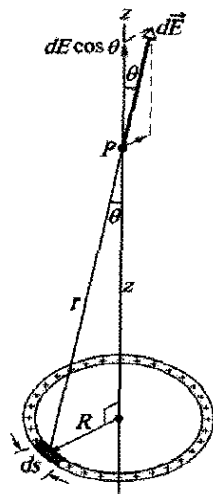
با استفاده از معادلهٔ ۱۰-۱۸، می‌توان معادلهٔ ۱۱-۲۲ را چنین بازنویسی کرد

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (12-18)$$

شکل ۱۰-۱۸ نشان می‌دهد که  $d\vec{E}$  با محور مرکزی (که محور  $z$  در نظر گرفته شده است) زاویهٔ  $\theta$  می‌سازد و دارای مؤلفه‌هایی عمود بر محور و موازی با آن است.

هر عنصر بار در حلقه، میدان دیفرانسیلی  $d\vec{E}$  را در نقطهٔ  $P$  ایجاد می‌کند، که بزرگی آن با معادلهٔ ۱۲-۱۸ داده می‌شود. تمام بردارهای  $d\vec{E}$  دارای مؤلفه‌هایی موازی با محور مرکزی هستند که هم در بزرگی و هم در جهت یکسان‌اند. بعلاوه، تمام این بردارهای  $d\vec{E}$  دارای مؤلفه‌هایی عمود بر محور مرکزی‌اند؛ این مؤلفه‌های عمودی دارای بزرگی یکسان ولی جهت‌های مخالف‌اند. در واقع، برای هر مؤلفهٔ عمودی که در جهت معینی قرار دارد، مؤلفهٔ دیگری در جهت مخالف آن وجود دارد. مجموع این زوج مؤلفه‌ها، مانند مجموع همهٔ زوج مؤلفه‌های دیگر که جهت مخالف دارند، برابر با صفر است.

بنابراین، مؤلفه‌های عمود بر محور، یکدیگر را خنثی می‌کنند و دیگر لازم نیست که آنها را در نظر بگیریم. به این ترتیب، مؤلفه‌های موازی باقی می‌مانند؛ همهٔ آنها در یک جهت‌اند، پس میدان الکتریکی در نقطهٔ  $P$  برابر با مجموع آنهاست.



شکل ۱۰-۱۸ حلقه‌ای با بار مثبت یکنواخت. یک عنصر دیفرانسیلی بار، طول  $ds$  را (که برای روشنایی، به طور اغراق آمیزی بزرگ نشان داده شده است) اشغال می‌کند. این عنصر، میدان الکتریکی  $d\vec{E}$  را در نقطهٔ  $P$  ایجاد می‌کند. مؤلفهٔ  $d\vec{E}$  در امتداد محور مرکزی حلقه،  $dE \cos \theta$  است.

مؤلفهٔ موازی  $d\vec{E}$  نشان داده شده در شکل ۱۰-۱۸ دارای بزرگی  $dE \cos \theta$  است، همچنین، این شکل نشان می‌دهد که

$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}} \quad (13-18)$$

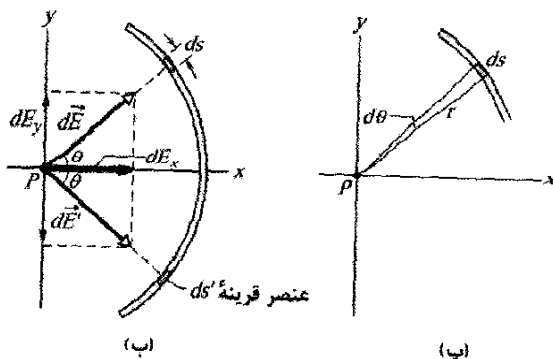
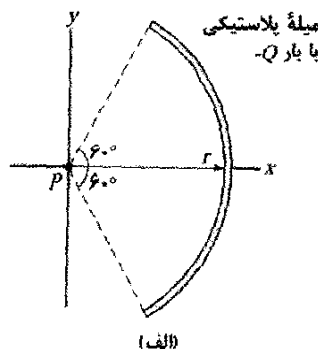
## مسئله نمونه ۳-۱۸ مهارت خود را تقویت کنید

شکل ۱۸-۱۱ الف، یک میله پلاستیکی را نشان می‌دهد که بار  $-Q$  به طور یکنواخت روی آن توزیع شده است. این میله به صورت یک کمان دایره‌ای  $۱۲۰^\circ$  به شعاع  $r$  خم شده است. محورهای مختصات را به گونه‌ای در نظر می‌گیریم که محور تقارن میله در امتداد محور  $x$  و مبدأ مختصات در مرکز خمیدگی  $P$  میله باشد. میدان الکتریکی  $\vec{E}$  ناشی از میله در نقطه  $P$  برحسب  $Q$  و  $r$  چگونه است؟

**نکته کلیدی** چون میله دارای توزیع بار پیوسته است، باید عبارتی برای میدانهای الکتریکی ناشی از عنصرهای دیفرانسیلی میله به دست آوریم، و سپس این میدانها را با استفاده از حسابان با هم جمع کنیم.

**یک عنصر:** یک عنصر دیفرانسیلی با طول کمان  $ds$  را در نظر می‌گیریم که در زاویه  $\theta$  بالای محور  $x$  واقع شده است (شکل ۱۸-۱۱ ب). اگر چگالی بار خطی میله  $\lambda$  باشد، عنصر  $ds$  دارای باری دیفرانسیلی به بزرگی زیر خواهد بود

$$dq = \lambda ds \quad (18-18)$$



شکل ۱۸-۱۱ الف) یک میله پلاستیکی با بار  $-Q$  بخشی از دایره‌ای به شعاع  $r$  و زاویه مرکزی  $۱۲۰^\circ$  است؛ نقطه  $P$  مرکز خمیدگی میله است. ب) یک عنصر دیفرانسیلی در نیمه بالایی میله، در زاویه  $\theta$  نسبت به محور  $x$  و طول کمان  $ds$ ، میدان الکتریکی دیفرانسیلی  $d\vec{E}$  را در نقطه  $P$  ایجاد می‌کند. عنصر  $ds$ ، به نسبت به محور  $x$  با  $ds$  قرینه است، میدان  $d\vec{E}'$  را در نقطه  $P$  با همان بزرگی ایجاد می‌کند. ب) طول کمان  $ds$  نسبت به نقطه  $P$  زاویه  $d\theta$  می‌سازد.

**میدان عنصر:** این عنصر، میدان الکتریکی  $d\vec{E}$  را در نقطه  $P$ ، که به فاصله  $r$  از عنصر دیفرانسیلی است، ایجاد می‌کند. با در نظر گرفتن این عنصر به صورت یک بار نقطه‌ای، معادله ۱۸-۳ را می‌توان برای نمایش بزرگی  $d\vec{E}$  به صورت زیر نوشت

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2} \quad (18-19)$$

چون بار  $dq$  منفی است، جهت  $d\vec{E}$  به سوی  $ds$  است.

**سهم تقارن:** این عنصر دیفرانسیلی در نیمه پایینی میله دارای یک عنصر قرینه  $ds'$  است (تصویر آینه‌ای). میدان الکتریکی  $d\vec{E}'$  که توسط  $ds'$  در نقطه  $P$  ایجاد می‌شود با معادله ۱۸-۱۹ داده می‌شود، ولی جهت بردار میدان، همان گونه که در شکل ۱۸-۱۱ ب نشان داده شده است، به سوی  $ds'$  است. اگر بردارهای میدان الکتریکی ناشی از  $ds$  و  $ds'$  را همان گونه که در شکل ۱۸-۱۱ ب نشان داده شده است به مؤلفه‌های  $x$  و  $y$  تجزیه کنیم، درمی‌یابیم که مؤلفه‌های  $y$  آنها یکدیگر را خنثی می‌کنند (چون بزرگی آنها یکسان، و در جهتهایی مخالف‌اند). همچنین در می‌یابیم که مؤلفه‌های  $x$  آنها دارای بزرگی برابرند ولی جهت آنها یکسان است.

**مجموع:** بنابراین، برای یافتن میدان الکتریکی ایجاد شده توسط میله، فقط به جمع کردن (با انتگرالگیری) مؤلفه‌های  $x$  میدانهای الکتریکی دیفرانسیلی ایجاد شده توسط عنصرهای دیفرانسیلی میله، نیاز داریم. با استفاده از شکل ۱۸-۱۱ ب و معادله ۱۸-۱۹، می‌توان مؤلفه  $dE_x$  ایجاد شده توسط  $ds$  را به این صورت نوشت

$$dE_x = dE \cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r^2} \cos\theta ds \quad (18-20)$$

معادله ۱۸-۲۰ دارای دو متغیر  $\theta$  و  $s$  است. پیش از انتگرالگیری، باید یکی از متغیرها را حذف کرد. برای این منظور  $ds$  را با استفاده از رابطه زیر جایگزین می‌کنیم

$$ds = r d\theta$$

که در آن  $d\theta$  زاویه مرکزی در نقطه  $P$  است که کمان با طول  $ds$  را دربردارد (شکل ۱۸-۱۱ ب). با این جایگزینی، می‌توان از معادله ۱۸-۲۰ روی زاویه‌ای که توسط میله در نقطه  $P$  تشکیل شده است، از  $\theta = -60^\circ$  تا  $\theta = 60^\circ$  انتگرال گرفت؛ که این بزرگی میدان الکتریکی ناشی از میله را در نقطه  $P$  به دست می‌دهد

$$\begin{aligned} E &= \int dE_x = \int_{-60^\circ}^{60^\circ} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r^2} \cos\theta r d\theta \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \int_{-60^\circ}^{60^\circ} \cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} [\sin\theta]_{-60^\circ}^{60^\circ} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} [\sin 60^\circ - \sin(-60^\circ)] \\ &= \frac{1.732}{4\pi\epsilon_0 r} \end{aligned}$$

مرحله ۴. همیشه باید در جستجوی هرگونه تقارن در مسئله باشیم. اگر نقطه  $P$  روی محور تقارن توزیع بار باشد، میدان  $d\vec{E}$  ناشی از  $dq$  را به مؤلفه‌هایی عمود و موازی محور تقارن تجزیه می‌کنیم. آنگاه عنصر دیفرانسیلی دیگر  $dq'$  را که نسبت به خط تقارن، قرینه  $dq$  است تجزیه می‌کنیم. در نقطه  $P$  بردار  $d\vec{E}'$  را که این عنصر قرینه ایجاد می‌کند، رسم و آن را به مؤلفه‌ها تجزیه می‌کنیم. یکی از مؤلفه‌های ایجاد شده توسط  $dq$  مؤلفه خنثی شونده است؛ این مؤلفه با مؤلفه متناظری که توسط  $dq'$  ایجاد شده خنثی می‌شود و دیگر نیازی به در نظر گرفتن آن نیست. مؤلفه دیگر ایجاد شده توسط  $dq$  یک مؤلفه جمع شونده است؛ این مؤلفه باید با مؤلفه متناظری که توسط  $dq$  ایجاد شده جمع شود. مؤلفه‌های جمع شونده همه عنصرهای دیفرانسیلی را با انتگرالگیری جمع می‌کنیم.

مرحله ۵. در اینجا چهار نوع کلی از توزیعهای بار یکنواخت، با راهبردهایی برای ساده‌کردن انتگرال مرحله ۴ ارائه می‌شود.

حلقه، با نقطه  $P$  روی محور (مرکزی) تقارن، مشابه شکل ۱۸-۱۰. در رابطه مربوط به  $d\vec{E}$ ، مشابه معادله ۱۲-۱۸، به جای  $r^2$  عبارت  $z^2 + R^2$  را قرار می‌دهیم. مؤلفه جمع شونده  $d\vec{E}$  را برحسب  $\theta$  بیان می‌کنیم. در آن  $\cos \theta$  ظاهر می‌شود، ولی  $\theta$  برای همه عنصرهای دیفرانسیلی یکسان است و در نتیجه یک متغیر نیست. به جای  $\cos \theta$  از معادله ۱۸-۱۳ قرار می‌دهیم. روی  $S$ ، به دور پیرامون حلقه انتگرال می‌گیریم.

کمان دایره‌ای، با نقطه  $P$  در مرکز خمیدگی، مشابه شکل ۱۸-۱۱. مؤلفه جمع شونده  $d\vec{E}$  را برحسب  $\theta$  بیان می‌کنیم. در آن  $\sin \theta$  یا  $\cos \theta$  ظاهر می‌شود. دو متغیر حاصل  $s$  و  $\theta$  را با قرار دادن  $r d\theta$  به جای  $ds$  به یک متغیر  $\theta$  کاهش می‌دهیم. مانند مسئله نمونه ۱۸-۳، روی  $\theta$  از یک سر کمان تا سر دیگر آن انتگرال می‌گیریم. خط راست، با نقطه  $P$  روی امتداد این خط، مشابه شکل ۱۸-۱۲ الف. در عبارت مربوط به  $d\vec{E}$  به جای  $r$  مقدار  $x$  را قرار می‌دهیم. روی  $x$  از یک سر خط بار تا سر دیگر آن انتگرال می‌گیریم.

خط راست، با نقطه  $P$  در فاصله عمودی  $y$  از خط باردار، مشابه شکل ۱۸-۱۲ ب. در عبارت مربوط به  $d\vec{E}$ ، به جای  $r$  عبارتی شامل  $x$  و  $y$  را جایگزین می‌کنیم. اگر  $P$  روی عمود منصف خط باردار باشد، عبارتی برای مؤلفه جمع شونده  $d\vec{E}$  به دست می‌آوریم. در این رابطه  $\sin \theta$  یا  $\cos \theta$  ظاهر می‌شود. دو متغیر حاصل  $x$  و  $\theta$  را با جایگزینی تابع مثلثاتی با عبارتی شامل  $x$  و  $y$  (از

اگر حدود انتگرالگیری را عوض کنیم، به همین نتیجه ولی با علامت منفی می‌رسیم. چون انتگرالگیری فقط بزرگی  $\vec{E}$  را به دست می‌دهد، در این صورت علامت منفی را کنار می‌گذاریم.) چگالی بار: برای محاسبه  $\lambda$ ، توجه می‌کنیم که زاویه مرکزی میله  $120^\circ$  و از این رو یک - سوم یک دایره کامل است. پس طول کمان آن  $2\pi r/3$  است، و چگالی بار خطی آن باید چنین باشد

$$\lambda = \frac{\text{بار}}{\text{طول}} = \frac{Q}{2\pi r/3} = \frac{3Q}{2\pi r}$$

با قراردادن این رابطه در معادله ۱۸-۲۱ و ساده‌کردن آن به دست می‌آوریم

$$E = \frac{(1/3)(3Q/2\pi r)}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (\text{پاسخ})$$

جهت  $\vec{E}$  به سوی میله، در امتداد محور تقارن توزیع بار است.  $\vec{E}$  را می‌توانیم برحسب نمادگذاری بردارهای یک‌ه چنن بنویسیم

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{i}$$

## تدبیرهای حل مسئله

### تدبیر ۱: راهنمای میدان برای خطهای بار

در اینجا به راهنمای کلی برای یافتن میدان الکتریکی  $\vec{E}$  ناشی از یک خط باردار یکنواخت، چه به صورت دایره‌ای و چه به صورت خط راست، در نقطه  $P$  می‌پردازیم. راهبرد کلی، انتخاب یک عنصر دیفرانسیلی  $dq$  از بار، یافتن  $d\vec{E}$  ناشی از آن عنصر، و انتگرالگیری از  $d\vec{E}$  روی تمام خط باردار است.

مرحله ۱. اگر خط باردار دایره‌ای باشد،  $ds$  را طول کمان یک عنصر دیفرانسیلی از توزیع بار در نظر می‌گیریم. اگر خط باردار مستقیم باشد، محور  $x$  را روی خط و  $dx$  را طول یک عنصر دیفرانسیلی از آن اختیار می‌کنیم. این عنصر را روی شکل مشخص می‌کنیم.

مرحله ۲. رابطه بار  $dq$  عنصر دیفرانسیلی را با عنصر طول به صورت  $dq = \lambda ds$  یا  $dq = \lambda dx$ ، در نظر می‌گیریم.  $dq$  و  $\lambda$  را مثبت اختیار می‌کنیم. حتی اگر بار الکتریکی در واقع منفی باشد. (علامت بار در مرحله بعد به کار می‌آید.)

مرحله ۳. میدان  $d\vec{E}$  ایجاد شده در نقطه  $P$  توسط  $dq$  را با معادله ۱۸-۳، که در آن  $q$  با  $\lambda ds$  یا با  $\lambda dx$  جایگزین شده است بیان می‌کنیم. اگر بار روی خط مثبت باشد، آنگاه در نقطه  $P$  بردار  $d\vec{E}$  را در جهت دور شدن از  $dq$ ، و اگر این بار منفی باشد، آن بردار را به سوی  $dq$  رسم می‌کنیم.



## ۱۸-۲ میدان الکتریکی ناشی از یک قرص باردار

شکل ۱۸-۱۳، یک قرص پلاستیکی دایره‌ای به شعاع  $R$  را نشان می‌دهد که دارای بار سطحی مثبت با چگالی  $\sigma$  روی سطح خارجی آن است (به جدول ۱۸-۲ نگاه کنید). میدان الکتریکی در نقطه  $P$ ، به فاصله  $z$  از قرص، در امتداد محور مرکزی آن چیست؟

روش کار این است که قرص را به حلقه‌های هم‌مرکز تخت تقسیم و سپس میدان الکتریکی در نقطه  $P$  را با جمع کردن (یعنی، با انتگرالگیری) سهم تمام حلقه‌ها محاسبه می‌کنیم. شکل ۱۸-۱۳، یکی از این حلقه‌ها را به شعاع  $r$  و پهنای شعاعی  $dr$  نشان می‌دهد. چون  $\sigma$ ، بار الکتریکی در یکای سطح است، بار روی حلقه برابر است با

$$dq = \sigma dA = \sigma (2\pi r dr) \quad (18-22)$$

که در آن  $dA$  مساحت عنصر دیفرانسیلی حلقه است.

مسئله مربوط به میدان الکتریکی ناشی از یک حلقه باردار را پیشتر حل کرده‌ایم. با قراردادن  $dq$  از معادله ۱۸-۲۲ به جای  $q$  در معادله ۱۸-۱۶، و جایگزینی  $R$  در معادله ۱۸-۱۶ با  $r$ ، میدان الکتریکی  $dE$  در نقطه  $P$  ناشی از حلقه تخت به دست می‌آید

$$dE = \frac{z \sigma 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + r^2)^{3/2}}$$

که می‌توان آن را چنین نوشت

$$dE = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \frac{2r dr}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \quad (18-23)$$

حال  $E$  را با انتگرالگیری روی سطح قرص، یعنی با انتگرالگیری نسبت به متغیر  $r$  از  $r=0$  تا  $r=R$ ، به دست می‌آوریم. توجه کنید که  $z$  در این انتگرالگیری ثابت می‌ماند. از آنجا به دست می‌آوریم

$$E = \int dE = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \int_0^R (z^2 + r^2)^{-3/2} (2r) dr \quad (18-24)$$

برای حل این انتگرال، آن را با قراردادن  $X = (z^2 + r^2)^{-1/2}$ ،  $m = -\frac{3}{2}$  و  $dX = (-r) dr$  به شکل  $\int X^m dX$  می‌نویسیم. برای این انتگرال داریم

$$\int X^m dX = \frac{X^{m+1}}{m+1}$$

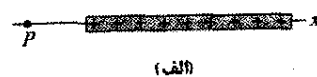
و بنابراین معادله ۱۸-۲۴ چنین می‌شود

$$E = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \left[ \frac{(z^2 + r^2)^{-1/2}}{-\frac{1}{2}} \right]_0^R \quad (18-25)$$

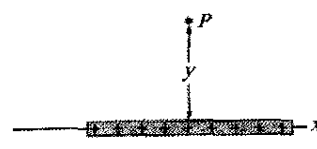
با قرار دادن حدود انتگرال در معادله ۱۸-۲۵ و مرتب کردن آن،

به دست می‌آوریم

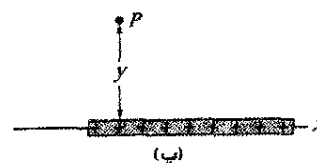
روی تعریف) به یک متغیر  $x$  کاهش می‌دهیم. از رابطه به دست آمده روی  $x$  از یک سر خط باردار تا سر دیگر آن انتگرال می‌گیریم. اگر  $P$ ، مانند شکل ۱۸-۱۲، روی خط تقارن نباشد، انتگرالی برای جمع کردن مؤلفه‌های  $dE_x$  تشکیل می‌دهیم و برای یافتن  $E_x$ ، از آن روی  $x$  انتگرال می‌گیریم. همچنین، انتگرالی برای جمع کردن مؤلفه‌های  $dE_y$  تشکیل می‌دهیم و برای یافتن  $E_y$ ، دوباره روی  $x$  انتگرال می‌گیریم. با استفاده از مؤلفه‌های  $E_x$  و  $E_y$ ، بزرگی  $E$  و جهت  $\vec{E}$  را به روش مرسوم به دست می‌آوریم.



(الف)



(ب)

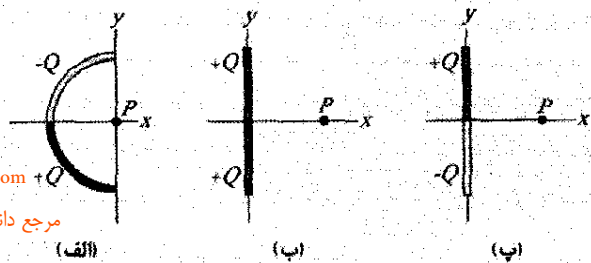


(پ)

شکل ۱۸-۱۲ (الف) نقطه  $P$  در امتداد خط بار واقع است. (ب) روی خط تقارن خط بار در فاصله عمودی  $y$  از آن خط قرار دارد. (پ) همانند (ب) با این تفاوت که  $P$  روی خط تقارن واقع نیست.

مرحله ۶. آرایشی از حدود انتگرالگیری نتیجه‌ای مثبت به دست می‌دهد. آرایش وارون آن، همان نتیجه را با علامت منفی به دست می‌دهد؛ علامت منفی را نادیده می‌گیریم. اگر قرار باشد نتیجه برحسب بار کل توزیع شده  $Q$  بیان شود،  $\lambda$  را با  $Q/L$  جایگزین می‌کنیم که در آن  $L$  طول توزیع بار است. برای یک حلقه،  $L$  برابر با پیرامون حلقه است.

✓ نکته واریسی ۲ شکل زیر، سه میله نارسانا را نشان می‌دهد، که یکی دایره‌ای و دو تای دیگر خط راست هستند. هر یک از میله‌ها دارای بار یکنواخت با بزرگی  $Q$  روی نیمه بالایی و بار دیگری روی نیمه پایین آن است. برای هر میله، جهت میدان الکتریکی خالص در نقطه  $P$  چگونه است؟



(الف)

(ب)

(پ)

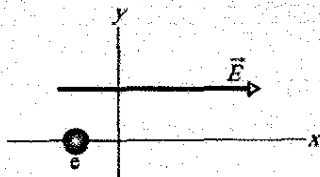
آنچه رخ می‌دهد این است که هر ذره باردار یک نیروی الکترواستاتیکی اثر می‌کند که با رابطه زیر داده می‌شود

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad (18-27)$$

که در آن  $q$  بار ذره (شامل علامت آن) و  $\vec{E}$  میدان الکتریکی است که ذره‌های دیگر در محل ذره مورد نظر ایجاد کرده‌اند. (این میدان، میدان الکتریکی ایجاد شده توسط خود ذره نیست)؛ برای تمایز این دو میدان، میدان وارد بر ذره در معادله ۱۸-۲۸، اغلب میدان خارجی نامیده می‌شود. معادله ۱۸-۲۸ حاکی از آن است که

نیروی الکترواستاتیکی  $\vec{F}$  وارد بر یک ذره باردار که در میدان خارجی  $\vec{E}$  قرار گرفته، در صورتی که بار  $q$  ذره مثبت باشد در جهت  $\vec{E}$  و در صورتی که  $q$  منفی باشد، در جهت مخالف آن است.

✓ **نکته واریسی ۳** (الف) در شکل زیر، جهت نیروی الکترواستاتیکی وارد بر الکترون ناشی از میدان الکتریکی خارجی نشان داده شده چگونه است؟ (ب) اگر الکترون پیش از روبه رو شدن با میدان خارجی، در جهت موازی محور  $y$  حرکت کند، در چه جهتی شتاب خواهد گرفت؟ (پ) حال اگر الکترون در ابتدا رو به سمت راست در حرکت باشد، آیا تندی آن افزایش می‌یابد یا کاهش، یا ثابت می‌ماند؟



### اندازه‌گیری بار بنیادی

معادله ۱۸-۲۸ در اندازه‌گیری بار بنیادی  $e$  در سالهای ۱۹۱۰ تا ۱۹۱۳ توسط فیزیکدان آمریکایی رابرت. ای. میلیکان<sup>۱</sup>، نقشی اساسی داشته است. شکل ۱۸-۱۴ شمایی از دستگاه اوست. وقتی قطره‌هایی ریز روغن به داخل اتاقک A افشانده شوند، برخی از آنها در حین این فرایند، باردار مثبت یا منفی می‌شوند. قطره‌ای را در نظر می‌گیریم که رو به پایین از میان حفره کوچکی در صفحه  $P_1$  وارد اتاقک C می‌شود. فرض می‌کنیم که این قطره بار منفی  $q$  دارد.

اگر کلید S، همان گونه که در شکل ۱۸-۱۴ نشان داده شده، باز باشد آنگاه باتری B هیچ اثر الکتریکی روی اتاقک C ندارد. ولی وقتی کلید بسته شود (در این صورت اتصال بین اتاقک C و پایانه مثبت باتری کامل می‌شود) باتری، بار مثبت اضافی روی

www.iran-mavad.com

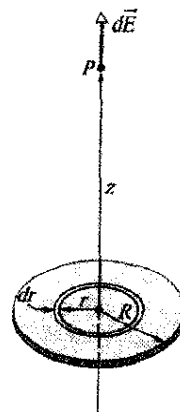
مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \quad (18-26) \text{ (فرض باردار)}$$

که بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک قرص تخت باردار دایره‌ای، در نقطه‌هایی روی محور مرکزی آن است. (در محاسبه انتگرال، فرض کردیم که  $z \geq 0$ ).

اگر در حالی که  $z$  را متناهی نگه داشته‌ایم،  $R$  را به سمت بینهایت میل دهیم ( $R \rightarrow \infty$ )، جمله دوم درون پرانتز معادله ۱۸-۲۶ به سمت صفر میل می‌کند، و معادله به صورت زیر ساده می‌شود

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (\text{ورقه نامتناهی}) \quad (18-27)$$



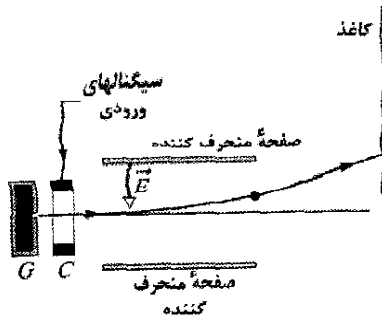
شکل ۱۸-۱۳ قرصی به شعاع  $R$  و بار مثبت یکنواخت. شعاع حلقه نشان داده شده  $r$  و پهنای شعاعی آن  $dr$  است. این حلقه، میدان الکتریکی دیفرانسیلی  $d\vec{E}$  را در نقطه  $P$  واقع بر محور مرکزی ایجاد می‌کند.

این، میدان الکتریکی حاصل از یک ورقه باردار یکنواخت نامتناهی است که در یک طرف نارسایی از قبیل پلاستیک قرار گرفته است. خطهای میدان الکتریکی برای چنین وضعیتی در شکل ۱۸-۳ نشان داده شده است.

همچنین اگر در حالی که  $R$  را متناهی نگهداشته‌ایم در معادله ۱۸-۲۶ مقدار  $z$  را به سمت صفر میل دهیم ( $z \rightarrow 0$ )، به همان معادله ۱۸-۲۷ می‌رسیم. این نشان می‌دهد که در نقطه‌های بسیار نزدیک به قرص، میدان الکتریکی ایجاد شده توسط قرص همان میدان حاصل از قرصی است که به طور نامتناهی گسترش یافته است.

## ۱۸-۸ بار نقطه‌ای در میدان الکتریکی

در چهار بخش گذشته به یکی از دو کار پیش روی خود پرداختیم: با داشتن یک توزیع بار معین، میدان الکتریکی حاصل از آن را در فضای پیرامون به دست آوردیم. در اینجا به کار دوم می‌پردازیم: تعیین اینکه برای یک ذره باردار وقتی که در میدان الکتریکی ایجاد شده توسط بارهای ساکن یا در حال حرکت آهسته‌ای قرار گیرد، چه رخ می‌دهد؟



شکل ۱۸-۱۵ اساس کار یک چاپگر جوهر افشان. قطره‌ها از مولد  $G$  پرتاب و در واحد تولید بار  $C$ ، باردار می‌شوند. سیگنال ورودی از یک رایانه، بار داده شده به هر قطره و در نتیجه اثر میدان  $E$  روی قطره و مکان برخورد قطره با کاغذ را کنترل می‌کند. حدود ۱۰۰ قطره ریز برای ثبت یک حرف تنها لازم است.

شکل ۱۸-۱۵ یک قطره باردار منفی را نشان می‌دهد که میان دو صفحه رسانای منحرف کننده که بین آنها میدان الکتریکی یکنواخت و رو به پایین  $E$  برقرار است، حرکت می‌کند. قطره بنا بر معادله ۱۸-۲۸ رو به بالا منحرف می‌شود و آنگاه در مکانی که با بزرگی  $E$  و اندازه بار  $q$  قطره تعیین می‌شود، با کاغذ برخورد می‌کند.

در عمل،  $E$  ثابت نگه داشته می‌شود و مکان قطره، با بار  $q$  که در واحد تولید بار به قطره داده می‌شود، جایی که باید پیش از ورود به دستگاه منحرف کننده از آن عبور کند، تعیین می‌شود. واحد باردار کننده به نوبه خود با سیگنالهای الکترونیکی که ماده آماده چاپ را رمزگذاری می‌کند، فعال می‌شود.

### فروریزش الکتریکی و جرقه زنی

اگر بزرگی میدان الکتریکی در هوا از مقدار حدی معین  $E_C$  تجاوز کند، هوا دستخوش فروریزش الکتریکی می‌شود، فرایندی که به موجب آن، میدان الکترونها را از آنها در هوا جدا می‌کند. آنگاه هوا شروع به رسانش جریان الکتریکی می‌کند، زیرا الکترونها آزاد شده توسط این میدان به حرکت درمی‌آیند. وقتی آنها حرکت کنند، با هر اتمی در مسیرشان برخورد می‌کنند

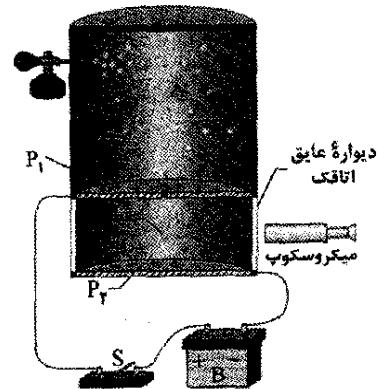


شکل ۱۸-۱۶ سیمهای فلزی به حدی باردار شده‌اند که میدان الکتریکی حاصل از آن در فضای اطراف باعث فروریزش الکتریکی هوا در آنجا شده است.

صفحه رسانای  $P_1$  و بار منفی اضافی روی صفحه رسانای  $P_2$  ایجاد می‌کند. این صفحه‌های باردار، یک میدان الکتریکی رو به پایین در اتاقک  $C$  به وجود می‌آورند. بنا بر معادله ۱۸-۲۸، این میدان بر هر قطره باردار که به داخل اتاقک می‌افتد یک نیروی الکتروستاتیکی وارد می‌کند و بر حرکت آن تأثیر می‌گذارد. در این حالت خاص، ذره باردار منفی رو به سمت بالا کشیده خواهد شد.

میلیکان با قطع و وصل کردن کلید، زمان حرکت قطره‌های روغن را اندازه گرفت و از آنجا با تعیین بار  $q$ ، کشف کرد که مقدارهای  $q$  همواره با رابطه زیر داده می‌شوند (۱۸-۲۹)

$$q = ne, \text{ برای } n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$



شکل ۱۸-۱۴ دستگاه قطره روغن میلیکان برای اندازه‌گیری بار بنیادی  $e$ . وقتی یک قطره روغن باردار از طریق سوراخ واقع در صفحه  $P_1$  به داخل اتاقک  $C$  وارد شود، حرکت آن می‌تواند با باز و بسته کردن کلید  $S$  کنترل و در نتیجه در اتاقک  $C$  یک میدان الکتریکی برقرار یا حذف شود. برای دیدن قطره، به منظور اندازه‌گیری زمان حرکت آن، از یک میکروسکوپ استفاده می‌شود.

که در آن  $e$  یک ثابت بنیادی است که بار بنیادی نامیده می‌شود و مقدارش برابر  $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  است. آزمایش میلیکان دلیلی متقاعد کننده برای کوانتیده بودن بار است، و او به خاطر این کار در سال ۱۹۲۳/۱۳۰۲ جایزه نوبل فیزیک را به دست آورد. اندازه‌گیریهای جدید بار بنیادی بر آزمایشهای گوناگون و به هم پیوسته‌ای متکی است، که همه آنها دقیقتر از آزمایش پیشگامانه میلیکان هستند.

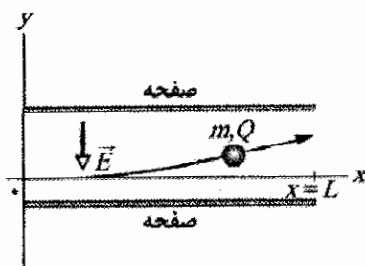
### چاپ جوهر افشان

نیاز به چاپ کردن با کیفیت بالا و سرعت زیاد باعث شده است تا تلاشهایی برای جایگزین کردن چاپهای تماسی، از قبیل ماشینهای تحریر متداول، صورت بپذیرد. یکی از روشهای جایگزین، ثبت حروف با پاشاندن قطره‌های جوهر روی کاغذ است.

فرایند را با افشاندن دانه‌های گردۀ باردار روی گیاهان انجام می‌دهند، طوری که دانه‌ها به جای افتادن بیهوده روی زمین روی کلاله جمع می‌شوند.

### مسئله نمونه ۱۸-۲

شکل ۱۸-۱۸ صفحه‌های منحرف کننده یک چاپگر جوهرافشان را با محورهای مختصات روی آن نشان می‌دهد. قطرهٔ جوهری به جرم  $m = 1/3 \times 10^{-10} \text{ kg}$  و بار منفی به بزرگی  $Q = 1/5 \times 10^{-13} \text{ C}$ ، که در آغاز در امتداد محور  $x$  با تندی  $v_x = 18 \text{ m/s}$  حرکت می‌کند، وارد ناحیهٔ میان صفحه‌ها می‌شود. طول هر یک از صفحه‌ها  $L$ ، برابر  $1/6 \text{ cm}$  است. صفحه‌ها باردار می‌شوند و بنابراین، در تمام نقطه‌ها میان آنها یک میدان الکتریکی ایجاد می‌شود. فرض کنید که میدان الکتریکی  $\vec{E}$  رو به پایین، یکنواخت و دارای بزرگی  $1/4 \times 10^6 \text{ N/C}$  باشد. انحراف قائم قطره در لبهٔ دور صفحه‌ها چقدر است؟ (نیروی گرانشی وارد بر قطره نسبت به نیروی الکتروستاتیکی وارد بر آن کوچک است و می‌توان آن را نادیده گرفت).



شکل ۱۸-۱۸ یک قطرهٔ جوهر به جرم  $m$  و بزرگی بار  $Q$  در میدان الکتریکی یک چاپگر جوهر افشان منحرف می‌شود.

**نکتهٔ کلیدی** قطره باردار منفی و جهت میدان الکتریکی رو به پایین است. بنابر معادلهٔ ۱۸-۲۸، یک نیروی الکتروستاتیکی ثابت با بزرگی  $QE$  رو به بالا بر قطرهٔ باردار وارد می‌شود. بنابراین، وقتی قطره با تندی ثابت  $v_x$  موازی با محور  $x$  حرکت کند، با شتاب تقریباً ثابت  $a_y$  رو به بالا شتاب می‌گیرد.

**محاسبه‌ها:** با به کاربردن قانون دوم نیوتون ( $F=ma$ ) برای مؤلفه‌های در امتداد محور  $y$ ، خواهیم داشت

$$a_y = \frac{F}{m} = \frac{QE}{m} \quad (۱۸-۳۰)$$

زمان لازم برای عبور قطره از ناحیهٔ میان صفحه‌ها را  $t$  در نظر می‌گیریم. در زمان  $t$ ، جابه‌جاییهای قائم و افقی قطره به ترتیب عبارت اند از

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 \text{ و } L = v_x t \quad (۱۸-۳۱)$$

با حذف  $t$  بین این دو معادله و قراردادن معادلهٔ ۱۸-۳۰ به جای

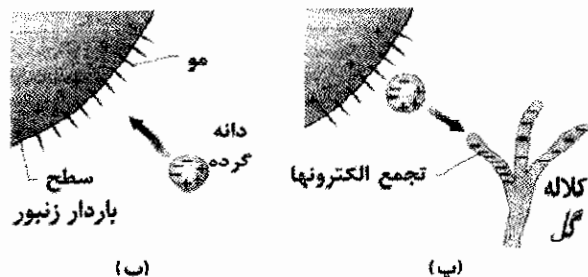
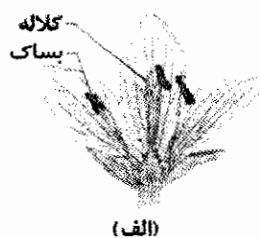
[www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com)  
مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

و بدین ترتیب باعث می‌شوند که آن اتمها نور گسیل کنند. مسیرهای الکترونیهای آزاد را، که عموماً جرقه نامیده می‌شوند، به دلیل نور گسیل شده می‌توان دید. شکل ۱۸-۱۶ جرقه‌های بالای سیمهای فلزی بارداری را نشان می‌دهد که در آنجا میدانهای الکتریکی حاصل از سیمها باعث فرو ریزش الکتریکی هوا شده‌اند.

### گرده افشانی و الکتروستاتیک

توانایی یک زنبور برای حمل گرده از گلی به گل دیگر به دو ویژگی بستگی دارد. (۱) زنبورها هنگام پرواز در هوا باردار می‌شوند. (۲) بساک گل (شکل ۱۸-۱۷ الف) به لحاظ الکتریکی از زمین جداسازی کلاله به لحاظ الکتریکی به زمین متصل است. وقتی زنبوری نزدیکی بساک پر می‌زند، میدان الکتریکی ناشی از بار روی زنبور روی یک دانهٔ گردۀ خنثی بار القا می‌کند، که موجب زیاد شدن بار منفی در قسمت نزدیک نسبت به قسمت دورتر می‌شود (شکل ۱۸-۱۷ ب). بارهای دو قسمت مساوی است ولی فاصلهٔ آنها از زنبور مساوی نیست، و نیروی ربایشی در قسمت نزدیک اندکی بیشتر از نیروی رانشی قسمت دور است. در نتیجه دانهٔ گردۀ به طرف زنبور کشیده می‌شود، که ضمن پرواز زنبور به سمت بساک گل به آن می‌چسبد.

وقتی زنبور در گل دیگر به کلاله نزدیکی می‌شود، بار روی زنبور، و بار القا شده در دانه الکترونیهای رسانش را تا نوک کلاله می‌آورد (شکل ۱۸-۱۷ پ) چون کلاله به لحاظ الکتریکی به زمین متصل است، این الکترونها به قسمت نزدیکتر دانه جذب شده و از طرف دورتر رانده می‌شود. اگر دانه به اندازه کافی به کلاله نزدیک باشد، نیروی خالص موجب می‌شود که دانه به کلاله بچسبد و گل را بارور کند. مهندسان کشاورزی این



شکل ۱۸-۱۷ الف) قسمتهای بساک و کلاله یک گل (ب) دانهٔ گردۀ

در بساک توسط زنبور به طور القایی باردار شده است. (پ) الکترونیهای جمع شده در نوک کلاله دانه را جذب می‌کنند.

برای بررسی این رفتار، یک دوقطبی الکتریکی منفردی را، همان گونه که در شکل ۱۸-۲۰ الف نشان داده شده است، در میدان الکتریکی خارجی یکنواخت  $\vec{E}$  در نظر می گیریم. فرض می کنیم که این دوقطبی ساختار صلبی دارد که شامل دو مرکز با بارهای مخالف، هر یک به بزرگی  $q$  است که به فاصله  $d$  از هم قرار گرفته اند. گشتاور دو قطبی  $\vec{p}$  با میدان  $\vec{E}$  زاویه  $\theta$  می سازد. نیروهای الکتروستاتیکی بر دو انتهای باردار دوقطبی وارد می شوند. چون میدان الکتریکی یکنواخت است، این نیروها در جهت های مخالف (همان گونه که در شکل ۱۸-۲۰ الف نشان داده شده است) و با بزرگی یکسان  $F = qE$  وارد می شوند، بنابراین، چون میدان الکتریکی یکنواخت است، نیروی خالص وارد بر دو قطبی از سوی میدان برابر با صفر است و مرکز جرم دوقطبی حرکت نمی کند. ولی، نیروهای وارد بر دو انتهای باردار، گشتاور خالص  $\vec{\tau}$  را بر دوقطبی حول مرکز جرم آن وارد می کنند. مرکز جرم دوقطبی روی خط واصل دو انتهای باردار، به فاصله  $x$  از یک انتها و به فاصله  $d-x$  از انتهای دیگر قرار دارد. با استفاده از معادله ۱۰-۳۹ ( $\tau = rF \sin \theta$ ) بزرگی این گشتاور نیروی خالص  $\vec{\tau}$  را می توانیم چنین بنویسیم

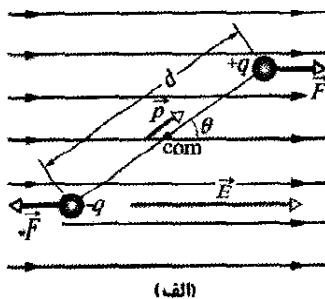
$$\tau = Fx \sin \theta + F(d-x) \sin \theta = Fd \sin \theta \quad (۱۸-۳۲)$$

همچنین بزرگی  $\vec{\tau}$  را می توانیم برحسب بزرگیهای میدان الکتریکی  $E$  و گشتاور دوقطبی  $p = qd$  بنویسیم. برای این کار، در معادله ۱۸-۳۲،  $qE$  را به جای  $F$  و  $p/q$  را به جای  $d$  قرار می دهیم و از آنجا بزرگی  $\tau$  برابر است با

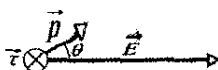
$$\tau = pE \sin \theta \quad (۱۸-۳۳)$$

این معادله را می توانیم به شکل برداری تعمیم دهیم

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \quad (\text{گشتاور وارد بر یک دو قطبی}) \quad (۱۸-۳۴)$$



(الف)



(ب)

شکل ۱۸-۲۰ (الف) یک دو قطبی الکتریکی در میدان الکتریکی خارجی و یکنواخت  $\vec{E}$ . بار دو مرکز، یکسان ولی با علامت مخالف است و به اندازه  $d$  از هم فاصله دارند. خط واصل آنها، اتصال صلب آنها را نشان می دهد. (ب) میدان  $\vec{E}$  گشتاور نیروی  $\vec{\tau}$  بر دو قطبی وارد می کند. جهت  $\vec{\tau}$  به داخل صفحه است که با نماد  $\otimes$  نمایش داده شده است.

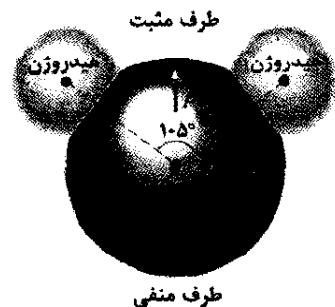
$$y = \frac{QEL^2}{2mv_x^2} = \frac{(1/5 \times 10^{-13} \text{ C})(1/4 \times 10^6 \text{ N/C})(1/6 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{(2)(1/3 \times 10^{-10} \text{ kg})(1 \text{ km/s})^2} = 6/4 \times 10^{-4} \text{ m} = 0/64 \text{ mm} \quad (\text{پاسخ})$$

## ۱۸-۹ دوقطبی در میدان الکتریکی

گشتاور دوقطبی الکتریکی  $\vec{p}$  یک دوقطبی الکتریکی را به صورت برداری تعریف کردیم که جهت آن از سرمنفی دوقطبی به سر مثبت آن است. همان طور که خواهیم دید، رفتار یک دوقطبی در میدان الکتریکی یکنواخت خارجی  $\vec{E}$  را می توان به طور کامل برحسب بردارهای  $\vec{E}$  و  $\vec{p}$  توصیف کرد، بدون آنکه هیچ نیازی به جزئیات درباره ساختار دوقطبی باشد.

مولکول آب ( $\text{H}_2\text{O}$ ) یک دوقطبی الکتریکی است؛ شکل ۱۸-۱۹ این امر را نشان می دهد. در این شکل نقطه های سیاه نشان دهنده هسته اکسیژن (دارای هشت پروتون) و دو هسته هیدروژن (هریک دارای یک پروتون) هستند. ناحیه های خاکستری که آنها را در بر گرفته اند، ناحیه هایی هستند که در آنجا الکترون ها می توانند اطراف هسته قرار گیرند.

در مولکول آب، دو اتم هیدروژن و یک اتم اکسیژن بر یک خط مستقیم قرار ندارند، بلکه به ترتیبی که در شکل ۱۸-۱۹ نشان داده شده است، با هم زاویه ای در حدود  $105^\circ$  می سازند. بنابراین، مولکول آب، یک «طرف اکسیژن» و یک «طرف هیدروژن» مشخص دارد. افزون بر این، ۱۰ الکترون مولکول آب مایل اند به هسته اکسیژن نزدیکتر باشند تا هسته های هیدروژن. این باعث می شود که طرف اکسیژن مولکول کمی بیشتر از طرف هیدروژن آن منفی شود و بدین ترتیب یک گشتاور دوقطبی الکتریکی  $\vec{p}$  ایجاد می شود که جهت آن، همان گونه که نشان داده شده است، در امتداد محور تقارن مولکول است. اگر مولکول آب در میدان الکتریکی خارجی قرار گیرد، رفتار آن همان طور که انتظار می رود مشابه دوقطبی الکتریکی منفرد شکل ۱۸-۸ خواهد بود.



شکل ۱۸-۱۹ مولکول  $\text{H}_2\text{O}$ ، که سه هسته (نمایش داده شده با نقطه ها) و ناحیه هایی را نشان می دهد که در آنجا الکترون ها می توانند باشند. جهت گشتاور دو قطبی الکتریکی  $\vec{p}$  از طریق یک صفحه موازی با محور تقارن مولکول (ممتد) مولکول است.



معادله‌های ۱۸-۳۷ و ۱۸-۳۸ نشان می‌دهند که انرژی پتانسیل دو قطبی هنگامی که  $\theta = 0$  باشد کمترین است ( $U = -pE$ )، و این در هنگامی است که  $\vec{p}$  و  $\vec{E}$  در یک جهت‌اند؛ وقتی  $\theta = 180^\circ$  باشد، انرژی پتانسیل بیشترین است ( $U = pE$ )، و این در هنگامی است که  $\vec{p}$  و  $\vec{E}$  در جهتهای مخالف‌اند.

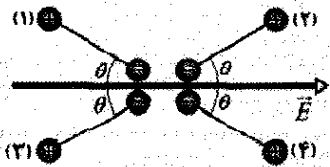
وقتی یک دو قطبی از سمتگیری اولیه  $\theta_i$  به سمتگیری بعدی  $\theta_f$  می‌چرخد، کار  $W$  انجام شده روی دو قطبی توسط میدان الکتریکی برابر است با

$$W = -\Delta U = -(U_f - U_i) \quad (18-39)$$

که در آن  $U_f$  و  $U_i$  با معادله ۱۸-۳۸ محاسبه می‌شوند. اگر تغییر در سمتگیری بر اثر یک گشتاور نیروی خارجی باشد (که عموماً گفته می‌شود ناشی از یک عامل خارجی است)، آنگاه کار  $W_a$  انجام شده توسط این گشتاور نیروی خارجی روی دو قطبی، منفی کار انجام شده توسط میدان روی دو قطبی است؛ یعنی

$$W_a = -W = (U_f - U_i) \quad (18-40)$$

✓ **نکته واریسی ۴** شکل زیر، چهار سمتگیری یک دو قطبی الکتریکی را در یک میدان خارجی نشان می‌دهد. این سمتگیریه‌ها را بنا بر (الف) بزرگی گشتاور نیروی وارد بر دو قطبی و (ب) انرژی پتانسیل دو قطبی، از بیشترین تا کمترین مقدار مرتب کنید.



### پخت و پز با میکروموج

اگر غذا محتوی آب باشد می‌تواند با یک اجاق میکروموج گرم و پخته شود چون مولکولهای آب به صورت دوقطبیهای الکتریکی هستند. وقتی اجاق را روشن می‌کنید، چشمه میکروموج خیلی سریع میدان الکتریکی  $\vec{E}$  را در داخل اجاق و هم چنین در داخل غذا برقرار می‌کند. از معادله ۱۸-۳۴، می‌توان دید که هر میدان الکتریکی  $\vec{E}$  گشتاوری را بر یک گشتاور دوقطبی الکتریکی  $\vec{p}$  اعمال می‌کند تا  $\vec{p}$  در راستای  $\vec{E}$  قرار گیرد. چون  $\vec{E}$  اجاق نوسان می‌کند، مولکولهای آب به طور پیوسته در جهت خشی کردن سمتگیری با  $\vec{E}$  جست و خیز می‌کنند.

انرژی از میدان الکتریکی به انرژی گرمایی آب (و غذا) منتقل می‌شود و در آن سه مولکول آب به یکدیگر پیوند خورده و یک گروه تشکیل می‌دهند. جست و خیز برخی از پیوندها را مرجع دانشجویان و مهندسان می‌کنند. وقتی مولکولها دوباره پیوند تشکیل می‌دهند، انرژی به

بردارهای  $\vec{p}$  و  $\vec{E}$  در شکل ۱۸-۲۰ ب نشان داده شده‌اند. گشتاور نیرویی که بر دو قطبی اثر می‌کند بردار  $\vec{p}$  (و در نتیجه دو قطبی) را در جهت  $\vec{E}$  می‌چرخاند و بدین ترتیب  $\theta$  را کاهش می‌دهد. در شکل ۱۸-۲۰، چنین چرخشی ساعتگرد است. همان‌طور که در فصل ۱۰ دیدیم، می‌توانیم گشتاور نیروی ناشی از چرخش ساعتگرد را با قراردادن یک علامت منفی در کنار بزرگی گشتاور نیرو نشان دهیم. با این نمادگذاری، رابطه مربوط به گشتاور نیرو از شکل ۱۸-۲۰ چنین می‌شود

$$\tau = -pE \sin \theta \quad (18-35)$$

### انرژی پتانسیل یک دو قطبی الکتریکی

انرژی پتانسیل می‌تواند به چگونگی سمتگیری دوقطبی الکتریکی در میدان الکتریکی وابسته باشد. دوقطبی کمترین انرژی پتانسیل خود را هنگامی دارد که در وضعیت سمتگیری متعادل خود باشد، یعنی هنگامی که گشتاور دو قطبی  $\vec{p}$  با میدان  $\vec{E}$  در یک جهت باشد (در نتیجه  $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} = 0$ ). در تمام سمتگیریهای دیگر، دوقطبی انرژی پتانسیل بیشتری دارد. بنابراین، دو قطبی شبیه یک آونگ است که کمترین انرژی پتانسیل گرانشی را در وضعیت سمتگیری تعادل یعنی در پایینترین نقطه دارد. برای چرخاندن دو قطبی یا آونگ به هر سمتگیری دیگری، به انجام کار توسط یک عامل خارجی نیاز داریم.

در هر وضعیتی که به انرژی پتانسیل مربوط باشد، مجازیم که بیکربندی انرژی پتانسیل صفر را کاملاً اختیاری تعریف کنیم، زیرا فقط اختلاف انرژی پتانسیل مفهوم فیزیکی دارد. این نشان می‌دهد که اگر انرژی پتانسیل را هنگامی که زاویه  $\theta$  در شکل ۱۸-۲۰ برابر  $90^\circ$  است، صفر اختیار کنیم آنگاه عبارت انرژی پتانسیل دو قطبی الکتریکی در میدان الکتریکی خارجی به ساده‌ترین شکل در می‌آید. در این صورت می‌توانیم انرژی پتانسیل  $U$  دوقطبی را در هر مقداری از  $\theta$  با معادله ۱۸-۳۷ ( $\Delta U = -W$ ) و با محاسبه کار  $W$  انجام شده میدان روی دو قطبی هنگامی که دو قطبی از  $90^\circ$  تا آن مقدار  $\theta$  چرخیده است، پیدا کنیم. به کمک معادله ۱۰-۵۳ ( $W = \int \tau d\theta$ ) و معادله ۱۸-۳۵، درمی‌یابیم که انرژی پتانسیل  $U$  در هر زاویه  $\theta$  چنین است

$$U = -W = - \int_{90^\circ}^{\theta} \tau d\theta = \int_{90^\circ}^{\theta} pE \sin \theta d\theta \quad (18-36)$$

محاسبه این انتگرال به رابطه زیر می‌انجامد

$$U = -pE \cos \theta \quad (18-37)$$

این معادله را می‌توانیم به شکل برداری چنین تعمیم دهیم

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad (\text{انرژی پتانسیل دو قطبی}) \quad (18-38)$$



محاسبه‌ها: از معادله ۱۸-۴۰ در می‌یابیم

$$\begin{aligned} W_a &= U_{180^\circ} - U_0 \\ &= (-pE \cos 180^\circ) - (-pE \cos 0^\circ) \\ &= -2pE = (2)(6/2 \times 10^{-30} \text{ C.m})(1/5 \times 10^4 \text{ N/C}) \\ &= 1/9 \times 10^{-25} \text{ J} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

## بازنگری و خلاصه درس

**میدان الکتریکی** یک راه برای توضیح نیروی الکتروستاتیکی میان دو بار این است که فرض کنیم هر بار در فضای پیرامون خود یک میدان الکتریکی ایجاد می‌کند. آنگاه نیروی الکتروستاتیکی که به هر یک از دوبار وارد می‌شود، ناشی از میدان الکتریکی ایجاد شده توسط بار دیگر در محل آن است.

**تعریف میدان الکتریکی** میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در هر نقطه برحسب نیروی الکتروستاتیکی  $\vec{F}$  که بر بار آزمون مثبت  $q_0$  واقع در آن نقطه اثر می‌کند، تعریف می‌شود

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (1-18)$$

**خطهای میدان الکتریکی** خطهای میدان الکتریکی وسیله‌ای برای تجسم جهت و بزرگی میدانهای الکتریکی است. بردار میدان الکتریکی در هر نقطه، مماس بر خط میدانی است که از آن نقطه می‌گذرد. چگالی خطهای میدان در هر ناحیه متناسب با بزرگی میدان الکتریکی در آن ناحیه است. خطهای میدان از بارهای مثبت شروع و به بارهای منفی ختم می‌شوند.

**میدان ناشی از یک بار نقطه‌ای** بزرگی میدان الکتریکی  $\vec{E}$  ناشی از یک بار نقطه‌ای در فاصله  $r$  از آن بار برابر است با

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (3-18)$$

جهت  $\vec{E}$ ، اگر بار مثبت باشد به سمت دور شدن از بار نقطه‌ای، و اگر بار منفی باشد به سمت نزدیک شدن به آن است. **میدان ناشی از دوقطبی الکتریکی** دوقطبی الکتریکی شامل دو ذره با بارهایی با بزرگی یکسان  $q$  ولی با علامت مخالف است که به فاصله کوچک  $d$  از هم قرار گرفته‌اند. **گشتاور دوقطبی الکتریکی**  $\vec{p}$  دارای بزرگی  $qd$  و جهت آن از بار منفی به طرف بار مثبت است. بزرگی میدان الکتریکی ناشی از دو قطبی در نقطه‌ای واقع بر محور دوقطبی (که از هر دو بار می‌گذرد) برابر است با

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^2} \quad (9-18)$$

که در آن  $z$  فاصله میان آن نقطه و مرکز دوقطبی است.

**میدان ناشی از توزیع بار پیوسته** میدان الکتریکی مرجع دانشجویان و مهندسان باید توزیع بار پیوسته با در نظر گرفتن عنصرهای دیفرانسیلی

حرکت کاتوره‌ای گروه و سپس مولکولهای اطراف تبدیل می‌شود. گاهی گرمایش شگفت‌انگیز می‌شود. مثلاً اگر یک دونات ژله‌ای را گرم کنید، ژله (که مقدار زیادی آب دارد) از ماده دونات (که آب کمتری دارد) خیلی بیشتر گرم می‌شود. هرچند که بیرون دونات گرم نیست، اگر به ژله دست بزنید دستان می‌سوزد. اگر مولکولهای آب دو قطبیهای الکتریکی نبوند، اجاقهای میکرو موج وجود نداشتند.

## مسئله نمونه ۱۸-۵

مولکول آب خنثی ( $H_2O$ ) در حالت بخار خود دارای یک گشتاور دوقطبی الکتریکی به بزرگی  $6/2 \times 10^{-30} \text{ C.m}$  است. (الف) مرکزهای بار مثبت و بار منفی مولکول در چه فاصله‌ای از هم قرار دارند؟

**نکته کلیدی** گشتاور دوقطبی مولکول به بزرگی  $q$  بار مثبت یا منفی مولکول و فاصله  $d$  میان بارها، بستگی دارد.

**محاسبه‌ها:** در یک مولکول آب خنثی،  $10$  الکترون و  $10$  پروتون وجود دارد؛ در نتیجه، بزرگی گشتاور دو قطبی آن برابر است با

$$p = qd(10e)(d)$$

که در آن  $d$  فاصله مورد نظر و  $e$  بار بنیادی است. بنابراین، داریم

$$\begin{aligned} d &= \frac{p}{10e} = \frac{6/2 \times 10^{-30} \text{ C.m}}{(10)(1/6 \times 10^{-19} \text{ C})} \\ &= 3/9 \times 10^{-12} \text{ m} = 3/9 \text{ pm} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

این فاصله نه تنها کوچک است، بلکه در واقع از شعاع اتم هیدروژن نیز کوچکتر است.

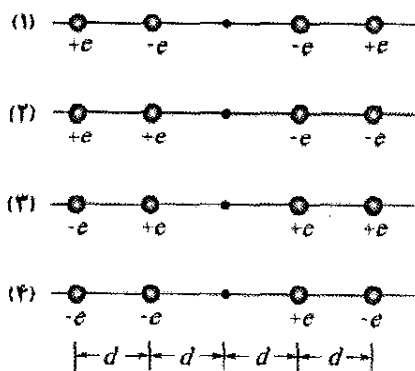
(ب) اگر این مولکول در میدان الکتریکی  $1/5 \times 10^4 \text{ N/C}$  قرار گیرد، گشتاور بیشینه‌ای که این میدان می‌تواند بر آن وارد کند چقدر است؟ (چنین میدانی را می‌توان به آسانی، در آزمایشگاه ایجاد کرد.)

**نکته کلیدی** گشتاور نیروی وارد بر دو قطبی هنگامی بیشینه است که زاویه  $\theta$  میان  $\vec{p}$  و  $\vec{E}$  برابر  $90^\circ$  باشد. **محاسبه‌ها:** قراردادن این مقدار در معادله ۱۸-۲۳ جنس به دست می‌دهد

$$\begin{aligned} \tau &= pE \sin \theta \\ &= (6/2 \times 10^{-30} \text{ C.m})(1/5 \times 10^4 \text{ N/C})(\sin 90^\circ) \\ &= 9/3 \times 10^{-26} \text{ N.m} \end{aligned}$$

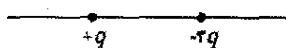
(ب) یک عامل خارجی چقدر کار باید انجام دهد تا این مولکول با شروع از وضعیت هم‌خط بودن کامل با میدان، که در آن  $\theta = 0^\circ$  است، به اندازه  $180^\circ$  بچرخد؟

**نکته کلیدی** کار انجام شده توسط عامل خارجی (بر اثر گشتاوری که به مولکول وارد شده است) برابر با تغییر انرژی پتانسیل مولکول بر اثر تغییر سمتگیری آن است.



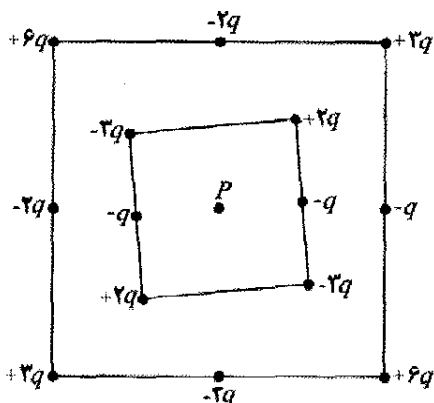
شکل ۱۸-۲۲ پرسش ۲

۳- شکل ۱۸-۲۳ دو ذره باردار را که در مکانهای خود روی محور ثابت شده‌اند نشان می‌دهد. (الف) در کجای این محور (غیر از فاصله نامتناهی) نقطه‌ای وجود دارد که در آنجا میدان الکتریکی خالص آنها صفر باشد: میان بارها، در سمت چپ، یا در سمت راست آنها؟ (ب) آیا نقطه‌ای خارج از محور (غیر از فاصله نامتناهی) وجود دارد که در آن نقطه میدان الکتریکی صفر باشد؟



شکل ۱۸-۲۳ پرسش ۳

۴- شکل ۱۸-۲۴ دو آرایه مربعی از ذره‌های باردار را نشان می‌دهد. مربعها که مرکز آنها در نقطه P قرار دارد هم‌ردیف نیستند. ذره‌ها در پیرامون مربعها به فاصله d یا d/2 از هم قرار گرفته‌اند. بزرگی و جهت میدان الکتریکی خالص در نقطه P چیست؟



شکل ۱۸-۲۴ پرسش ۴

۵- در شکل ۱۸-۲۵، دو ذره با بار -q به طور متقارن نسبت به محور y قرار گرفته‌اند و هر کدام یک میدان الکتریکی در نقطه P واقع بر محور x ایجاد می‌کنند. (الف) آیا بزرگیهای این میدانها در نقطه P برابر است؟ (ب) آیا جهت هر میدان الکتریکی به سمت بار ایجاد کننده آن است یا به سمت دور شدن از آن؟ (پ) آیا بزرگی نیروی الکتریکی خالص در نقطه P

بار به صورت بارهای نقطه‌ای و سپس با جمع کردن بردارهای میدان الکتریکی ناشی از همه آن عنصرهای بار، با انتگرالگیری، به دست می‌آید.

### نیروی وارد بر یک بار نقطه‌ای در میدان الکتریکی

وقتی بار نقطه‌ای q در میدان الکتریکی خارجی  $\vec{E}$  که توسط بارهای دیگر ایجاد شده است، قرار گیرد نیروی الکتروستاتیکی که بر آن بار وارد می‌شود برابر است با

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad (18-28)$$

نیروی  $\vec{F}$  در همان جهت  $\vec{E}$  است اگر q مثبت باشد، و در خلاف جهت  $\vec{E}$  است اگر q منفی باشد.

### دو قطبی در میدان الکتریکی

الکتریکی با گشتاور دو قطبی  $\vec{p}$  در میدان الکتریکی  $\vec{E}$  قرار گیرد، میدان گشتاوری بر دو قطبی وارد می‌کند که برابر است:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \quad (18-34)$$

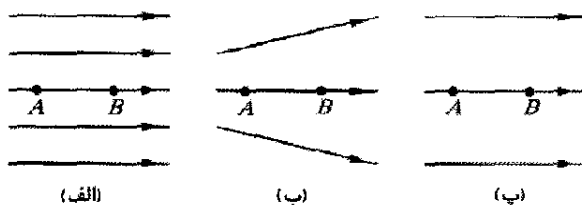
دو قطبی دارای انرژی پتانسیل U است که به سمتگیری آن در میدان وابسته است

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad (18-38)$$

هر گاه  $\vec{p}$  عمود بر  $\vec{E}$  باشد، این انرژی پتانسیل صفر در نظر گرفته می‌شود؛ هرگاه  $\vec{p}$  هم جهت با  $\vec{E}$  باشد، انرژی پتانسیل دارای کمترین مقدار ( $U = -pE$ ) و هرگاه  $\vec{p}$  در خلاف جهت  $\vec{E}$  باشد، انرژی پتانسیل دارای بیشترین مقدار ( $U = pE$ ) است.

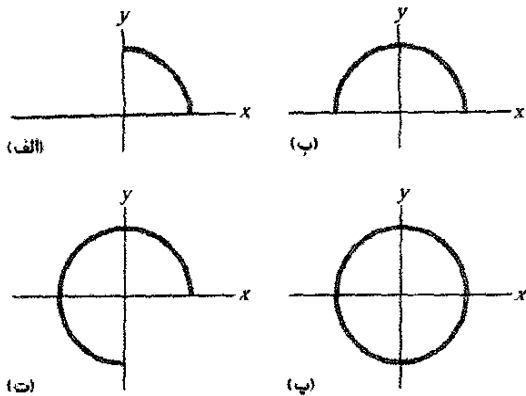
## پرسشها

۱- شکل ۱۸-۲۱ سه آرایش از خطهای میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. در هر آرایش، یک پروتون از حالت سکون در نقطه A رها می‌شود و سپس توسط میدان الکتریکی تا نقطه B شتاب می‌گیرد. نقطه‌های A و B در هر سه آرایش به فاصله یکسانی از یکدیگر قرار دارند. این آرایشها را بنابر اندازه حرکت خطی پروتون در نقطه B به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین در ابتدا باشد.



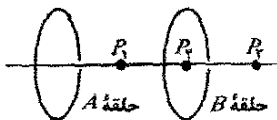
شکل ۱۸-۲۱ پرسش ۱

۲- شکل ۱۸-۲۲ چهار وضعیت را برای چهار ذره باردار نشان می‌دهد که به فاصله‌های مساوی در چپ و راست یک بار نقطه‌ای قرار گرفته‌اند. مقدارهای بار روی شکل مشخص شده‌اند. وضعیتها را بنابر بزرگی میدان الکتریکی خالص مرکزی، از بزرگ به کوچک مرتب کنید.



شکل ۱۸-۲۷ پرسش ۷

۸- در شکل ۱۸-۲۸، مرکزهای دو حلقه نارسای دایره‌ای مشابه روی یک خط واقع‌اند. برای سه وضعیت، بارهای یکنواخت روی حلقه‌های  $A$  و  $B$  به ترتیب عبارت‌اند از (۱)  $q_0$  و (۲)  $q_0$  و (۳)  $-q_0$  و  $-q_0$ . این سه وضعیت را بنابر بزرگی میدان الکتریکی خالص در (الف) نقطه  $P_1$  در وسط حلقه‌ها، (ب) نقطه  $P_2$  در مرکز حلقه  $B$ ، و (پ) نقطه  $P_3$  در سمت راست حلقه  $B$ ، از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.



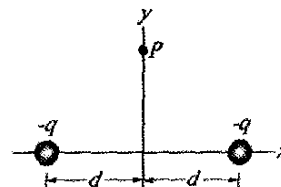
شکل ۱۸-۲۸ پرسش ۸

۹- انرژیهای پتانسیل وابسته به چهار سمتگیری دوقطبی الکتریکی در یک میدان الکتریکی عبارت‌اند از (۱)  $-5U_0$ ، (۲)  $-7U_0$ ، (۳)  $3U_0$ ، و (۴)  $5U_0$ ، که در آنها  $U_0$  مقداری مثبت است. این سمتگیرها را بنا بر (الف) زاویه میان گشتاور دوقطبی الکتریکی  $\vec{p}$  و میدان الکتریکی  $\vec{E}$  و (ب) بزرگی گشتاور وارد بر دوقطبی الکتریکی، از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.

۱۰- در نکته واریسی ۴، اگر دوقطبی از سمتگیری ۱ به سمتگیری ۲ بچرخد، آیا کار انجام شده روی دوقطبی توسط میدان الکتریکی، مثبت است یا منفی، یا صفر است؟ (ب) اگر، به جای این، دو قطبی از سمتگیری ۱ به سمتگیری ۴ بچرخد، آیا کار انجام شده توسط میدان بیشتر از (الف) است یا کمتر، یا مساوی با آن است؟

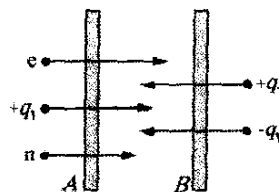
۱۱- شکل ۱۸-۲۹ دو قرص و یک حلقه تخت را نشان می‌دهد که هر یک دارای بار یکنواخت و یکسان  $Q$  است. آنها را بنا بر بزرگی میدان الکتریکی که در نقطه  $P$  (واقع در ارتفاع قائم یکسان) ایجاد می‌کنند از بیشترین تا کوچکترین مرتب کنید.

برابر با مجموع بزرگیهای دو بردار میدان (یعنی برابر با  $2E$ ) است؟ (ت) آیا مؤلفه‌های  $x$  این دو بردار میدان با هم جمع می‌شوند یا یکدیگر را خنثی می‌کنند؟ (ث) در مورد مؤلفه‌های  $y$  آنها چطور؟ (ج) آیا میدان خالص در نقطه  $P$  در جهت مؤلفه‌های جمع شونده است یا خنثی کننده؟ (چ) جهت میدان خالص چگونه است؟



شکل ۱۸-۲۵ پرسش ۵

۶- در شکل ۱۸-۲۶، الکترون  $e$  از روزنه کوچکی در صفحه  $A$  می‌گذرد و به سوی صفحه  $B$  حرکت می‌کند. میدان الکتریکی یکنواخت موجود در ناحیه میان صفحه‌ها، بدون آنکه الکترون را منحرف کند، حرکت آن را آهسته می‌کند. (الف) جهت این میدان چگونه است؟ (ب) چهار ذره دیگر به همین ترتیب از میان روزنه‌های کوچک در صفحه  $A$  یا صفحه  $B$  می‌گذرند و وارد ناحیه میان صفحه‌ها می‌شوند. بار سه تای آنها  $+q_1$ ،  $+q_2$  و  $-q_3$  است. چهارمین ذره (که با  $n$  نشان داده شده است) یک نوترون است که از نظر الکتریکی خنثاست. آیا تندی هر یک از این چهار ذره دیگر در فضای میان صفحه‌ها افزایش می‌یابد یا کاهش، یا بدون تغییر می‌ماند؟



شکل ۱۸-۲۶ پرسش ۶

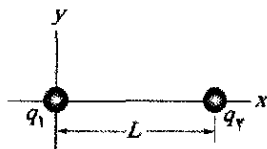
۷- در شکل ۱۸-۲۷ الف، یک میله پلاستیکی دایره‌ای با بار یکنواخت  $+Q$  یک میدان الکتریکی به بزرگی  $E$  در مرکز خمیدگی (در مبدأ) ایجاد می‌کند. در شکل‌های ۱۸-۲۶ ب، پ و ت، میله‌های دایره‌ای دیگری، هر یک با بار یکنواخت و یکسان  $+Q$ ، اضافه می‌شوند تا دایره کامل شود. آرایش پنجم (که می‌تواند با  $\theta$  نشان داده شود) شبیه آرایش ت است با این تفاوت که میله ربع چهارم آن بار  $-Q$  دارد. این پنج آرایش را بنا بر بزرگی میدان الکتریکی در مرکز خمیدگی، از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.

به طور یکنواخت در این کره پخش شده‌اند. در سطح هسته، (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طور شعاعی، رو به داخل یا رو به خارج) میدان الکتریکی ناشی از پروتونها چگونه است؟ SSM

۶- دو ذره روی محور  $x$  قرار دارند: ذره ۱ با بار  $-۲.۰۰ \times 10^{-7} \text{ C}$  در  $x = 6.00 \text{ cm}$  و ذره ۲ با بار  $+۲.۰۰ \times 10^{-7} \text{ C}$  در  $x = 21.0 \text{ cm}$ . میدان الکتریکی خالص آنها در وسط ذره‌ها، برحسب نمادگذاری بردار یکه چگونه است؟

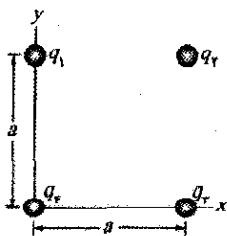
۷- دو ذره روی محور  $x$  قرار دارند: ذره ۱ با بار  $q_1 = 2.1 \times 10^{-8} \text{ C}$  در  $x = 2.0 \text{ cm}$  و ذره ۲ با بار  $q_2 = -4.0 \times 10^{-8} \text{ C}$  در  $x = 7.0 \text{ cm}$ . در چه مختصه‌ای روی محور  $x$ ، میدان الکتریکی خالص دو ذره برابر صفر است؟ SSM

۸- در شکل ۱۸-۳۱، ذره ۱ با بار  $q_1 = -5.0 \times 10^{-9} \text{ C}$  و ذره ۲ با بار  $q_2 = +2.0 \times 10^{-9} \text{ C}$  روی محور  $x$  قرار دارند. (الف) برحسب ضربی از فاصله  $L$ ، در چه مختصه‌ای روی محور  $x$ ، میدان الکتریکی خالص دو ذره برابر صفر است، (ب) خطهای میدان الکتریکی خالص را رسم کنید.



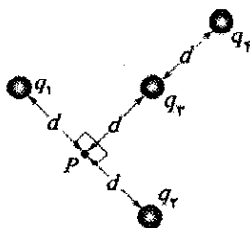
شکل ۱۸-۳۱ مسئله ۸

۹- در شکل ۱۸-۳۲، چهار ذره با بارهای  $q_1 = +1.0 \times 10^{-9} \text{ C}$ ،  $q_2 = -1.0 \times 10^{-9} \text{ C}$ ،  $q_3 = +2.0 \times 10^{-9} \text{ C}$  و  $q_4 = -1.0 \times 10^{-9} \text{ C}$  تشکیل مربعی به ضلع  $a = 5.0 \times 10^{-9} \text{ m}$  را داده‌اند. میدان الکتریکی خالصی که این چهار ذره در مرکز مربع ایجاد می‌کنند، برحسب نمادگذاری بردارهای یکه، چگونه است؟ SSM ILW WWW

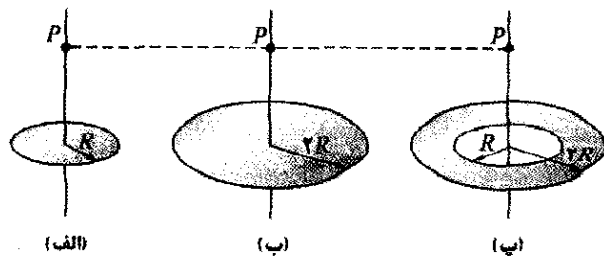


شکل ۱۸-۳۲ مسئله ۹

۱۰- در شکل ۱۸-۳۳، چهار ذره در مکانهایی ثابت شده‌اند و دارای بارهای  $q_1 = q_2 = +5e$ ،  $q_3 = +3e$  و  $q_4 = -12e$  هستند. فاصله  $d$  برابر با  $5.0 \mu\text{m}$  است. بزرگی میدان الکتریکی خالص ناشی از ذره‌ها در نقطه  $P$  چقدر است؟ SSM



شکل ۱۸-۳۳ مسئله ۱۰



شکل ۱۸-۲۹ پرسش ۱۱

## مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترسی (در نسخه مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترسی در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرند فیزیک و در

[flyingcircusofphysics.com](http://flyingcircusofphysics.com) قابل دسترسی است.

## بخش ۱۸-۳ خطهای میدان الکتریکی

۱- در شکل ۱۸-۳۰، فاصله خطهای میدان الکتریکی در سمت چپ، دو برابر فاصله آنها در سمت راست است. (الف) اگر بزرگی میدان در نقطه  $A$  برابر  $40 \text{ N/C}$  باشد، بزرگی نیروی وارد بر یک پروتون در نقطه  $A$  چقدر است؟ (ب) بزرگی میدان در نقطه  $B$  چقدر است؟



شکل ۱۸-۳۰ مسئله ۱

۲- خطهای میدان الکتریکی را هم در میان دو پوسته کروی رسانای هم‌مرکز و هم در بیرون آنها هنگامی که بار مثبت یکنواخت  $q_1$  روی پوسته داخلی و بار منفی یکنواخت  $-q_2$  روی پوسته خارجی قرار دارد، به طور کیفی رسم کنید. حالت‌های  $q_1 < q_2$ ،  $q_1 = q_2$ ،  $q_1 > q_2$  را در نظر بگیرید.

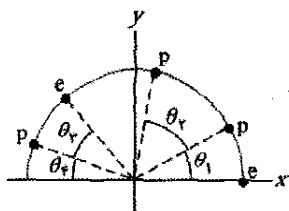
## بخش ۱۸-۴ میدان ناشی از یک بار نقطه‌ای

۳- بزرگی یک بار نقطه‌ای را که میدان الکتریکی ناشی از آن در فاصله  $5.0 \text{ cm}$  از آن برابر  $2.0 \text{ N/C}$  است، پیدا کنید. SSM

۴- بزرگی یک بار نقطه‌ای که میدان الکتریکی  $1.00 \text{ N/C}$  در نقطه‌هایی به فاصله  $1.00 \text{ m}$  از آن ایجاد می‌کند، چقدر است؟

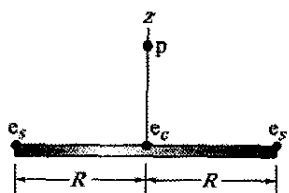
۵- هسته اتم پلوتونیم -۲۳۹ شامل ۹۴ پروتون است. فرض کنید این هسته، کره‌ای به شعاع  $6.64 \text{ fm}$  است و بار پروتونها

(ب) جهت (نسبت به جهت مثبت محور  $x$ ) میدان الکتریکی خالص ایجاد شده در مرکز کمان چیست؟



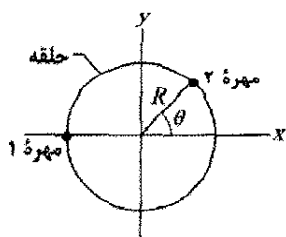
شکل ۱۸-۳۷ مسئله ۱۴

۱۵۰۰- شکل ۱۸-۳۸، یک پروتون ( $p$ ) را روی محور مرکزی یک قرص با چگالی بار یکنواخت ناشی از الکترونها اضافی نشان می‌دهد. سه تا از این الکترونها نشان داده شده‌اند: الکترون  $e_e$  در مرکز قرص و الکترونها  $e_s$  در دو سوی مخالف قرص به شعاع  $R$  از مرکز. پروتون در ابتدا در فاصله  $z=R=2/00\text{ cm}$  از قرص قرار دارد. در این مکان، بزرگیهای (الف) میدان الکتریکی  $\vec{E}_e$  ناشی از الکترون  $e_e$ ، و (ب) میدان الکتریکی خالص  $\vec{E}_{s,net}$  ناشی از الکترونها  $e_s$  چقدر است؟ سپس پروتون به  $z=R/10/0$  حرکت می‌کند. در این صورت بزرگیهای (پ)  $\vec{E}_e$  و (ت)  $\vec{E}_{s,net}$  در محل پروتون چقدر است؟ (ث) از (الف) و (ب) درمی‌یابیم که وقتی پروتون به قرص نزدیکتر شود، بزرگی  $\vec{E}_e$  افزایش می‌یابد. چرا آنطور که از (ب) و (ت) دیده می‌شود، بزرگی  $\vec{E}_{s,net}$  کاهش می‌یابد؟



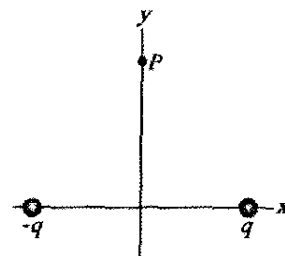
شکل ۱۸-۳۸ مسئله ۱۵

۱۶۰۰- شکل ۱۸-۳۹، حلقه‌ای پلاستیکی به شعاع  $R=50/0\text{ cm}$  را نشان می‌دهد. دو مهره باردار کوچک روی حلقه قرار دارند: مهره ۱ با بار  $+2/00\text{ }\mu\text{C}$  در مکان خود در سمت چپ ثابت شده است؛ مهره ۲ با بار  $+6/00\text{ }\mu\text{C}$  می‌تواند روی حلقه جابه‌جا شود. دو مهره، میدان الکتریکی خالصی به بزرگی  $E$  را در مرکز حلقه ایجاد می‌کنند. مهره ۲ باید در چه زاویه  $\theta$  (الف) مثبت و (ب) منفی قرار داده شود تا  $E=2/00 \times 10^5\text{ N/C}$  باشد؟



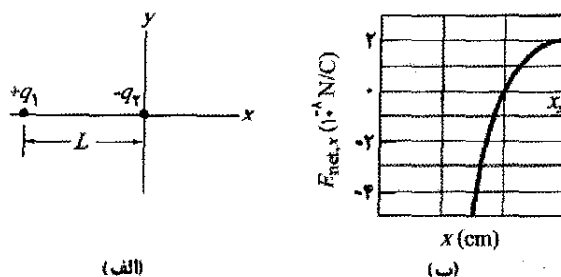
شکل ۱۸-۳۹ مسئله ۱۶

۱۱۰۰- شکل ۱۸-۳۴، دو ذره باردار را روی محور  $x$  نشان می‌دهد.  $q=-3/20 \times 10^{-19}\text{ C}$  در  $x=-3/00\text{ m}$  و  $q=3/20 \times 10^{-19}\text{ C}$  در  $x=+3/00\text{ m}$ . (الف) بزرگی و (ب) جهت (نسبت به جهت مثبت محور  $x$ ) میدان الکتریکی ایجاد شده در نقطه  $P$  واقع بر  $y=4/00\text{ m}$  چگونه است؟



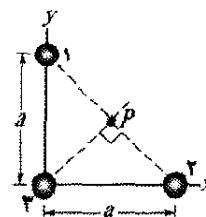
شکل ۱۸-۳۴ مسئله ۱۱

۱۲۰۰- شکل ۱۸-۳۵ (الف)، دو ذره باردار را نشان می‌دهد که در مکانهایی روی محور  $x$  به فاصله  $L$  ثابت شده‌اند. نسبت  $q_1/q_2$  بزرگیهای بار آنها برابر با  $4/00$  است. شکل ۱۸-۳۵ (ب)،  $E_{net,x}$ ، مؤلفه  $x$  میدان الکتریکی آنها را در امتداد محور  $x$  برای سمت راست ذره ۲ نشان می‌دهد. مقیاس محور  $x$  با  $x_s=3/00\text{ cm}$  مشخص شده است. (الف) به ازای چه مقدار  $E_{net,x}$  بیشینه است؟ (ب) اگر بار ذره ۲ برابر با  $-3e$  باشد، مقدار آن بیشینه چقدر است؟



شکل ۱۸-۳۵ مسئله ۱۲

۱۳۰۰- در شکل ۱۸-۳۶، سه ذره در مکانهای خود ثابت شده‌اند و دارای بارهای  $q_1=q_2=+e$  و  $q_3=+2e$  هستند. فاصله  $a$  برابر  $6/00\text{ }\mu\text{m}$  است. (الف) بزرگی و (ب) جهت میدان الکتریکی خالص ناشی از ذره‌ها در نقطه  $P$  چگونه است؟



شکل ۱۸-۳۶ مسئله ۱۳

۱۴۰۰- شکل ۱۸-۳۷ آرایش نامنظمی از الکترونها ( $e$ ) و پروتونها ( $p$ ) را نشان می‌دهد که روی کمانی دایره‌ای به شعاع  $r=2/00\text{ cm}$  با زاویه‌های  $\theta_1=30/0^\circ$ ،  $\theta_2=50/0^\circ$ ،  $\theta_3=30/0^\circ$  و  $\theta_4=20/0^\circ$  قرار گرفته‌اند. (الف) بزرگی و

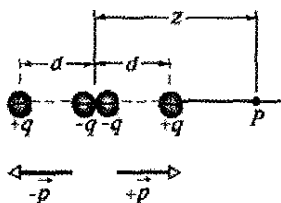
۲۰۰۰- میدان الکتریکی یک دوقطبی الکتریکی روی محور آن تقریباً با معادله‌های ۸-۱۸ و ۹-۱۸ داده می‌شود، اگر یک بسط دو جمله‌ای از معادله ۷-۱۸ صورت گیرد، جمله بعدی در عبارت میدان الکتریکی دوقطبی در امتداد محور  $x$  چه خواهد بود؟ یعنی در عبارت زیر برای  $E$  چیست؟

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd}{z^3} + E_{\text{بعدی}}$$

۲۱۰۰۰- چهارقطبی الکتریکی، شکل ۱۸-۴۲، یک چهارقطبی الکتریکی را نشان می‌دهد، که شامل دو دوقطبی است که بزرگی گشتاورهای دوقطبی آنها برابر ولی جهت آنها مخالف یکدیگر است. نشان دهید که مقدار  $E$  روی محور چهارقطبی برای نقطه  $P$  به فاصله  $z$  از مرکز آن (با فرض  $z \gg d$ ) با رابطه زیر داده می‌شود

$$E = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 z^4}$$

که در آن  $Q (=2qd^2)$  گشتاور چهار قطبی توزیع بار نامیده می‌شود. SSM.



شکل ۱۸-۴۲ مسئله ۲۱

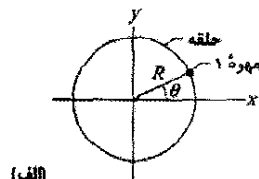
بخش ۱۸-۶ میدان الکتریکی ناشی از یک خط باردار

۲۲۰- چگالی، چگالی، چگالی. (الف) بار  $300e$  روی کماتی دایره‌ای به شعاع  $4/00\text{cm}$  در یک زاویه  $40^\circ$ ، به طور یکنواخت توزیع شده است. چگالی بار خطی روی کمان چقدر است؟ (ب) بار  $300e$  روی یک طرف قرصی دایره‌ای به شعاع  $2/00\text{cm}$  به طور یکنواخت توزیع شده است. چگالی بار سطحی روی این وجه چقدر است؟ (پ) بار  $300e$  روی سطح کره‌ای به شعاع  $2/00\text{cm}$  به طور یکنواخت توزیع شده است. چگالی بار سطحی روی این سطح چقدر است؟ (ت) بار  $300e$  در حجم کره‌ای به شعاع  $2/00\text{cm}$  به طور یکنواخت پخش شده است. چگالی بار حجمی در این کره چقدر است؟

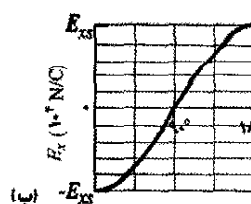
۲۳۰- شکل ۱۸-۴۳، دو حلقه نارسای موازی را نشان می‌دهد که محوره‌های مرکزی آنها روی یک خط مشترک قرار دارند. حلقه ۱ با بار یکنواخت  $q_1$  و شعاع  $R$ ؛ حلقه ۲ با بار یکنواخت  $q_2$  و همان شعاع  $R$ . حلقه‌ها به فاصله  $d = 3/00R$  از یکدیگر قرار گرفته‌اند. میدان الکتریکی خالص در نقطه  $P$  روی خط مشترک، در فاصله  $R$  از حلقه ۱ برابر با صفر است. نسبت

مرجع دانشجویان و مهندسين مواد  $q_1/q_2$  چقدر است؟

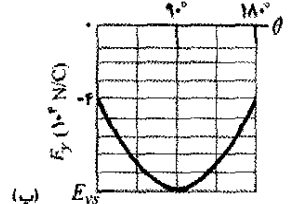
۱۷۰۰۰- دو مهره باردار روی حلقه پلاستیکی شکل ۱۸-۴۰ الف قرار دارند. مهره ۲، که نشان داده نشده است، در مکانی روی حلقه به شعاع  $R = 60/0\text{cm}$  ثابت شده است. مهره ۱ در ابتدا روی محور  $x$  در زاویه  $\theta = 0^\circ$  واقع است. سپس این مهره با عبور از ربع‌های اول و دوم دستگاه مختصات  $xy$  به سمت مقابل با زاویه  $\theta = 180^\circ$  حرکت می‌کند. شکل ۱۸-۴۰ ب مؤلفه  $x$  میدان الکتریکی خالص حاصل از دو مهره را برحسب تابعی از  $\theta$  در مبدأ، و شکل ۱۸-۴۰ ب مؤلفه  $y$  همان میدان را به دست می‌دهند. مقیاسهای محور قائم با  $E_{xx} = 5/0 \times 10^2$  و  $E_{yy} = -9/0 \times 10^4 \text{ N/C}$  مشخص شده‌اند: (الف) مهره ۲ در چه زاویه  $\theta$  قرار گرفته است؟ بارهای (ب) مهره ۱ و (پ) مهره ۲ چقدرند؟



(الف)



(ب)



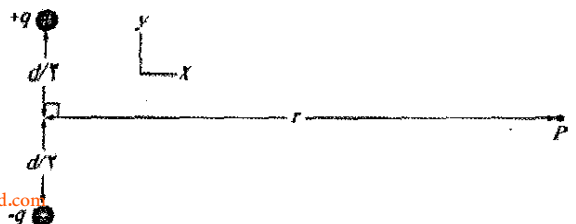
(پ)

شکل ۱۸-۴۰ مسئله ۱۷

بخش ۱۸-۵ میدان الکتریکی ناشی از یک دوقطبی الکتریکی

۱۸۰۰- معادله‌های ۸-۱۸ و ۹-۱۸ تقریبهایی برای بزرگی میدان الکتریکی یک دوقطبی، در نقطه‌هایی روی محور دوقطبی هستند. نقطه  $P$  را روی آن محور به فاصله  $z = 5/00d$  از مرکز دوقطبی در نظر بگیرید ( $d$  فاصله میان ذره‌های دوقطبی است). فرض کنید تقریب  $E$  بزرگی میدان در نقطه  $P$  باشد که با معادله‌های ۸-۱۸ و ۹-۱۸ تقریب زده شده است. بزرگی واقعی میدان را واقعی  $E$  در نظر بگیرید. نسبت واقعی  $E$  چقدر است؟

۱۹۰۰- شکل ۱۸-۴۱، یک دوقطبی الکتریکی را نشان می‌دهد. (الف) بزرگی و (ب) جهت (نسبت به جهت مثبت محور  $x$ ) میدان الکتریکی دو قطبی در نقطه  $P$  واقع در فاصله  $r \gg d$  چگونه است؟



شکل ۱۸-۴۱ مسئله ۱۹

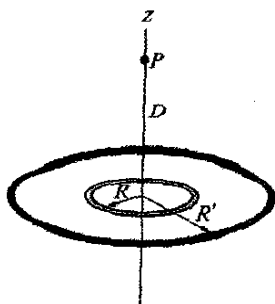


الکتریکی ایجاد شده در فاصله  $a = 50 \text{ cm}$  توسط (ت) میله و (ث) ذره‌ای دارای بار  $q = -4/23 \text{ fC}$  که به جای میله قرار داده شود، چقدر است؟ SSM ILW WWW



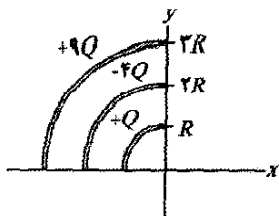
شکل ۱۸-۴۶ مسئله ۲۷

۲۸۰۰- شکل ۱۸-۴۷، دو حلقه هم‌مرکز را یکی به شعاع  $R$  و دیگری به شعاع  $R' = 3/100 R$  نشان می‌دهد که در سطح یکسانی قرار دارند. نقطه  $P$  روی محور  $z$  مرکزی و به فاصله  $D = 2/100 R$  از مرکز حلقه واقع است. حلقه کوچکتر دارای بار  $+Q$  است که به طور یکنواخت توزیع شده است. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطه  $P$  برابر صفر باشد، برحسب  $Q$  چه باری به طور یکنواخت روی حلقه بزرگتر توزیع شده است؟



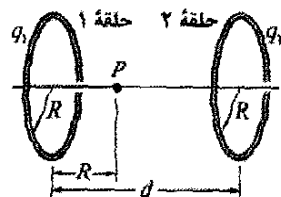
شکل ۱۸-۴۷ مسئله ۲۸

۲۹۰۰- شکل ۱۸-۴۸، سه کمان دایره‌ای را به مرکز مبدأ یک دستگاه مختصات نشان می‌دهد. روی هر کمان، بارهایی برحسب  $Q = 2/100 \mu\text{C}$  به طور یکنواخت توزیع شده‌اند. شعاعها برحسب  $R = 10/100 \text{ cm}$  داده شده‌اند. (الف) بزرگی و (ب) جهت (نسبت به جهت مثبت  $x$ ) میدان الکتریکی خالص ناشی از کمانها در مبدأ چگونه است؟



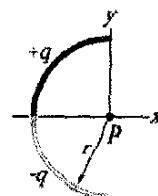
شکل ۱۸-۴۸ مسئله ۲۹

۳۰۰۰- یک میله نارسای باریک با توزیع یکنواخت بار مثبت  $Q$  به شکل دایره‌ای به شعاع  $R$  درآمده است (شکل ۱۸-۴۹). محور عمودی در مرکز حلقه محور  $z$  است که مبدأ آن بر مرکز حلقه قرار دارد. بزرگی میدان الکتریکی ناشی از میله در (الف)  $z = 0$  و (ب)  $z = \infty$  چقدر است؟ (پ) برحسب  $R$ ، در چه مقدار مثبتی از  $z$ ، این بزرگی بیشینه است؟ (ت) اگر  $Q = 4/100 \mu\text{C}$  و  $R = 2/100 \text{ cm}$  باشد، آن مقدار بیشینه چقدر



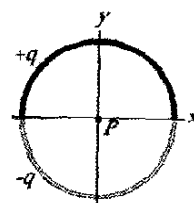
شکل ۱۸-۴۳ مسئله ۲۳

۲۴۰۰- در شکل ۱۸-۴۴، یک میله شیشه‌ای باریک به شکل نیم‌دایره‌ای به شعاع  $r = 5/100 \text{ cm}$  درآمده است. بار  $+q = 4/5 \text{ pC}$  به طور یکنواخت روی نیمه بالایی، و بار  $-q = -4/5 \text{ pC}$  به طور یکنواخت روی نیمه پایینی توزیع شده است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (نسبت به جهت مثبت محور  $x$ ) میدان الکتریکی در نقطه  $P$ ، واقع در مرکز نیم‌دایره چگونه است؟



شکل ۱۸-۴۴ مسئله ۲۴

۲۵۰۰- در شکل ۱۸-۴۵، دو میله پلاستیکی خمیده، یکی دارای بار  $+q$  و دیگری  $-q$ ، در صفحه  $xy$  دایره‌ای به شعاع  $R = 8/100 \text{ cm}$  را تشکیل داده‌اند. محور  $x$  از هر دو نقطه اتصال می‌گذرد، و بار به طور یکنواخت روی هر دو میله توزیع شده است. اگر  $q = 15/100 \text{ pC}$  باشد، (الف) بزرگی و (ب) جهت (نسبت به جهت مثبت محور  $x$ ) میدان الکتریکی  $\vec{E}$  ایجاد شده در نقطه  $P$ ، واقع در مرکز دایره چگونه است؟



شکل ۱۸-۴۵ مسئله ۲۵

۲۶۰۰- بار به طور یکنواخت به دور حلقه‌ای به شعاع  $R = 2/40 \text{ cm}$  توزیع شده است، و بزرگی  $E$  میدان الکتریکی ناشی از آن روی محور مرکزی حلقه (عمود بر صفحه آن) اندازه‌گیری می‌شود. در چه فاصله‌ای از مرکز حلقه،  $E$  بیشینه است؟

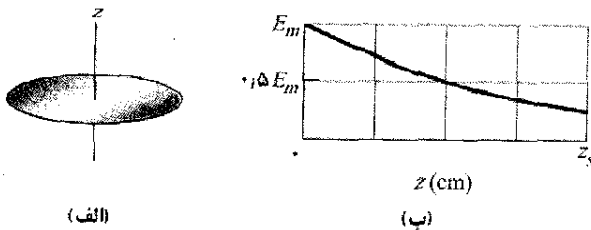
۲۷۰۰- در شکل ۱۸-۴۶، یک میله نارسا به طول  $L = 8/15 \text{ cm}$  دارای بار  $q = -4/23 \text{ fC}$  است که به طور یکنواخت در طول آن توزیع شده است. (الف) چگالی خطی بار میله چقدر است؟ (ب) بزرگی و (پ) جهت (نسبت به جهت مثبت محور  $x$ ) میدان الکتریکی ایجاد شده در نقطه  $P$ ، واقع در فاصله  $a = 12/10 \text{ cm}$  از میله، چگونه است؟ بزرگی میدان الکتریکی چقدر است؟

بخش ۱۸-۷ میدان الکتریکی ناشی از یک قرص باردار

۳۴۰- قرصی به شعاع  $۲/۵\text{cm}$  دارای چگالی سطحی بار  $۵/۳\mu\text{C}/\text{m}^2$  روی وجه بالایی خود است. بزرگی میدان الکتریکی ایجاد شده توسط قرص در نقطه‌ای روی محور مرکزی و به فاصله  $z=12\text{cm}$  از آن، چگونه است؟

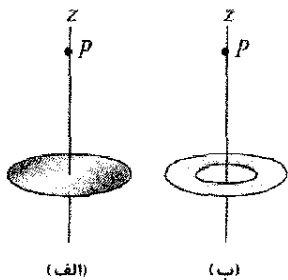
۳۵۰- در چه فاصله‌ای روی محور عمود در مرکز یک قرص پلاستیکی باردار یکنواخت به شعاع  $۵/۶۰۰\text{m}$ ، بزرگی میدان الکتریکی برابر با نصف بزرگی این میدان در مرکز سطح قرص است؟ SSM WWW

۳۶۰۰- شکل ۱۸-۵۳ الف، قرصی دایره‌ای با بار یکنواخت را نشان می‌دهد. مبدا محور مرکزی  $z$  که عمود بر صفحه قرص است، روی آن قرار دارد. شکل ۱۸-۵۳ ب، بزرگی میدان الکتریکی را روی آن محور بر حسب بزرگی بیشینه  $E_m$  روی سطح قرص نشان می‌دهد. مقیاس محور  $z$  با  $z_s = 8/۰\text{cm}$  مشخص شده است؟ شعاع قرص چقدر است؟



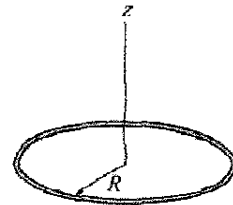
شکل ۱۸-۵۳ مسئله ۳۶

۳۷۰۰- فرض کنید شما قرار است وسیله‌ای را طراحی کنید که در آن یک قرص باردار یکنواخت به شعاع  $R$ ، میدانی الکتریکی ایجاد کند. بزرگی این میدان در امتداد محور عمود در مرکز، در نقطه  $P$  به فاصله  $۲/۰۰R$  از قرص (شکل ۱۸-۵۴ الف) بیشترین اهمیت را دارد. برآورد هزینه‌ها شما را بر آن می‌دارد که قرص را با حلقه‌ای با همان شعاع خارجی  $R$  و لی با شعاع داخلی  $R/۲/۰۰$  (شکل ۱۸-۵۴ ب) جایگزین کنید. فرض کنید حلقه همان چگالی سطحی بار قرص اولیه را دارد. با این حلقه، بزرگی میدان الکتریکی در نقطه  $P$  با چه درصدی کاهش می‌یابد؟



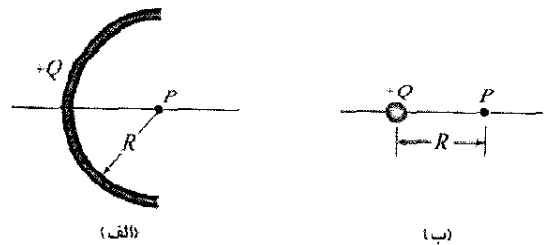
شکل ۱۸-۵۴ مسئله ۳۷

۳۸۰۰- یک قرص پلاستیکی دایره‌ای به شعاع  $R=۲/۰۰\text{cm}$  دارای بار  $Q=+(۲/۰۰\times 10^6)e$  است که به طور یکنواخت روی



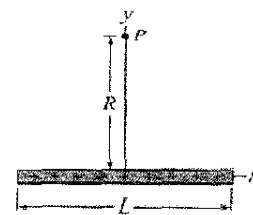
شکل ۱۸-۴۹ مسئله ۳۰

۳۱۰۰- شکل ۱۸-۵۰ الف، میله نارسانای را نشان می‌دهد که روی آن بار  $+Q$  به طور یکنواخت توزیع شده است. میله به شکل یک نیم‌دایره به شعاع  $R$  درآمده است و میدانی الکتریکی به بزرگی  $E$  را در مرکز خمیدگی  $P$  ایجاد می‌کند. اگر این کمان به نقطه‌ای در فاصله  $R$  از  $P$  فشرده شود (شکل ۱۸-۵۰ ب)، بزرگی میدان الکتریکی در نقطه  $P$  در چه عاملی باید ضرب شود؟



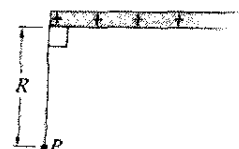
شکل ۱۸-۵۰ مسئله ۳۱

۳۲۰۰۰- در شکل ۱۸-۵۱، بار مثبت  $q=۷/۸۱\text{pC}$  روی میله نارسانای باریکی به طول  $L=14/۵\text{cm}$  به طور یکنواخت توزیع شده است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (نسبت به جهت مثبت محور  $x$ ) میدان الکتریکی ایجاد شده در نقطه  $P$ ، به فاصله  $R=۶/۰۰\text{cm}$  از میله و در امتداد عمود منصف آن، چگونه است؟



شکل ۱۸-۵۱ مسئله ۳۲

۳۳۰۰۰- در شکل ۱۸-۵۲، یک میله نارسانای «نیم-نامتناهی» (یعنی، فقط از یک طرف نامتناهی است) دارای چگالی خطی بار  $\lambda$  است. نشان دهید که میدان الکتریکی  $\vec{E}_P$  در نقطه  $P$  با میله زاویه  $۴۵^\circ$  می‌سازد و این نتیجه مستقل از فاصله  $R$  است. (راهنمایی: جداگانه مؤلفه  $\vec{E}_P$  موازی با میله و مؤلفه عمود بر میله را بیابید.)



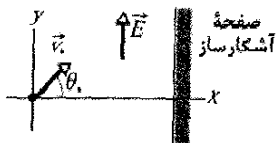
شکل ۱۸-۵۲ مسئله ۳۳

الکترون پیش از توقف لحظه‌ای چه مسافتی را می‌پیماید؟ و (ب) زمان سپری شده چقدر است؟ (پ) اگر طول ناحیه‌ای که میدان الکتریکی را در بردارد برابر  $8/00 \text{ mm}$  باشد (که برای توقف الکترون در داخل آن بسیار کوچک است)، چه کسری از انرژی جنبشی اولیه الکترون در این ناحیه از دست می‌رود؟ (۴۷)

۴۷۰- در آزمایش میلیکان، وقتی میدان الکتریکی رو به پایین وارد بر قطره روغنی به شعاع  $1/64 \mu\text{m}$  و چگالی  $0/81 \text{ g/cm}^3$  برابر با  $1/92 \times 10^5 \text{ N/C}$  باشد، قطره در اتافک C معلق می‌ماند (شکل ۱۸-۱۴). بار روی قطره را برحسب  $e$  بیابید.

۴۸۰۰- در لحظه معینی، مؤلفه‌های سرعت یک الکترون در حال حرکت میان دو صفحه باردار عبارت‌اند از  $v_x = 1/5 \times 10^5 \text{ m/s}$  و  $v_y = 3/0 \times 10^7 \text{ m/s}$ . فرض کنید که میدان الکتریکی میان صفحه‌ها با  $\vec{E} = (130 \text{ N/C})\hat{j}$  داده شود. برحسب نمادگذاری بردارهای یک (الف) شتاب الکترون در میدان و (ب) سرعت الکترون، وقتی مختصه  $x$  آن به اندازه  $2/0 \text{ cm}$  تغییر کند، چیست؟ ۴۹۰۰- در ناحیه‌ای میان دو صفحه باردار با علامت مخالف، یک میدان الکتریکی یکنواخت برقرار است. الکترونی از حالت سکون از سطح صفحه باردار منفی رها می‌شود و با سطح صفحه مقابل که به فاصله  $2/0 \text{ cm}$  از آن است پس از مدت زمان  $1/5 \times 10^{-8} \text{ s}$  برخورد می‌کند. (الف) تندی الکترون هنگام برخورد با صفحه دوم چقدر است؟ (ب) بزرگی میدان الکتریکی  $\vec{E}$  چیست؟ ILW

۵۰۰۰- در شکل ۱۸-۵۵، الکترونی با تندی اولیه  $v_0 = 2/0 \times 10^6 \text{ m/s}$  در زاویه  $\theta_0 = 40/0^\circ$  نسبت به محور  $x$  شلیک می‌شود و در میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E} = (5/00 \text{ N/C})\hat{j}$  حرکت می‌کند. صفحه‌ای برای آشکار ساختن الکترونها، موازی محور  $y$  در فاصله  $x = 3/00 \text{ m}$  قرار داده شده است. وقتی الکترون به این صفحه برخورد کند، سرعت آن برحسب نمادگذاری بردار یک (الف) چیست؟



شکل ۱۸-۵۵ مسئله ۵۰

۵۱۰۰- میان دو صفحه مسی موازی بزرگ که به فاصله  $5/0 \text{ cm}$  از هم قرار دارند، میدان الکتریکی یکنواختی، به ترتیبی که در شکل ۱۸-۵۶ نشان داده شده، برقرار است. الکترونی، درست در همان لحظه‌ای که یک پروتون از صفحه مثبت رها می‌شود، از صفحه منفی رها می‌گردد. با چشم‌پوشی از نیرویی که دو ذره بر یکدیگر وارد می‌کنند، فاصله آنها را از صفحه مثبت، وقتی از کنار هم می‌گذرند، بیابید. (آیا از اینکه برای حل مسئله نیازی به دانستن میدان الکتریکی ندارید، شگفت زده

یک سطح آن توزیع شده است. حلقه‌ای دایره‌ای به پهنای  $30 \mu\text{m}$  هم‌مرکز با قرص و با شعاع  $r = 5/0 \text{ cm}$  روی آن سطح قرار گرفته است. برحسب کولن، چه باری در پهنای حلقه قرار دارد؟

### بخش ۱۸-۸ بار نقطه‌ای در میدان الکتریکی

۳۹۰- الکترونی از حالت سکون در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی  $2/00 \times 10^4 \text{ N/C}$  رها می‌شود. شتاب الکترون را محاسبه کنید. (گرانش را نادیده بگیرید.) SSM

۴۰۰- الکترونی توسط یک میدان الکتریکی رو به شرق، شتاب  $1/80 \times 10^9 \text{ m/s}^2$  می‌گیرد. (الف) بزرگی و (ب) جهت میدان الکتریکی را تعیین کنید.

۴۱۰- الکترونی روی محور یک دوقطبی الکتریکی در فاصله  $25 \text{ nm}$  از مرکز دوقطبی قرار دارد. در صورتی که گشتاور دو قطبی  $3/6 \times 10^{-11} \text{ C.m}$  باشد، بزرگی نیروی الکترواستاتیکی وارد بر الکترون چقدر است؟ فرض کنید که  $25 \text{ nm}$  از فاصله بارهای دوقطبی خیلی بیشتر است.

۴۲۰- ذره آلفا (هسته اتم هلیوم) دارای جرمی برابر با  $6/64 \times 10^{-27} \text{ kg}$  و بار  $+2e$  است. (الف) بزرگی و (ب) جهت میدان الکتریکی که با نیروی گرانشی وارد بر ذره موازنه کند، چیست؟

۴۳۰- یک سامانه ابر باردار در هوای نزدیک سطح زمین، میدان الکتریکی ایجاد می‌کند. وقتی ذره‌ای دارای بار  $-2/0 \times 10^{-9} \text{ C}$  در این میدان قرار گیرد، نیروی الکترواستاتیکی رو به پایینی به بزرگی  $3/0 \times 10^{-6} \text{ N}$  بر آن وارد می‌شود. (الف) بزرگی میدان الکتریکی چقدر است؟ (ب) بزرگی و (پ) جهت نیروی الکترواستاتیکی  $\vec{F}_e$  وارد بر پروتونی که در این میدان قرار گیرد، چگونه است؟ (ت) بزرگی نیروی گرانشی  $\vec{F}_g$  وارد بر پروتون چقدر است؟ (ث) نسبت  $F_e/F_g$  در این حالت چیست؟ SSM

۴۴۰- هوای مرطوب در میدان الکتریکی  $3/0 \times 10^6 \text{ N/C}$  دچار فروریزش الکتریکی می‌شود (مولکولهایش یونیده می‌شوند). در این میدان، بزرگی نیروی الکترواستاتیکی وارد بر (الف) الکترون و (ب) یونی با کمبود یک الکترون، چقدر است؟

۴۵۰- باریکه‌هایی از پروتونهای پرسرعت را می‌توان در «تفنگها» با استفاده از میدانهای الکتریکی که پروتونی را شتاب می‌دهند، ایجاد کرد. (الف) اگر میدان الکتریکی تفنگ برابر  $2/00 \times 10^4 \text{ N/C}$  باشد، شتابی که یک پروتون خواهد داشت چقدر است؟ (ب) اگر این میدان، به پروتون در مسافت  $1/00 \text{ cm}$  شتاب دهد، تندی حاصل در پروتون چقدر خواهد بود؟ SSM

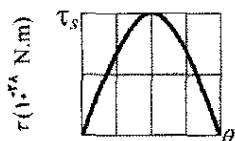
۴۶۰- الکترونی با تندی  $5/00 \times 10^4 \text{ cm/s}$  وارد میدانی الکتریکی به بزرگی  $1/00 \times 10^2 \text{ N/C}$  می‌شود و در طول خط میدان الکتریکی به جبهی پیش می‌رود که حرکتش را کند می‌کند. (الف) چقدر طول می‌پیماید؟ (ب) چقدر زمان می‌برد؟

### بخش ۱۸-۹ دوقطبی در میدان الکتریکی

۵۶۰۰- یک دوقطبی الکتریکی از بارهای  $+2e$  و  $-2e$  تشکیل شده است که به فاصله  $0.78 \text{ mm}$  از هم قرار دارند. این دوقطبی در میدانی الکتریکی به شدت  $3/4 \times 10^7 \text{ N/C}$  واقع است. بزرگی گشتاور وارد بر دوقطبی را وقتی گشتاور دوقطبی (الف) موازی با، (ب) عمود بر، و (پ) پاد موازی با میدان الکتریکی است پیدا کنید.

۵۷۰۰- یک دوقطبی الکتریکی از بارهایی به بزرگی  $1/50 \text{ nC}$  که  $6/20 \text{ } \mu\text{m}$  از هم فاصله دارند تشکیل شده است و در یک میدان الکتریکی به شدت  $1100 \text{ N/C}$  قرار دارد. (الف) بزرگی گشتاور دوقطبی الکتریکی و (ب) اختلاف بین انرژیهای پتانسیل مربوط به سمتگیریهای موازی و پادموازی دوقطبی با میدان  $\vec{E}$  چقدر است؟ SSM

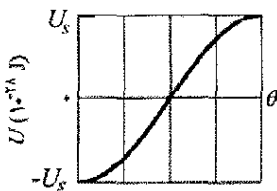
۵۸۰۰- یک دوقطبی الکتریکی معین در میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E}$  به بزرگی  $40 \text{ N/C}$  قرار دارد. شکل ۱۸-۵۸، بزرگی گشتاور  $\tau$  وارد بر این دوقطبی را برحسب زاویه  $\theta$  میان میدان  $\vec{E}$  و گشتاور دوقطبی  $\vec{p}$  نشان می‌دهد. مقیاس محور عمودی با  $\tau_s = 100 \times 10^{-28} \text{ N.m}$  مشخص شده است بزرگی  $\vec{p}$  چقدر است؟



شکل ۱۸-۵۸ مسئله ۵۲

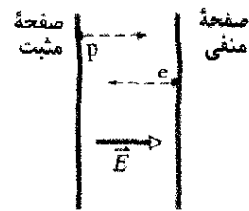
۵۹۰۰- برای بسامد نوسانهای با دامنه کوچک یک دوقطبی الکتریکی، با گشتاور دوقطبی  $\vec{p}$  و لختی دورانی  $I$ ، حول مکان تعادل آن در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی  $E$ ، عبارتی پیدا کنید.

۶۰۰۰- یک دوقطبی الکتریکی معین در میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E}$  به بزرگی  $20 \text{ N/C}$  قرار دارد. شکل ۱۸-۵۹، انرژی پتانسیل  $U$  دوقطبی را برحسب زاویه  $\theta$  بین  $\vec{E}$  و گشتاور دوقطبی  $\vec{p}$  به دست می‌دهد. مقیاس محور عمودی با  $U_s = 100 \times 10^{-28} \text{ J}$  مشخص شده است. بزرگی  $\vec{p}$  چقدر است؟



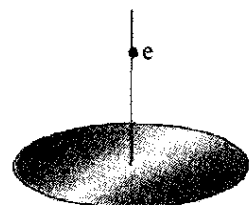
شکل ۱۸-۵۹ مسئله ۶۰

۶۱۰۰- برای آنکه یک دوقطبی الکتریکی به اندازه  $180^\circ$  در  $E = 46/0 \text{ N/C}$  بچرخد،



شکل ۱۸-۵۶ مسئله ۵۱

۵۲۰۰- در شکل ۱۸-۵۷، الکترونی ( $e$ ) از حالت سکون روی محور مرکزی قرص باردار یکنواختی به شعاع  $R$  رها می‌شود. چگالی سطحی بار روی قرص برابر  $4/00 \text{ } \mu\text{C/m}^2$  است. بزرگی شتاب اولیه الکترون در صورتی که از فاصله (الف)  $R$ ، (ب)  $R/100$ ، و (پ)  $R/1000$  از مرکز قرص رها شود، چقدر است؟ (ت) چرا هنگامی که نقطه رهاشدن را به قرص نزدیکتر می‌کنیم، بزرگی شتاب فقط اندکی افزایش می‌یابد؟



شکل ۱۸-۵۷ مسئله ۵۲

۵۳۰۰- قطعه‌ای به جرم  $10 \text{ mg}$  و بار  $8/00 \times 10^{-5} \text{ C}$  در میدان الکتریکی  $\vec{E} = (3000\hat{i} - 600\hat{j}) \text{ N/C}$  قرار گرفته است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (نسبت به جهت مثبت محور  $x$ ) نیروی الکتروستاتیکی وارد بر قطعه چیست؟ اگر قطعه از حالت سکون در مبدأ و در زمان  $t=0$  رها شود، مؤلفه‌های (پ)  $x$  و (ت)  $y$  آن در  $t=3/00 \text{ s}$  چیست؟

۵۴۰۰- الکترونی وارد ناحیه میدان الکتریکی یکنواختی که دارای بزرگی  $E=50 \text{ N/C}$  است، می‌شود. سرعت اولیه الکترون  $40 \text{ km/s}$  و در همان جهت میدان الکتریکی است. (الف) تندی الکترون  $1/5 \text{ ns}$  پس از ورود به این ناحیه چقدر است؟ (ب) در طی این  $1/5 \text{ ns}$ ، الکترون چه مسافتی را می‌پیماید؟

۵۵۰۰- فرض کنید که زنبور عسل کره‌ای به قطر  $1/000 \text{ cm}$  با بار  $45/0 \text{ pC}$  است که روی سطح آن به طور یکنواخت پخش شده است. هم‌چنین فرض کنید که دانه گرده کره‌ای شکل به قطر  $40/0 \text{ } \mu\text{m}$  است که به علت بار زنبور،  $1/00 \text{ pC}$  بار در طرف نزدیک کره و بار  $1/00 \text{ pC}$  در طرف دورتر آن القا می‌شود. (الف) بزرگی نیروی الکتروستاتیکی وارد بر دانه از طرف زنبور چقدر است؟ سپس فرض کنید که زنبور دانه را تا فاصله  $1/000 \text{ mm}$  از نوک کلالة گل ببرد و بار نوک  $45/0 \text{ pC}$  باشد. (ب) بزرگی نیروی الکتروستاتیک خالص وارد بر دانه از طرف کلالة چقدر است؟ (پ) آیا دانه روی زنبور می‌ماند یا به طرف کلالة حرکت می‌کند؟

چه مقدار کار لازم است در صورتی که  $p = 3/02 \times 10^{-25} \text{ C.m}$  و زاویه اولیه  $64^\circ$  باشد؟

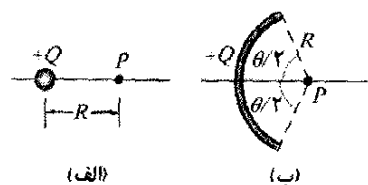
### مسئله‌های اضافی

۶۲- میلیکان در یکی از آزمایشهای خود، بارهای اندازه‌گیری شده آمده در جدول را در زمانهای مختلف روی یک قطره تنها مشاهده کرد

$6/563 \times 10^{-19} \text{ C}$	$13/13 \times 10^{-19} \text{ C}$	$19/71 \times 10^{-19} \text{ C}$
$8/204 \times 10^{-19} \text{ C}$	$16/48 \times 10^{-19} \text{ C}$	$22/89 \times 10^{-19} \text{ C}$
$11/50 \times 10^{-19} \text{ C}$	$18/08 \times 10^{-19} \text{ C}$	$26/13 \times 10^{-19} \text{ C}$

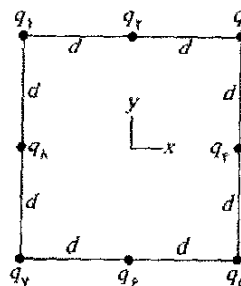
بر اساس این داده‌ها، مقدار بار بنیادی  $e$  چقدر است؟

۶۳- در شکل ۱۸-۶۰ الف، ذره‌ای با بار  $+Q$  میدانی الکتریکی به بزرگی ذره  $E$  در نقطه  $P$  در فاصله  $R$  از ذره ایجاد می‌کند. در شکل ۱۸-۶۰ ب، همان مقدار بار به طور یکنواخت روی کمانی دایره‌ای به شعاع  $R$  و زاویه  $\theta$  توزیع شده است. بار روی کمان، میدانی الکتریکی به بزرگی  $E$  در مرکز خمیدگی  $P$  آن ایجاد می‌کند. به ازای چه مقداری از  $\theta$ ، ذره  $E = 0/500 E$  کمان است؟ (راهنمایی: شما احتمالاً به یک حل ترسیمی روی می‌آورید.)



شکل ۱۸-۶۰ مسئله ۶۳

۶۴- در شکل ۱۸-۶۱، هشت ذره مربعی را تشکیل داده‌اند که در آن  $d = 2/0 \text{ cm}$  است. بارها عبارت‌اند از:  $q_1 = +3e$ ،  $q_2 = +e$ ،  $q_3 = -5e$ ،  $q_4 = -2e$ ،  $q_5 = +3e$ ،  $q_6 = +e$ ،  $q_7 = +e$  و  $q_8 = -5e$ . بر حسب نمادگذاری بردار یکه، میدان الکتریکی خالص ناشی از ذره‌ها در مرکز مربع چیست؟



شکل ۱۸-۶۱ مسئله ۶۴

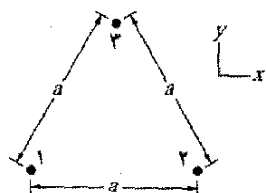
۶۵- دو ذره، هر یک با باری به بزرگی  $12 \text{ nC}$  در دو گوشه مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع  $2/0 \text{ m}$  قرار دارند. مطلوب است بزرگی میدان الکتریکی در صورتی که (الف) هر دو بار مثبت باشند و (ب) یکی مثبت و دیگری منفی باشد.

۶۶- سه ذره، هر یک با بار مثبت  $Q$ ، تشکیل مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع  $d$  را می‌دهند. بزرگی میدان الکتریکی ناشی از ذره‌ها در وسط هر ضلع چقدر است؟

۶۷- ذره‌ای با بار  $-q_1$  در مبدا محور  $x$  قرار دارد. (الف) ذره‌ای با بار  $-4q_1$  در چه مکانی از محور باید قرار گیرد تا میدان الکتریکی خالص در  $x = 2/0 \text{ mm}$  واقع بر آن محور برابر صفر باشد؟ اگر ذره‌ای با بار  $+4q_1$  در آن مکان قرار گیرد، جهت میدان الکتریکی خالص (نسبت به جهت محور  $x$ ) چه خواهد بود؟

۶۸- یک پروتون و یک الکترون دو گوشه یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع  $2/0 \times 10^{-6} \text{ m}$  را تشکیل داده‌اند. بزرگی میدان الکتریکی خالص ناشی از این دو ذره در گوشه سوم چقدر است؟

۶۹- در شکل ۱۸-۶۲، ذره ۱ (با بار  $+1/00 \mu\text{C}$ )، ذره ۲ (با بار  $+1/00 \mu\text{C}$ )، و ذره ۳ (با بار  $Q$ ) یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع  $a$  را تشکیل می‌دهند. به ازای چه مقداری از  $Q$  (هم از لحاظ علامت و هم از لحاظ بزرگی) میدان الکتریکی ناشی از این ذره‌ها، در مرکز مثلث برابر صفر است؟



شکل ۱۸-۶۲ مسئله‌های ۶۹ و ۸۲

۷۰- (الف) قرص شکل ۱۸-۱۳ چه بار کلی (اضافی)  $q$  باید داشته باشد تا میدان الکتریکی  $E$  روی سطح قرص در مرکز آن دارای بزرگی  $2/0 \times 10^6 \text{ N/C}$  باشد، میدانی که باعث فروریزش الکتریکی هوا و ایجاد جرقه‌ها می‌شود؟ شعاع قرص را  $2/5 \text{ cm}$  در نظر بگیرید و از مورد مربوط به هوا در جدول ۱۸-۱ استفاده کنید. (ب) فرض کنید هر اتم سطحی دارای سطح مقطع مؤثر  $0/015 \text{ nm}^2$  باشد. برای ایجاد سطح قرص به چند اتم نیاز است؟ (پ) بار محاسبه شده در (الف) ناشی از آن اتمهای سطحی است که یک الکترون اضافی دارند. چه کسری از این اتمها باید این چنین باردار شده باشند؟

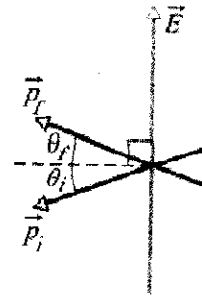
۷۱- یک قطره آب کروی به قطر  $1/20 \mu\text{m}$  بر اثر میدان الکتریکی جوی رو به پایین به بزرگی  $E = 462 \text{ N/C}$ ، در هوای آرام معلق مانده است. (الف) بزرگی نیروی گرانشی وارد بر قطره چقدر است؟ قطره چه تعداد الکترون اضافی دارد؟

۷۲- در شکل ۱۸-۶۳، یک دوقطبی الکتریکی از سم‌گیری اولیه  $i$  ( $\theta_i = 20/0^\circ$ ) تا سم‌گیری نهایی  $f$  ( $\theta_f = 20/0^\circ$ ) در میدان الکتریکی یکنواخت خارجی  $E$  جابه‌جا می‌شود. گشتاور دوقطبی الکتریکی  $3/00 \times 10^6 \text{ N/C}$ ، و بزرگی میدان  $1/60 \times 10^{-27} \text{ C.m}$  است.

تغییر در انرژی پتانسیل دوقطبی چقدر است؟

۸۰- روی یک میله دایره‌ای به شعاع انحنا  $R=9/00\text{cm}$  که در زاویه  $\theta=2/40\text{rad}$  محدود است، بار مثبت  $Q=6/25\text{pC}$  به طور یکنواخت توزیع شده است. بزرگی میدان الکتریکی که  $Q$  در مرکز انحنا ایجاد می‌کند چقدر است؟

۸۱- یک دوقطبی الکتریکی با گشتاور دوقطبی



شکل ۱۸-۶۳ مسئله ۷۲

$\vec{p}=(3/00\hat{i}+4/00\hat{j})(1/24\times 10^{-30}\text{C.m})$

در میدان الکتریکی  $\vec{E}=(4000\text{N/C})\hat{i}$  قرار دارد. (الف) انرژی پتانسیل دوقطبی الکتریکی چیست؟ (ب) گشتاور وارد بر آن چیست؟ (پ) اگر یک عامل خارجی، دوقطبی را تا گشتاور دوقطبی الکتریکی زیر بچرخاند

$$\vec{p}=(-4/00\hat{i}+3/00\hat{j})(1/24\times 10^{-30}\text{C.m})$$

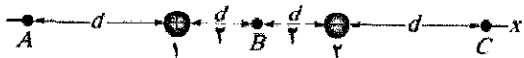
چقدر کار توسط آن عامل خارجی صورت گرفته است؟

۸۲- در شکل ۱۸-۶۱، ذره ۱ (با بار  $+2/00\text{pC}$ )، ذره ۲ (با بار  $-2/00\text{pC}$ )، و ذره ۳ (با بار  $+5/00\text{pC}$ ) تشکیل مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع  $a=9/50\text{cm}$  را می‌دهند. (الف) نسبت به جهت مثبت محور  $x$ ، جهت نیروی  $\vec{F}_p$  وارد بر ذره ۳ ناشی از دو ذره دیگر را با رسم خطهای میدان الکتریکی آن دو ذره، تعیین کنید. (ب) بزرگی نیروی  $\vec{F}_p$  را محاسبه کنید.

۸۳- بار (با چگالی خطی یکنواخت  $9/0\text{nC/m}$ ) روی تار که بر محور  $x$  از  $x=0$  تا  $x=3/0\text{m}$  امتداد یافته است، قرار دارد. بزرگی میدان الکتریکی را در  $x=4/0\text{m}$  روی محور  $x$  تعیین کنید.

۸۴- دو ذره، هر یک با بار مثبت  $q$ ، روی محور  $y$  یکی در  $y=d$  و دیگری در  $y=-d$  قرار دارند. (الف) عبارتی بنویسید که بزرگی  $E$  میدان الکتریکی خالص را در نقطه‌هایی روی محور  $x$  که با  $x=ad$  داده می‌شوند، به دست دهد. (ب) برای گستره  $0<\alpha<4$ ،  $E$  را برحسب  $\alpha$  رسم کنید. از روی این نمودار، مقدارهایی از  $\alpha$  را تعیین کنید که (پ) مقدار بیشینه  $E$  و (ت) مقدار نیم بیشینه  $E$  را به دست دهند.

۸۵- در شکل ۱۸-۶۴، ذره ۱ با بار  $q_1=1/00\text{pC}$  و ذره ۲ با بار  $q_2=2/00\text{pC}$  در فاصله  $d=5/00\text{cm}$  از یکدیگر، ثابت شده‌اند. میدان الکتریکی خالص در نقطه‌های (الف)  $A$ ، (ب)  $B$  و (پ)  $C$  برحسب نمادگذاری بردار یک‌گونه است؟ (ت) خطهای میدان الکتریکی را رسم کنید؟



شکل ۱۸-۶۴ مسئله ۸۵

۸۶- در شکل ۱۸-۶۴، میدان الکتریکی رو به بالای یکنواخت  $\vec{E}$  به بزرگی  $2/00\times 10^2\text{N/C}$  با بردارکردن دو صفحه افقی، پایینی به طور مثبت و بالایی به طور منفی، بین آنها ایجاد شده است. طول صفحه‌ها  $L=10/0\text{cm}$  و فاصله آنها  $d=2/00\text{cm}$  است. سپس الکترونی از لبه چپ صفحه پایینی، میان دو صفحه و در نقطه  $(2/0, 0)$  برابر  $100\hat{i}\text{N/C}$  است. (الف) مؤلفه  $x$  و (ب) مؤلفه  $y$  ذره چیست؟ (پ) بار ذره چقدر است؟

۷۳- بار  $20\text{nC}$  به طور یکنواخت در امتداد میله راستی به طول  $4/0\text{m}$  که به شکل کمانی دایره‌ای به شعاع  $2/0\text{m}$  خم شده، توزیع شده است. بزرگی میدان الکتریکی در مرکز انحنا کمان چقدر است؟

۷۴- (الف) بزرگی شتاب یک الکترون در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی  $1/40\times 10^6\text{N/C}$  چقدر است؟ (ب) با شروع از حالت سکون، چقدر طول می‌کشد تا تندی الکترون به  $\frac{1}{10}$  تندی نور برسد؟ (پ) در این بازه زمانی، الکترون چقدر حرکت کرده است؟

۷۵- یک صفحه ساعت دارای بارهای نقطه‌ای منفی  $-q$ ،  $-2q$ ،  $-3q$ ، ...،  $-12q$  است که در مکانهای مربوط به عددها قرار دارند. عقربه‌های ساعت، میدان الکتریکی خالص ناشی از بارهای نقطه‌ای را برهم نمی‌زنند. در چه زمانی عقربه ساعت شمار در همان جهت بردار میدان الکتریکی در مرکز صفحه ساعت است؟

۷۶- الکترونی در امتداد محور عمودی مرکزی یک حلقه باردار به شعاع  $R$  در شکل ۱۸-۱۰ با  $z \ll R$  مقید شده است. نشان دهید که نیروی الکتروستاتیکی وارد بر الکترون می‌تواند باعث نوسان آن در مرکز حلقه با بسامد زاویه‌ای زیر شود

$$\omega = \sqrt{\frac{eq}{4\pi\epsilon_0 m R^3}}$$

که در آن  $q$  بار حلقه و  $m$  جرم الکترون است.

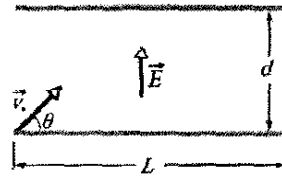
۷۷- در جو نزدیک سطح زمین، بزرگی متوسط میدان الکتریکی  $\vec{E}$  حدود  $150\text{N/C}$  رو به پایین است. می‌خواهیم یک کره گوگردی به وزن  $4/4\text{N}$  را با بردار کردن آن، در این میدان «شناور» کنیم. (الف) از چه باری (هم از لحاظ علامت و هم از لحاظ بزرگی) باید استفاده شود؟ (ب) چرا این آزمایش نشدنی است؟

۷۸- گشتاور دوقطبی الکتریکی یک الکترون و یک پروتون را که به فاصله  $4/30\text{nm}$  از هم قرار دارند محاسبه کنید. SSM

۷۹- میدان الکتریکی در صفحه  $xy$  ناشی از یک ذره باردار مثبت، در نقطه  $(3/0, 3/0)\text{cm}$  برابر با  $(7/2(4/0\hat{i}+3/0\hat{j})\text{N/C})$  و در نقطه  $(2/0, 0)\text{cm}$  برابر  $100\hat{i}\text{N/C}$  است. (الف) مؤلفه  $x$  و (ب) مؤلفه  $y$  ذره چیست؟ (پ) بار ذره چقدر است؟



(الف) آیا الکترون به یکی از صفحه‌ها برخورد می‌کند؟ (ب) اگر بلی، با کدامیک از صفحه‌ها و در چه فاصله افقی از لبه چپ؟

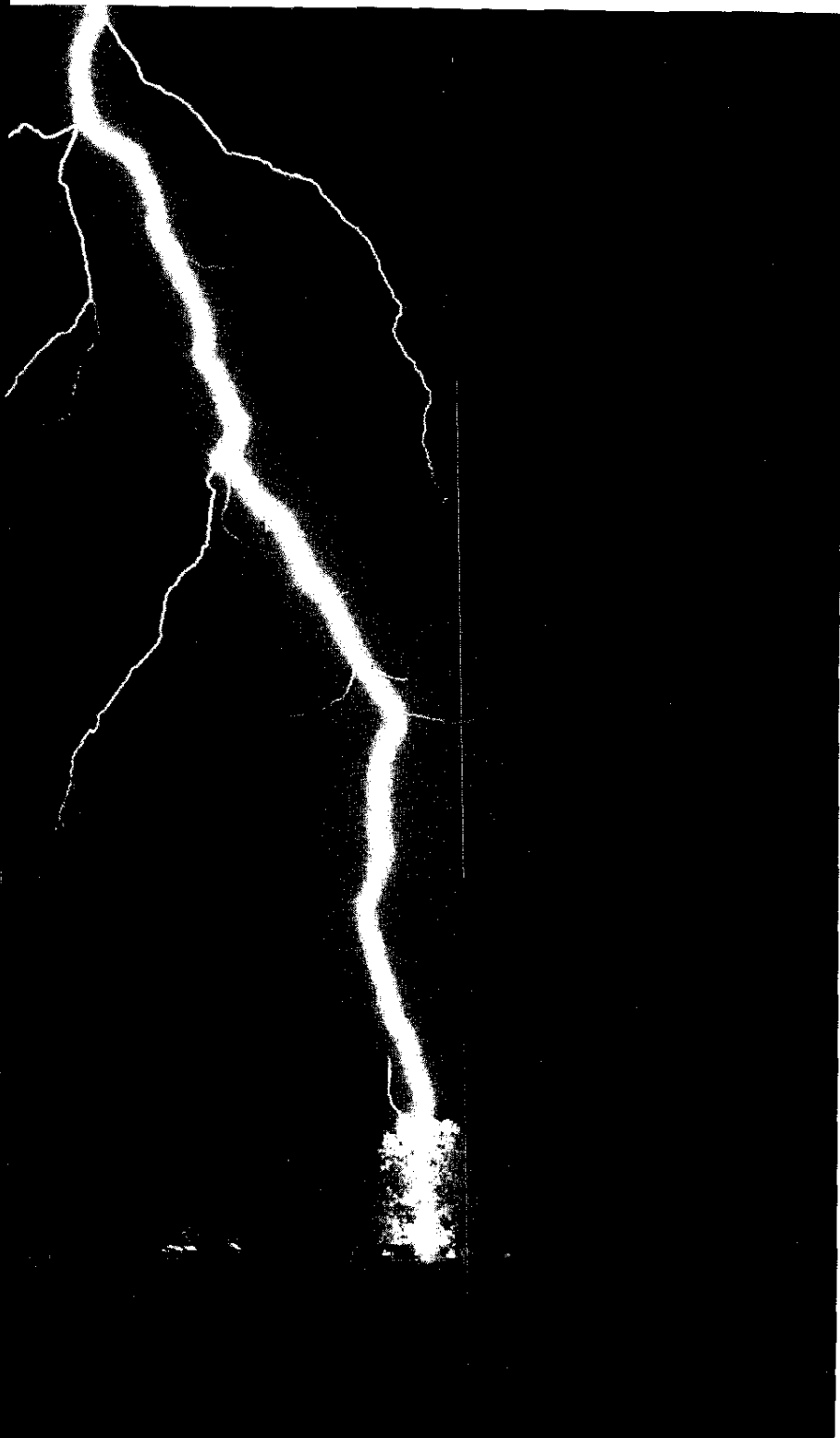


شکل ۱۸-۶۵ مسئله ۸۶

۸۷- با داده‌های مسئله ۶۲، فرض کنید که بار  $q$  روی قطره با  $q = ne$  داده شده است که در آن  $n$  یک عدد درست و  $e$  بار بنیادی است. (الف)  $n$  را برای هر مقدار داده شده  $q$  بیابید. (ب) یک برازش بازگشتی خطی از مقدارهای  $q$  بر حسب مقدارهای  $n$  انجام دهید و سپس با استفاده از آن برازش،  $e$  را پیدا کنید.

۸۸- در شکل ۱۸-۸، هر دو بار را مثبت در نظر بگیرید. با فرض آنکه  $z \gg d$  باشد، نشان دهید که در این صورت  $E$  در نقطه  $P$  در آن شکل با رابطه زیر داده می‌شود

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{z^2}$$

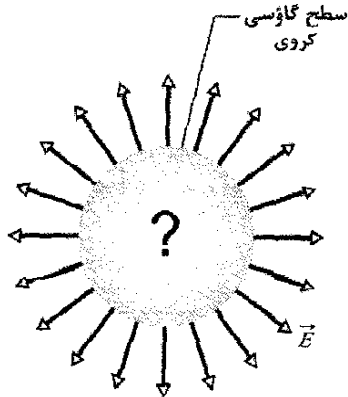


یورشهای آذرخش به چند دلیل خطرناک اند: (۱) اگر آذرخش به شما یا چیزی که در تماس با شماست برخورد کند، شارش بار مرگباری در بدن شما ایجاد می‌کند. (۲) اگر به جسمی در نزدیکی شما برخورد کند، بخشی از شارش بار می‌تواند از طریق هوا به شما منتقل شود (اثری که به نام جرقه فرعی شناخته می‌شود). (۳) اگر آذرخش با زمین مجاور شما برخورد کند، بخشی از باری که در زمین شارش می‌کند می‌تواند از طریق بدن شما تغییر جهت دهد. اخیراً خطر چهارمی برای یورش آذرخش شناخته شده است. تصویر، که در آن آذرخش با یک درخت برخورد کرده است، در بر دارنده یک راهنمایی از این مورد است.

یورش آذرخش چه خطر دیگری دارد؟

پاسخ در همین فصل.

میدان قطع شده، شار نامیده می‌شود، که بعداً مورد بحث قرار می‌گیرد.



شکل ۱۹-۱ یک سطح گاوسی کروی. اگر تمام بردارهای میدان الکتریکی دارای بزرگی یکسان و جهت آنها در تمام نقطه‌های روی سطح به طور شعاعی به طرف بیرون باشد، آنگاه می‌توانید نتیجه بگیرید که یک توزیع بار مثبت خالص باید درون سطح و با تقارن کروی وجود داشته باشد.

## ۱۹-۲ شار

فرض کنید، مطابق شکل ۱۹-۲ الف، جریان هوای گسترده‌ای با سرعت یکنواخت  $\vec{v}$  از قاب مربعی کوچکی به مساحت  $A$  بگذرد.  $\Phi$  نشان‌دهنده آهنگ شارش حجمی است (حجم در یکای زمان) که هوا با آن از میان قاب می‌گذرد. این آهنگ، به زاویه میان  $\vec{v}$  و صفحه قاب بستگی دارد. اگر  $\vec{v}$  عمود بر صفحه باشد، آهنگ  $\Phi$  برابر با  $vA$  است.

اگر  $\vec{v}$  موازی با صفحه قاب باشد، هیچ هوایی از میان قاب عبور نخواهد کرد و بنابراین،  $\Phi$  برابر با صفر است. برای زاویه میانی  $\theta$ ، آهنگ  $\Phi$  به آن مؤلفه‌ای از  $\vec{v}$  که عمود بر صفحه است، بستگی دارد (شکل ۱۹-۲ ب). چون این مؤلفه  $v \cos \theta$  است، آهنگ شارش حجمی که از قاب می‌گذرد چنین است

$$\Phi = (v \cos \theta) A \quad (1-19)$$

این آهنگ شارش از میان یک سطح، مثالی از شار است، در این حالت، یک شار حجمی.

پیش از آنکه درباره شار در الکتروستاتیک بحث کنیم، لازم است که معادله ۱۹-۱ را برحسب بردارها بازنویسی کنیم. برای انجام این کار، نخست بردار سطح  $\vec{A}$  را به صورت برداری تعریف می‌کنیم که بزرگی آن برابر با مساحت یک سطح (اینجا مساحت قاب) و جهت آن عمود بر صفحه آن سطح است (شکل ۱۹-۲ پ). آنگاه معادله ۱۹-۱ را به صورت ضرب نرده‌ای (یا نقطه‌ای) بردار سرعت  $\vec{v}$  جریان هوا و بردار سطح  $\vec{A}$  قاب، بازنویسی می‌کنیم

$$\Phi = v A \cos \theta = \vec{v} \cdot \vec{A} \quad (2-19)$$

که در آن  $\theta$  زاویه میان  $\vec{v}$  و  $\vec{A}$  است.

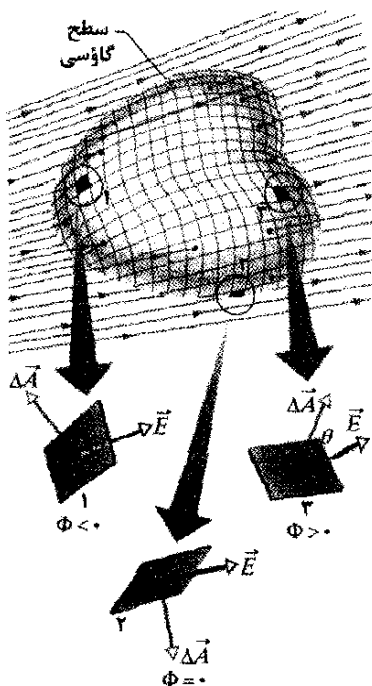
## ۱۹-۱ فیزیک چیست؟

یکی از هدفهای بنیادین فیزیک، یافتن راههای ساده‌ای برای حل مسئله‌های به ظاهر پیچیده است. یکی از ابزارهای اصلی فیزیک در نیل به این هدف، استفاده از تقارن است. مثلاً، در یافتن میدان الکتریکی  $\vec{E}$  حلقه باردار شکل ۱۸-۱۰ و میله باردار شکل ۱۸-۹، میدانهای  $d\vec{E} (= k dq/r^2)$  عنصرهای دیفرانسیلی بار در حلقه و میله را در نظر گرفتیم. آنگاه محاسبه  $\vec{E}$  را با استفاده از تقارن، با کنار گذاشتن مؤلفه‌های عمود بردارهای  $d\vec{E}$  ساده کردیم و بدین ترتیب از مقدار محاسبه‌ها کاسته شد.

برای توزیع‌های بار معینی که متقارن اند، می‌توانیم با استفاده از قانون گاوس به مقدار زیادی از محاسبه‌ها کم کنیم. این قانون توسط ریاضیدان و فیزیکدان آلمانی کارل فردریش گاوس<sup>۱</sup> (۱۲۳۴-۱۸۵۵/۱۸۵۶-۱۷۷۷) توسعه یافته است. به جای در نظر گرفتن میدانهای  $d\vec{E}$  عنصرهای دیفرانسیلی بار در یک توزیع بار معین، قانون گاوس یک سطح بسته فرضی (مجازی) را در نظر می‌گیرد که آن توزیع بار را در بر دارد. این سطح که به نام **سطح گاوسی** خوانده می‌شود، می‌تواند هر شکلی داشته باشد، ولی شکلی که محاسبه‌های میدان الکتریکی را به حداقل می‌رساند آن شکلی است که با تقارن توزیع بار سازگار باشد. مثلاً، اگر بار روی کره‌ای به طور یکنواخت توزیع شده باشد، آن کره را با یک سطح گاوسی کروی، مشابه آنچه در شکل ۱۹-۱ نشان داده شده است محصور می‌کنیم و سپس آن گونه که در این فصل توضیح می‌دهیم، میدان الکتریکی را روی این سطح با استفاده از این واقعیت به دست می‌آوریم:

**قانون گاوس، میدانهای الکتریکی در نقطه‌های واقع بر سطح گاوسی (بسته) را به بار خالص محصور در آن سطح مربوط می‌کند.**

همچنین می‌توانیم از قانون گاوس به طور وارونه نیز استفاده کنیم: اگر میدان الکتریکی را بر یک سطح گاوسی بدانیم، آنگاه می‌توانیم بار خالص محصور در آن سطح را بیابیم. به عنوان یک مثال مشروط، فرض کنید که بزرگی همه بردارهای میدانهای الکتریکی در شکل ۱۹-۱ یکسان و جهت آنها به طور شعاعی از مرکز کره به طرف بیرون باشد. قانون گاوس بی‌درنگ بیان می‌دارد که سطح کروی باید یک بار مثبت خالص را در بر گرفته باشد که آن بار می‌تواند یک ذره یا یک توزیع بار کروی باشد. البته برای محاسبه اینکه چه مقدار بار محصور شده است به روشی برای محاسبه اینکه چه مقدار میدان الکتریکی توسط سطح گاوسی شکل ۱۹-۱ قطع شده است، نیاز داریم. این مقدار



شکل ۳-۱۹ یک سطح گاوسی به شکل دلخواه که در یک میدان الکتریکی قرار گرفته است. این سطح به مربعهای کوچکی به مساحت  $\Delta A$  تقسیم شده است. بردارهای میدان الکتریکی  $\vec{E}$  و بردارهای سطح  $\Delta \vec{A}$  برای سه مربع نوعی که با ۱، ۲ و ۳ مشخص شده‌اند، نشان داده شده است.

چشمپوشی کرده و هر مربع مجزا را به صورت تخت در نظر گرفت. هر یک از این عنصرهای سطح را با بردار سطح  $\Delta \vec{A}$  نمایش می‌دهیم که بزرگی آن برابر مساحت  $\Delta A$  است. هر بردار  $\Delta \vec{A}$  عمود بر سطح گاوسی و جهت آن به طرف بیرون سطح است.

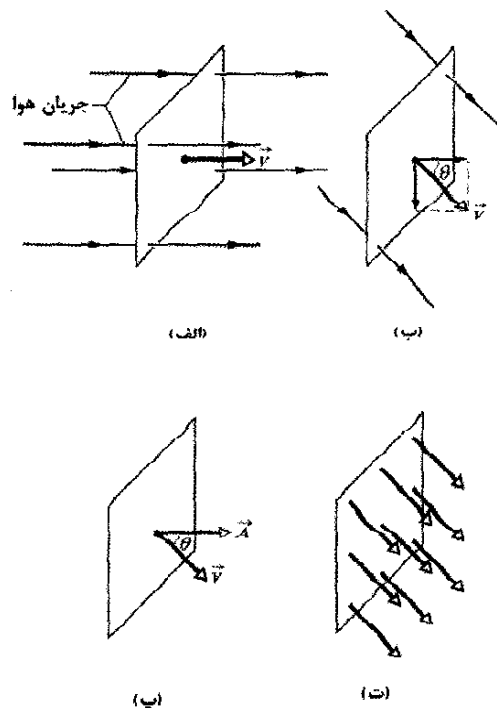
چون مربعها به طور دلخواه کوچک در نظر گرفته شده‌اند، می‌توان میدان الکتریکی  $\vec{E}$  بالای هر یک از مربعها را ثابت فرض کرد. آنگاه بردارهای  $\Delta \vec{A}$  و  $\vec{E}$  مربوط به هر مربع، زاویه  $\theta$  با یکدیگر می‌سازند. شکل ۳-۱۹ نمای بزرگ شده از سه مربع روی سطح گاوسی و زاویه  $\theta$  برای هر یک را نشان می‌دهد.

یک تعریف موقت برای شار میدان الکتریکی سطح گاوسی شکل ۳-۱۹ عبارت است از

$$\Phi = \sum \vec{E} \cdot \Delta \vec{A} \quad (3-19)$$

این معادله بر آن دلالت دارد که با توجه به هر یک از مربعهای روی سطح گاوسی، باید ضرب نرده‌ای  $\vec{E} \cdot \Delta \vec{A}$  را برای بردارهای  $\vec{E}$  و  $\Delta \vec{A}$  محاسبه کنیم و سپس نتایج را به طور جبری (یعنی با در نظر گرفتن علامتها) برای همه مربعهایی که آن سطح را می‌سازند، جمع کنیم. مقدار هر ضرب نرده‌ای (مثبت، منفی، یا صفر) تعیین می‌کند که آیا شاری که از آن مربع می‌گذرد مثبت است یا منفی، یا صفر است. مربعهایی مانند مربع ۱ در شکل ۳-۱۹، که برای آنها  $\vec{E}$  به طرف داخل است، سهمی منفی در

واژه flux به معنی "شار" از واژه‌های لاتین به معنای "جاری شدن" گرفته شده است. وقتی درباره شارش حجمی هوا از یک قاب صحبت کنیم، مفهوم آن روشن خواهد بود. ولی معادله ۱۹-۲ را می‌توان به روش مجردتری نیز در نظر گرفت. برای درک این روش متفاوت، توجه کنید که می‌توانیم یک بردار سرعت را به هر نقطه جریان عبوری هوا از قاب نسبت دهیم (شکل ۱۹-۲). چون ترکیب همه این بردارها یک میدان سرعت عبوری از معادله ۱۹-۲ را می‌توانیم به صورت شار میدان سرعت عبوری از قاب تعبیر کنیم. به این ترتیب، شار دیگر به معنی شارش واقعی چیزی از میان یک سطح نیست، بلکه به معنی حاصلضرب مساحت یک سطح در میدانی است که از آن سطح می‌گذرد.



شکل ۳-۱۹ (الف) جریان یکنواخت هوا با سرعت  $\vec{v}$  عمود بر صفحه قابی مربع شکل به مساحت  $A$  است. (ب) مؤلفه  $\vec{v} \cos \theta$  عمود بر صفحه قاب،  $v \cos \theta$  است که در آن  $\theta$  زاویه میان  $\vec{v}$  و بردار عمود بر صفحه است. (پ) بردار مساحت  $\vec{A}$ ، عمود بر صفحه قاب است و با  $\vec{v}$  زاویه  $\theta$  می‌سازد. (ت) میدان سرعت توسط سطح قاب قطع شده است.

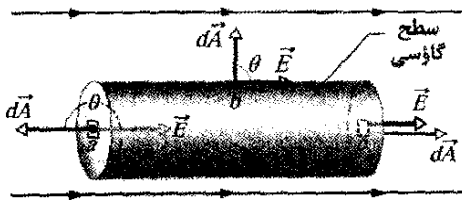
## ۳-۱۹ شار میدان الکتریکی

برای تعریف شار میدان الکتریکی، شکل ۳-۱۹ را در نظر بگیرید که یک سطح گاوسی (نامتقارن) دلخواه را که در یک میدان الکتریکی نایکنواخت قرار گرفته است، نشان می‌دهد. سطح را به مربعهای کوچکی به مساحت  $\Delta A$  تقسیم کنید، که هر یک از آنها به قدری کوچک‌اند که می‌توان از انحناهای هر یک

محور استوانه است، قرار دارد. شار  $\Phi$  میدان الکتریکی که از این سطح بسته عبور می‌کند چقدر است؟

**نکته کلیدی** شار  $\Phi$  عبوری از سطح گاوسی را می‌توانیم با انتگرالگیری از  $\vec{E} \cdot d\vec{A}$  روی این سطح به دست آوریم.

**محاسبه‌ها:** این کار با نوشتن شار به صورت مجموعی از سه جمله انجام می‌گیرد: انتگرالهای روی قاعده سمت چپ استوانه  $a$ ، روی سطح استوانه‌ای  $b$ ، و روی قاعده سمت راست  $c$ . بنابراین، از معادله ۴-۱۹ خواهیم داشت



شکل ۴-۱۹ یک سطح گاوسی استوانه‌ای که با دو قاعده انتهایی بسته شده و در یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار گرفته است. محور استوانه موازی با راستای میدان الکتریکی است.

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \\ = \int_a \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_b \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_c \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (۵-۱۹)$$

برای تمام نقطه‌های روی قاعده سمت چپ، زاویه  $\theta$  میان  $\vec{E}$  و  $d\vec{A}$  برابر با  $180^\circ$  و بزرگی  $E$  میدان، ثابت است. در نتیجه

$$\int_a \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_a E (\cos 180^\circ) dA = -E \int_a dA = -EA$$

که در آن  $\int_a dA$  مساحت قاعده  $A (= \pi R^2)$  را به دست می‌دهد. به همین ترتیب، برای قاعده سمت راست که برای تمام نقطه‌های آن  $\theta = 0^\circ$  است، خواهیم داشت

$$\int_c \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_c E (\cos 0^\circ) dA = EA$$

سرانجام، برای سطح جانبی استوانه که در تمام نقطه‌های آن زاویه  $\theta$  برابر  $90^\circ$  است، داریم

$$\int_b \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_b E (\cos 90^\circ) dA = 0$$

با قرار دادن این نتایج در معادله ۵-۱۹، خواهیم داشت (پاسخ)

$$\Phi = -EA + 0 + EA = 0$$

این نتیجه شگفت‌انگیزی نیست، زیرا خطهای میدان نشان‌دهنده میدان الکتریکی با ورود به قاعده سمت چپ و خروج از قاعده سمت راست، همگی به طور کامل از سطح گاوسی می‌گذرند و در نتیجه شار خالص برابر صفر است.

### مسئله نمونه ۲-۱۹ مهارت خود را تقویت کنید

یک میدان الکتریکی نابیکنواخت که با  $\vec{E} = 3/0x\hat{i} + 4/0y\hat{j}$  داده شده است از متکعب گاوسی نشان داده شده در شکل ۵-۱۹ می‌گذرد. (بر حسب نیوتون بر کولن و  $x$  بر حسب متر است).

جمع معادله ۳-۱۹ دارند. سهم مربعهایی مانند مربع ۲، که برای آنها  $\vec{E}$  روی سطح قرار دارد، صفر است. مربعهایی مانند مربع ۳، که برای آنها  $\vec{E}$  به طرف خارج است، سهمی مثبت دارند. تعریف دقیق شار میدان الکتریکی که از یک سطح بسته عبور می‌کند، با کوچکتر و کوچکتر کردن مساحت مربعهای نشان داده شده در شکل ۳-۱۹ تا حد دیفرانسیلی  $dA$ ، به دست می‌آید. در این صورت، بردارهای سطح به حد دیفرانسیلی  $d\vec{A}$  میل می‌کنند. بنابراین، جمع معادله ۳-۱۹، به یک انتگرال تبدیل می‌شود و برای تعریف شار الکتریکی خواهیم داشت

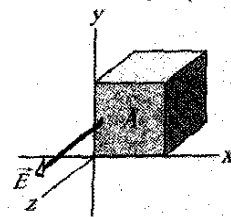
$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (\text{شار الکتریکی عبوری از یک سطح گاوسی}) \quad (۴-۱۹)$$

دایره روی علامت انتگرال مبین آن است که انتگرال باید روی کل سطح (بسته) گرفته شود. شار میدان الکتریکی یک کمیت نرده‌ای، و یکای SI آن نیوتون-متر مربع بر کولن ( $\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}$ ) است.

معادله ۴-۱۹ را می‌توانیم این‌گونه توجیه کنیم: نخست به یاد آورید که می‌توانیم از چگالی خطهای میدان الکتریکی که از سطحی عبور می‌کند به عنوان معیاری متناسب با بزرگی میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در آنجا استفاده کنیم. یعنی، بزرگی  $E$  متناسب با تعداد خطهای میدان الکتریکی در یکای سطح است. پس، ضرب نرده‌ای  $\vec{E} \cdot d\vec{A}$  در معادله ۴-۱۹ متناسب با تعداد خطهای میدان الکتریکی است که از سطح  $dA$  عبور می‌کند. بنابراین، چون در معادله ۴-۱۹ انتگرال روی کل سطح گاوسی، که بسته است، گرفته می‌شود، درمی‌یابیم که

**شار الکتریکی  $\Phi$  که از یک سطح گاوسی عبور می‌کند متناسب با تعداد خالص خطهای میدان الکتریکی است که از آن سطح می‌گذرد.**

**نکته وارسی ۱** شکل زیر، یک متکعب گاوسی را که مساحت هر وجه آن  $A$  است نشان می‌دهد که در یک میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E}$  که جهت آن در جهت مثبت محور  $z$  است قرار دارد. شار عبوری از (الف) وجه جلویی (که در صفحه  $xy$  است)، (ب) وجه عقبی، (پ) وجه بالایی، و (ت) کل متکعب، بر حسب  $E$  و  $A$  چقدر است؟



### مسئله نمونه ۱-۱۹

شکل ۴-۱۹ یک سطح گاوسی استوانه‌ای به شعاع  $R$  را نشان می‌دهد که در یک میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E}$  که موازی با

وجه بالایی: بردار سطح دیفرانسیلی  $d\vec{A}$  در جهت مثبت محور  $y$  است، و بنابراین،  $d\vec{A} = dA \hat{j}$ . پس، شار عبوری  $\Phi_E$  از وجه بالایی برابر است با

$$\begin{aligned}\Phi_E &= \int (\frac{3}{10}x \hat{i} + \frac{4}{10} \hat{j}) \cdot (dA \hat{j}) \\ &= \int [(\frac{3}{10}x)(dA) \hat{i} \cdot \hat{j} + (\frac{4}{10})(dA) \hat{j} \cdot \hat{j}] \\ &= \int (0 + \frac{4}{10}dA) = \frac{4}{10} \int dA \\ &= 16 \text{ N.m}^2/\text{C} \quad (\text{پاسخ})\end{aligned}$$

## ۱۹-۴ قانون گاوس

قانون گاوس، شار خالص  $\Phi$  میدان الکتریکی عبوری از یک سطح بسته (یک سطح گاوسی) را به بار خالص  $q_{\text{enc}}$  که توسط این سطح محصور شده است، مربوط می‌کند. این قانون حاکی از آن است که

$$\epsilon_0 \Phi = q_{\text{enc}} \quad (\text{قانون گاوس}) \quad (۱۹-۶)$$

با قرار دادن معادله ۱۹-۴، تعریف شار، قانون گاوس را می‌توان چنین نوشت

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{\text{enc}} \quad (\text{قانون گاوس}) \quad (۱۹-۷)$$

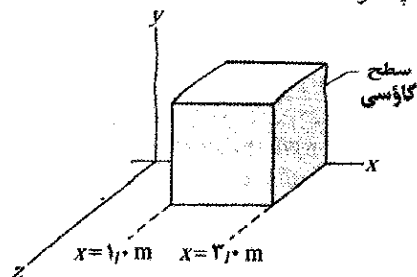
معادله‌های ۱۹-۶ و ۱۹-۷ تنها وقتی برقرارند که بار خالص در خلأ یا (آنچه که برای اغلب موارد عملی یکسان است) در هوا قرار داشته باشد. در فصل ۲۱، قانون گاوس را اصلاح می‌کنیم تا شامل حالت‌هایی که در آنها موادی از قبیل میکا، روغن، یا شیشه وجود دارد نیز بشود.

در معادله‌های ۱۹-۶ و ۱۹-۷، بار خالص  $q_{\text{enc}}$  جمع جبری تمام بارهای مثبت و منفی محصور شده است، و می‌تواند مثبت، منفی، یا صفر باشد. چون علامت بار چیزهایی را جمع به شار خالص عبوری از سطح گاوسی به دست می‌دهد، به جای آنکه صرفاً از بزرگی بار محصور شده استفاده کنیم، علامت بار را نیز وارد می‌کنیم: اگر  $q_{\text{enc}}$  مثبت باشد، شار خالص به طرف بیرون، و اگر  $q_{\text{enc}}$  منفی باشد، شار خالص به طرف درون است.

بار الکتریکی بیرون از سطح، بدون توجه به میزان بزرگی یا میزان نزدیکی آن به سطح، در جمله  $q_{\text{enc}}$  در قانون گاوس وارد نمی‌شود. شکل یا محل دقیق بارها در داخل سطح گاوسی نیز اهمیت ندارد؛ تنها چیزهایی که در سمت راست معادله‌های ۱۹-۶ و ۱۹-۷ اهمیت دارند، بزرگی و علامت بار خالص محصور شده است. ولی، کمیت  $\vec{E}$  در سمت چپ معادله ۱۹-۷، میدان الکتریکی ناشی از تمام بارها، چه در داخل و چه در خارج سطح گاوسی است. این ممکن است متناقض به نظر برسد، ولی آنچه را که از مسئله نمونه ۱۹-۱ آموختیم، به خاطر داشته باشید:

میدان الکتریکی ناشی از یک بار در بیرون سطح گاوسی هیچ مرجع دانشجویان و مهندسان ایرانی

شار الکتریکی عبوری از وجه سمت راست، وجه سمت چپ، و وجه بالایی چقدر است؟



شکل ۱۹-۵ یک مکعب گاوسی با یک ضلع واقع بر محور  $x$  که در یک میدان الکتریکی نایک‌نواخت قرار دارد.

**نکته کلیدی** شار  $\Phi$  عبوری از سطح را می‌توانیم با انتگرالگیری

از حاصلضرب نرده‌ای  $\vec{E} \cdot d\vec{A}$  روی هر وجه به دست آوریم. وجه سمت راست: بردار سطح  $\vec{A}$  همواره بر این سطح عمود و از سطح گاوسی به طرف خارج است. بنابراین، بردار  $d\vec{A}$  برای وجه سمت راست مکعب باید در سوی جهت مثبت محور  $x$  باشد. یعنی، برحسب بردارهای یک‌هه داریم

$$d\vec{A} = dA \hat{i}$$

آنگاه با استفاده از معادله ۱۹-۴، شار  $\Phi$  عبوری از وجه سمت راست چنین است

$$\begin{aligned}\Phi_r &= \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int (\frac{3}{10}x \hat{i} + \frac{4}{10} \hat{j}) \cdot (dA \hat{i}) \\ &= \int [(\frac{3}{10}x)(dA) \hat{i} \cdot \hat{i} + (\frac{4}{10})(dA) \hat{j} \cdot \hat{i}] \\ &= \int (\frac{3}{10}x dA + 0) = \frac{3}{10} \int x dA\end{aligned}$$

در محاسبه انتگرال روی وجه سمت راست باید توجه کنیم که مقدار  $x$  در همه جای این وجه مقدار یکسانی دارد- یعنی  $x = 3.0 \text{ m}$ . این بدان معنی است که این مقدار ثابت را می‌توانیم به جای  $x$  قرار دهیم. در نتیجه داریم

$$\Phi_r = \frac{3}{10} \int (\frac{4}{10}) dA = \frac{9}{10} \int dA$$

انتگرال  $\int dA$  صرفاً مساحت وجه سمت راست،  $A = 4.0 \text{ m}^2$  را به دست می‌دهد؛ بنابراین

$$\Phi_r = (\frac{9}{10} \text{ N/C})(4.0 \text{ m}^2) = 3.6 \text{ N.m}^2/\text{C} \quad (\text{پاسخ})$$

وجه سمت چپ: روش یافتن شار عبوری از وجه سمت چپ همان روش مربوط به وجه سمت راست است؛ ولی دو عامل تغییر می‌کنند. (۱) بردار سطح دیفرانسیلی  $d\vec{A}$  در جهت منفی محور  $x$  است، و بنابراین  $d\vec{A} = -dA \hat{i}$ . (۲) دوباره جمله  $x$  در انتگرال ظاهر می‌شود، و باز هم روی وجه مورد نظر ثابت است. ولی، روی وجه سمت چپ  $x = 1.0 \text{ m}$  است. با این دو تغییر

درمی‌یابیم که شار  $\Phi$  عبوری از وجه سمت چپ برابر است با

$$\Phi_l = -1.2 \text{ N.m}^2/\text{C} \quad (\text{پاسخ})$$



**سطح  $S_4$ .** این سطح هیچ بار خالصی را محصور نمی‌کند، زیرا بزرگی بارهای مثبت و منفی محصور شده برابر است. قانون گاوس حاکی از آن است که شار خالص میدان الکتریکی عبوری از این سطح باید برابر با صفر باشد. این نتیجه‌ای معقول است، زیرا تعداد خطهای میدانی که از سطح  $S_4$  خارج می‌شوند برابر تعداد خطهایی است که به آن وارد می‌شوند.

اگر بار بسیار بزرگ  $Q$  را به سطح  $S_4$  در شکل ۱۹-۶ نزدیک کنیم چه روی می‌دهد؟ نقش خطهای میدان به یقین تغییر می‌کند، ولی شار خالص مربوط به هر یک از چهار سطح گاوسی تغییری نمی‌کند. این موضوع قابل درک است، زیرا خطهای میدان وابسته به اضافه شدن بار  $Q$  به طور کامل از میان هر چهار سطح گاوسی می‌گذرند، بی آنکه سهمی در شار خالص عبوری از هر یک داشته باشند. چون  $Q$  در بیرون هر چهار سطح گاوسی در نظر گرفته شده قرار دارد، مقدار  $Q$  به هیچ عنوان در قانون گاوس وارد نمی‌شود.

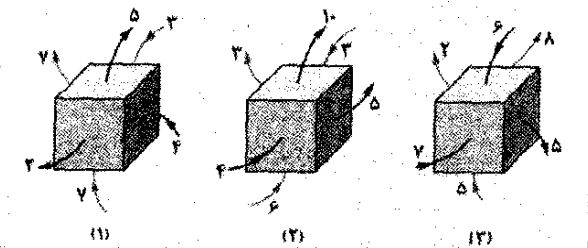
میدان ناشی از بار که وارد این سطح می‌شوند برابر با تعداد خطهای میدانی است که از آن خارج می‌شوند. حال این نقطه نظر را برای شکل ۱۹-۶ به کار می‌گیریم که دو بار نقطه‌ای، با بزرگی یکسان ولی علامت مخالف، و خطهای میدانی که میدانهای الکتریکی ناشی از این بارها را در فضای اطراف توصیف می‌کند، نشان می‌دهد. مقطع چهار سطح گاوسی نیز نشان داده شده است. هر یک را به نوبت بررسی می‌کنیم.

**سطح  $S_1$ .** جهت میدان الکتریکی برای تمام نقطه‌های روی این سطح به طرف بیرون است. بنابراین، شار میدان الکتریکی عبوری از این سطح مثبت، و همان گونه که از قانون گاوس برمی‌آید، بار خالص داخل این سطح نیز مثبت است (یعنی، در معادله ۱۹-۶، اگر  $\Phi$  مثبت باشد،  $q_{enc}$  نیز مثبت است).

**سطح  $S_2$ .** جهت میدان الکتریکی برای تمام نقطه‌های روی این سطح به طرف درون است. بنابراین، شار میدان الکتریکی منفی، و همان گونه که از قانون گاوس برمی‌آید، بار محصور شده نیز منفی است.

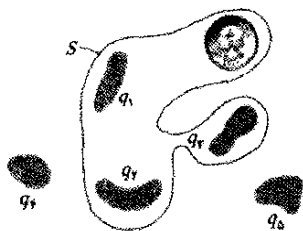
**سطح  $S_3$ .** این سطح هیچ باری را محصور نمی‌کند و بنابراین،  $q_{enc} = 0$  است. قانون گاوس (معادله ۱۹-۶) ایجاب می‌کند که شار خالص میدان الکتریکی عبوری از این سطح برابر با صفر باشد. این نتیجه‌ای معقول است، زیرا تمام خطهای میدان به طور کامل از این سطح می‌گذرند، از بالای آن وارد و از پایین آن خارج می‌شوند.

✓ **نکته واریسی ۲.** شکل زیر، سه وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها یک مکعب گاوسی در میدان الکتریکی قرار دارد. پیکانها و عددها، جهت‌های خطهای میدان و بزرگیهای شار عبوری (برحسب  $N.m^2/C$ ) از شش وجه هر مکعب را نشان می‌دهد. (پیکانهای کم رنگتر مربوط به وجه‌های ناپیدا است.) مکعب در کدام حالت یک بار خالص مثبت، (ب) یک بار خالص منفی، و (پ) بار خالص صفر را در بر دارد؟

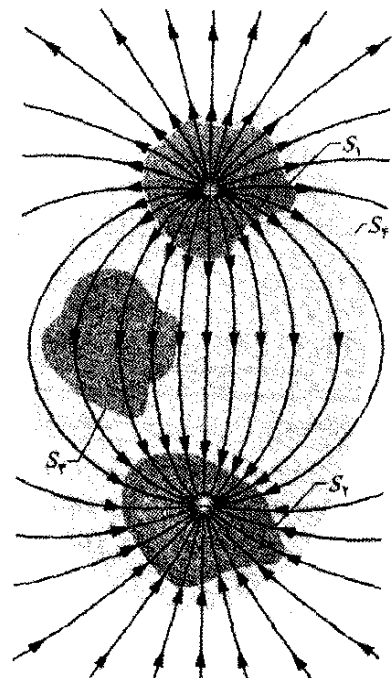


### مسئله نمونه ۱۹-۳

شکل ۱۹-۷، پنج تکه پلاستیک باردار و یک سکه خنثی از لحاظ الکتریکی را نشان می‌دهد. مقطع سطح گاوسی  $S$  در شکل نشان داده شده است. اگر  $q_1 = q_4 = -3/1 \text{ nC}$ ،  $q_2 = q_5 = -5/9 \text{ nC}$ ، و  $q_3 = -3/1 \text{ nC}$  باشد، شار الکتریکی خالصی که از این سطح می‌گذرد چقدر است؟



شکل ۱۹-۷ پنج جسم پلاستیکی، هر یک با بار الکتریکی و یک سکه، که هیچ بار خالصی ندارد. مقطع سطح گاوسی که سه جسم پلاستیکی را در بر گرفته، نشان داده شده است.



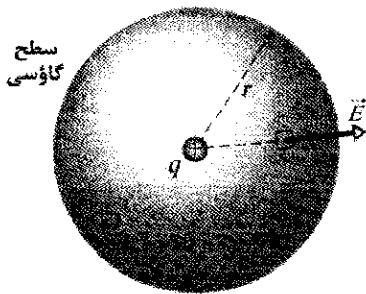
شکل ۱۹-۶ دو بار نقطه‌ای، با بزرگی یکسان ولی علامت مخالف، و خطهای میدانی که میدان الکتریکی خالص آنها را نمایش می‌دهد. مقطع چهار سطح گاوسی، نشان داده شده است. سطح  $S_4$  بار مثبت و سطح  $S_2$  بار منفی در بر دارد. سطح  $S_3$  هیچ باری در بر ندارد. سطح  $S_1$  و  $S_4$  هر دو بار را در بر دارند و بنابراین بار خالصی ندارند.

## ۱۹-۵ قانون گاوس و قانون کولن

چون قانون گاوس و قانون کولن روشهای متفاوتی برای توصیف رابطه میان بار الکتریکی و میدان الکتریکی در حالت‌های ایستا هستند، باید بتوانیم هر یک را از دیگری به دست آوریم. در اینجا قانون کولن را از قانون گاوس، با توجه به برخی از ملاحظات تقارنی به دست می‌آوریم.

شکل ۱۹-۸ یک بار نقطه‌ای مثبت  $q$  را نشان می‌دهد که به دور آن یک سطح گاوسی کروی هم‌مرکز به شعاع  $r$  رسم شده است. این سطح را به مساحت‌های دیفرانسیلی  $dA$  تقسیم می‌کنیم. بنا بر تعریف، بردار سطح  $d\vec{A}$  در هر نقطه بر این سطح عمود و جهت آن از سطح به طرف بیرون است. از تقارن شکل درمی‌یابیم که در هر نقطه، میدان الکتریکی  $\vec{E}$  نیز بر سطح عمود و جهت آن به طرف بیرون است. بنابراین، چون زاویه  $\theta$  میان  $\vec{E}$  و  $d\vec{A}$  برابر صفر است، معادله ۱۹-۷ را می‌توانیم به صورت زیر برای قانون گاوس بازنویسی کنیم

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 \oint E dA = q_{enc} \quad (19-8)$$



شکل ۱۹-۸ یک سطح گاوسی کروی به مرکز بار نقطه‌ای  $q$ .

که در اینجا  $q_{enc} = q$  است. اگر چه  $E$  به طور شعاعی با فاصله از  $q$  تغییر می‌کند، با این حال مقدار آن در هر نقطه روی سطح کروی یکسان است. چون انتگرال در معادله ۱۹-۸ روی کل سطح گرفته می‌شود،  $E$  در انتگرالگیری مقداری ثابت است و می‌توانیم آن را از زیر علامت انتگرال بیرون بیاوریم. از آنجا خواهیم داشت

$$\epsilon_0 E \oint dA = q \quad (19-9)$$

حال انتگرال صرفاً جمع همه مساحت‌های دیفرانسیلی  $dA$  روی کره است و بنابراین، درست برابر با مساحت این سطح، یعنی  $4\pi r^2$ ، است. با قرار دادن این، خواهیم داشت

$$\epsilon_0 E (4\pi r^2) = q$$

یا

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (19-10)$$

که این دقیقاً معادله ۱۹-۳ است که آن را با استفاده از قانون

[www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com)

کولن به دست آوردیم. مرجع دانشجویان و مهندسیان نواد

**نکته کلیدی** شار خالص  $\Phi$  که از سطح  $d$  می‌گذرد به بار خالص محصور شده در آن بستگی دارد. سکه سهمی در  $\Phi$  ندارد، زیرا خشتی است و بنابراین، دارای مقدارهای بار مثبت و منفی یکسانی است. بارهای  $q_+$  و  $q_-$  نیز سهمی در شار ندارند، زیرا آنها بیرون سطح  $d$  قرار دارند. بنابراین،  $q_{enc}$  برابر با  $q_1 + q_2 + q_3$  است و معادله ۱۹-۶ چنین به دست می‌دهد

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{q_{enc}}{\epsilon_0} = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{\epsilon_0} \\ &= \frac{+3/1 \times 10^{-9} \text{ C} - 5/9 \times 10^{-9} \text{ C} - 3/1 \times 10^{-9} \text{ C}}{8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N.m}^2} \\ &= -670 \text{ N.m}^2/\text{C} \end{aligned} \quad (\text{پاسخ})$$

علامت منفی نشان می‌دهد که شار خالصی که از این سطح می‌گذرد به طرف داخل است و بنابراین، بار خالص داخل این سطح منفی است.

### مسئله نمونه ۱۹-۴ مهارت خود را تقویت کنید

بار خالص محصور در مکعب گاوسی مسئله نمونه ۱۹-۲ و شکل ۱۹-۵ چقدر است؟

**نکته کلیدی** بار خالص احاطه شده توسط یک سطح مسدود (آرمانی یا ریاضی) از طریق قانون گاوس با معادله ۱۹-۶ ( $\epsilon_0 \phi = q_{enc}$ ) به شار الکتریکی کل مربوط می‌شود.

شار: برای استفاده از معادله ۱۹-۶ لازم است شار عبوری از شش وجه مکعب را بدانیم. قبلاً دیدیم که شار عبوری از وجه راست ( $\phi_r = 36 \text{ N.m}^2/\text{C}$ )، وجه چپ ( $\phi_l = -12 \text{ N.m}^2/\text{C}$ ) و وجه بالایی ( $\phi_t = 16 \text{ N.m}^2/\text{C}$ ) است.

در مورد وجه پایینی، محاسبه‌ها درست مانند وجه بالایی است به جز این که بردار مساحت دیفرانسیلی  $d\vec{A}$  در راستای محور  $z$  به سمت پایین است (از سطح گاوسی به طرف بیرون در نظر بگیرید). پس داریم  $d\vec{A} = -dA\hat{j}$  و پیدا می‌کنیم

$$\Phi_b = -16 \text{ N.m}^2/\text{C}$$

در مورد وجه جلویی داریم  $d\vec{A} = dA\hat{k}$ ، و در مورد وجه عقبی  $d\vec{A} = -dA\hat{k}$ . وقتی ضرب نقطه‌ای میدان الکتریکی  $\vec{E} = 3/0x\hat{i} + 4/0z\hat{j}$  را با هریک از جمله‌های  $d\vec{A}$  محاسبه می‌کنیم، جواب صفر به دست می‌آید، یعنی هیچ شاری از این صفحه‌ها نمی‌گذرد. اکنون شار کل عبوری از شش وجه مکعب را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \phi &= (36 - 12 + 16 - 16 + 0 + 0) \text{ N.m}^2/\text{C} \\ &= 24 \text{ N.m}^2/\text{C} \end{aligned}$$

بار محصور شده: حال برای پیدا کردن بار  $q_{enc}$  محصور توسط مکعب از قانون گاوس استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} q_{enc} &= \epsilon_0 \phi = (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N.m}^2) / (24 \text{ N.m}^2/\text{C}) \\ &= 2/1 \times 10^{-10} \text{ C} \end{aligned} \quad (\text{پاسخ})$$

بنابراین، مکعب محتوی بار خالص مثبت است.

## ۱۹-۶ رسانای باردار منزوی

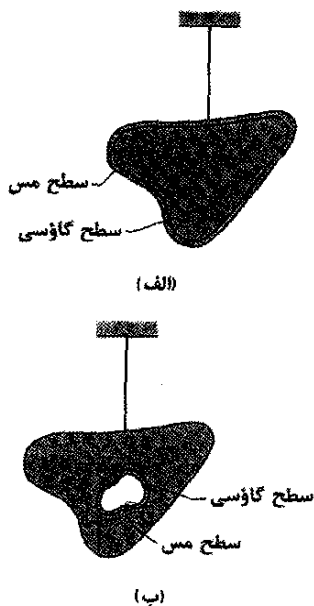
قانون گاوس به ما در اثبات قضیه مهمی درباره رساناها کمک می‌کند:

اگر یک بار اضافی روی رسانایی منزوی قرار داده شود، آن مقدار بار به طور کامل روی سطح رسانا حرکت خواهد کرد. هیچ گونه بار اضافی در داخل جسم رسانا وجود نخواهد داشت.

با توجه به اینکه بارهای هم‌علامت، یکدیگر را می‌رانند، این نتیجه منطقی به نظر می‌رسد. می‌توان چنین تصور کرد که با حرکت بارهای اضافه شده به سطح، این بارها تا جایی که بتوانند از هم دور می‌شوند. برای تأیید این موضوع از قانون گاوس بهره می‌گیریم.

شکل ۱۹-۹ الف، مقطعی از یک قطعه مسی منزوی را نشان می‌دهد که دارای بار اضافی  $q$  است و از نخ عایق آویزان شده است. یک سطح گاوسی را درست از داخل سطح واقعی رسانا می‌گذرانیم.

میدان الکتریکی داخل این رسانا باید صفر باشد. اگر این طور نباشد، این میدان نیروهایی را بر الکترونهای (آزاد) رسانش، که همواره در رسانا وجود دارند، وارد می‌کند و بنابراین، همواره جریانی درون رسانا وجود خواهد داشت. (یعنی، بار در داخل رسانا، از جایی به جایی دیگر حرکت می‌کند.) معلوم است که در یک رسانای منزوی چنین جریانهایی دائمی وجود ندارد، و بنابراین، میدان الکتریکی داخلی برابر با صفر است.



شکل ۱۹-۹ الف) یک قطعه مسی با بار  $q$  از نخ عایق آویزان است. یک سطح گاوسی در داخل فلز، درست زیر سطح واقعی، رسم شده است. (ب) اکنون در داخل قطعه مسی، کاواکی وجود دارد. یک سطح

گاوسی در داخل فلز، نزدیک به سطح کاواک قرار دارد.

نکته وارسی ۳ شار خالص معین  $\Phi_E$  از یک کره گاوسی به شعاع  $r$  که یک ذره باردار منزوی را در بر گرفته است، عبور می‌کند. فرض کنید این سطح گاوسی به (الف) یک کره گاوسی بزرگتر، (ب) یک مکعب گاوسی با طول ضلعی برابر  $r$ ، و (پ) یک مکعب گاوسی با طول ضلعی برابر با  $2r$  تغییر کند. در هر حالت، آیا شار خالصی که از سطح گاوسی جدید می‌گذرد، بزرگتر، کوچکتر، یا برابر  $\Phi_E$  است؟

## تدبیرهای حل مسئله

### تدبیر ۱: انتخاب سطح گاوسی

چون به دست آوردن معادله ۱۹-۱۰ با استفاده از قانون گاوس تمرینی برای به دست آوردن میدانهای الکتریکی ناشی از سایر پیکربندیهای بار است، مرحله‌هایی را که طی کردیم مرور می‌کنیم.

با بار نقطه‌ای مثبت معین  $q$  شروع کردیم؛ می‌دانیم که خطهای میدان الکتریکی با یک نقش متقارن کروی به طور شعاعی از  $q$  به طرف بیرون است.

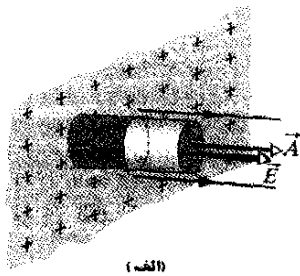
برای یافتن بزرگی  $E$  میدان الکتریکی در فاصله  $r$  با استفاده از قانون گاوس (معادله ۱۹-۷)، یک سطح گاوسی بسته فرضی را پیرامون نقطه‌ای به فاصله  $r$  از  $q$  به دور  $q$  در نظر گرفتیم. سپس مجموع مقدارهای  $\vec{E} \cdot d\vec{A}$  را روی کل سطح گاوسی با انتگرالگیری به دست آوردیم. برای آنکه این انتگرالگیری تا آنجا که ممکن است ساده باشد، یک سطح گاوسی کروی را (مشابه با تقارن کروی میدان الکتریکی) برگزیدیم. این انتخاب از سه نظر ساده کننده بود: (۱) حاصلضرب نقطه‌ای  $\vec{E} \cdot d\vec{A}$  ساده می‌شد، زیرا در تمام نقطه‌های روی سطح گاوسی زاویه میان  $\vec{E}$  و  $d\vec{A}$  برابر با صفر است، و از این رو در تمام نقطه‌ها  $\vec{E} \cdot d\vec{A} = E dA$ . (۲) بزرگی میدان الکتریکی  $E$  در تمام نقطه‌های روی سطح گاوسی کروی یکسان است؛ بنابراین،  $E$  در انتگرالگیری مقدار ثابتی بود و می‌توانستیم آن را از زیر علامت انتگرال بیرون بیاوریم. (۳) نتیجه، یک انتگرالگیری بسیار ساده بود - جمع مساحت‌های دیفرانسیلی کره - که بی‌درنگ می‌توانستیم آن را به صورت  $4\pi r^2$  بنویسیم.

توجه کنید که قانون گاوس صرفنظر از آنکه شکل سطح گاوسی که به دور بار  $q_{enc}$  انتخاب می‌کنیم چه باشد، برقرار است. با این حال، اگر، مثلاً، یک سطح گاوسی مکعبی را برگزیده بودیم، سه مورد ساده کننده از بین می‌رفت و انتگرالگیری  $\vec{E} \cdot d\vec{A}$  روی سطح مکعبی بسیار مشکل می‌شد. منظور این است که انتخاب سطح گاوسی باید به گونه‌ای باشد که انتگرالگیری در قانون گاوس به ساده‌ترین شکل درآید.

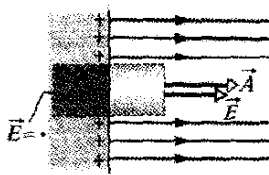
### میدان الکتریکی خارجی

دیدیم که بار الکتریکی اضافی روی یک رسانای منزوی به طور کامل به سطح رسانا منتقل می‌شود. با این حال اگر رسانا کروی نباشد، بار به طور یکنواخت توزیع نمی‌شود. به عبارت دیگر، چگالی بار سطحی  $\sigma$  (بار در یکای سطح) روی سطح رسانای غیر کروی متغیر است. به طور کلی، این تغییر، تعیین میدان الکتریکی ناشی از بارهای سطحی را بسیار دشوار می‌کند.

با این حال، میدان الکتریکی درست در بیرون سطح یک رسانا به سادگی با استفاده از قانون گاوس تعیین می‌شود. برای این منظور، بخشی از سطح را که به قدر کافی کوچک است در نظر می‌گیریم تا بتوانیم از هر خمیدگی چشمپوشی کنیم و آن بخش را تخت فرض کنیم. حال یک سطح گاوسی استوانه‌ای باریک را مانند شکل ۱۹-۱۰ در این مقطع در نظر می‌گیریم؛ یک سر این استوانه به طور کامل درون رسانا، و سر دیگر آن به طور کامل در بیرون رسانا قرار دارد و استوانه عمود بر سطح رساناست.



(الف)



(ب)

**شکل ۱۰-۱۹** (الف) نمای کلی و (ب) نمای جانبی بخش کوچکی از یک رسانای منزوی بزرگ با بار مثبت اضافی روی سطح آن. یک سطح گاوسی استوانه‌ای (بسته) که به طور عمود در رسانا فرو رفته است مقداری بار در بر دارد. خطهای میدان الکتریکی از قاعده خارجی این استوانه می‌گذرند، ولی از قاعده داخلی آن عبور نمی‌کنند. مساحت قاعده خارجی  $A$  و بردار سطح آن  $\vec{A}$  است.

میدان الکتریکی  $\vec{E}$  روی سطح رسانا و درست بیرون آن نیز باید بر این سطح عمود باشد. اگر چنین نباشد، آنگاه این میدان باید روی سطح رسانا مؤلفه‌ای داشته باشد و به بارهای سطحی نیرو وارد کند، و بدین ترتیب آنها را حرکت دهد. ولی، چنین حرکتی فرض اساسی ما درباره تعادل الکتروستاتیکی را بر هم می‌زند. بنابراین،  $\vec{E}$  عمود بر سطح رساناست.

(میدان الکتریکی داخلی، هنگامی که رسانا در حال بارداری شدن است ظاهر می‌شود. ولی، باز اضافه شده بی‌درنگ به گونه‌ای توزیع می‌شود که میدان الکتریکی داخلی خالص - جمع برداری میدانهای الکتریکی ناشی از کلیه بارها، هم در داخل و هم در خارج - برابر با صفر است. در این حالت چون نیروی خالص وارد به هر بار برابر با صفر است، حرکت بارها متوقف می‌شود؛ در نتیجه بارها در تعادل الکتروستاتیکی هستند.)

اگر  $\vec{E}$  در هر جایی داخل رسانای مسی صفر باشد، باید برای تمام نقطه‌های روی سطح گاوسی هم صفر باشد؛ زیرا هر قدر هم این سطح به سطح رسانا نزدیک باشد، باز هم یقیناً در داخل رسانا واقع است. این بدان معنی است که شاری که از سطح گاوسی می‌گذرد باید صفر باشد. در نتیجه، چون بارهای اضافی داخل سطح گاوسی نیستند، پس باید بیرون این سطح باشند و این به معنی آن است که باید روی سطح واقعی رسانا قرار بگیرند.

### رسانای منزوی با کاواک

شکل ۱۹-۹ ب همان رسانای آویخته را نشان می‌دهد، با این تفاوت که اکنون کاواکی به طور کامل درون آن قرار دارد. شاید این منطقی باشد که فرض کنیم وقتی بخشی از یک ماده خنثی از نظر الکتریکی را برای ساختن یک کاواک جدا کنیم، توزیع بار یا نقش میدان الکتریکی موجود در شکل ۱۹-۹ الف تغییر نمی‌کند. دوباره باید برای اثبات کمی به قانون گاوس برگردیم.

یک سطح گاوسی به دور کاواک، نزدیک به سطح آن ولی داخل جسم رسانا، رسم می‌کنیم. چون داخل رسانا  $\vec{E} = 0$  است، هیچ شاری نمی‌تواند از میان این سطح گاوسی جدید بگذرد. بنابراین، از قانون گاوس نتیجه می‌گیریم که این سطح نمی‌تواند بار خالصی را در بر گیرد. در نتیجه، هیچ بار خالصی روی دیواره‌های کاواک وجود ندارد؛ همه بارهای اضافی، مثل شکل ۱۹-۹ الف، روی سطح خارجی رسانا باقی می‌ماند.

### رسانا برداشته می‌شود

فرض کنید، بتوان به طریقی بارهای اضافی روی رسانا را مثلاً با قرار دادن آنها روی یک پوشش پلاستیکی نازک «جدا کرد» و رسانا را به طور کامل برداشت. انجام این کار، معادل این است که کاواک شکل ۱۹-۹ ب را تا حدی که تمام رسانا حذف شود و فقط بارها باقی بمانند بزرگ کنیم. در این صورت، میدان الکتریکی به هیچ وجه تغییر نمی‌کند؛ میدان در داخل پوسته نازکی از بارها صفر است و برای تمام نقطه‌های خارجی نیز بدون تغییر می‌ماند. این امر نشان می‌دهد که میدان الکتریکی توسط بار ایجاد می‌شود، نه رسانا. رسانا فقط مسیر اولیه‌ای را برای آنکه بارها مکانهای خود را اشغال کنند، فراهم می‌آورد.

الکتریکی عبوری از این سطح گاوسی را جمع می‌کنیم. چون میدان الکتریکی در داخل رسانا صفر است، هیچ شاری از آن سری که در داخل رساناست عبور نمی‌کند. همچنین هیچ شاری از سطح خمیده استوانه نمی‌گذرد، زیرا هیچ گونه میدان الکتریکی در بخش داخلی آن (در رسانا) وجود ندارد و میدان الکتریکی در بخش خارجی آن موازی با بخش خمیده این سطح گاوسی است. تنها شار عبور از این سطح گاوسی مربوط به سر خارجی آن می‌شود، که در آنجا  $E$  عمود بر صفحه قاعده است.

فرض می‌کنیم که مساحت قاعده  $A$  به قدر کافی کوچک است تا بزرگی میدان  $E$  روی این قاعده ثابت باشد. آنگاه، شار عبوری از این قاعده برابر با  $EA$  است، و این همان شار خالص  $\Phi$  عبوری از سطح گاوسی است.

بار  $q_{enc}$  که توسط سطح گاوسی محصور شده است، روی سطح رسانا به مساحت  $A$  قرار دارد. اگر  $\sigma$  بار در یکای سطح باشد، آنگاه  $q_{enc}$  برابر با  $\sigma A$  است. وقتی  $\sigma A$  را به جای  $q_{enc}$  و  $EA$  را به جای  $\Phi$  قرار دهیم، قانون گاوس (معادله ۱۹-۶) چنین می‌شود

$$\epsilon_0 EA = \sigma A$$

و از آنجا، داریم

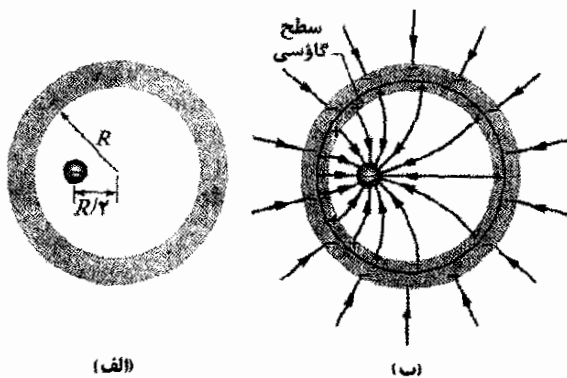
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (\text{سطح رسانا}) \quad (11-19)$$

بنابراین، بزرگی میدان الکتریکی درست در بیرون یک رسانا متناسب با چگالی بار سطحی روی رساناست. اگر بار روی رسانا مثبت باشد، میدان الکتریکی مانند شکل ۱۹-۱۰ به طرف بیرون رساناست. اگر بار منفی باشد، میدان به طرف داخل رساناست. خطهای میدان در شکل ۱۹-۱۰ باید در جایی از محیط پیرامون به بارهای منفی ختم شوند. اگر این بارها را به رسانا نزدیک کنیم، در هر نقطه از سطح رسانا چگالی بار و در نتیجه بزرگی میدان الکتریکی تغییر می‌کند. با این حال، رابطه میان  $\sigma$  و  $E$  باز هم به صورت معادله ۱۹-۱۱ است.

### مسئله نمونه ۱۹-۵

شکل ۱۹-۱۱ الف سطح مقطعی از یک پوسته فلزی کروی با شعاع داخلی  $R$  را نشان می‌دهد. بار نقطه‌ای  $-5.0 \mu C$  در فاصله  $R/2$  از مرکز پوسته قرار گرفته است. اگر پوسته از لحاظ الکتریکی خنثی باشد، بارهای (الف) شده روی سطحهای داخلی و خارجی آن چقدر است؟ آیا این بارها به طور یکنواخت توزیع شده‌اند؟ نقش میدان در داخل و خارج این پوسته چگونه است؟

**نکته‌های کلیدی** شکل ۱۹-۱۱ ب مقطع یک سطح گاوسی کروی را داخل فلز، درست بیرون دیواره داخلی پوسته نشان می‌دهد. میدان الکتریکی باید در داخل فلز (و در نتیجه [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com) است. در واقع، بدون توجه به آنکه بار نقطه‌ای در کجای سطح گاوسی داخل فلز) صفر باشد. این بدان معنی است که [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com) و مهندسان و معلمان این گفته صحیح است.



شکل ۱۹-۱۱ (الف) یک بار نقطه‌ای منفی داخل یک پوسته فلزی کروی که از لحاظ الکتریکی خنثی است، قرار دارد. (ب) در نتیجه، بار مثبت به طور یکنواخت روی دیواره داخلی پوسته، و به همان مقدار بار منفی به طور یکنواخت روی دیواره خارجی توزیع می‌شود.

چون پوسته از لحاظ الکتریکی خنثی است، دیواره داخلی آن تنها در صورتی می‌تواند بار  $+5.0 \mu C$  داشته باشد که الکترون‌ها، با بار کل  $-5.0 \mu C$ ، دیواره داخلی را به طرف دیواره خارجی ترک کنند. در آنجا آنها، همان‌گونه که در شکل ۱۹-۱۱ ب نیز نشان داده شده است، به طور یکنواخت پخش می‌شوند. این توزیع بار از آن رو یکنواخت است که پوسته کروی است و نیز توزیع متمایل شده بار مثبت به یک طرف روی دیواره داخلی، نمی‌تواند یک میدان الکتریکی در پوسته ایجاد کند که بر توزیع بار روی دیواره خارجی اثر بگذارد.

خطهای میدان در داخل و خارج پوسته، به طور تقریبی در شکل ۱۹-۱۱ ب نشان داده شده‌اند. تمام خطهای میدان، پوسته و بار نقطه‌ای را به طور عمود قطع می‌کنند. در داخل پوسته، خطهای میدان به دلیل نایکناختی توزیع بار مثبت، به یک طرف متمایل شده‌اند. نقش خطهای میدان در خارج پوسته همان نقشی است که گویی بار نقطه‌ای در مرکز قرار دارد و پوسته حذف شده است. در واقع، بدون توجه به آنکه بار نقطه‌ای در کجای



و از آنجا، داریم

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (\text{خط باردار}) \quad (12-19)$$

این میدان الکتریکی ناشی از یک خط باردار مستقیم و به طول نامتناهی در نقطه‌ای به فاصله شعاعی  $r$  از این خط است. اگر بار مثبت باشد، جهت  $\vec{E}$  به طور شعاعی به طرف بیرون، و اگر بار منفی باشد، جهت آن به طور شعاعی به طرف درون است. معادله ۱۲-۱۹ مقدار تقریبی میدان یک خط باردار متناهی را در نقطه‌هایی که خیلی به دو انتهای خط باردار نزدیک نیستند (در مقایسه با فاصله از خط) به دست می‌دهد.

## مسئله نمونه ۱۹-۶

ستون نور رو به بالا در یک یورش آذرخش. شکل ۱۹-۱۳، زنی را نشان می‌دهد که به هنگام عبور یک ابر تندری بزرگ از بالای سرش، روی سکوی بلندی در پارک ملی سکویا ایستاده است. برخی از الکترونهاى رسانش در بدن او توسط پایین ابر که به طور منفی باردار شده است، به زمین رانده شده (شکل ۱۹-۱۴ الف) و او بار مثبت پیدا کرده است. می‌توان گفت او به میزان زیادی بار پیدا کرده است، زیرا موهای سیخ شده‌اش یکدیگر را رانده‌اند و در امتداد خطهای میدان الکتریکی ناشی از بار از او دور شده‌اند.

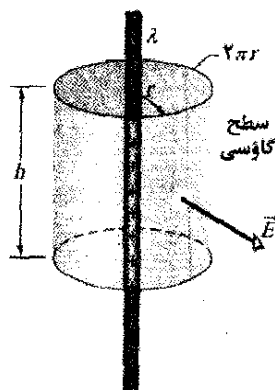
آذرخش به زن اصابت نکرد، ولی او در وضعیت بسیار خطرناکی بوده است؛ زیرا میدان الکتریکی در آستانه ایجاد فرو ریزش الکتریکی در هوای اطراف قرار داشته است. چنین فرو ریزی می‌توانست در امتداد مسیری که از او امتداد می‌یابد و به نام ستون نور رو به بالا خوانده می‌شود، رخ دهد. می‌توان ستون نور رو به بالای درخشانی را در نزدیکی نوک درخت عکس آغازین این فصل مشاهده کرد. ستون نور رو به بالا خطرناک است، زیرا بر اثر یونش مولکولهای هوا، تعداد فوق العاده زیادی از این مولکولها به طور ناگهانی آزاد می‌شوند. اگر برای زن شکل ۱۹-۱۳ یک ستون نور رو به بالا به وجود می‌آمد، الکترونهاى آزاد در هوا برای خنثی کردن او به حرکت می‌افتادند (شکل ۱۹-۱۴ ب) و موجب یک شارش بار بزرگ، و احتمالاً کشنده‌ای، در بدن او می‌شدند.

بدن او را به صورت یک استوانه قائم به بلندی  $L = 1.8 \text{ m}$  و شعاع  $R = 0.10 \text{ m}$  (شکل ۱۹-۱۴ پ) در نظر می‌گیریم. فرض کنید که بار  $Q$  به طور یکنواخت روی این استوانه توزیع شده باشد و فروریزش الکتریکی در صورتی رخ دهد که بزرگی میدان الکتریکی روی بدن او از مقدار حدی  $E_c = 2.4 \text{ MN/C}$  تجاوز کند. چه مقداری از  $Q$ ، هوای اطراف بدن او را در آستانه فروریزش الکتریکی قرار می‌دهد؟

## ۱۹-۷ کاربرد قانون گاوس: تقارن استوانه‌ای

شکل ۱۹-۱۲ بخشی از یک میله پلاستیکی استوانه‌ای به طول نامتناهی، با چگالی بار خطی مثبت یکنواخت  $\lambda$  را نشان می‌دهد. می‌خواهیم عبارتی برای بزرگی میدان الکتریکی  $\vec{E}$  به فاصله  $r$  از محور میله به دست آوریم.

سطح گاوسی ما باید با تقارن استوانه‌ای مسئله سازگار باشد. استوانه‌ای کروی به شعاع  $r$  و طول  $h$  را هم‌محور با میله در نظر می‌گیریم. چون سطح گاوسی باید بسته باشد، دو قاعده انتهایی را به عنوان بخشی از این سطح در نظر می‌گیریم.



شکل ۱۹-۱۲ یک سطح گاوسی به شکل استوانه‌ای بسته که بخشی از یک میله پلاستیکی استوانه‌ای خیلی بلند با توزیع بار یکنواخت را در برگرفته است.

حال تصور کنید، بی آنکه شما متوجه شوید، شخصی میله پلاستیکی را حول محور طولی آن بچرخاند یا دو سر آن را با هم جابه‌جا کند. وقتی دوباره به میله نگاه می‌کنید، نمی‌توانید هیچ تغییری را مشاهده کنید. از این تقارن نتیجه می‌گیریم که تنها راستای مشخص در مسئله، امتداد خط شعاعی است. بنابراین، در هر نقطه از بخش استوانه‌ای سطح گاوسی،  $\vec{E}$  باید دارای همان بزرگی  $E$  و جهت آن (برای یک میله باردار مثبت) به طور شعاعی به طرف بیرون باشد.

چون  $2\pi r h$  محیط استوانه و  $h$  ارتفاع آن است، مساحت  $A$  سطح استوانه‌ای برابر با  $2\pi r h$  است. پس، شار  $\vec{E}$  عبوری از این سطح استوانه‌ای برابر می‌شود با

$$\Phi = EA \cos \theta = E(2\pi r h) \cos 0 = E(2\pi r h)$$

چون سمتگیری  $\vec{E}$  شعاعی، و با هر نقطه‌ای از دو قاعده انتهایی موازی است، هیچ شاری از این دو قاعده نمی‌گذرد.

بار محصور شده توسط این سطح  $\lambda h$  است که با استفاده از آن، قانون گاوس

$$\epsilon_0 \Phi = q_{\text{enc}}$$

به رابطه زیر تبدیل می‌شود

$$\epsilon_0 E(2\pi r h) = \lambda h$$

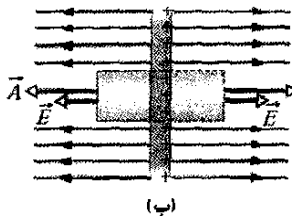
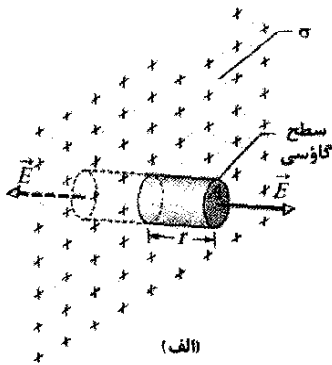


## ۱۹-۸ کاربرد قانون گاوسی: تقارن صفحه‌ای

### برگه نارسانا

شکل ۱۹-۱۵ بخشی از یک برگه نارسانا نامتناهی و نازک را با چگالی بار سطحی (مثبت) یکنواخت  $\sigma$  نشان می‌دهد. یک برگه نازک پلاستیکی را که بار روی یک طرف آن به طور یکنواخت توزیع شده است می‌توان به عنوان یک مدل ساده از این مثال در نظر گرفت. می‌خواهیم میدان الکتریکی  $\vec{E}$  را در فاصله  $r$  جلوی این برگه به دست آوریم.

سطح گاوسی مناسب، یک استوانه بسته با دو قاعده به مساحت  $A$  است، که همان‌گونه که نشان داده شده طوری قرار داده می‌شود که برگه را عمودی قطع کند. از تقارن درمی‌یابیم



شکل ۱۹-۱۵ (الف) نمای کلی و (ب) نمای جانبی از بخشی از یک برگه پلاستیکی نازک و خیلی بزرگ که بار به طور یکنواخت روی یک طرف آن با چگالی بار سطحی  $\sigma$  توزیع شده است. یک سطح گاوسی بسته از میان برگه و عمود بر آن می‌گذرد.

که  $\vec{E}$  باید بر برگه و در نتیجه بر دو قاعده انتهایی عمود باشد. به علاوه، چون بار مثبت است، جهت  $\vec{E}$  در راستای دور شدن از برگه است، و بنابراین خطهای میدان الکتریکی از دو قاعده گاوسی خارج می‌شوند. چون خطهای میدان، سطح خمیده را قطع نمی‌کنند، هیچ شاری از این بخش سطح گاوسی عبور نمی‌کند. بنابراین،  $\vec{E} \cdot d\vec{A}$  به طور ساده برابر  $E dA$  است، پس قانون گاوسی

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{enc}$$

چنین می‌شود

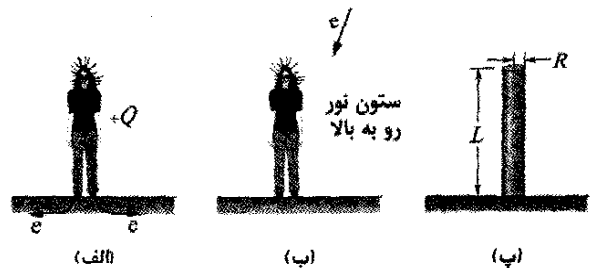
$$\epsilon_0 (EA + EA) = \sigma A$$

که در آن  $\sigma A$  بار محصور شده توسط سطح گاوسی است. از [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com)

مرجع دانشجویان و مهندسان ایرانی



شکل ۱۹-۱۳ این زن بر اثر ابر توفانی بالای سرش بار مثبت زیادی پیدا کرده است.



شکل ۱۹-۱۴ (الف) برخی از الکترونهاى رسانش در بدن زن به طرف زمین رانده شده‌اند و بدین ترتیب او بار مثبت پیدا کرده است. (ب) ستون نور رو به بالا در صورتی ظاهر می‌شود که هوا فروریزش الکتریکی پیدا کند، که این مسیری را برای حرکت الکترونهاى آزاد شده از مولکولهای هوا به سوی بدن زن فراهم می‌آورد. (پ) استوانه، زن را نمایش می‌دهد.

**نکته کلیدی** چون  $R \ll L$ ، توزیع بار را می‌توانیم تقریباً به صورت یک خط بلند بار در نظر بگیریم. به علاوه، چون فرض می‌کنیم که بار به طور یکنواخت روی این خط توزیع شده است، بزرگی میدان الکتریکی در اطراف بدن او را می‌توانیم تقریباً با معادله ۱۹-۱۲ ( $E = \lambda / 2\pi\epsilon_0 r$ ) نشان دهیم.

محاسبه‌ها: با قرار دادن مقدار حدی  $E_c$  به جای  $E$ ، شعاع استوانه  $R$  به جای فاصله شعاعی  $r$ ، و نسبت  $Q/L$  به جای چگالی بار خطی  $\lambda$ ، خواهیم داشت

$$E_c = \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0 R}$$

یا

$$Q = 2\pi\epsilon_0 R L E_c$$

با قرار دادن مقادیر معلوم، مقدار  $Q$  به دست می‌آید

$$Q = (2\pi) (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2) (0.10 \text{ m})$$

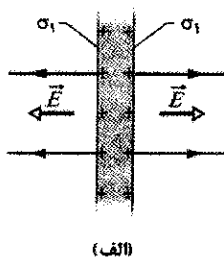
$$\times (1/8 \text{ m}) (2/4 \times 10^6 \text{ N/C})$$

$$= 2/402 \times 10^{-5} \text{ C} \approx 24 \mu\text{C}$$

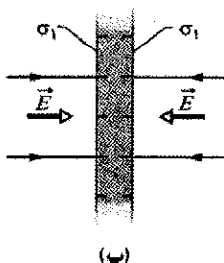
(پاسخ)

جهت این میدان از ورقه باردار مثبت به طرف ورقه باردار منفی است. چون هیچ بار اضافی روی وجه‌های خارجی باقی نمی‌ماند، میدان الکتریکی در سمت چپ و راست ورقه‌ها برابر با صفر است.

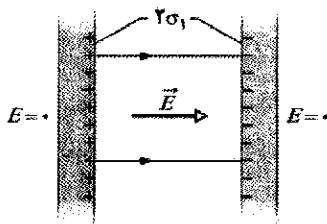
چون وقتی که ورقه‌ها را نزدیک یکدیگر می‌آوریم بارهای روی ورقه‌ها حرکت می‌کنند، شکل ۱۹-۱۶ پ حاصل برهم نهی شکل‌های ۱۹-۱۶ الف و ب نیست؛ یعنی توزیع بار این دستگاه دو ورقه‌ای صرفاً مجموع توزیع‌های بار ورقه‌های مجزا نیست. شاید تعجب کنید که چرا ما دربارهٔ چنین حالت‌های به ظاهر غیر واقعی مانند میدان ناشی از یک خط بار نامتناهی، یک برگه بار نامتناهی، یا یک جفت ورقه بار نامتناهی بحث می‌کنیم. یک دلیل این است که تحلیل چنین حالت‌هایی با استفاده از قانون گاوس ساده است. اما دلیل مهم‌تر این است که تحلیل حالت‌های "نامتناهی" با تقریب‌های خوبی، برای بسیاری از مسئله‌های دنیای



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۱۹-۱۶ (الف) یک ورقه رسانای نازک خیلی بزرگ با بار اضافی مثبت. (ب) یک ورقه مشابه با بار اضافی منفی. (پ) دو ورقه کنار هم قرار گرفته‌اند، به طوری که موازی و نزدیک هم‌اند.

واقعی به کار می‌آیند. بنابراین، معادله ۱۹-۱۳ برای یک برگه نارسانای متناهی، تا وقتی که با نقطه‌های نزدیک به برگه و نه خیلی نزدیک به لبه‌ها سر و کار داریم، برقرار است. معادله ۱۹-۱۴ نیز برای یک جفت ورقه‌های رسانای متناهی، تا وقتی که [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com) مرجع دانشجویان و مهندسیان و مورد نظر ما خیلی نزدیک به لبه‌ها نباشند، به خوبی برقرار است.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (\text{برگه باردار}) \quad (۱۳-۱۹)$$

چون یک برگه نامتناهی با چگالی بار یکنواخت را در نظر گرفته‌ایم، این نتیجه برای هر نقطه‌ای در فاصله متناهی از این برگه برقرار است. معادله ۱۹-۱۳ با معادله ۱۸-۲۷ سازگار است که آن را با انتگرالگیری از مؤلفه‌های میدان الکتریکی ناشی از بارهای مجزا به دست آوردیم. (به آن انتگرالگیری وقت‌گیر و پرزحمت دوباره نگاه کنید، و توجه کنید که به چه سادگی توانستیم با استفاده از قانون گاوس به همان نتیجه برسیم. این یکی از دلایلی است که تمام یک فصل را به این قانون اختصاص داده‌ایم. برای آرایش‌های بار متقارن معینی، استفاده از این قانون به مراتب ساده‌تر از انتگرالگیری از مؤلفه‌های میدان الکتریکی است.)

### دو ورقه رسانا

شکل ۱۹-۱۶ الف مقطعی از یک ورقه رسانای نازک نامتناهی با بار اضافی مثبت را نشان می‌دهد. از بخش ۱۹-۶ می‌دانیم که این بار اضافی روی سطح ورقه قرار دارد. چون ورقه نازک و بسیار بزرگ است، می‌توانیم فرض کنیم که همهٔ بارهای اضافی عمدتاً روی دو وجه بزرگ این ورقه قرار دارند.

اگر هیچ میدان خارجی نباشد که باعث شود بار مثبت توزیع خاصی به خود گیرد، این بار روی دو وجه با چگالی بار سطحی یکنواختی به بزرگی  $\sigma_1$  پخش می‌شود. از معادله ۱۹-۱۱ می‌دانیم که این بار، درست در بیرون ورقه، میدانی الکتریکی به بزرگی  $E = \sigma_1 / \epsilon_0$  ایجاد می‌کند. چون این بار اضافی مثبت است، جهت میدان به طرف دور شدن از ورقه است.

شکل ۱۹-۱۶ ب ورقه مشابهی با بار اضافی منفی را نشان می‌دهد که دارای همان بزرگی چگالی بار سطحی  $\sigma_1$  است. تنها تفاوت این است که اکنون جهت میدان الکتریکی به طرف ورقه است.

فرض کنید ورقه‌های شکل‌های ۱۹-۱۶ الف و ب را به طور موازی به یکدیگر نزدیک کنیم (شکل ۱۹-۱۶ پ). چون ورقه‌ها رسانا هستند، وقتی آنها را به صورت این آرایش درآوریم، بار اضافی روی یک ورقه، بار اضافی روی ورقه دیگر را جذب می‌کند، و همهٔ بارهای اضافی، همان گونه که در شکل ۱۹-۱۶ پ نشان داده شده است، به وجه‌های داخلی ورقه‌ها منتقل می‌شوند. اکنون با دو برابر شدن بار روی هر وجه داخلی، چگالی بار سطحی جدید (که آن را  $\sigma$  می‌نامیم) روی هر وجه داخلی دو برابر  $\sigma_1$  می‌شود. بنابراین، میدان الکتریکی در هر نقطه‌ای میان ورقه‌ها دارای بزرگی زیر است

$$E = \frac{2\sigma_1}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (۱۴-۱۹)$$

$$E_L = E_{(+)} - E_{(-)}$$

$$= 3/84 \times 10^5 \text{ N/C} - 2/43 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$= 1/4 \times 10^5 \text{ N/C} \quad (\text{پاسخ})$$

چون  $E_{(+)}$  بزرگتر از  $E_{(-)}$  است، میدان الکتریکی خالص  $\vec{E}_L$  در این ناحیه، همان گونه که شکل ۱۹-۱۷ پ نشان می دهد، به طرف چپ است. در طرف راست این برگه ها، میدان الکتریکی  $\vec{E}_R$  همان مقدار را دارد، ولی همان گونه که شکل ۱۹-۱۷ پ نشان می دهد، جهت آن به طرف راست است.

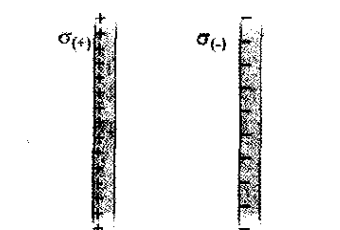
در میان برگه ها، دو میدان با هم جمع می شوند و داریم

$$E_B = E_{(+)} - E_{(-)}$$

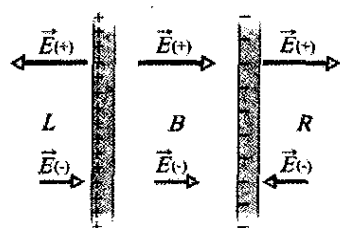
$$= 3/84 \times 10^5 \text{ N/C} + 2/43 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$= 6/2 \times 10^5 \text{ N/C} \quad (\text{پاسخ})$$

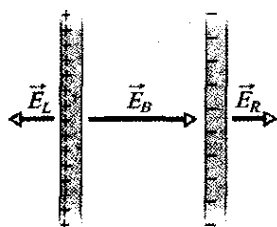
جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}_B$  به طرف راست است.



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۱۹-۱۷ (الف) دو برگه موازی بزرگ که بار روی یک طرف آنها به طور یکنواخت توزیع شده است. (ب) میدانهای الکتریکی مجزای ناشی از دو برگه باردار. (پ) میدان خالص ناشی از دو برگه باردار که با استفاده از اصل برهم نهی به دست آمده است.

## ۱۹-۹ کاربرد قانون گاوس: تقارن کروی

میدانهای برآیند در این سه ناحیه از اصل برهم نهی به دست می آیند. بزرگی میدان در سمت چپ برابر است با مرجع دانشجویان و مهندسی مواد در اینجا از قانون گاوس برای اثبات دو قضیه پسته که در بخش ۱۷-۴ بدون اثبات بیان کردیم، استفاده می کنیم.

مشکل لبه های یک برگه یا یک ورقه، و دلیل اینکه از این نقطه ها پرهیز می کنیم این است که در نزدیکی لبه ها، دیگر نمی توانیم از تقارن صفحه ای برای یافتن عبارتهایی برای میدانهای الکتریکی استفاده کنیم. در واقع، خطهای میدان در این نقطه ها خمیده اند (که به آن اثر لبه ها یا فریز شدن می گویند)، و این میدانها را با دشواری فراوان می توان به صورت عبارتی جبری بیان کرد.

### مسئله نمونه ۱۹-۷

شکل ۱۹-۱۷ الف بخشهایی از دو برگه نارسانای موازی بزرگ را نشان می دهد که هر یک دارای بار ثابت یکنواخت روی یک طرف آن است. بزرگی چگالیهای بار سطحی عبارت اند از  $\sigma_{(+)} = 6/8 \text{ } \mu\text{C/m}^2$  و  $\sigma_{(-)} = 4/3 \text{ } \mu\text{C/m}^2$  برای برگه باردار مثبت و برای برگه باردار منفی.

میدان الکتریکی  $\vec{E}$  را (الف) برای سمت چپ برگه ها، (ب) میان برگه ها، و (پ) سمت راست برگه ها، به دست آورید.

**نکته کلیدی** با بارهای ثابت شده در مکان خود (آنها روی نارساناها هستند) میدان الکتریکی ورقه های شکل ۱۹-۱۷ الف را می توان با (۱) یافتن میدان هر یک از برگه ها به شرطی که آن برگه منزوی باشد و (۲) جمع جبری میدانهای برگه های منزوی با استفاده از اصل برهم نهی به دست آورد. (میدانها را می توانیم به طور جبری جمع کنیم زیرا آنها با یکدیگر موازی اند.) محاسبه ها: در هر نقطه، جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}_{(+)}$  ناشی از برگه مثبت به طرف دور شدن از این برگه است و بزرگی آن با استفاده از معادله ۱۹-۱۳ چنین می شود

$$E_{(+)} = \frac{\sigma_{(+)}}{2\epsilon_0} = \frac{6/8 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2}{(2)(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)}$$

$$= 3/84 \times 10^5 \text{ N/C}$$

به همین ترتیب، در هر نقطه، جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}_{(-)}$  ناشی از برگه منفی به طرف نزدیک شدن به این برگه و دارای بزرگی زیر است

$$E_{(-)} = \frac{\sigma_{(-)}}{2\epsilon_0} = \frac{4/3 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2}{(2)(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)}$$

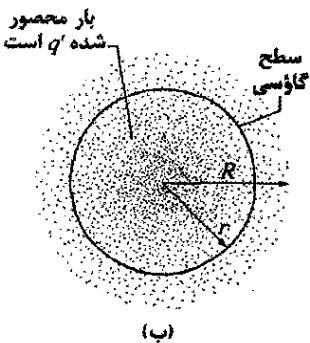
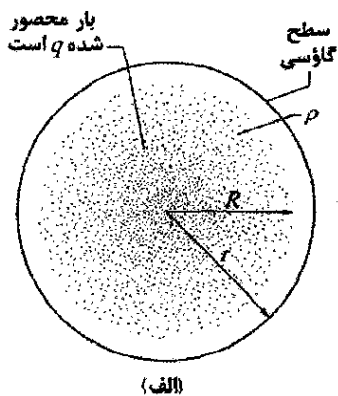
$$= 2/43 \times 10^5 \text{ N/C}$$

شکل ۱۹-۱۷ ب میدانهای ایجاد شده توسط این برگه ها را در سمت چپ برگه ها (L)، میان آنها (B)، و سمت راست آنها (R) نشان می دهد.

برای هر پوسته یک مقدار داشته باشد ولی لازم نیست مقدار آن از پوسته‌ای به پوسته دیگر یکسان بماند. بنابراین، برای توزیع کلی بار،  $\rho$  می‌تواند تغییر کند، ولی تنها برحسب  $r$ ، یعنی فاصله شعاعی از مرکز. پس می‌توانیم اثر توزیع بار را «پوسته به پوسته» بررسی کنیم.

در شکل ۱۹-۱۹ الف، به ازای  $r > R$  کل بار در داخل یک سطح گاوسی واقع است. این بار، یک میدان الکتریکی روی سطح گاوسی ایجاد می‌کند، که گویی از یک بار نقطه‌ای واقع در مرکز به وجود آمده است و معادله ۱۹-۱۵ برقرار است.

شکل ۱۹-۱۹ ب، یک سطح گاوسی را به ازای  $r < R$  نشان می‌دهد. برای یافتن میدان الکتریکی در نقطه‌های روی سطح گاوسی، دو پوسته باردار را - یکی داخل سطح گاوسی و دیگری خارج آن - در نظر می‌گیریم. معادله ۱۹-۱۶ بر آن دلالت دارد که بار واقع در بیرون سطح گاوسی هیچ میدان الکتریکی خالصی



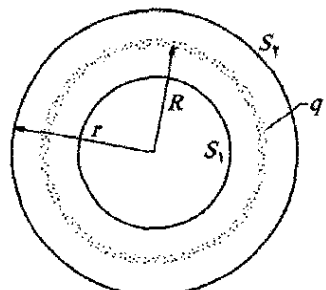
شکل ۱۹-۱۹ نقطه‌ها توزیع متقارن کروی بار به شعاع  $R$  را نمایش می‌دهند، که چگالی بار حجمی  $\rho$  آن تابعی از فقط فاصله از مرکز است. جسم باردار رسانا نیست، و بنابراین، فرض شده است که هر بار در مکان خود ثابت می‌ماند. یک سطح گاوسی کروی هم‌مرکز با  $r > R$  در (الف) نشان داده شده است. سطح گاوسی مشابهی با  $r < R$  در (ب) نشان داده شده است.

را روی سطح گاوسی ایجاد نمی‌کند. بنا بر معادله ۱۹-۱۵ محصور شده در این سطح، میدانی الکتریکی ایجاد می‌کند، گویی از بار محصور شده در مرکز حاصل شده است. با نمایش

یک پوسته باردار یکنواخت، یک ذره باردار در بیرون پوسته را چنان جذب یا دفع می‌کند که گویی تمام بار پوسته در مرکز آن متمرکز شده است.

اگر یک ذره باردار، داخل یک پوسته با بار یکنواخت قرار گیرد، هیچ نیروی الکتروستاتیکی از سوی پوسته بر ذره وارد نمی‌شود.

شکل ۱۸-۱۹ یک پوسته کروی باردار با بار کل  $q$  و شعاع  $R$  و دو سطح گاوسی هم‌مرکز  $S_1$  و  $S_2$  را نشان می‌دهد. اگر همان روش بخش ۱۹-۵ را پی بگیریم، وقتی قانون گاوس را برای سطح  $S_2$ ، که برای آن  $r \geq R$  است، به کار ببریم به این رابطه می‌رسیم



شکل ۱۸-۱۹ مقطع یک پوسته کروی نازک با بار یکنواخت و بار کل  $q$ . سطح مقطع دو سطح گاوسی  $S_1$  و  $S_2$  نیز نشان داده شده‌اند. سطح  $S_2$  پوسته را در بر گرفته، و سطح  $S_1$  فقط بخشی از ناحیه داخلی خالی پوسته را در بر دارد.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (r \geq R \text{ میدان در } (۱۵-۱۹) \text{ پوسته کروی، میدان در } r \geq R)$$

این، همان میدانی است که توسط بار نقطه‌ای  $q$  واقع در مرکز پوسته باردار، ایجاد می‌شود. بنابراین، نیرویی که یک پوسته با بار  $q$  روی یک ذره باردار واقع در خارج این پوسته وارد می‌کند برابر با همان نیرویی است که توسط یک بار نقطه‌ای  $q$  واقع در مرکز پوسته بر آن ذره وارد می‌شود. بدین ترتیب قضیه اول پوسته ثابت می‌شود.

به کار بردن قانون گاوس برای سطح  $S_1$ ، که برای آن  $r < R$  است، مستقیماً به رابطه زیر می‌انجامد

$$E = 0 \quad (r < R \text{ میدان در } (۱۶-۱۹) \text{ پوسته کروی، میدان در } r < R)$$

زیرا این سطح گاوسی هیچ باری را در بر ندارد. بنابراین، اگر یک ذره باردار توسط پوسته در بر گرفته شود، این پوسته هیچ نیروی الکتروستاتیکی خالصی بر ذره باردار وارد نمی‌کند. بدین ترتیب قضیه دوم نیز اثبات می‌شود.

هر توزیع بار کروی متقارنی، از قبیل شکل ۱۹-۱۹، را می‌توان با داخل هم نهادن پوسته‌های کروی هم‌مرکز بنا کرد. به منظور به کارگیری دو قضیه پوسته، چگالی بار حجمی  $\rho$  باید

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{r^2} \quad (r \leq R) \quad \text{(توزیع کروی، میدان در } r \leq R \text{)} \quad (17-19)$$

اگر توزیع بار کل  $q$  محصور شده در داخل شعاع  $R$  یکنواخت باشد، آنگاه  $q'$  محصور شده در داخل شعاع  $r$  شکل ۱۹-۱۹ ب متناسب با  $q$  است

$$\frac{\left[ \text{بار محصور شده در کره‌ای به شعاع } r \right]}{\left[ \text{حجم محصور شده در کره‌ای به شعاع } r \right]} = \frac{\left[ \text{بار کل} \right]}{\left[ \text{حجم کل} \right]}$$

یا

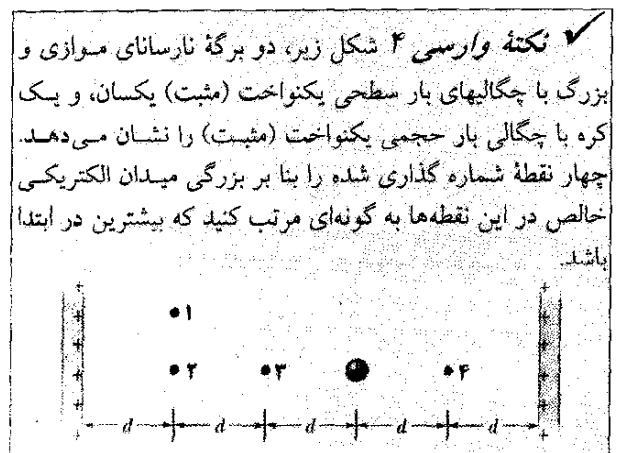
$$\frac{q'}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad (18-19)$$

که به دست می‌دهد

$$q' = q \frac{r^3}{R^3} \quad (19-19)$$

با قرار دادن این رابطه در معادله ۱۷-۱۹، خواهیم داشت

$$E = \left( \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \right) r \quad (r \leq R) \quad \text{(بار یکنواخت، میدان در } r \leq R \text{)} \quad (20-19)$$



## بازنگری و خلاصه درس

**قانون گاوس** قانون کولن راههای متفاوتی

برای توصیف رابطه میان بار و میدان الکتریکی در حالت‌های استاتیک هستند. قانون گاوس عبارت است از

$$\epsilon_0 \Phi = q_{enc} \quad \text{(قانون گاوس)} \quad (6-19)$$

که در آن  $q_{enc}$  بار خالص درون یک سطح فرضی بسته (یک سطح گاوسی) و  $\Phi$  شار خالص میدان الکتریکی عبوری از این سطح است

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad \text{(شار الکتریکی عبوری از یک سطح گاوسی)} \quad (4-19)$$

قانون کولن را می‌توان از قانون گاوس به دست آورد. مرجع دانشجویان و مهندسان مواد

**کاربردهای قانون گاوس** با استفاده از قانون گاوس،

در بعضی موارد، بنا به دلایل مبتنی بر تقارن، چندین نتیجه مهم در حالت‌های الکتروستاتیکی را می‌توان به دست آورد. برخی از آنها عبارت‌اند از

۱. بار اضافی روی یک رسانای منزوی، به طور کامل روی سطح خارجی آن رسانا قرار می‌گیرد.

۲. میدان الکتریکی خارجی نزدیک سطح یک رسانای باردار، عمود بر این سطح، و دارای بزرگی زیر است

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \text{(سطح رسانا)} \quad (11-19)$$

در داخل رسانا،  $E = 0$  است.

۳. میدان الکتریکی ناشی از یک خط باردار نامتناهی با چگالی بار خطی یکنواخت  $\lambda$ ، در هر نقطه عمود بر خط بار و بزرگی آن عبارت است از

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad \text{(خط باردار)} \quad (12-19)$$

که در آن  $r$  فاصله عمودی نقطه مورد نظر از خط بار است.

۴. میدان الکتریکی ناشی از یک برگه نازک نامتناهی با چگالی بار سطحی یکنواخت  $\sigma$  عمود بر برگه و دارای بزرگی زیر است

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{(برگه بار)} \quad (13-19)$$

۵. میدان الکتریکی در بیرون یک پوسته کروی به شعاع  $R$  و بار کلی  $q$  در راستای شعاع و دارای بزرگی زیر است

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad \text{(پوسته کروی، برای } r \geq R \text{)} \quad (15-19)$$

که در اینجا  $r$  فاصله از مرکز پوسته تا نقطه‌ای است که  $E$  در آنجا اندازه‌گیری می‌شود. (بار برای نقطه‌های خارجی به گونه‌ای رفتار می‌کند که گویی در مرکز کره قرار گرفته است.) میدان در داخل یک پوسته کروی با بار یکنواخت دقیقاً برابر صفر است

$$E = 0 \quad \text{(پوسته کروی، برای } r < R \text{)} \quad (16-19)$$

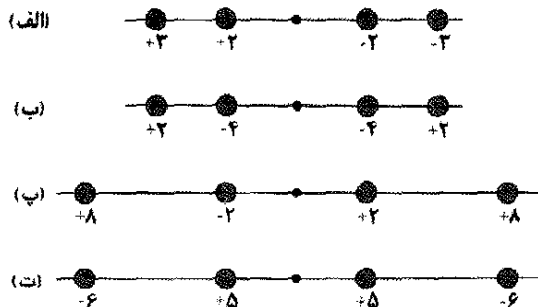
۶. میدان الکتریکی داخل یک کره با بار یکنواخت در راستای شعاع و دارای بزرگی زیر است

$$E = \left( \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \right) r \quad (20-19)$$

## پرسشها

۱- شکل ۱۹-۲۰، مقطع مرکزی یک گوی فلزی، دو پوسته فلزی کروی، و سه سطح گاوسی کروی به شعاع‌های  $R$ ،  $2R$ ، و  $3R$  را که همگی هم‌مرکزند، نشان می‌دهد. بارهای یکنواخت روی این سه جسم عبارت‌اند از: گوی،  $Q$ ؛ پوسته کوچکتر،  $3Q$  و پوسته بزرگتر،  $5Q$ . سطح‌های گاوسی را بنابر بزرگی میدان الکتریکی در هر نقطه روی سطح، از بیشترین تا کمترین مرتب

$d$  یا  $2d$  از هم قرار گرفته‌اند، و یک بار نقطه‌ای در میانه فاصله دو میله داخلی نشان داده شده است. وضعیت‌ها را بنابر بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه مرکزی از بزرگترین تا کوچکترین مرتب کنید.



شکل ۱۹-۲۳ پرسش ۵

۶- یک گوی باردار کوچک درون یک پوسته کروی فلزی به شعاع  $R$  قرار دارد. برای سه وضعیت، بارهای خالص روی گوی و پوسته به ترتیب عبارت‌اند از: (۱)  $+4q$ ، (۲)  $-6q$ ، (۳)  $+10q$ ، (۴)  $+16q$ ، (۵)  $-12q$ . این وضعیت‌ها را بنا بر بار روی (الف) سطح داخلی پوسته و (ب) سطح خارجی پوسته، به ترتیب از مثبت‌ترین مرتب کنید.

۷- وضعیت‌های پرسش ۶ را بنابر بزرگی میدان الکتریکی در (الف) میانه پوسته و (ب) در نقطه  $2R$  از مرکز پوسته از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.

۸- سه برگه نارسانای نامتناهی، با چگالی‌های بار سطحی مثبت و یکنواخت  $\sigma$  و  $2\sigma$ ، و  $3\sigma$ ، مانند دو برگه شکل ۱۹-۱۷ (الف) به طور موازی قرار گرفته‌اند. اگر میدان الکتریکی  $\vec{E}$  ناشی از این آرایش در ناحیه‌ای از فضا دارای بزرگی  $E=0$  و در ناحیه‌ای دیگر دارای بزرگی  $E=2\sigma/\epsilon_0$  باشد، ترتیب این برگه‌ها از چپ به راست چگونه است؟

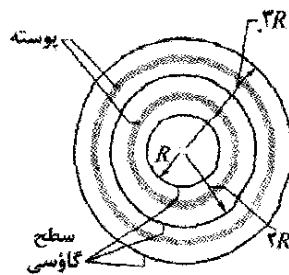
۹- شکل ۱۹-۲۴، دو برگه نارسانای نامتناهی افقی را با چگالی‌های بار سطحی یکنواخت  $\sigma_{(+)}$  و  $\sigma_{(-)}$  نشان می‌دهد که در فضای میان آنها الکترونی رها شده است. الکترون، تحت تأثیر سه وضعیت جدول که شامل چگالی‌های بار سطحی و فاصله بین برگه‌هاست، قرار می‌گیرد. بزرگی شتاب‌های الکترون را از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.



e•

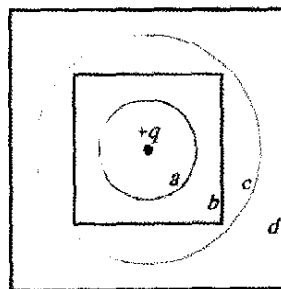


شکل ۱۹-۲۴ پرسش ۹



شکل ۱۹-۲۰ پرسش ۱

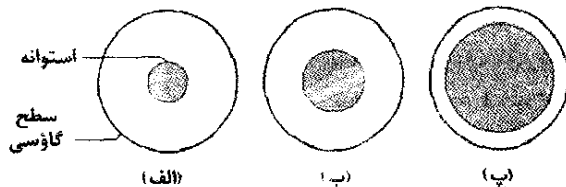
۲- شکل ۱۹-۲۱، سطح مقطع دو کره گاوسی و دو مکعب گاوسی را نشان می‌دهد که در مرکز آنها یک ذره باردار مثبت قرار گرفته است. (الف) شار خالص عبوری از این چهار سطح گاوسی را از بیشترین تا کمترین مرتب کنید. (ب) بزرگی میدان‌های الکتریکی روی این سطوح را از بیشترین تا کمترین مرتب، و مشخص کنید که آیا این بزرگی‌ها، روی هر سطح یکنواخت است یا متغیر؟



شکل ۱۹-۲۱ پرسش ۲

۳- سطحی دارای بردار سطح  $\vec{A} = (2\hat{i} + 3\hat{j}) \text{ m}^2$  است. شار میدان الکتریکی یکنواخت عبوری از آن چقدر است، در صورتی که میدان (الف)  $\vec{E} = 4\hat{i} \text{ N/C}$  و (ب)  $\vec{E} = 4\hat{k} \text{ N/C}$  باشد؟

۴- شکل ۱۹-۲۲، مقطع سه استوانه توپر هریک به طول  $L$  و بار یکنواخت  $Q$  را نشان می‌دهد. یک سطح گاوسی استوانه‌ای با هر یک از آنها هم‌مرکز است و شعاع این سه سطح همگی با هم برابرند. این سطح‌های گاوسی را بنا بر میدان الکتریکی در هر نقطه روی سطح از بیشترین تا کمترین مقدار مرتب کنید.



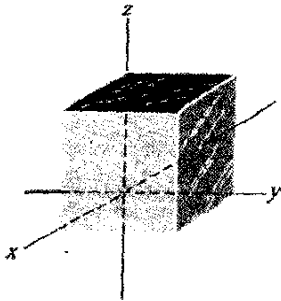
شکل ۱۹-۲۲ پرسش ۲

۵- شکل ۱۹-۲۳، چهار وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها چهار میله بسیار بلند، رو به درون و بیرون صفحه کاغذ امتداد دارند (ما فقط مقطع آنها را می‌بینیم). مقدارهای زیر هر مقطع، چگالی باریکنواخت مخصوص به هر میله را برحسب میکروکولمب به دست می‌دهد. میله‌ها همان‌گونه که رسم شده است، مرجع ناخالصی و مهندسی مواد



۲۰۰- یک میدان الکتریکی که با  $\vec{E} = 4/5\hat{i} - 3/5(y^2 + z/5)\hat{j}$  داده شده است، از مکعب گاوسی شکل ۱۹-۵ به ضلع  $2/5m$  می‌گذرد. ( $E$  برحسب نیوتون بر کولن و  $x$  برحسب متر است.) شار الکتریکی عبوری از (الف) وجه بالایی، (ب) وجه پایینی، (پ) وجه سمت چپ، و (ت) وجه عقبی چقدر است؟ شار الکتریکی خالص عبوری از مکعب چقدر است؟

۳۰۰- طول هر ضلع مکعب شکل ۱۹-۲۷ برابر  $1/40m$  است و این مکعب همان گونه که نشان داده شده است در میدان الکتریکی یکنواختی قرار گرفته است. مطلوب است تعیین شار میدان الکتریکی عبوری از وجه سمت راست، در صورتی که میدان الکتریکی برحسب نیوتون بر کولن با (الف)  $6/50\hat{i}$ ، (ب)  $2/50\hat{j}$ ، و (پ)  $3/50\hat{i} + 4/50\hat{k}$  داده شده باشد. (ت) شار کل عبوری از مکعب برای هر یک از این میدانها چقدر است؟



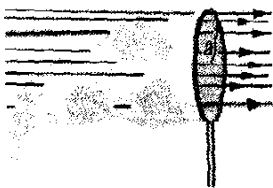
شکل ۱۹-۲۷ مسئله‌های ۳، ۴، و ۱۱

## بخش ۱۹-۴ قانون گاوس

۴۰- در هر نقطه‌ای روی سطح مکعب نشان داده شده در شکل ۱۹-۲۷، میدان الکتریکی موازی محور  $z$  است. طول هر ضلع مکعب  $3/5m$  است. در وجه بالایی مکعب  $\vec{E} = -34\hat{k} \text{ N/C}$  و در وجه پایینی  $\vec{E} = +20\hat{k} \text{ N/C}$  است. بار خالص محصور شده در داخل این مکعب را تعیین کنید.

۵۰- بار نقطه‌ای  $1/8\mu C$  در مرکز یک سطح گاوسی مکعبی به ضلع  $55\text{cm}$  قرار دارد. شار الکتریکی خالص عبوری از این سطح چقدر است؟

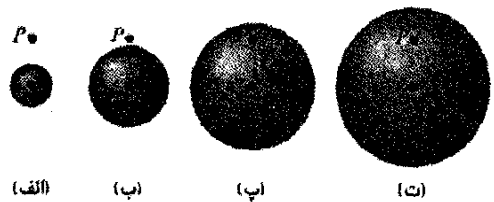
۶۰- در شکل ۱۹-۲۸، یک تور پروانه‌گیری در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی  $E = 3/50\text{mN/C}$  قرار دارد. قاب تور، دایره‌ای به شعاع  $a = 11\text{cm}$  و عمود بر این میدان الکتریکی قرار گرفته است. تور دارای بار خالصی نیست. شار الکتریکی عبوری از تور را پیدا کنید.



شکل ۱۹-۲۸ مسئله ۶

وضعیت	$\sigma_{(+)}$	$\sigma_{(-)}$	فاصله برگه‌ها
۱	$+4\sigma$	$-4\sigma$	$d$
۲	$+7\sigma$	$-\sigma$	$4d$
۳	$+3\sigma$	$-5\sigma$	$9d$

۱۰- شکل ۱۹-۲۵ چهار کره توپر را با بار  $Q$  که به طور یکنواخت در حجم آنها توزیع شده است، نشان می‌دهد. (الف) کره‌ها را بنا بر چگالی بار حجمی آنها از بیشترین تا کمترین مرتب کنید. این شکل همچنین یک نقطه  $P$  را برای هر کره نشان می‌دهد که همگی در فاصله یکسانی از مرکز کره‌ها قرار دارند. (ب) کره‌ها را بنا بر میدان الکتریکی که هر یک در نقطه  $P$  ایجاد می‌کنند از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.



شکل ۱۹-۲۵ پرسش ۱۰

## مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

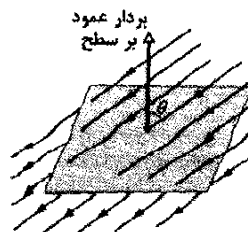
<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

•••• تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرنده فیزیک و در [flyingcircusofphysics.com](http://flyingcircusofphysics.com) قابل دسترس است.

## بخش ۱۹-۳ شار میدان الکتریکی

۱۰- طول هر ضلع مربع نشان داده شده در شکل ۱۹-۲۶ برابر  $3/2 \text{ mm}$  است. این مربع در میدان الکتریکی یکنواختی با بزرگی  $E = 1800 \text{ N/C}$  قرار دارد. خطهای این میدان با بردار عمود بر سطح، همان گونه که در شکل نشان داده شده است، زاویه  $\theta = 35^\circ$  می‌سازند. جهت بردار عمود بر سطح، با فرض آنکه این سطح روی یک وجه جعبه‌ای باشد، «رو به بیرون» است. شار الکتریکی عبوری از این سطح را محاسبه کنید. SSM

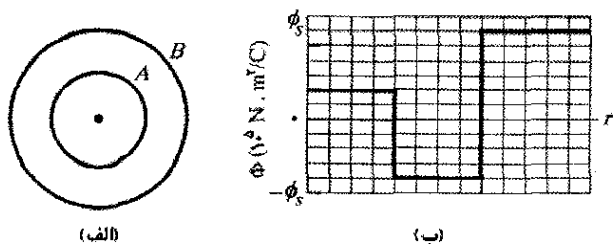


باشد که در آن  $\gamma$  برحسب متر است، (الف) شار خالص  $\Phi$  عبوری از این سطح و (ب) بار خالص  $q_{enc}$  محصور شده توسط این سطح چقدر است؟ اگر

$$\vec{E} = [-4/00\hat{i} + (6/00 + 3/00y)\hat{j}] \text{ N/C}$$

باشد، (پ)  $\Phi$  و (ت)  $q_{enc}$  چقدر است؟ ILW

۱۲۰۰- شار و پوسته‌های نارسانا. یک ذره باردار در مرکز دو پوسته کروی هم‌مرکز که بسیار نازک و از جنس ماده‌ای نارسانا هستند، معلّق شده است. شکل ۱۹-۳۱ الف سطح مقطع آنها را نشان می‌دهد. شکل ۱۹-۳۱ ب شار خالص  $\Phi$  عبوری از یک کره گاوسی به مرکز ذره باردار را برحسب تابعی از شعاع  $r$  کره به دست می‌دهد. مقیاس محور عمودی با  $\phi_s = 5/00 \times 10^5 \text{ N.m}^2/\text{C}$  مشخص شده است. (الف) بار ذره مرکزی چقدر است؟ بارخالص (ب) پوسته  $A$  و (پ) پوسته  $B$  چقدر است؟



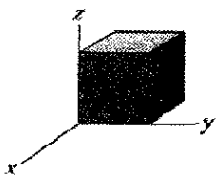
شکل ۱۹-۳۱ مسئله ۱۲

۱۳۰۰- ذره‌ای به بار  $+q$  در یکی از گوشه‌های یک مکعب گاوسی قرار گرفته است. برحسب مضربی از  $q/\epsilon_0$ ، مطلوب است شار عبوری از (الف) هر وجه مکعب که آن گوشه را می‌سازد و (ب) هر یک از وجوه دیگر مکعب.

۱۴۰۰- شکل ۱۹-۳۲ سطح گاوسی بسته‌ای به شکل مکعب با طول ضلع  $2/00 \text{ m}$  را نشان می‌دهد. این مکعب دز ناحیه‌ای که میدان الکتریکی در آنجا با

$$\vec{E} = (3/00x + 4/00)\hat{i} + 6/00\hat{j} + 7/00\hat{k} \text{ N/C}$$

داده می‌شود، قرار دارد که در آن  $x$  برحسب متر است. چه بار خالصی توسط مکعب در بر گرفته شده است؟

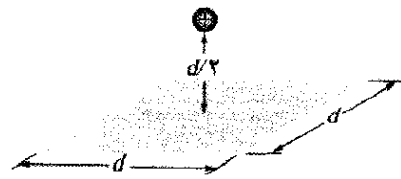


شکل ۱۹-۳۲ مسئله ۱۴

۱۵۰۰- شکل ۱۹-۳۳ سطح گاوسی بسته‌ای به شکل مکعب با طول ضلع  $2/00 \text{ m}$  را نشان می‌دهد که یکی از گوشه‌های آن در  $x_1 = 5/00 \text{ m}$ ،  $y_1 = 4/00 \text{ m}$  قرار دارد. این مکعب در ناحیه‌ای که میدان الکتریکی در آنجا با

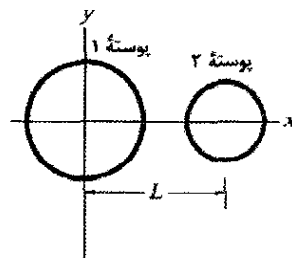
$$\vec{E} = -3/00\hat{i} - 4/00y^2\hat{j} + 3/00\hat{k} \text{ N/C}$$

۷۰- در شکل ۱۹-۲۹، یک پروتون به طور مستقیم به فاصله  $d/2$  بالای مرکز مربعی به ضلع  $d$  قرار دارد. بزرگی شار الکتریکی عبوری از مربع چقدر است؟ (راهنمایی: فرض کنید این مربع، یک وجه از مکعبی به ضلع  $d$  است.)



شکل ۱۹-۲۹ مسئله ۷

۸۰۰- شکل ۱۹-۳۰ دو پوسته کروی نارسانا را نشان می‌دهد که در مکان خود ثابت شده‌اند. پوسته ۱ دارای چگالی بار سطحی یکنواخت  $+6/0 \mu\text{C}/\text{m}^2$  روی سطح خارجی خود و شعاع  $3/0 \text{ cm}$  است؛ پوسته ۲ دارای چگالی بار سطحی یکنواخت  $+4/0 \mu\text{C}/\text{m}^2$  روی سطح خارجی خود و شعاع  $2/0 \text{ cm}$  است؛ مرکز پوسته‌ها به فاصله  $L = 10 \text{ cm}$  از هم قرار گرفته‌اند. میدان الکتریکی خالص در  $x = 2/0 \text{ cm}$ ، برحسب نماد گذاری بردار یکه چیست؟

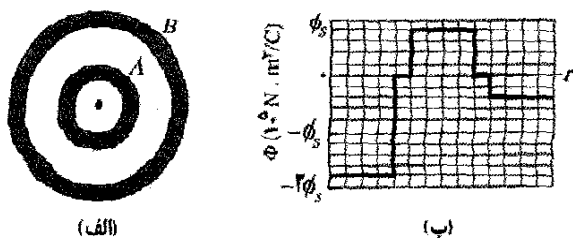


شکل ۱۹-۳۰ مسئله ۸

۹۰۰- به طور تجربی معلوم شده است که میدان الکتریکی در ناحیه معینی از جو زمین به طور قائم رو به پایین است. بزرگی میدان الکتریکی در ارتفاع  $300 \text{ m}$  برابر با  $60/0 \text{ N/C}$  و در ارتفاع  $200 \text{ m}$  برابر با  $100 \text{ N/C}$  است. مقدار بار خالص محصور شده در مکعبی به ضلع  $100 \text{ m}$  که وجوه افقی آن در ارتفاعهای  $200$  و  $300$  متر قرار دارند، چقدر است؟ SSM

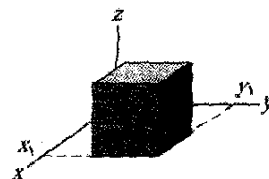
۱۰۰۰- وقتی شیر دوش حمام در بسته‌ای را باز می‌کنیم، ترشح آب از وان خالی می‌تواند هوای داخل حمام را با یونهای باردار شده منفی پر کند و یک میدان الکتریکی به بزرگی  $1000 \text{ N/C}$  در هوا به وجود آورد. حمامی را به ابعاد  $2/5 \text{ m} \times 3/5 \text{ m} \times 2/5 \text{ m}$  در نظر بگیرید. میدان الکتریکی را در امتداد سقف، کف و چهار دیواره، یکنواخت و عمود بر این سطوح و بزرگی آن را  $600 \text{ N/C}$  بگیرید. همچنین فرض کنید که این سطوح یک سطح گاوسی بسته را به دور هوای حمام تشکیل می‌دهند. (الف) چگالی بار حجمی  $\rho$  و (ب) تعداد بارهای بنیادی اضافی  $e$  بر متر مکعب را در هوای حمام محاسبه کنید.

۱۱۰۰- شکل ۱۹-۲۷ یک سطح گاوسی به شکل مکعب و به طول ضلع  $1/40 \text{ m}$  را نشان می‌دهد. اگر  $\vec{E} = (3/00y^2)\hat{j} \text{ N/C}$



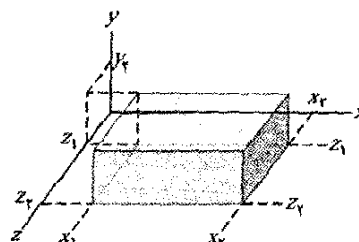
شکل ۱۹-۳۵ مسئله ۱۸

داده می‌شود، قرار دارد که در آن  $\rho$  برحسب متر است. چه بار خالصی توسط مکعب در برگرفته شده است؟ <sup>60</sup>



شکل ۱۹-۳۳ مسئله ۱۵

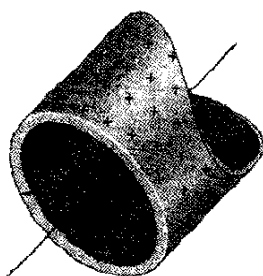
۱۶۰۰۰- سطح گاوسی جعبه مانند شکل ۱۹-۳۴ بار خالص  $24/0 \text{ } \epsilon_0 C$  را در بر دارد و در میدان الکتریکی یک الکترون که با  $\vec{E} = [(10/0 + 2/000x)\hat{i} - 3/00\hat{j} + bz\hat{k}] \text{ N/C}$  داده می‌شود قرار دارد،  $x$  و  $z$  برحسب متر و  $b$  یک ثابت است. وجه پایینی در صفحه  $xz$  و وجه بالایی در صفحه  $xy$  است و از  $y_1 = 1/00 \text{ m}$  می‌گذرد. به ازای  $x_1 = 1/00 \text{ m}$ ،  $x_2 = 4/00 \text{ m}$ ،  $z_1 = 1/00 \text{ m}$  و  $z_2 = 2/00 \text{ m}$ ،  $b$  چقدر است؟



شکل ۱۹-۳۴ مسئله ۱۶

### بخش ۱۹-۷ کاربرد قانون گاوس: تقارن استوانه‌ای

۲۲۰- شکل ۱۹-۳۶ مقطعی از یک لوله فلزی نازک و بلند به شعاع  $R = 3/00 \text{ cm}$  را نشان می‌دهد که دارای بار در یکای طول  $\lambda = 2/00 \times 10^{-8} \text{ C/m}$  است. بزرگی  $E$  میدان الکتریکی در فاصله شعاعی (الف)  $r = R/2/00$  و (ب)  $r = 2/00 R$  چقدر است؟ (ب) تغییرات  $E$  را برحسب  $r$  در گستره  $r = 0$  تا  $2/00 R$  رسم کنید.



شکل ۱۹-۳۶ مسئله ۲۲

۲۳۰- یک خط بار نامتناهی، میدانی به بزرگی  $4/5 \times 10^4 \text{ N/C}$  را در فاصله  $2/0 \text{ m}$  ایجاد می‌کند. چگالی بار خطی را محاسبه کنید. SSM

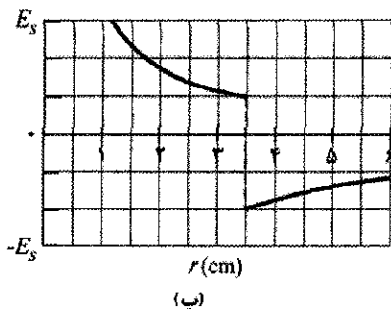
۲۴۰- الکترونی از حالت سکون، در فاصله عمودی  $9/0 \text{ cm}$  از یک خط بار روی یک میله نارسای بسیار بلند، رها می‌شود. این بار به طور یکنواخت با بزرگی  $6/0 \text{ } \mu\text{C}$  بر متر توزیع شده است. بزرگی شتاب اولیه الکترون چقدر است؟ [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com)

### بخش ۱۹-۶ رسانای باردار منزوی

۱۷۰- فضاییمایی که از کمرندهای تابشی زمین می‌گذرند ممکن است با تعداد قابل توجهی از الکترونها برخورد کنند. زیاد شدن بار ایجاد شده بر اثر این برخوردها می‌تواند به اجزای الکترونیکی فضا پیمای آسیب برساند و عملکردهای آن را مختل کند. فرض کنید یک ماهواره فلزی کروی به قطر  $1/3 \text{ m}$  در یک چرخش مداری، بار  $2/4 \text{ } \mu\text{C}$  را به دست آورد. (الف) چگالی بار سطحی حاصل را به دست آورید. (ب) بزرگی میدان الکتریکی حاصل از این بار سطحی را درست بیرون سطح ماهواره محاسبه کنید.

۱۸۰- شار و پورتهای رسانا. ذره بارداری در مرکز دو پوسته کروی رسانای هم‌مرکز قرار داده شده است. شکل ۱۹-۳۵ الف سطح مقطع آنها را نشان می‌دهد. شکل ۱۹-۳۵ ب شار خالص  $\Phi$  عبوری از یک سطح گاوسی به مرکز ذره باردار را برحسب تابعی از شعاع  $r$  که به دست می‌دهد، مقیاس محور قائم با  $\Phi_s = 5/0 \times 10^5 \text{ N.m}^2/\text{C}$  مشخص شده است. (الف) بار ذره مرکزی و بارهای خالص (ب) پوسته A و (پ) پوسته B چقدر است؟ <sup>60</sup>

مؤلفه شعاعی  $E$  میدان الکتریکی را برحسب فاصله شعاعی  $r$  از محور مشترک نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با  $E_s = 3/0 \times 10^2 \text{ N/C}$  مشخص شده است چگالی بار خطی پوسته چقدر است؟



شکل ۱۹-۳۹ مسئله ۲۸

۲۹۰۰- دو پوسته استوانه‌ای هم محور، نازک، باردار و بلند دارای شعاعهای  $3/0$  و  $6/0$  سانتی‌متر هستند. بار بر یکای طول روی پوسته داخلی  $5/0 \times 10^{-6} \text{ C/m}$  و روی پوسته خارجی  $-7/0 \times 10^{-6} \text{ C/m}$  است. (الف) بزرگی  $E$  و (ب) جهت (به طور شعاعی رو به درون یا رو به بیرون) میدان الکتریکی در فاصله شعاعی  $r = 4/0 \text{ cm}$  چیست؟ (پ)  $E$  و (ت) جهت در فاصله  $r = 8/0 \text{ cm}$  چیست؟ ILW

۳۰۰۰- باری با چگالی خطی یکنواخت  $2/0 \text{ nC/m}$  روی میله نارسانا، نازک و بلندی توزیع شده است. میله با پوسته استوانه‌ای رسانای بلندی (به شعاع داخلی  $5/0 \text{ cm}$  و شعاع خارجی  $10 \text{ cm}$ ) هم‌محور است. بار خالص روی پوسته برابر صفر است. (الف) بزرگی میدان الکتریکی به فاصله  $15 \text{ cm}$  از محور پوسته چقدر است؟ چگالی بار سطحی روی (ب) سطح داخلی و (پ) سطح خارجی پوسته چقدر است؟

۳۱۰۰- سیم مستقیم و بلندی دارای باری منفی با چگالی بار خطی  $3/6 \text{ nC/m}$  است. این سیم، توسط یک پوسته استوانه‌ای نارسانا، نازک و هم‌محور به شعاع  $1/5 \text{ cm}$ ، در بر گرفته شده است. پوسته دارای بار مثبت با چگالی بار سطحی  $\sigma$  روی سطح خارجی خود است که باعث می‌شود میدان الکتریکی خارجی خالص برابر با صفر باشد.  $\sigma$  را محاسبه کنید.

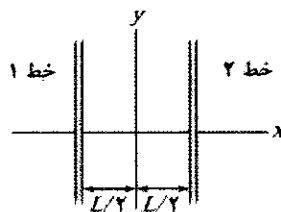
۳۲۰۰- استوانه توپر، نارسانا و بلندی به شعاع  $4/0 \text{ cm}$  دارای چگالی بار حجمی نایک‌نواخت  $\rho$  است.  $\rho$  تابعی از فاصله شعاعی  $r$  از محور استوانه است:  $\rho = Ar^2$ . به ازای  $A = 2/5 \mu\text{C/m}^3$ ، بزرگی میدان الکتریکی در (الف)  $r = 3/0 \text{ cm}$  و (ب)  $r = 5/0 \text{ cm}$  چقدر است؟

### بخش ۱۹-۸ کاربرد قانون گاوس: تقارن صفحه‌ای

۳۳۰۰- شکل ۱۹-۴۰ الف، سه برگه پلاستیکی بزرگ و موازی را نشان می‌دهد که به طور یکنواخت باردار شده‌اند. شکل ۱۹-۴۰ ب، مؤلفه میدان الکتریکی خالص در امتداد محور  $x$  از برگه‌ها را

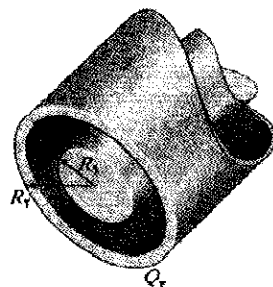
۲۵۰۰- (الف) غلتک دستگاه فتوکپی دارای طول  $42 \text{ cm}$  و قطر  $12 \text{ cm}$  است. میدان الکتریکی در بالای سطح غلتک  $2/3 \times 10^5 \text{ N/C}$  است. بار کل روی غلتک چقدر است؟ (ب) تولید کننده‌ای می‌خواهد یک نمونه رومیزی از این دستگاه تولید کند. لازمه این کار این است که طول غلتک به  $28 \text{ cm}$  و قطر آن به  $8/0 \text{ cm}$  کاهش یابد. میدان الکتریکی روی سطح این غلتک نباید تغییر کند. بار روی این غلتک جدید باید چقدر باشد؟

۲۶۰۰- در شکل ۱۹-۳۷، مقطع کوتاهی از دو خط بار بسیار بلند موازی که در مکانهای خود، به فاصله  $L = 8/0 \text{ cm}$  از یکدیگر ثابت شده‌اند، نشان داده شده است. چگالیهای بار خطی یکنواخت عبارت‌اند از  $+6/0 \mu\text{C/m}$  برای خط ۱ و  $-2/0 \mu\text{C/m}$  برای خط ۲. میدان الکتریکی خالص ناشی از دو خط بار در کجای محور  $x$  نشان داده شده برابر با صفر است؟



شکل ۱۹-۳۷ مسئله ۲۶

۲۷۰۰- شکل ۱۹-۳۸ مقطعی از یک میله رسانا با شعاع  $R_1 = 1/30 \text{ mm}$  و طول  $L = 11/00 \text{ m}$  را در داخل یک پوسته هم‌محور استوانه‌ای رسانا و نازک به شعاع  $R_2 = 10/0 R_1$  و (همان) طول  $L$  نشان می‌دهد. بار خالص روی میله  $Q_1 = +3/40 \times 10^{-12} \text{ C}$  و روی پوسته  $Q_2 = -2/00 Q_1$  است. (الف) بزرگی  $E$  و (ب) جهت (به طور شعاعی رو به درون یا رو به بیرون) میدان الکتریکی در فاصله شعاعی  $r = 2/00 R_1$  چیست؟ (پ)  $E$  و (ت) جهت میدان در  $r = 5/00 R_1$  چیست؟ بار روی (ث) سطح داخلی و (ج) سطح خارجی پوسته چقدر است؟ SSM WWW



شکل ۱۹-۳۸ مسئله ۲۷

۲۸۰۰- شکل ۱۹-۳۹ الف، استوانه توپر باردار و باریکی را نشان می‌دهد که با یک پوسته استوانه‌ای باردار بزرگتر، هم محور است. هر دو نارسانا و نازک‌اند و دارای چگالی بار سطحی یکنواخت روی سطحهای خارجی خود هستند. شکل ۱۹-۳۹ ب

بر این سطح است. برحسب نماد گذاری بردارهای یکه، میدان الکتریکی در نقطه  $P$  واقع در  $z = 2/56 \text{ cm}$  چگونه است؟ (راهنمایی: معادله ۱۸-۲۶ را ببینید و از برهم نهی استفاده کنید.)

۳۷- در شکل ۱۹-۴۳، دو صفحه فلزی نازک و بلند، موازی و نزدیک یکدیگرند. در وجه‌های داخلی آنها، صفحه‌ها دارای چگالی بار سطحی اضافی به بزرگی  $7/00 \times 10^{-22} \text{ C/m}^2$  و



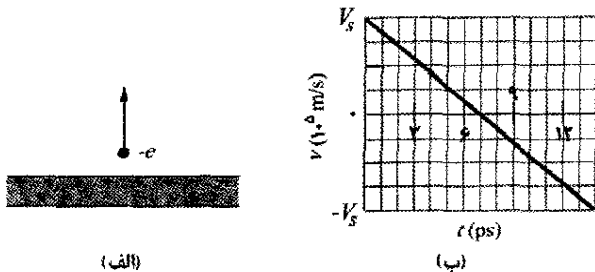
علامت مخالف اند. برحسب نماد گذاری بردارهای یکه، میدان الکتریکی در نقطه‌های (الف) سمت چپ صفحه‌ها، (ب) سمت راست صفحه‌ها، و (پ) میان آنها چگونه است؟

شکل ۱۹-۴۳ مسئله ۳۷

۳۸- دو صفحه فلزی بزرگ به مساحت  $1/0 \text{ m}^2$  موازی یکدیگرند. فاصله آنها از یکدیگر  $5/0 \text{ cm}$ ، و روی سطحهای داخلی خود بارهای مساوی و مخالف دارند. اگر بزرگی  $E$  میدان الکتریکی در میان صفحه‌ها  $55 \text{ N/C}$  باشد، بزرگی بار روی هر یک از صفحه‌ها چقدر است؟ از اثر لبه‌ها چشمپوشی کنید.

۳۹- الکترونی به طور مستقیم به سوی مرکز یک صفحه فلزی بزرگ که دارای چگالی بار سطحی  $-2/0 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$  است، پرتاب می‌شود. اگر انرژی جنبشی اولیه الکترون  $1/60 \times 10^{-17} \text{ J}$  باشد و الکترون درست در لحظه رسیدن به صفحه (بر اثر دافعه الکتروستاتیکی صفحه) متوقف شود، نقطه پرتاب در چه فاصله‌ای از صفحه باید قرار داشته باشد؟

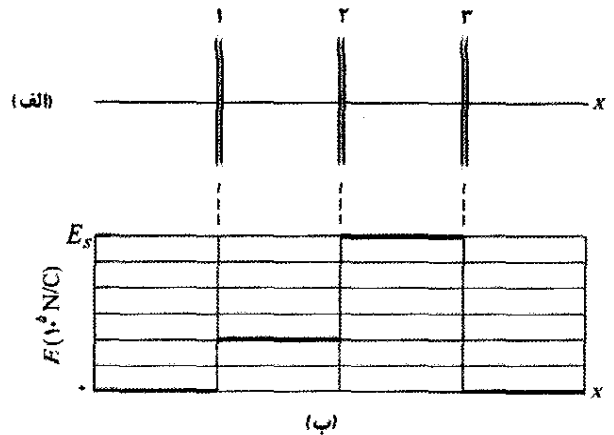
۴۰- در شکل ۱۹-۴۴ الف، الکترونی به طور مستقیم از یک ورقه پلاستیکی باردار یکنواخت، با تندی  $2/0 \times 10^5 \text{ m/s}$ ، رو به بیرون پرتاب شده است. این ورقه، نارسانا، تخت و بسیار بزرگ است. شکل ۱۹-۴۴ ب، مؤلفه قائم  $v$  سرعت الکترون را برحسب زمان  $t$  تا هنگام برگشت الکترون به نقطه پرتاب، به دست می‌دهد. چگالی بار سطحی ورقه چقدر است؟



شکل ۱۹-۴۴ مسئله ۴۰

۴۱- در شکل ۱۹-۴۵، یک گوی نارسانای کوچک به جرم  $m = 1/0 \text{ mg}$  و بار  $q = 2/0 \times 10^{-8} \text{ C}$  (که به طور یکنواخت در حجم آن توزیع شده است) از یک نخ عایق آویزان است و با ورقه نارسانای قائم با بار یکنواخت (سطح مقطع آن نشان داده شده) موازی قرار دارد. زاویه  $\theta = 30^\circ$  می‌سازد. با در نظر گرفتن نیروی

نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با  $6/0 \times 10^5 \text{ N/C}$  مشخص شده است نسبت چگالی بار روی برگه ۳ به مقدار آن روی برگه ۲ چقدر است؟



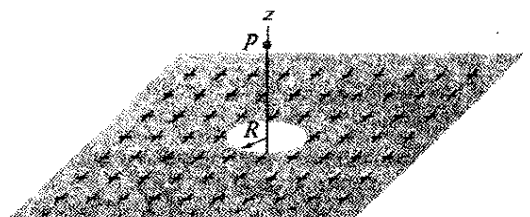
شکل ۱۹-۴۰ مسئله ۳۳

۳۴- شکل ۱۹-۴۱ مقطع دو برگه نارسانا، موازی و بزرگ را با توزیع یکسان بار مثبت با چگالی بار سطحی  $\sigma = 1/77 \times 10^{-12} \text{ C/m}^2$  نشان می‌دهد. برحسب نماد گذاری بردارهای یکه،  $E$  در نقطه‌های (الف) بالای برگه‌ها، (ب) میان آنها، و (پ) پایین آنها، چگونه است؟

شکل ۱۹-۴۱ مسئله ۳۴

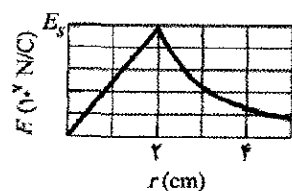
۳۵- یک صفحه فلزی مربعی شکل به طول ضلع  $8/0 \text{ cm}$  و ضخامت ناچیز، دارای بار کل  $6/0 \times 10^{-6} \text{ C}$  است. (الف) با فرض آنکه بار به طور یکنواخت روی دو طرف این صفحه پخش شده باشد، بزرگی  $E$  میدان الکتریکی را درست خارج از مرکز صفحه (مثلاً در فاصله  $5/0 \text{ mm}$  از مرکز صفحه) محاسبه کنید. (ب) با فرض آنکه صفحه یک بار نقطه‌ای باشد،  $E$  را در فاصله  $3/0 \text{ m}$  (که نسبت به اندازه صفحه بزرگ است) محاسبه کنید.

۳۶- در شکل ۱۹-۴۲، یک حفره دایره‌ای کوچک به شعاع  $R = 1/80 \text{ cm}$  در وسط یک سطح نارسانای تخت و نامتناهی که دارای چگالی بار یکنواخت  $\sigma = 4/50 \text{ pC/m}^2$  است، کنده شده است. محور  $z$  که مبدا آن بر مرکز حفره قرار دارد، عمود



شکل ۱۹-۴۲ مسئله ۳۶

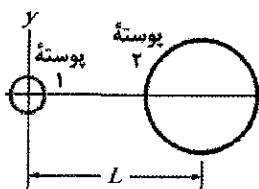
۴۶۰- شکل ۱۹-۴۸ بزرگی میدان الکتریکی در داخل و خارج کره‌ای را به دست می‌دهد که بار مثبت به طور یکنواخت در



سرتا سر حجم آن توزیع شده است. مقیاس محور قائم با  $E_s = 5.0 \times 10^4 \text{ N/C}$  مشخص شده است. بار روی کره چقدر است؟ شکل ۱۹-۴۸ مسئله ۴۶

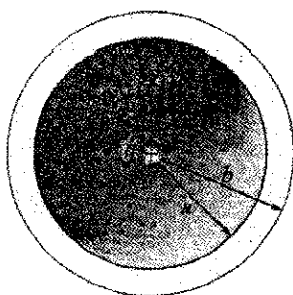
۴۷۰- دو پوسته کروی باردار هم‌مرکز دارای شعاعهای  $10.0 \text{ cm}$  و  $15.0 \text{ cm}$  هستند. بار روی پوسته داخلی  $4.00 \times 10^{-8} \text{ C}$  و روی پوسته خارجی  $2.00 \times 10^{-8} \text{ C}$  است. میدان الکتریکی را (الف) در  $r = 12.0 \text{ cm}$  و (ب) در  $r = 20.0 \text{ cm}$  پیدا کنید.

۴۸۰۰- شکل ۱۹-۴۹، دو پوسته کروی نارسانا را نشان می‌دهد که در مکانهای خود روی محور  $x$  ثابت شده‌اند. پوسته ۱ دارای شعاع  $5.0 \text{ cm}$  و چگالی بار سطحی یکنواخت  $4.0 \mu\text{C/m}^2$  و روی سطح خارجی خود، و پوسته ۲ دارای شعاع  $2.0 \text{ cm}$  و چگالی بار سطحی یکنواخت  $2.0 \mu\text{C/m}^2$  روی سطح خارجی خود است. مرکز پوسته‌ها به فاصله  $L = 6.0 \text{ cm}$  از هم قرار دارند. به جز در  $x = \infty$ ، میدان الکتریکی خالص در کجای محور  $x$  برابر صفر است؟



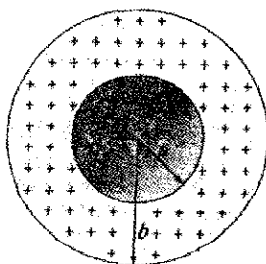
شکل ۱۹-۴۹ مسئله ۴۸

۴۹۰۰- در شکل ۱۹-۵۰، یک پوسته کروی نارسانا به شعاع داخلی  $a = 2.00 \text{ cm}$  و شعاع خارجی  $b = 2.40 \text{ cm}$ ، دارای چگالی بار حجمی مثبت  $\rho = A/r$  (درون ضخامتش) است که در آن  $A$  ثابت و  $r$  فاصله از



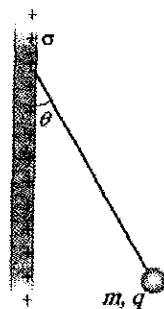
شکل ۱۹-۵۰ مسئله ۴۹

۵۰۰۰- شکل ۱۹-۵۱ یک پوسته کروی با چگالی بار حجمی یکنواخت  $\rho = 1.84 \text{ nC/m}^3$ ، شعاع داخلی  $a = 10.0 \text{ cm}$  و شعاع خارجی  $b = 2.00 a$  را



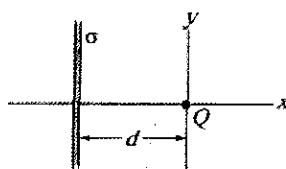
نشان می‌دهد. بزرگی میدان الکتریکی در فاصله‌های شعاعی (الف)  $r = 0$ ، (ب)  $r = a/2.00$ ، (پ)  $r = a$ ، (ت)  $r = 1.50 a$ ، (ج)  $r = b$  و (د)  $r = 3.00 b$  چقدر است؟ شکل ۱۹-۵۱ مسئله ۵۰

گرانژی وارد به گوی و با فرض اینکه ورقه به طور قائم و به سمت داخل و خارج صفحه تا فاصله‌های دور امتداد یابد، چگالی بار سطحی  $\sigma$  ورقه را محاسبه کنید. SSM



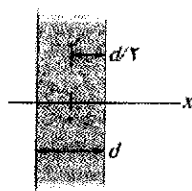
شکل ۱۹-۴۵ مسئله ۴۱

۴۲۰۰- شکل ۱۹-۴۶ یک برگه نارسانای خیلی بزرگ را نشان می‌دهد که دارای چگالی بار سطحی یکنواخت  $\sigma = -2.00 \mu\text{C/m}^2$  است؛ همچنین این شکل ذره‌ای با بار  $Q = 6.00 \mu\text{C}$  را نشان می‌دهد که در فاصله  $d$  از برگه قرار دارد. هر دو در مکانهای خود ثابت شده‌اند. اگر  $d = 0.200 \text{ m}$  باشد، در چه مختصه (الف) مثبت و (ب) منفی روی محور  $x$  (غیر از بینهایت)، میدان الکتریکی خالص  $E_{\text{net}}$  ناشی از برگه و ذره برابر یا صفر است؟ (پ) اگر  $d = 0.800 \text{ m}$  باشد، در چه مختصه‌ای روی محور  $x$   $E_{\text{net}} = 0$  است؟



شکل ۱۹-۴۶ مسئله ۴۲

۴۳۰۰۰- شکل ۱۹-۴۷ مقطع یک قطعه نارسانای خیلی بزرگ را نشان می‌دهد که دارای ضخامت  $d = 9.40 \text{ mm}$  و چگالی بار حجمی یکنواخت  $\rho = 5.80 \text{ fC/m}^3$  است. مبدا محور  $x$  روی مرکز قطعه قرار دارد. بزرگی میدان الکتریکی قطعه در مختصه  $x$  (الف)  $0$ ، (ب)  $2.00 \text{ mm}$ ، (پ)  $4.70 \text{ mm}$  و (ت)  $26.0 \text{ mm}$  چقدر است؟



شکل ۱۹-۴۷ مسئله ۴۳

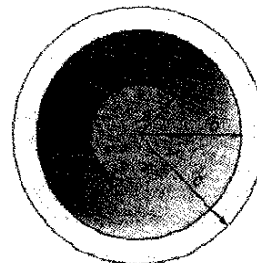
## بخش ۱۹-۹ کاربرد قانون گاوس: تقارن کروی

۴۴۰- یک بار نقطه‌ای باعث می‌شود که شار الکتریکی  $750 \text{ N.m}^2/\text{C}$  از یک سطح گاوسی کروی با شعاع  $10.0 \text{ cm}$  و به مرکز آن بار، عبور کند. (الف) اگر شعاع سطح گاوسی دو برابر شود، چقدر شار از این سطح می‌گذرد؟ (ب) مقدار بار نقطه‌ای چقدر است؟

۴۵۰- یک بار نامعلوم روی کره توپر رسانایی به شعاع  $10 \text{ cm}$  قرار دارد. اگر میدان الکتریکی در فاصله  $15 \text{ cm}$  از مرکز  $3.0 \times 10^2 \text{ N/C}$  و جهت آن به طور شعاعی باشد (یعنی از مرکز به بیرون یا به سمت مرکز)، چقدر است؟ SSM

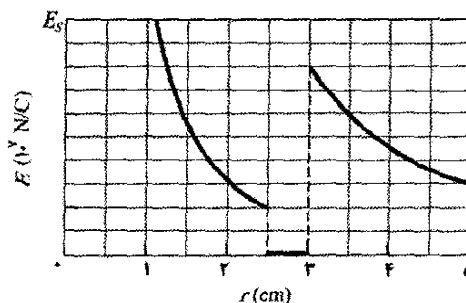


۵۱۰۰- در شکل ۱۹-۵۲، یک کره توپر به شعاع  $a = 2/00 \text{ cm}$  با یک پوسته رسانای کروی به شعاع داخلی  $b = 2/00 a$  و شعاع خارجی  $c = 2/40 a$  هم‌مرکز است. کره دارای بار خالص و یکنواخت  $q_1 = +5/00 \text{ fC}$  و پوسته دارای بار خالص  $q_2 = -q_1$  است. بزرگی میدان الکتریکی در فاصله‌های شعاعی (الف)  $r = 0$ ، (ب)  $r = a/2/00$ ، (پ)  $r = a$ ، (ت)  $r = 1/50 a$ ، (ث)  $r = 2/30 a$ ، و (ج)  $r = 3/50 a$  چقدر است؟ بار خالص روی (چ) سطح داخلی و (ح) سطح خارجی پوسته چقدر است؟



شکل ۱۹-۵۲ مسئله ۵۱

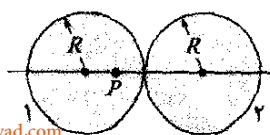
۵۲۰۰- ذره بارداری در مرکز یک پوسته کروی قرار داده شده است. شکل ۱۹-۵۳ بزرگی  $E$  میدان الکتریکی را برحسب فاصله شعاعی  $r$  به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با  $E_s = 10/00 \times 10^2 \text{ N/C}$  مشخص شده است به طور تقریبی، چقدر بار خالص روی پوسته قرار دارد؟



شکل ۱۹-۵۳ مسئله ۵۲

۵۳۰۰۰- یک توزیع بار متقارن کروی که به طور شعاعی نایکنواخت است، میدانی الکتریکی به بزرگی  $E = Kr^2$  را که جهت آن به طور شعاعی از مرکز کره به طرف بیرون است، ایجاد می‌کند. در اینجا  $r$  فاصله شعاعی از مرکز کره و  $K$  ثابت است. چگالی حجمی  $\rho$  توزیع بار چیست؟

۵۴۰۰۰- شکل ۱۹-۵۴، مقطعی از دو کره توپر را نشان می‌دهد که بار یکنواخت در سرتاسر حجم آنها توزیع شده است. شعاع هر کدام برابر با  $R$  است. نقطه  $P$  روی خط واصل مرکز کره‌ها و در فاصله شعاعی  $R/2/00$  از مرکز کره ۱ قرار دارد. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطه  $P$



برابر با صفر باشد، نسبت  $q_2/q_1$  بار کل  $q_2$  در کره ۲ به بار کل  $q_1$  در کره ۱ چقدر است؟

۵۵۰۰۰- یک کره نارسانای توپر به شعاع  $R = 5/60 \text{ cm}$  دارای توزیع بار نایکنواختی با چگالی بار حجمی  $\rho = (14/1 \text{ pC/m}^3) r/R$  است که در آن  $r$  فاصله شعاعی از مرکز کره است. (الف) بار کل کره چقدر است؟ بزرگی  $E$  میدان الکتریکی در (ب)  $r = 0$ ، (پ)  $r = R/2/00$ ، و (ت)  $r = R$  چقدر است؟ (ث) نمودار  $E$  برحسب  $r$  را رسم کنید. ILW

### مسئله‌های اضافی

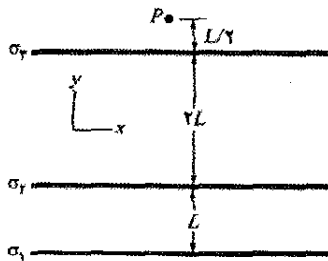
۵۶- معمای خرده‌های شکلات. انفجارهایی که به واسطه تخلیه بارهای الکتروستاتیکی (جرقه‌ها) رخ می‌دهند باعث خطرهای جدی در دستگاههایی می‌شوند که با دانه‌ها و گردها کار می‌کنند. یک چنین انفجاری در گرد خرده‌های شکلات یک کارخانه بیسکویت‌سازی در ۱۹۷۰/۱۳۳۹ رخ داد. کارگران بسته‌های گردی را که تحویل می‌گرفتند به داخل یک سطل بارگیری خالی می‌کردند که از آنجا نیز گردها از طریق لوله‌های پلاستیکی متصل به زمین به یک سیلو جهت نگهداری و انبار دمیده می‌شدند. در قسمتی از این مسیر، دو شرط برای وقوع انفجار وجود داشت: (۱) وقتی بزرگی میدان الکتریکی برابر یا بزرگتر از  $3/0 \times 10^6 \text{ N/C}$  می‌شد، فروریزش الکتریکی و در نتیجه جرقه الکتریکی می‌توانست رخ دهد. (۲) انرژی جرقه برابر یا بزرگتر از  $150 \text{ mJ}$  می‌شد که می‌توانست گرد را تا حد انفجار آتش بزند. حال نخستین شرط وقوع انفجار در گردهای داخل لوله‌های پلاستیکی را بررسی می‌کنیم:

جریانی از گرد باردار منفی را در نظر بگیرید که به داخل یک لوله استوانه‌ای به شعاع  $R = 5/0 \text{ cm}$  دمیده می‌شود. فرض کنید که گرد و بار آن با چگالی بار حجمی  $\rho$  به طور یکنواخت در طول لوله پخش می‌شوند. (الف) با استفاده از قانون گاوس عبارتی برای بزرگی میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در لوله برحسب تابعی از فاصله شعاعی  $r$  از مرکز لوله به دست آورید. (ب) آیا  $E$  با افزایش  $r$ ، بزرگتر می‌شود یا کوچکتر؟ (پ) آیا جهت  $\vec{E}$  به طور شعاعی به طرف درون است یا به طرف بیرون؟ (ت) به ازای  $\rho = 1/1 \times 10^{-3} \text{ C/m}^3$  (یک مقدار نوعی در کارخانه)، بیشینه  $E$  را بیابید و تعیین کنید که این میدان بیشینه در کجا رخ می‌دهد؟ (ث) آیا جرقه می‌توانست رخ دهد؟ و اگر ممکن بود، در کجا؟ (این داستان با مسئله ۶۸ در فصل ۲۰ ادامه می‌یابد.)

۵۷- بار  $Q$  به طور یکنواخت روی کره‌ای به شعاع  $R$  توزیع شده است. (الف) چه کسری از این بار داخل شعاع  $r = R/2/00$  قرار گرفته است؟ (ب) نسبت بزرگی میدان الکتریکی در  $r = R/2/00$  به مقدار آن روی سطح کره چقدر است؟

۵۸- باری با چگالی حجمی یکنواخت  $\rho = 3/2 \text{ } \mu\text{C/m}^3$ ، کره توپر نارسانایی به شعاع  $5/0 \text{ cm}$  را پر کرده است. بزرگی میدان الکتریکی در (الف)  $3/5 \text{ cm}$  و (ب)  $8/0 \text{ cm}$  از مرکز کره چقدر است؟

۵۹- میدان الکتریکی در نقطه  $P$  درست بیرون سطح خارجی شعاع  $10 \text{ cm}$  به شعاع داخلی  $10 \text{ cm}$  و شعاع خارجی  $10 \text{ cm}$  چقدر است؟



شکل ۱۹-۵۵ مسئله ۶۵

۶۶- بزرگی شار الکتریکی خالص عبوری از هر وجه یک تاس مضربی از  $10^2 \text{ N.m}^2/\text{C}$  است که این مضرب دقیقاً برابر با تعداد نقطه‌های  $N$  روی هر وجه (۱ تا ۶) است. برای  $N$  های فرد، شار به طرف درون و برای  $N$  های زوج، شار به طرف بیرون است. بار خالص داخل تاس چقدر است؟

۶۷- یک سطح گاوسی به شکل نیمکره‌ای به شعاع  $R = 5/68 \text{ cm}$  در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی  $2/50 \text{ N/C}$  قرار دارد. این سطح، هیچ بار خالصی را در بر ندارد. در قاعده (تخت) این سطح، میدان عمود و به طرف این سطح است. شار عبوری از (الف) قاعده و (ب) بخش خمیده سطح چقدر است؟

۶۸- بار نقطه‌ای  $q = 1/50 \times 10^{-7} \text{ C}$  در مرکز یک کاواک کروی به شعاع  $3/50 \text{ cm}$  در یک قطعه فلزی قرار دارد. با استفاده از قانون گاوس، میدان الکتریکی را در (الف)  $1/5 \text{ cm}$  از مرکز کاواک و (ب) نقطه‌ای داخل فلز، به دست آورید.

۶۹- یک پوسته کروی فلزی نازک به شعاع  $a$  دارای بار  $q_a$  است. این کره با پوسته کروی فلزی نازک دیگری به شعاع  $b > a$  و بار  $q_b$  هم‌مرکز است. میدان الکتریکی را در نقطه‌هایی به فاصله  $r$  از مرکز مشترک به دست آورید که در آنها (الف)  $r < a$ ، (ب)  $a < r < b$ ، و (پ)  $r > b$  است. (ت) درباره معیاری که با استفاده از آن چگونگی توزیع بار روی سطوحهای داخلی و خارجی پوسته‌ها را تعیین می‌کنید، بحث کنید.

۷۰- چه بار خالصی توسط مکعب گاوسی مسئله ۲ در بر گرفته شده است؟

۷۱- پروتونی با تندی  $v = 3/50 \times 10^5 \text{ m/s}$  درست بیرون کره باردار به شعاع  $r = 1/50 \text{ cm}$  می‌چرخد. بار روی کره چقدر است؟

۷۲- معادله ۱۱-۱۹ ( $E = \sigma/\epsilon_0$ ) میدان الکتریکی را در نقطه‌های نزدیک به سطح رسانای باردار به دست می‌دهد. این معادله را برای یک کره رسانا به شعاع  $r$  و بار  $q$  به کار ببرید، و نشان دهید که میدان الکتریکی در بیرون این کره همان میدان ناشی از یک بار نقطه‌ای است که در مرکز کره قرار گرفته باشد.

۷۳- شکل ۱۹-۵۶ یک شمارنده گایگر<sup>۱</sup> را نشان می‌دهد که برای آشکارسازی تابشهای یونیده (تابشهایی که باعث یونیده شدن اتمها می‌شود) به کار می‌رود. این شمارنده، شامل یک سیم مرکزی باردار مثبت است که توسط یک پوسته استوانه‌ای رسانا

خارجی  $20 \text{ cm}$  دارای بزرگی  $450 \text{ N/C}$  و جهت آن به طرف بیرون است. وقتی بار نقطه‌ای نامعلوم  $Q$  در مرکز کره قرار داده شود، میدان الکتریکی در نقطه  $P$  هنوز به طرف بیرون است، ولی بزرگی آن اکنون  $180 \text{ N/C}$  است. (الف) پیش از آنکه  $Q$  در مرکز کره قرار داده شود، چه بار خالصی توسط سطح خارجی کره محصور شده است؟ (ب) بار  $Q$  چقدر است؟ پس از آنکه  $Q$  قرار داده شود، بار روی سطوحهای (الف) داخلی و (ب) خارجی رسانا چقدر است؟

۶۰- فرض کنید گویی باردار دارای چگالی بار منفی است که به طور یکنواخت به جز در مجرای شعاعی باریکی که با عبور از مرکز آن، سطح یک طرف را به سطح طرف مقابل وصل می‌کند، توزیع شده است. همچنین فرض کنید که می‌توانیم یک پروتون را در هر جایی داخل مجرا یا خارج گوی قرار دهیم.  $F_R$  را بزرگی نیروی الکتروستاتیکی در نظر می‌گیریم که وقتی پروتون روی سطح گوی به شعاع  $R$  قرار گیرد، بر آن وارد می‌شود. برحسب مضربی از  $R$ ، در چه فاصله‌ای از سطح کره نقطه‌ای وجود دارد که اگر پروتون را (الف) از گوی دور کنیم و (ب) به داخل مجرا ببریم، بزرگی نیروی وارد بر آن برابر  $0/50 F_R$  شود؟

۶۱- باری با چگالی حجمی یکنواخت  $\rho = 1/2 \text{ nC/m}^3$ ، قطعه‌ای نامتناهی میان  $x = -5/50 \text{ cm}$  و  $x = +5/50 \text{ cm}$  را پر می‌کند. بزرگی میدان الکتریکی در نقطه‌ای با مختصات (الف)  $x = 4/50 \text{ cm}$  و (ب)  $x = 6/50 \text{ cm}$  چقدر است؟

۶۲- چگالی بار سطحی یکنواخت  $8/50 \text{ nC/m}^2$  روی تمام صفحه  $xy$  توزیع شده است. شار الکتریکی عبوری از یک سطح گاوسی کروی به مرکز مبدا دستگاه مختصات و به شعاع  $5/50 \text{ cm}$  چقدر است؟

۶۳- یک پوسته کروی فلزی و نازک دارای شعاع  $25/50 \text{ cm}$  و بار  $2/50 \times 10^{-7} \text{ C}$  است.  $E$  را برای نقطه‌ای (الف) در داخل پوسته، (ب) درست خارج پوسته، و (پ)  $3/50 \text{ m}$  از مرکز پوسته، به دست آورید.

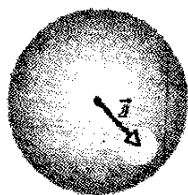
۶۴- میدان الکتریکی در فضای خاصی برابر با  $\vec{E} = (x+2)\hat{i} \text{ N/C}$  است، که در آن  $x$  برحسب متر است. یک سطح گاوسی استوانه‌ای به شعاع  $20 \text{ cm}$  را که هم‌محور با محور  $x$  است در نظر بگیرید. یک سر استوانه در  $x = 0$  قرار دارد. (الف) بزرگی شار الکتریکی عبوری از سر دیگر استوانه در  $x = 2/50 \text{ m}$ ، چقدر است؟ (ب) بار خالص محصور شده در داخل استوانه چقدر است؟

۶۵- شکل ۱۹-۵۵، مقطع سه برگه نارسای بزرگ نامتناهی را نشان می‌دهد که روی آنها بار به طور یکنواخت پخش شده است. چگالهای بار سطحی عبارت‌اند از:  $\sigma_1 = +2/50 \mu\text{C/m}^2$ ،  $\sigma_2 = +4/50 \mu\text{C/m}^2$ ، و  $\sigma_3 = -5/50 \mu\text{C/m}^2$ ، و فاصله  $L$  برابر است با  $1/50 \text{ cm}$ . برحسب نمادگذاری بردارهای یکه، میدان الکتریکی خالص در نقطه  $P$  چیست؟

در خارج آن است و عمود بر جریان؛ (ث) سطحی به مساحت  $wd$  که کاملاً داخل آب است و بردار عمود بر سطح آن با جهت جریان زاویه  $34/50^\circ$  می‌سازد.

۷۶- یک الکترون آزاد میان دو صفحه نارسانای موازی و بزرگ افقی که به فاصله  $2/3 \text{ cm}$  از هم واقع‌اند، قرار دارد. یکی از صفحه‌ها دارای بار مثبت یکنواخت و دیگری دارای بار منفی یکنواخت است. نیروی وارد بر الکترون بر اثر میدان الکتریکی  $E$  میان صفحه‌ها با نیروی گرانشی وارد بر الکترون موازنه کرده است. (الف) بزرگی چگالی بار سطحی روی صفحه‌ها و (ب) جهت (رو به بالا یا رو به پایین)  $E$  چگونه است؟ SSM

۷۷- یک کره توپر نارسانا دارای چگالی بار حجمی یکنواخت  $\rho$  است. فرض کنید  $r$  برداری از مرکز کره به سوی نقطه دلخواه  $P$  در داخل کره است. (الف) نشان دهید که میدان الکتریکی در نقطه  $P$  با  $E = \rho r / 3\epsilon_0$  داده می‌شود. (توجه کنید که این نتیجه مستقل از شعاع کره است.) (ب) یک کاواک کروی، آن گونه که در شکل ۱۹-۵۷ نشان داده شده، درون کره ایجاد شده است. با استفاده از مفاهیم برهم‌نهی نشان دهید که میدان الکتریکی در تمام نقطه‌های داخل کاواک، یکنواخت و برابر با  $E = \rho a / 3\epsilon_0$  است که در آن  $a$  بردار مکان از مرکز کره به سوی مرکز کاواک است. (توجه کنید که این نتیجه به شعاع کره و شعاع کاواک بستگی ندارد.) شکل ۱۹-۵۷ مسئله ۷۷



۷۸- چگالی بار یکنواخت  $500 \text{ nC/m}^2$  در سرتاسر یک حجم کروی به شعاع  $6/00 \text{ cm}$  توزیع شده است. یک سطح گاوسی مکعبی را در نظر بگیرید که مرکز آن بر مرکز کره واقع است. شار الکتریکی عبوری از این سطح مکعبی چقدر است، در صورتی که طول هر ضلع آن (الف)  $4/00 \text{ cm}$  و (ب)  $14/00 \text{ cm}$  باشد؟

۷۹- بار  $14 \mu\text{C}$  روی سطح خارجی یک پوسته رسانای کروی، و یک ذره باردار در داخل آن قرار دارد. اگر بار خالص روی پوسته  $10 \mu\text{C}$  باشد، بار (الف) روی سطح داخلی پوسته و (ب) ذره، چقدر است؟

۸۰- بار  $6/00 \text{ pC}$  به طور یکنواخت در سرتاسر حجم کره‌ای به شعاع  $r = 4/00 \text{ cm}$  پخش شده است. بزرگی میدان الکتریکی در فاصله شعاعی (الف)  $6/00 \text{ cm}$  و (ب)  $3/00 \text{ cm}$  چقدر است؟

۸۱- یک گوی کروی باردار دارای چگالی بار یکنواخت است. بر حسب شعاع گوی  $R$ ، در چه فاصله‌های شعاعی (الف) در داخل و (ب) در خارج گوی، بیشینه میدان الکتریکی برابر با  $\frac{1}{4}$  بزرگی بیشینه میدان آن است؟

۸۲- باری با چگالی سطحی یکنواخت  $8/00 \text{ nC/m}^2$  روی تمام صفحه  $xy$  توزیع شده است؛ باری با چگالی سطحی یکنواخت  $3/00 \text{ nC/m}^2$  روی صفحه‌ای موازی که با  $z = 2/00 \text{ m}$  تعریف شده، توزیع شده است. بزرگی میدان الکتریکی را در نقطه‌ای با مختصات  $(0, 0, z)$  (الف)  $1/00 \text{ m}$  و (ب)  $3/00 \text{ m}$  تعیین کنید.

و هم‌مرکز با بار منفی یکسان احاطه شده است. بنابراین، یک میدان الکتریکی شعاعی قوی در داخل این پوسته ایجاد می‌شود. پوسته دارای یک گاز خنثی با فشار پایین است. یک ذره تابشی که از طریق دیواره پوسته وارد دستگاه شود، چند اتم گاز را یونیده می‌کند. در نتیجه، الکترونهای آزاد (e) به سوی سیم مثبت کشیده می‌شوند. ولی، میدان الکتریکی به حدی قوی است که در بین برخورد اتمهای گاز، الکترونهای آزاد انرژی کافی برای یونیده کردن اتمهای دیگر را نیز به دست می‌آورند و بدین ترتیب الکترونهای آزاد بیشتری ایجاد می‌شوند و این فرایند تا هنگامی که الکترونها به سیم برسند، ادامه می‌یابد. "بهم" حاصل از الکترونها توسط سیم جمع‌آوری می‌شود و سیگنالی به وجود می‌آید که برای ثبت کردن عبور ذره اصلی تابش به کار می‌رود. فرض کنید که شعاع سیم مرکزی  $25 \mu\text{m}$ ، شعاع داخلی پوسته  $1/4 \text{ cm}$ ، و طول پوسته  $16 \text{ cm}$  باشد. اگر میدان الکتریکی روی دیواره درونی پوسته  $2/9 \times 10^4 \text{ N/C}$  باشد، بار مثبت کل در سیم مرکزی چقدر است؟



شکل ۱۹-۵۶ مسئله ۷۳

۷۴- باری به طور یکنواخت در سرتاسر حجم استوانه‌ای توپر به شعاع  $R$  و طول نامتناهی توزیع شده است. (الف) نشان دهید در فاصله  $r < R$  از محور استوانه داریم

$$E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}$$

که در آن  $\rho$  چگالی بار حجمی است. (ب) عبارتی برای  $E$ ، وقتی  $r > R$  است، بنویسید.

۷۵- آب در یک نهر آبیاری به پهنای  $w = 3/22 \text{ m}$  و عمق  $d = 1/04 \text{ m}$ ، با تبدی  $0/207 \text{ m/s}$  جاری می‌شود. شار جرمی آب عبوری از یک سطح فرضی برابر با حاصلضرب چگالی آب ( $1000 \text{ kg/m}^3$ ) در شار حجمی عبوری آن از این سطح است. شار جرمی عبوری از سطحهای فرضی زیر را پیدا کنید: (الف) سطحی به مساحت  $wd$ ، کاملاً داخل آب و عمود بر جریان؛ (ب) سطحی به مساحت  $3wd/2$ ، که به اندازه  $wd$  در آب فرو رفته است و عمود بر جریان؛ (پ) سطحی به مساحت  $wd/2$  که کاملاً داخل آب است و عمود بر جریان؛ (ت) سطحی به مساحت  $wd$  که نیمی از آن داخل آب و نیمی دیگر

# پتانسیل الکتریکی



اگر شخصی کت یا پلوور خود را هنگام کار با رایانه درآورد، ممکن است رایانه خراب شود. اگر بچه‌ای روی یک سرسره پلاستیکی سر بخورد و به شخص دیگری برسد، ممکن است دردی ناگهانی را حس کند. اگر یک متخصص بیهوشی کفشهای مناسبی را در حین عمل جراحی نبوشیده باشد، بیمار ممکن است به طرز پرمخاطره‌ای صدمه ببیند، و اگر راننده‌ای در یک پمپ بنزین، خود باک ماشینش را پر کند و در همان حالی که باک در حال پر شدن است با خزیدن روی صندلی به ماشین بازگردد، وقتی برای کشیدن سر لوله بنزین بازمی‌گردد، ممکن است آتش در دهانه لوله زبانه کشد.

در این وضعیت‌ها خطر ناشی از چیست؟

پاسخ در همین فصل.

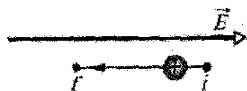


## ۲۰-۱ فیزیک چیست؟

الکتروستاتیکی میان ذره‌ها در زمان حرکت از بینهایت را با  $W_{\infty}$  نشان می‌دهیم. آنگاه با استفاده از معادله ۲۰-۱، انرژی پتانسیل نهایی  $U$  دستگاه چنین است

$$U = -W_{\infty} \quad (20-2)$$

✓ **نکته و ارسسی ۱** در شکل، پروتونی در میدان الکتریکی یکنواختی که جهت آن نشان داده شده است، از نقطه  $i$  به نقطه  $f$  می‌رود. (الف) آیا میدان الکتریکی، کاری مثبت یا منفی روی پروتون انجام می‌دهد؟ (ب) آیا انرژی پتانسیل الکتریکی پروتون افزایش می‌یابد یا کاهش؟



## تدبیرهای حل مسئله

**تدبیر ۱:** انرژی پتانسیل الکتریکی؛ کار انجام شده توسط یک میدان

به هر دستگاهی شامل ذره‌های باردار، در مجموع یک انرژی پتانسیل الکتریکی وابسته است. با این حال، شما با عبارتهایی مواجه می‌شوید (در آغاز مسئله نمونه ۲۰-۱) که آنها را فقط به یک ذره دستگاه وابسته می‌کنند. مثلاً ممکن است گفته شود "الکترونی در یک میدان الکتریکی دارای انرژی پتانسیل  $10^{-7} \text{ J}$  است." چنین عبارتهایی اغلب پذیرفتنی‌اند، ولی همیشه باید به خاطر داشته باشید که انرژی پتانسیل در واقع به یک دستگاه، در اینجا، الکترون بعلاوه ذره‌های بارداری که میدان الکتریکی را ایجاد کرده‌اند، وابسته است. همچنین توجه کنید که نسبت دادن یک انرژی پتانسیل خاص، مثل  $10^{-7} \text{ J}$  در اینجا، به یک ذره یا حتی یک دستگاه فقط در صورتی معنا دارد که مقدار انرژی پتانسیل مرجع معلوم باشد.

اگر انرژی پتانسیل فقط به یک ذره از دستگاه وابسته باشد، می‌توان کار انجام شده روی آن ذره را توسط میدان الکتریکی در نظر گرفت. این بدان معناست که کار انجام شده توسط نیروی وارد بر ذره ناشی از بارهایی است که میدان را ایجاد کرده‌اند.

## مسئله نمونه ۲۰-۱

الکترون‌ها به طور مداوم توسط ذره‌های پرتو کیهانی که از فضا می‌آیند، از مولکولهای هوای جو کنده می‌شوند. هر الکترون آزاد شده، تحت تأثیر نیروی الکتروستاتیکی  $F$  ناشی از میدان الکتریکی  $E$  قرار می‌گیرد که توسط ذره‌های باردار موجود در کره زمین، در جو ایجاد شده است. در نزدیکی سطح زمین، بزرگی میدان الکتریکی  $E = 150 \text{ N/C}$  و جهت آن به طرف

یک هدف فیزیک، شناسایی نیروهای اصلی در دنیای ماست، از قبیل نیروی الکتریکی که در فصل ۱۷ مورد بحث قرار گرفت. یک هدف وابسته به آن، تعیین این است که آیا نیرو پایستار است یا نه؟ به این معنی که آیا می‌توان انرژی پتانسیلی را به آن وابسته کرد؟ انگیزه وابسته کردن انرژی پتانسیل به نیرو در این است که در این صورت می‌توانیم از اصل پایستگی انرژی مکانیکی در دستگاههای بسته‌ای که آن نیرو را در بر دارند، بهره بگیریم. این اصل به شدت توانمند ما را قادر می‌سازد تا نتیجه آزمایشهایی را که محاسبه آنها تنها از روی نیرو بسیار مشکل است محاسبه کنیم. به طور تجربی، فیزیکدانان و مهندسان کشف کرده‌اند که نیروی الکتریکی پایستار است و از این رو یک انرژی پتانسیل الکتریکی وابسته به آن وجود دارد. در این فصل، نخست این نوع انرژی پتانسیل را تعریف می‌کنیم و سپس آن را به کار می‌بندیم.

## ۲۰-۲ انرژی پتانسیل الکتریکی

وقتی یک نیروی الکتروستاتیکی میان دو یا چند ذره باردار درون دستگاهی از ذره‌ها اثر می‌کند، می‌توانیم یک انرژی پتانسیل الکتریکی  $U$  را به آن دستگاه وابسته کنیم. اگر این دستگاه، پیکربندی خود را از حالت اولیه  $i$  به حالت نهایی  $f$  تغییر دهد، نیروی الکتروستاتیکی روی ذره‌ها کار  $W$  را انجام می‌دهد. آنگاه از معادله ۸-۱ می‌دانیم که تغییر  $\Delta U$  حاصل در انرژی پتانسیل دستگاه چنین است

$$\Delta U = U_f - U_i = -W \quad (20-1)$$

مانند سایر نیروهای پایستار، کار انجام شده توسط نیروی الکتروستاتیکی مستقل از مسیر است. فرض کنید ذره‌ای باردار درون دستگاه، در حالی که یک نیروی الکتروستاتیکی میان آن و بقیه دستگاه اثر می‌کند، از نقطه  $i$  به نقطه  $f$  جابه‌جا شود. در صورتی که بقیه دستگاه تغییر نکند، کار  $W$  انجام شده توسط این نیرو روی ذره، برای تمام مسیرهای میان نقطه‌های  $i$  و  $f$  یکسان است.

برای راحتی کار، معمولاً پیکربندی مرجع دستگاهی شامل ذره‌های باردار را چنان در نظر می‌گیریم که در آن همه ذره‌ها در فاصله‌ای نامتناهی از یکدیگر قرار گرفته باشند. همچنین، معمولاً انرژی پتانسیل مرجع مربوط به این پیکربندی را صفر اختیار می‌کنیم. فرض کنید چندین ذره باردار از فاصله‌های جدایی نامتناهی (حالت  $i$ ) برای تشکیل دستگاهی از ذره‌های مجاور (حالت  $f$ ) به کنار یکدیگر آورده شوند. انرژی پتانسیل اولیه  $U_i$  را صفر در نظر می‌گیریم، و کار انجام شده توسط نیروهای



در آنجا ذره دارای انرژی پتانسیل الکتریکی  $2/40 \times 10^{-17} \text{ J}$  است، قرار دهیم. آنگاه، انرژی پتانسیل بر یکای بار چنین می‌شود

$$\frac{2/40 \times 10^{-17} \text{ J}}{1/60 \times 10^{-11} \text{ C}} = 150 \text{ J/C}$$

حال، فرض کنید این ذره آزمون را با ذره‌ای که دارای بار مثبتی دو برابر بار آن، یعنی  $2/20 \times 10^{-19} \text{ C}$  است، جایگزین کنیم. درخواهیم یافت که انرژی پتانسیل الکتریکی ذره دوم  $4/80 \times 10^{-17} \text{ J}$ ، یعنی دو برابر ذره اول است. ولی، انرژی پتانسیل بر یکای بار باز همان  $150 \text{ J/C}$  خواهد بود.

بنابراین، انرژی پتانسیل بر یکای بار، که می‌توان آن را به صورت  $U/q$  نشان داد، مستقل از بار  $q$  ذره به کار رفته، و تنها مشخصه‌ای از میدان الکتریکی مورد بررسی است. انرژی پتانسیل بر یکای بار در نقطه‌ای واقع در میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی  $V$  (یا به طور ساده پتانسیل) در آن نقطه نامیده می‌شود. بنابراین، داریم

$$V = \frac{U}{q} \quad (5-20)$$

توجه کنید که پتانسیل الکتریکی، نرده‌ای است نه برداری. اختلاف پتانسیل الکتریکی  $\Delta V$  میان هر دو نقطه دلخواه  $i$  و  $f$  در یک میدان الکتریکی برابر با اختلاف انرژی پتانسیل بر یکای بار بین این دو نقطه است

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{U_f}{q} - \frac{U_i}{q} = \frac{\Delta U}{q} \quad (6-20)$$

با استفاده از معادله ۱-۲۰، با قراردادن  $-W$  به جای  $\Delta U$  در معادله ۶-۲۰، اختلاف پتانسیل میان نقطه‌های  $i$  و  $f$  را می‌توانیم چنین تعریف کنیم

$$\Delta V = V_f - V_i = -\frac{W}{q} \quad (7-20) \quad (\text{انرژی پتانسیل تعریف شده})$$

بنابراین، اختلاف پتانسیل میان دو نقطه برابر است با منفی کار انجام شده توسط نیروی الکتروستاتیکی برای حرکت دادن یکای بار از نقطه‌ای به نقطه دیگر. اختلاف پتانسیل الکتریکی، بسته به علامتها و بزرگیهای  $q$  و  $W$  می‌تواند مثبت، منفی، یا صفر باشد. اگر به عنوان انرژی پتانسیل مرجع، در بینهایت  $U_i = 0$  قرار دهیم، آنگاه از معادله ۷-۲۰ درمی‌یابیم که پتانسیل الکتریکی  $V$  نیز باید در آنجا صفر باشد. پس، با استفاده از معادله ۷-۲۰ می‌توانیم پتانسیل الکتریکی را در هر نقطه‌ای واقع در میدان الکتریکی چنین تعریف کنیم

$$V = -\frac{W_\infty}{q} \quad (8-20) \quad (\text{پتانسیل تعریف شده})$$

که در آن  $W_\infty$  کار انجام شده توسط میدان الکتریکی روی یک ذره باردار در هنگامی است که آن ذره از بینهایت به نقطه  $f$  حرکت کند. پتانسیل  $V$ ، بسته به علامتها و بزرگیهای  $q$  و  $W_\infty$ ، می‌تواند مثبت، منفی، یا صفر باشد.

پایین است. تغییر  $\Delta U$  در انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون رها شده وقتی نیروی الکتروستاتیکی باعث حرکت قائم رو به بالای آن به اندازه مسافت  $d = 520 \text{ m}$  می‌شود (شکل ۱-۲۰) چقدر است؟

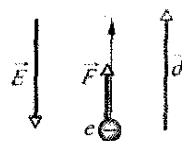
**نکته کلیدی (۱)** تغییر  $\Delta U$  در انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون با کار  $W$  انجام شده روی الکترون توسط میدان الکتریکی رابطه دارد. معادله ۱-۲۰ ( $\Delta U = -W$ ) این رابطه را به دست می‌دهد. (۲) کار انجام شده توسط نیروی ثابت  $\vec{F}$  روی ذره‌ای که جابه‌جایی  $\vec{d}$  را انجام می‌دهد برابر است با

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} \quad (3-20)$$

(۳) نیروی الکتروستاتیکی و میدان الکتریکی با رابطه  $\vec{F} = q\vec{E}$  به هم مربوط‌اند، که در آن  $q$  بار الکترون ( $-1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ) است.

**محاسبه‌ها:** با قراردادن  $\vec{F}$  در معادله ۳-۲۰ و انجام ضرب نقطه‌ای، خواهیم داشت

$$W = q\vec{E} \cdot \vec{d} = qEd \cos \theta \quad (4-20)$$



شکل ۱-۲۰ الکترونی در جو، تحت تأثیر نیروی  $\vec{F}$  ناشی از میدان الکتریکی  $\vec{E}$ ، به اندازه  $\vec{d}$  به طرف بالا جابه‌جا شده است.

که در آن  $\theta$  زاویه میان جهت‌های  $\vec{E}$  و  $\vec{d}$  است. میدان  $\vec{E}$  به طرف پایین، و جابه‌جایی  $\vec{d}$  به طرف بالاست؛ بنابراین،  $\theta = 180^\circ$  است. با قرار دادن این زاویه و سایر داده‌ها در معادله ۴-۲۰، داریم

$$W = (-1/6 \times 10^{-19} \text{ C})(150 \text{ N/C})(520 \text{ m}) \cos 180^\circ = 1/2 \times 10^{-14} \text{ J}$$

آنگاه معادله ۱-۲۰ چنین به دست می‌دهد

$$\Delta U = -W = -1/2 \times 10^{-14} \text{ J} \quad (\text{پاسخ})$$

این نتیجه حاکی از آن است که در حین  $520 \text{ m}$  حرکت به طرف بالا، انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون به اندازه  $1/2 \times 10^{-14} \text{ J}$  کاهش می‌یابد.

## ۳-۲۰ پتانسیل الکتریکی

همان‌طور که می‌توانید از مسئله نمونه ۱-۲۰ دریابید، انرژی پتانسیل یک ذره باردار در میدان الکتریکی به بزرگی بار آن ذره وابسته است. با این حال، انرژی پتانسیل بر یکای بار در هر نقطه‌ای در میدان الکتریکی دارای مقدار یگانه‌ای است.

به عنوان مثال، فرض کنید یک ذره آزمون با بار  $1/60 \times 10^{-11} \text{ C}$  در یک میدان الکتریکی  $150 \text{ N/C}$  به سمت بالا حرکت کند. اگر این ذره از بینهایت به نقطه  $f$  حرکت کند، انرژی پتانسیل آن در نقطه  $f$  چقدر خواهد بود؟



### کار انجام گرفته توسط نیروی وارد شده

فرض کنید در یک میدان الکتریکی ذره‌ای دارای بار  $q$  را با وارد کردن نیرویی بر آن از نقطه  $i$  به نقطه  $f$  حرکت دهیم. در حین حرکت ذره، نیروی خارجی کار  $W_{app}$  را روی بار انجام می‌دهد، و در همان حال میدان الکتریکی کار  $W$  را روی آن انجام می‌دهد. با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی معادله ۷-۱۰، تغییر  $\Delta K$  انرژی جنبشی ذره برابر است با

$$\Delta K = K_f - K_i = W_{app} + W \quad (11-20)$$

حال فرض کنید که ذره در پیش و پس از حرکت ساکن باشد. پس،  $K_f$  و  $K_i$  هر دو صفرند، و معادله ۱۱-۲۰ به معادله زیر ساده می‌شود

$$W_{app} = -W \quad (12-20)$$

به عبارت دیگر، در صورتی که انرژی جنبشی تغییر نکند، کار  $W_{app}$  انجام شده توسط نیروی خارجی در حین حرکت، برابر با منفی کار  $W$  انجام شده توسط میدان الکتریکی است.

با استفاده از معادله ۱۲-۲۰ و با قراردادن  $W_{app}$  در معادله ۱-۲۰، می‌توانیم کار انجام شده توسط نیروی خارجی را به تغییر انرژی پتانسیل ذره در حین حرکت مربوط کنیم. در نتیجه داریم

$$\Delta U = U_f - U_i = W_{app} \quad (13-20)$$

به همین ترتیب با استفاده از معادله ۱۲-۲۰ و با قراردادن  $W_{app}$  در معادله ۷-۲۰، می‌توانیم کار  $W_{app}$  را به اختلاف پتانسیل الکتریکی  $\Delta V$  میان مکانهای اولیه و نهایی ذره مربوط کنیم، و از آنجا داریم

$$W_{app} = q\Delta V \quad (14-20)$$

$W_{app}$  بسته به علامتها و بزرگیهای  $q$  و  $\Delta V$ ، می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد.

یکای SI پتانسیل الکتریکی که از معادله ۲۰-۸ پیروی می‌کند، ژول بر کولن است. این ترکیب به قدری کاربرد دارد که برای نشان دادن آن از یکای ویژه‌ای به نام ولت (با نماد  $V$ ) استفاده می‌شود. بنابراین، داریم

$$1 \text{ ژول بر کولن} = 1 \text{ ولت} \quad (9-20)$$

این یکای جدید به ما امکان می‌دهد که یکای مناسبتری را برای میدان الکتریکی  $E$  برگزینیم، که تاکنون آن را برحسب نیوتون بر کولن اندازه می‌گرفتیم. با دو تبدیل یکا خواهیم داشت

$$\begin{aligned} 1 \text{ N/C} &= \left(1 \frac{\text{N}}{\text{C}}\right) \left(\frac{1 \text{ V.C}}{1 \text{ J}}\right) \left(\frac{1 \text{ J}}{1 \text{ N.m}}\right) \\ &= 1 \text{ V/m} \end{aligned} \quad (10-20)$$

عامل تبدیل در پرانتز دوم از معادله ۲۰-۹ و در پرانتز سوم از تعریف ژول به دست آمده است. از حالا به بعد، مقدارهای میدان الکتریکی را به جای نیوتون بر کولن برحسب ولت بر متر بیان خواهیم کرد.

سرانجام، اکنون می‌توانیم یکای انرژی را که برای اندازه‌گیریهای انرژی در مقیاسهای اتمی و زیر اتمی مناسب است، تعریف کنیم: یک الکترون-ولت ( $eV$ ) عبارت است از انرژی لازم برای انجام کار در حرکت دادن یک تک بار بنیادی  $e$ ، از قبیل الکترون یا پروتون، در اختلاف پتانسیلی که دقیقاً برابر یک ولت است. معادله ۷-۲۰ مبین آن است که بزرگی این کار برابر با  $q\Delta V$  است. بنابراین، داریم

$$\begin{aligned} 1 eV &= e(1 \text{ V}) \\ &= (1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(1 \text{ J/C}) = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

## تدبیرهای حل مسئله

### تدبیر ۲: پتانسیل الکتریکی و انرژی پتانسیل الکتریکی

پتانسیل الکتریکی  $V$  و انرژی پتانسیل الکتریکی  $U$  کمیت‌هایی کاملاً متفاوت‌اند و نباید با هم اشتباه شوند.

پتانسیل الکتریکی یک ویژگی میدان الکتریکی است، بدون توجه به اینکه آیا جسمی باردار در آن میدان قرار گرفته است یا نه؛ و برحسب ژول بر کولن، یا ولت اندازه گرفته می‌شود.

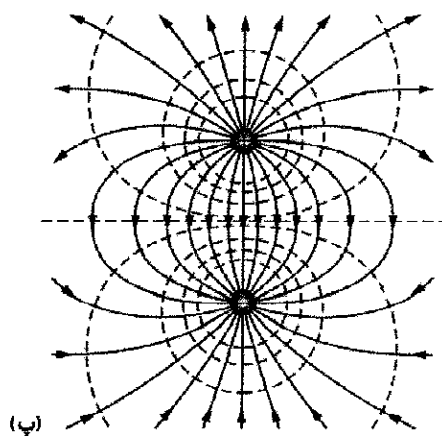
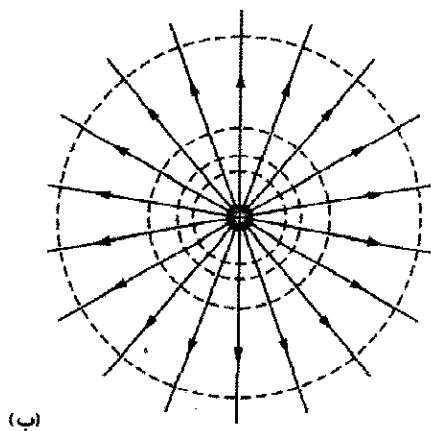
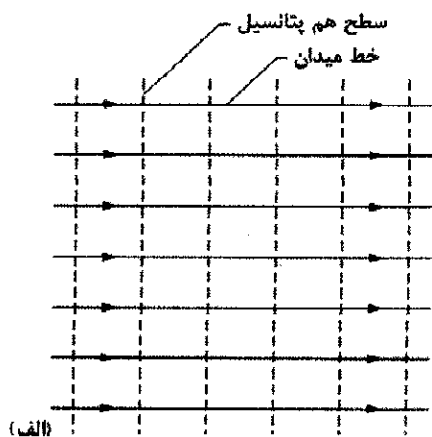
انرژی پتانسیل الکتریکی انرژی یک جسم باردار در میدان الکتریکی خارجی (یا دقیقتر، انرژی دستگاهی شامل جسم باردار و میدان الکتریکی خارجی) است؛ و بر حسب ژول اندازه گرفته می‌شود.

✓ **نکته وارسی ۲:** در شکل مربوط به نکته وارسی ۱، پروتونی در میدان الکتریکی یکنواختی که جهت آن نشان داده شده است از نقطه  $i$  به نقطه  $f$  حرکت داده می‌شود. (الف) آیا نیروی وارد شده کاری مثبت انجام می‌دهد یا منفی؟ (ب) آیا پروتون به نقطه‌ای با پتانسیل بالاتر حرکت می‌کند یا پایینتر؟

### ۲-۴ سطحهای هم پتانسیل

نقطه‌های مجاوری که دارای پتانسیل الکتریکی یکسانی باشند تشکیل یک سطح هم پتانسیل را می‌دهند، که می‌تواند سطحی مجازی یا یک سطح فیزیکی واقعی باشد. وقتی ذره باردار میان دو نقطه  $i$  و  $f$  روی سطح هم پتانسیلی حرکت می‌کند، هیچ کار خالص  $W$  توسط میدان الکتریکی روی آن انجام نمی‌گیرد.

این نتیجه از معادله ۷-۲۰ حاصل می‌شود که بیان می‌کند به ازای  $W = -\Delta U$  باید برابر با صفر باشد، به دلیل مستقل از مسیر مرجع دانشجویان و مهندسان مواد [www.iran-mayad.com](http://www.iran-mayad.com)



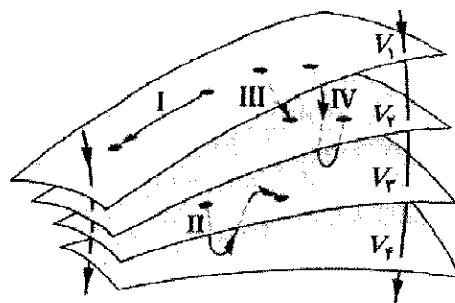
شکل ۲۰-۳ خطهای میدان الکتریکی (توپر) و سطح مقطع سطحهای هم پتانسیل (خطچین) برای (الف) یک میدان الکتریکی یکنواخت، (ب) میدان حاصل از یک بار نقطه‌ای، (پ) میدان حاصل از یک دو قطبی الکتریکی.

## ۲۰-۵ محاسبه پتانسیل از روی میدان

اختلاف پتانسیل الکتریکی میان هر دو نقطه دلخواه  $i$  و  $f$  در یک یکنواخت و برای میدانی که به یک بار نقطه‌ای و یک دو قطبی مرجع دانشجویان و مهندسیان را در صورتی می‌توانیم محاسبه کنیم که بردار میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در امتداد هر مسیری که این نقطه‌ها را به

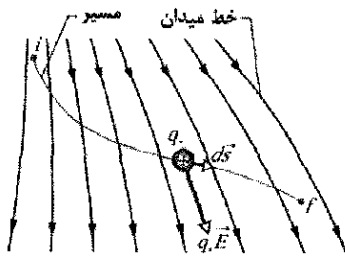
بودن کار (و در نتیجه انرژی پتانسیل و پتانسیل)، برای هر مسیری که نقطه‌های  $i$  و  $f$  را روی یک سطح هم پتانسیل معلوم به هم وصل می‌کند، صرف نظر از اینکه آیا آن مسیر به طور کامل روی سطح هم پتانسیل قرار دارد یا نه،  $W = 0$  است.

شکل ۲۰-۲، دسته‌ای از سطحهای هم پتانسیل را که به میدان الکتریکی حاصل از توزیع بارها وابسته است، نشان می‌دهد. کار انجام شده توسط میدان الکتریکی روی ذره‌ای باردار به هنگامی که آن ذره از یک سر مسیرهای  $I$  و  $II$  به سر دیگر آنها حرکت می‌کند برابر صفر است، زیرا هر یک از این مسیرها روی سطح هم پتانسیل یکسانی شروع می‌شوند و پایان می‌گیرند. کار انجام شده وقتی که ذره باردار از مسیرهای  $III$  و  $IV$  به سر دیگر آنها حرکت می‌کند برابر با صفر نیست، ولی برای هر دو مسیر مقدار یکسانی دارد، زیرا پتانسیلهای اولیه و نهایی برای هر دو این مسیرها یکسان است؛ یعنی، مسیرهای  $III$  و  $IV$  زوج سطحهای هم پتانسیل یکسانی را به هم وصل می‌کنند.



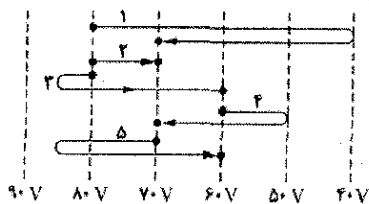
شکل ۲۰-۲ بخشهایی از چهار سطح هم پتانسیل واقع در پتانسیلهای الکتریکی  $V_1 = 100V$ ،  $V_2 = 8V$ ،  $V_3 = 6V$ ،  $V_4 = 4V$ . چهار مسیری که یک بار آزمون می‌تواند در امتداد آنها حرکت کند، نشان داده شده‌اند. همچنین دو خط میدان الکتریکی مشخص شده‌اند.

از تقارن درمی‌یابیم که سطحهای هم پتانسیل مربوط به یک بار نقطه‌ای یا یک توزیع بار با تقارن کروی، دسته‌ای از کره‌های هم مرکزند. برای یک میدان الکتریکی یکنواخت، این سطحها دسته‌ای از صفحه‌های عمود بر خطهای میدان‌اند. در واقع، سطحهای هم پتانسیل همواره بر خطهای میدان الکتریکی و بنابراین بر  $\vec{E}$  که همواره مماس بر این خطهاست عمودند. اگر  $\vec{E}$  بر سطح هم پتانسیل عمود نبود، باید مؤلفه‌ای روی این سطح می‌داشت. در این صورت این مؤلفه، موقع حرکت ذره باردار روی سطح هم پتانسیل، روی آن کار انجام می‌داد. ولی، بنابر معادله ۲۰-۷، اگر سطح واقعاً یک سطح هم پتانسیل باشد، کاری نمی‌تواند انجام شده باشد؛ تنها نتیجه ممکن این است که  $\vec{E}$  باید در همه جا عمود بر این سطح باشد. شکل ۲۰-۳، خطهای میدان الکتریکی و مقطع سطحهای هم پتانسیل را برای میدان الکتریکی یکنواخت و برای میدانی که به یک بار نقطه‌ای و یک دو قطبی الکتریکی وابسته است، نشان می‌دهد.



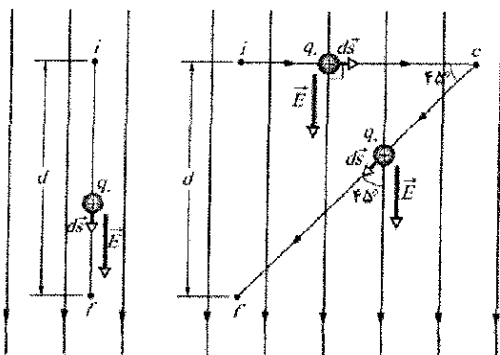
شکل ۲۰-۴ بار آزمون  $q_0$  از نقطه  $i$  به نقطه  $f$  در طول مسیر نشان داده شده در یک میدان الکتریکی نایکناخت حرکت می‌کند. در حین جابه‌جایی  $d\vec{s}$ ، نیروی الکتروستاتیکی  $q_0\vec{E}$  بر بار آزمون وارد می‌شود. جهت این نیرو در جهت خط میدان واقع در محل بار آزمون است.

✓ نکته واریسی ۳ شکل زیر، (سطح مقطع) دسته‌ای از سطحهای هم‌پتانسیل موازی و پنج مسیر را نشان می‌دهد که در امتداد هر کدام، الکترونی از یک سطح به سطح دیگر حرکت می‌کند. (الف) جهت میدان الکتریکی وابسته به این سطحها چگونه است؟ (ب) برای هر مسیر، آیا کار انجام شده مثبت است یا منفی، یا صفر است؟ (پ) این مسیرها را بنا بر کاری که انجام می‌دهیم، از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.



### مسئله نمونه ۲۰-۲

(الف) شکل ۲۰-۵ الف دو نقطه  $i$  و  $f$  را در میدان الکتریکی یکناخت  $\vec{E}$  نشان می‌دهد. این نقطه‌ها روی خط میدان الکتریکی یکسانی (در شکل نشان داده نشده است) واقع‌اند و به فاصله  $d$  از هم قرار گرفته‌اند. اختلاف پتانسیل  $V_f - V_i$  را با حرکت دادن بار آزمون  $q_0$  از  $i$  به  $f$  در امتداد مسیر نشان داده شده، که موازی جهت میدان است، پیدا کنید.



شکل ۲۰-۵ (الف) بار آزمون  $q_0$  بر یک خط مستقیم، در جهت یک میدان الکتریکی یکناخت خارجی، از نقطه  $i$  به نقطه  $f$  حرکت می‌کند. (ب) بار  $q_0$  در همان میدان الکتریکی در طول مسیر  $icf$  حرکت می‌کند.

هم وصل می‌کند، معلوم باشد. برای انجام این محاسبه، ابتدا کار انجام شده توسط میدان الکتریکی روی یک بار آزمون مثبت را هنگامی که این بار از  $i$  به  $f$  می‌رود، می‌یابیم و سپس از معادله ۲۰-۷ استفاده می‌کنیم.

یک میدان الکتریکی دلخواه، با خطهای میدانی که در شکل ۲۰-۴ نمایش داده شده است، و بار آزمون مثبت  $q_0$  را که در امتداد مسیر نشان داده شده از نقطه  $i$  به نقطه  $f$  می‌رود، در نظر می‌گیریم. در هر نقطه‌ای روی این مسیر، وقتی ذره باردار جابه‌جایی دیفرانسیلی  $d\vec{s}$  را انجام می‌دهد، نیروی الکتروستاتیکی  $q_0\vec{E}$  بر آن وارد می‌شود. از فصل ۷ می‌دانیم که کار دیفرانسیلی انجام شده روی یک ذره توسط نیروی  $\vec{F}$ ، حین جابه‌جایی  $d\vec{s}$  برابر است با

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad (۲۰-۱۵)$$

برای وضعیت شکل ۲۰-۴ داریم  $\vec{F} = q_0\vec{E}$  و معادله ۲۰-۱۵ چنین می‌شود

$$dW = q_0\vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (۲۰-۱۶)$$

برای یافتن کار کل  $W$  انجام شده توسط میدان الکتریکی روی این ذره، هنگامی که ذره از نقطه  $i$  به نقطه  $f$  می‌رود، کارهای دیفرانسیلی انجام شده روی بار را روی تمام جابه‌جاییهای  $d\vec{s}$  در امتداد این مسیر، از طریق انتگرالگیری جمع می‌کنیم

$$W = q_0 \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (۲۰-۱۷)$$

اگر کار کل  $W$  را از معادله ۲۰-۱۷ در معادله ۲۰-۷ قرار دهیم، خواهیم داشت

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (۲۰-۱۸)$$

بنابراین، اختلاف پتانسیل  $V_f - V_i$  میان هر دو نقطه دلخواه  $i$  و  $f$  در یک میدان الکتریکی برابر است با منفی انتگرال خطی (یعنی انتگرال روی یک مسیر معین)  $\vec{E} \cdot d\vec{s}$  از  $i$  تا  $f$ . با این حال، چون نیروی الکتروستاتیکی پایستار است، همه مسیرها (چه آنهایی که استفاده از آنها آسان است و چه آنهایی که مشکل‌اند) نتیجه یکسانی به دست می‌دهند.

اگر میدان الکتریکی در سرتاسر ناحیه معینی معلوم باشد، با استفاده از معادله ۲۰-۱۸ می‌توانیم اختلاف پتانسیل الکتریکی میان هر دو نقطه دلخواهی در این میدان را محاسبه کنیم. اگر پتانسیل  $V_i$  در نقطه  $i$  را صفر اختیار کنیم، آنگاه معادله ۲۰-۱۸ چنین می‌شود

$$V = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (۲۰-۱۹)$$

که در آن شاخص پایین  $f$  را در  $V_f$  حذف کرده‌ایم. معادله ۲۰-۱۹، پتانسیل  $V$  را در هر نقطه  $f$  واقع در میدان الکتریکی نسبت به پتانسیل صفر در نقطه  $i$ ، به دست می‌دهد. اگر نقطه  $i$  را در بینهایت اختیار کنیم، آنگاه معادله ۲۰-۱۹، پتانسیل  $V$  را در هر نقطه  $f$  نسبت به پتانسیل صفر در بینهایت به دست می‌دهد.

مسیری که آن دو نقطه را به هم وصل می‌کند بستگی ندارد. نتیجه اینکه: وقتی می‌خواهید با حرکت دادن بار آزمون میان دو نقطه، اختلاف پتانسیل میان آنها را پیدا کنید، با انتخاب مسیری که استفاده از معادله ۱۸-۲۰ را آسان می‌کند، می‌توانید از زمان و مقدار محاسبه خود کم کنید.

## ۲۰-۶ پتانسیل ناشی از یک بار نقطه‌ای

اکنون از معادله ۱۸-۲۰ برای به دست آوردن عبارتی برای پتانسیل الکتریکی  $V$  در فضای اطراف یک ذره باردار نسبت به پتانسیل صفر در بینهایت، استفاده می‌کنیم. نقطه  $P$  را در فاصله  $R$  از ذره‌ای ثابت با بار مثبت  $q$  در نظر می‌گیریم (شکل ۶-۲۰). برای استفاده از معادله ۱۸-۲۰، فرض می‌کنیم که بار آزمون مثبت  $q_0$  را از نقطه  $P$  تا بینهایت حرکت دهیم. چون مسیر انتخاب شده اهمیتی ندارد، ساده‌ترین مسیر، خطی را که به طور شعاعی از ذره ثابت واقع در  $P$  تا بینهایت امتداد دارد، اختیار می‌کنیم.

برای استفاده از معادله ۱۸-۲۰، باید این ضرب نقطه‌ای را محاسبه کنیم

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cos \theta ds \quad (20-22)$$

جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در شکل ۶-۲۰ از ذره ثابت به طور شعاعی به طرف بیرون است. بنابراین، جابه‌جایی دیفرانسیلی  $d\vec{s}$  ذره آزمون در طول مسیر آن نیز دارای همان جهت  $\vec{E}$  است. این بدان معناست که در معادله ۲۰-۲۲، زاویه  $\theta = 0$  و  $\cos \theta = 1$  است. چون مسیر شعاعی است،  $dr$  را به جای  $ds$  قرار می‌دهیم. آنگاه، با قراردادن حدود  $R$  و  $\infty$ ، معادله ۱۸-۲۰ را می‌توانیم چنین بنویسیم

$$V_f - V_i = - \int_R^\infty E dr \quad (20-23)$$

حال قرار می‌دهیم  $V_f = 0$  (در  $\infty$ ) و  $V_i = V$  (در  $R$ ) آنگاه، بزرگی میدان الکتریکی در محل بار آزمون با استفاده از معادله ۱۸-۲۳ چنین می‌شود

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (20-24)$$

با این تغییرات، معادله ۲۰-۲۳ به دست می‌دهد

$$\begin{aligned} 0 - V &= - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_R^\infty \frac{1}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r} \right]_R^\infty \\ &= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} \end{aligned} \quad (20-25)$$

با حل آن برای  $V$  و قراردادن  $r$  به جای  $R$  خواهیم داشت

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (20-26)$$

که پتانسیل الکتریکی  $V$  ناشی از یک ذره باردار  $q$  در فاصله شعاعی  $r$  از آن ذره است.

اگرچه معادله ۲۰-۲۶ را برای یک ذره باردار مثبت به دست آوردیم، این نتیجه برای ذره باردار منفی، که در این حالت  $q$

**نکته کلیدی:** اختلاف پتانسیل الکتریکی میان هر دو نقطه دلخواه در میدان الکتریکی را می‌توانیم با انتگرالگیری  $\vec{E} \cdot d\vec{s}$  در طول مسیری که این دو نقطه را به هم وصل می‌کند، با استفاده از معادله ۱۸-۲۰ پیدا کنیم.

**محاسبه‌ها:** برای این منظور، به طور ذهنی بار آزمون  $q_0$  را در طول آن مسیر، از نقطه اولیه  $i$  به نقطه نهایی  $f$  حرکت می‌دهیم. وقتی بار آزمون را در طول مسیر نشان داده شده در شکل ۵-۲۰ الف حرکت می‌دهیم، جابه‌جایی دیفرانسیلی  $d\vec{s}$  همواره در همان جهت میدان  $\vec{E}$  است. بنابراین، زاویه  $\theta$  میان  $\vec{E}$  و  $d\vec{s}$  برابر با صفر است و ضرب نقطه‌ای در معادله ۱۸-۲۰ چنین می‌شود

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = E ds \cos \theta = E ds \quad (20-20)$$

آنگاه معادله‌های ۱۸-۲۰ و ۲۰-۲۰ چنین به دست می‌دهند

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_i^f E ds \quad (20-21)$$

چون میدان یکنواخت است،  $E$  روی کل مسیر ثابت است و می‌توان آن را از انتگرال بیرون آورد؛ بدین ترتیب خواهیم داشت

$$V_f - V_i = -E \int_i^f ds = -Ed \quad (\text{پاسخ})$$

که در آن مقدار انتگرال به طور ساده همان طول  $d$  مسیر است. علامت منفی در این نتیجه نشان می‌دهد که پتانسیل در نقطه  $f$  در شکل ۵-۲۰ الف پایینتر از پتانسیل در نقطه  $i$  است. این یک نتیجه کلی است: پتانسیل همواره روی مسیری که در جهت خطهای میدان الکتریکی است، کاهش می‌یابد.

(ب) اکنون، اختلاف پتانسیل  $V_f - V_i$  را با حرکت دادن بار آزمون مثبت  $q_0$  از نقطه  $i$  تا نقطه  $f$  در طول مسیر  $icf$  نشان داده شده در شکل ۵-۲۰ ب، پیدا کنید.

**محاسبه‌ها:** نکته کلیدی قسمت (الف) در اینجا نیز برقرار است، با این تفاوت که اکنون بار آزمون را روی مسیری که شامل دو خط است حرکت می‌دهیم:  $ic$  و  $cf$ . در تمام نقطه‌های روی خط  $ic$ ، جابه‌جایی  $d\vec{s}$  بار آزمون عمود بر  $\vec{E}$  است. بنابراین، زاویه  $\theta$  میان  $\vec{E}$  و  $d\vec{s}$  برابر با  $90^\circ$ ، و ضرب نقطه‌ای  $\vec{E} \cdot d\vec{s}$  برابر با صفر است. معادله ۱۸-۲۰ مبین آن است که نقطه‌های  $i$  و  $c$  در پتانسیل یکسانی واقع‌اند:  $V_c - V_i = 0$ .

برای خط  $cf$ ،  $\theta = 45^\circ$  است و از معادله ۱۸-۲۰ داریم

$$\begin{aligned} V_f - V_i &= - \int_c^f \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_c^f E (\cos 45^\circ) ds \\ &= -E (\cos 45^\circ) \int_c^f ds \end{aligned}$$

انتگرال در این معادله همان طول خط  $cf$  است: که این طول بنابر شکل ۵-۲۰ ب برابر با  $d / \sin 45^\circ$  است. بنابراین، داریم

$$V_f - V_i = -E (\cos 45^\circ) \frac{d}{\sin 45^\circ} = -Ed \quad (\text{پاسخ})$$

این همان نتیجه‌ای است که در قسمت (الف) به دست آوردیم. **توجه:** همان نتیجه‌ای است که در قسمت (الف) به دست آوردیم، این نتیجه برای ذره باردار منفی، که در این حالت  $q$  و چنین نیز باید می‌شد؛ اختلاف پتانسیل میان دو نقطه به

معادله ۲۰-۲۶ همچنین پتانسیل الکتریکی در بیرون یا روی سطح خارجی یک توزیع بار با تقارن کروی را به دست می‌دهد. این را می‌توان با استفاده از یکی از قضیه‌های پوسته در بخشهای ۱۷-۴ و ۱۹-۹ با جایگزین کردن توزیع بار کروی واقعی با یک بار برابر که در مرکز آن متمرکز شده است، ثابت کرد. آنگاه، در صورتی که نقطه را داخل توزیع واقعی در نظر نگیریم، این استنتاج به معادله ۲۴-۲۶ می‌انجامد.

## تدبیرهای حل مسئله

### تدبیر ۳: یافتن اختلاف پتانسیل

برای یافتن اختلاف پتانسیل  $\Delta V$  میان دو نقطه دلخواه از میدان الکتریکی یک بار نقطه‌ای منزوی، می‌توان معادله ۲۰-۲۶ را در هر دو نقطه محاسبه و سپس نتیجه‌ها را از هم کم کرد. مقدار  $\Delta V$  برای هر انتخاب انرژی پتانسیل مرجع، یکسان خواهد بود زیرا آن انتخاب با عمل کم کردن حذف می‌شود.

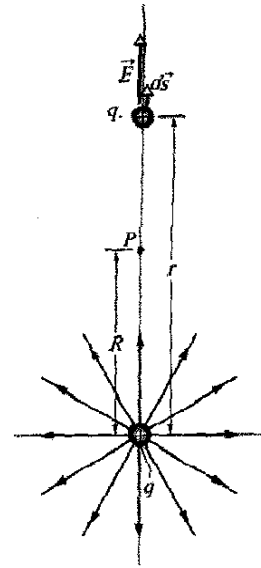
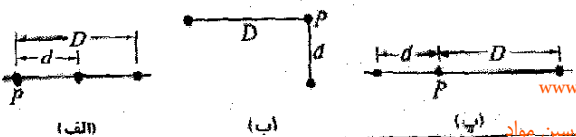
### ۲۰-۷ پتانسیل ناشی از دسته‌ای بار نقطه‌ای

پتانسیل خالص ناشی از دسته‌ای بار نقطه‌ای را در یک نقطه می‌توان به کمک اصل برهم‌نهی به دست آورد. با استفاده از معادله ۲۰-۲۶ و با در نظر گرفتن علامت بارها، پتانسیل ناشی از هر بار را به طور جداگانه در نقطه مورد نظر محاسبه و سپس پتانسیلها را با هم جمع می‌کنیم. برای  $n$  بار الکتریکی، پتانسیل خالص برابر است با

$$V = \sum_{i=1}^n V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} \quad (n \text{ بار نقطه‌ای}) \quad (20-27)$$

در اینجا  $q_i$  مقدار  $i$  امین بار و  $r_i$  فاصله شعاعی نقطه مورد نظر از این بار است. جمع مربوط به معادله ۲۰-۲۷، یک جمع جبری است و جمعی برداری شبیه جمعی که برای محاسبه میدان الکتریکی ناشی از دسته‌ای بار نقطه‌ای استفاده کردیم، نیست. در اینجا مزیت محاسباتی مهمی نسبت به میدان الکتریکی نهفته است: جمع چند کمیت نرده‌ای به مراتب آسانتر از جمع چند کمیت برداری است که در آن جهت‌ها و مؤلفه‌ها باید در نظر گرفته شوند.

✓ **نکته وارسی ۴** شکل زیر سه آرایش از دو پروتون را نشان می‌دهد. این آرایشها را بنابر پتانسیل الکتریکی خالص ایجاد شده در نقطه  $P$  توسط پروتونها، از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.

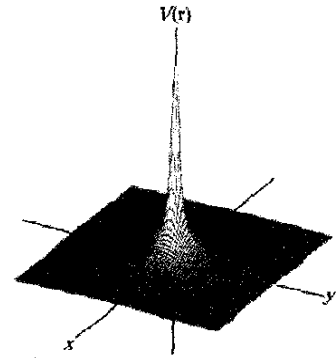


شکل ۲۰-۶ بار نقطه‌ای مثبت  $q$ ، میدان الکتریکی  $\vec{E}$  و پتانسیل الکتریکی  $V$  را در نقطه  $P$  ایجاد می‌کند. پتانسیل را با حرکت دادن بار آزمون  $q_0$  از  $P$  تا بینهایت، به دست می‌آوریم. بار آزمون نشان داده شده، در حین جابه‌جایی دیفرانسیلی  $ds$ ، در فاصله  $r$  از بار نقطه‌ای است.

یک کمیت منفی است، نیز برقرار است. توجه کنید که علامت  $V$  همان علامت  $q$  است

ذره باردار مثبت، پتانسیل الکتریکی مثبت و ذره باردار منفی، پتانسیل الکتریکی منفی ایجاد می‌کند.

شکل ۲۰-۷ نمودار رایانه‌ای معادله ۲۰-۲۶ را برای یک ذره باردار مثبت نشان می‌دهد؛ بزرگی  $V$  به طور قائم رسم شده است. توجه کنید که این بزرگی هنگامی که  $r \rightarrow 0$  میل کند، افزایش می‌یابد. در واقع، بنابر معادله ۲۰-۲۶، در  $r=0$  نامتناهی است، اگر چه شکل ۲۰-۷ مقداری متناهی و تیز را در آنجا نشان می‌دهد.



شکل ۲۰-۷ نمودار رایانه‌ای پتانسیل الکتریکی  $V(r)$  ناشی از بار نقطه‌ای مثبت که در مبدأ مختصات صفحه  $xy$  واقع شده است. پتانسیلها در نقطه‌های صفحه  $xy$  به طور قائم رسم شده‌اند. (خطهای خمیده برای کمک به تجسم این نمودار، اضافه شده‌اند.) مقدار نامتناهی  $V$  که توسط معادله ۲۰-۲۶ برای  $r=0$  پیش‌بینی می‌شود، رسم نشده است.

مسئله نمونه ۲۰-۳

(الف) در شکل ۲۰-۹ الف، ۱۲ الکترون (هر یک با بار  $-e$ ) در فاصله‌هایی مساوی از یکدیگر روی دایره‌ای به شعاع  $R$  ثابت شده‌اند. نسبت به  $V=0$  در بینهایت، پتانسیل الکتریکی و میدان الکتریکی ناشی از این الکترون‌ها در مرکز  $C$  چگونه است؟

**نکته‌های کلیدی (۱)** پتانسیل الکتریکی  $V$  در نقطه  $C$  جمع

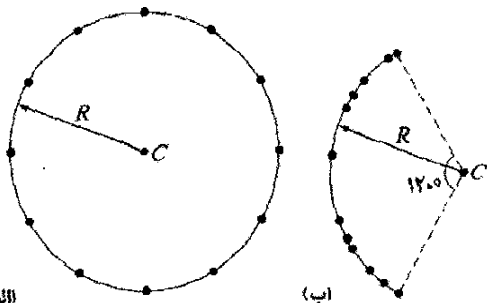
جبری پتانسیل‌های الکتریکی ناشی از تمام الکترون‌هاست. (چون پتانسیل الکتریکی کمیتی نرده‌ای است، نحوه قرار گرفتن الکترون‌ها اهمیتی ندارد.) (۲) میدان الکتریکی در  $C$  یک کمیت برداری است و بنابراین سمتگیری الکترون‌ها اهمیت دارد.

**محاسبه‌ها:** چون همه الکترون‌ها دارای بار منفی یکسان  $-e$  هستند و همگی در فاصله یکسان  $R$  از  $C$  قرار دارند، معادله ۲۷-۲۰ چنین به دست می‌دهد

$$V = -12 \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R} e \quad (\text{پاسخ}) \quad (20-28)$$

به دلیل تقارن آرایش الکترون‌ها در شکل ۲۰-۹ الف، بردار میدان الکتریکی ناشی از هر الکترون در  $C$  با بردار میدان الکتریکی ناشی از الکترونی که به طور قطری در نقطه مقابل آن قرار گرفته است، خشی می‌شود. بنابراین، در  $C$  داریم

$$\vec{E} = 0 \quad (\text{پاسخ})$$



شکل ۲۰-۹ الف) دوازده الکترون در فاصله‌های مساوی از هم روی دایره‌ای قرار گرفته‌اند. (ب) همان الکترون‌ها در فاصله‌های نامساوی روی کمانی از همان دایره قرار گرفته‌اند.

(ب) اگر الکترون‌ها روی دایره حرکت داده شوند تا در فاصله‌های نامساوی روی یک کمان  $120^\circ$  قرار گیرند (شکل ۲۰-۹ ب)، در این صورت، پتانسیل در نقطه  $C$  چقدر است؟ میدان الکتریکی (در صورت وجود) در نقطه  $C$  چگونه تغییر می‌کند؟

**استدلال:** پتانسیل باز هم از معادله ۲۸-۲۰ به دست می‌آید، زیرا فاصله میان  $C$  و هر الکترون تغییر نکرده است ولی نحوه قرار گرفتن الکترون‌های ارتباط با هم است. در این حالت، میدان الکتریکی دیگر برابر با صفر نیست، زیرا این آرایش دیگر تقارن ندارد. اکنون یک میدان الکتریکی خالص، رو به سمت توزیع بار وجود

مسئله نمونه ۲۰-۳

پتانسیل الکتریکی در نقطه  $P$ ، واقع در مرکز مربع بارهای نقطه‌ای نشان داده شده در شکل ۲۰-۸ الف، چقدر است؟ فاصله  $d$  برابر با  $1/\sqrt{2} m$  و بارها عبارت‌اند از

$$q_1 = +3nC, \quad q_2 = +31nC$$

$$q_3 = -24nC, \quad q_4 = +17nC$$

**نکته کلیدی** پتانسیل الکتریکی  $V$  در نقطه  $P$  برابر با جمع

جبری پتانسیل‌های الکتریکی ناشی از چهار بار نقطه‌ای است. (چون پتانسیل الکتریکی کمیتی نرده‌ای است، نحوه قرار گرفتن بارهای نقطه‌ای اهمیتی ندارد.)

**محاسبه‌ها:** از معادله ۲۷-۲۰ داریم

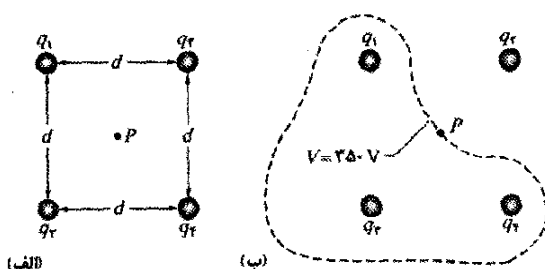
$$V = \sum_{i=1}^4 V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{r} + \frac{q_3}{r} + \frac{q_4}{r} \right)$$

فاصله  $r$  برابر با  $d/\sqrt{2}$  یا  $0.919m$  است، و مجموع بارها عبارت است از

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = (12 - 24 + 31 + 17) \times 10^{-9} C = 36 \times 10^{-9} C$$

بنابراین

$$V = \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2)(36 \times 10^{-9} \text{ C})}{0.919 \text{ m}} \approx 350 \text{ V} \quad (\text{پاسخ})$$



شکل ۲۰-۸ الف) چهار بار نقطه‌ای در گوشه‌های یک مربع قرار دارند. (ب) منحنی بسته، سطح مقطعی در صفحه شکل از سطح هم‌پتانسیلی است که نقطه  $P$  را در بر دارد. (منحنی به صورت تقریبی رسم شده است.)

در نزدیکی هر یک از سه بار مثبت شکل ۲۰-۸ الف، پتانسیل دارای مقدار مثبت خیلی بزرگی است. در نزدیکی تنها بار منفی، پتانسیل دارای مقدار منفی خیلی بزرگی است. بنابراین، باید نقطه‌هایی درون مربع وجود داشته باشند که دارای همان پتانسیل میانی نقطه  $P$  باشند. منحنی شکل ۲۰-۸ ب مقطع صفحه شکل را با سطح هم‌پتانسیلی که شامل نقطه  $P$  است، نشان می‌دهد. هر نقطه‌ای روی این منحنی دارای پتانسیل یکسانی با نقطه  $P$  است.

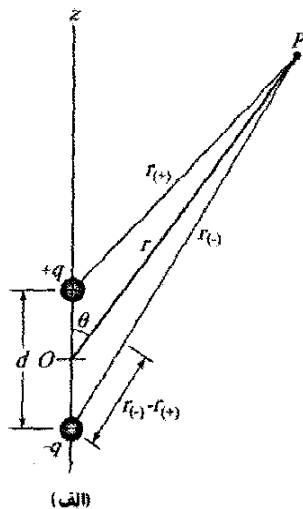


## ۲۰-۸ پتانسیل ناشی از دوقطبی الکتریکی

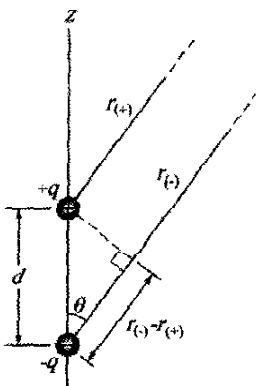
اکنون، برای یافتن پتانسیل در نقطه دلخواه  $P$  در شکل ۲۰-۱۰ الف، معادله ۲۰-۲۷ را به کار می‌بریم. در نقطه  $P$ ، بار نقطه‌ای مثبت (در فاصله  $r_{(+)}$ ) پتانسیل  $V_{(+)}$  و بار نقطه‌ای منفی (در فاصله  $r_{(-)}$ ) پتانسیل  $V_{(-)}$  را ایجاد می‌کنند. در نتیجه، پتانسیل خالص در نقطه  $P$ ، با استفاده از معادله ۲۰-۲۷ عبارت است از

$$V = \sum_{i=1}^2 V_i = V_{(+)} + V_{(-)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{r_{(+)}} + \frac{-q}{r_{(-)}} \right) \\ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_{(-)} - r_{(+)}}{r_{(-)}r_{(+)}} \quad (20-29)$$

به طور طبیعی دوقطبیهای موجود، از قبیل آنهایی که بسیاری از مولکولها دارند، خیلی کوچک‌اند؛ همچنین معمولاً فقط به نقطه‌مایی علاقه‌مندیم که از دوقطبی به نسبت دورند، به طوری که  $r \gg d$  است، که در آن  $d$  فاصله میان بارهاست. در این



(الف)



(ب)

شکل ۲۰-۱۰ الف) نقطه  $P$  در فاصله  $r$  از نقطه میانی دوقطبی قرار دارد. خط  $OP$  با محور دوقطبی زاویه  $\theta$  می‌سازد. (ب) اگر  $P$  دور از دوقطبی باشد، خطهای به طول  $r_{(+)}$  و  $r_{(-)}$  تقریباً با خط به طول  $r$  موازی‌اند، و خطچین تقریباً بر خط به طول  $r_{(-)}$  عمود است. مرجع دانشجویان و مهندسان مولد

شرایط، تقریبهای مربوط به شکل ۲۰-۱۰ ب عبارت‌اند از

$$r_{(-)} - r_{(+)} \approx d \cos \theta, \quad r_{(-)}r_{(+)} \approx r^2$$

اگر این کمیتها را در معادله ۲۰-۲۹ قرار دهیم، مقدار تقریبی  $V$  چنین به دست می‌آید

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d \cos \theta}{r^2}$$

که در آن  $\theta$  نسبت به محور دوقطبی نشان داده در شکل ۲۰-۱۰ الف اندازه گرفته می‌شود. اکنون  $V$  را می‌توانیم چنین

بنویسیم

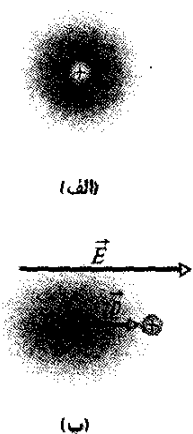
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2} \quad (20-30) \quad (\text{دوقطبی الکتریکی})$$

که در آن  $p (= qd)$  بزرگی گشتاور دوقطبی الکتریکی  $\vec{p}$  است که در بخش ۱۸-۵ تعریف شد. بردار  $\vec{p}$  در امتداد محور دو قطبی، از بار منفی به طرف بار مثبت است. (بنابراین،  $\theta$  نسبت به جهت  $\vec{p}$  اندازه‌گیری می‌شود.)

**نکته وارسی** فرض کنید سه نقطه در فاصله‌های (بزرگ) یکسان  $r$  از دوقطبی شکل ۲۰-۱۰ قرار گرفته‌اند: نقطه  $a$  روی محور دوقطبی بالای بار مثبت، نقطه  $b$  روی همان محور زیر بار منفی، و نقطه  $c$  روی عمود منصف خط واصل دو بار. این نقطه‌ها را بنابر پتانسیل الکتریکی دوقطبی در آنها از بیشترین (مثبت‌ترین) تا کمترین مرتب کنید.

## گشتاور دو قطبی القایی

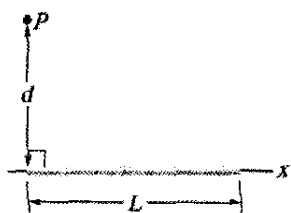
بسیاری از مولکولها، از قبیل آب، دارای گشتاورهای دوقطبی الکتریکی دائمی هستند. در سایر مولکولها (که مولکولهای غیر قطبی نامیده می‌شوند) و در هر اتم منزوی، مرکزهای بارهای



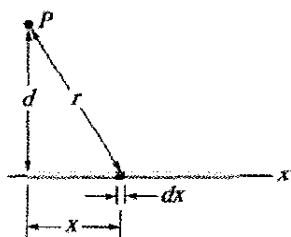
(الف)

(ب)

شکل ۲۰-۱۱ الف) یک اتم، با هسته باردار مثبت و الکترونهای با بار منفی (ناحیه سایه‌دار) نشان داده شده است. مرکزهای بارهای مثبت و منفی برهم منطبق‌اند. (ب) اگر این اتم در میدان الکتریکی خارجی  $\vec{E}$  قرار داده شود، مدارهای الکترونی به گونه‌ای واپیچیده می‌شوند که مرکزهای بارهای مثبت و منفی دیگر برهم منطبق نیستند و در نتیجه گشتاور دو قطبی القایی  $\vec{p}$  ایجاد می‌شود. در اینجا، این واپیچیدگی به طور عَرَاق آمیزی نمایش داده شده است.



(الف)



(ب)

شکل ۲۰-۱۲ (الف) یک میلهٔ باردار یکنواخت باریک، پتانسیل الکتریکی  $V$  را در نقطهٔ  $P$  ایجاد می‌کند. (ب) یک عنصر دیفرانسیلی بار، پتانسیل دیفرانسیلی  $dV$  را در نقطهٔ  $P$  تولید می‌کند.

عنصر دیفرانسیلی  $dx$  از میله را، همان‌گونه که در شکل ۲۰-۱۲ ب نشان داده شده است، در نظر می‌گیریم. این عنصر (یا هر عنصر دیفرانسیلی دیگری) از میله، دارای بار دیفرانسیلی زیر است

$$dq = \lambda dx \quad (۲۰-۲۳)$$

این عنصر، پتانسیل الکتریکی  $dV$  را در نقطهٔ  $P$  که به فاصلهٔ  $r = (x^2 + d^2)^{1/2}$  از این عنصر است، ایجاد می‌کند. اگر این عنصر را به صورت یک بار نقطه‌ای در نظر بگیریم، با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۳۱ می‌توانیم پتانسیل  $dV$  را چنین بنویسیم

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}} \quad (۲۰-۳۴)$$

چون بار روی میله مثبت است و پتانسیل را در بینهایت  $V = 0$  اختیار کرده‌ایم، از بخش ۲۰-۶ می‌دانیم که  $dV$  در معادلهٔ ۲۰-۳۴ باید مثبت باشد.

اکنون پتانسیل کل  $V$  ایجاد شده توسط میله در نقطهٔ  $P$  را با انتگرالگیری از معادلهٔ ۲۰-۳۴ روی طول میله، از  $x=0$  تا  $x=L$ ، با استفاده از انتگرال شماره ۱۷ پیوست ۳، پیدا می‌کنیم. از آنجا به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} V &= \int dV = \int_0^L \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{(x^2 + d^2)^{1/2}} dx \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[ \ln(x + (x^2 + d^2)^{1/2}) \right]_0^L \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[ \ln(L + (L^2 + d^2)^{1/2}) - \ln d \right] \end{aligned}$$

مثبت و منفی برهم منطبق‌اند (شکل ۲۰-۱۱ الف) و بنابراین، هیچ گشتاور دوقطبی الکتریکی ایجاد نمی‌شود. ولی، اگر یک اتم یا یک مولکول غیر قطبی را در میدان الکتریکی خارجی قرار دهیم، این میدان مدارهای الکترونی را وامی‌پيچاند و مرکزهای بارهای مثبت و منفی را از هم جدا می‌کند، (شکل ۲۰-۱۱ ب). چون الکترون‌ها دارای بار منفی هستند، گرایش به حرکت در خلاف جهت میدان دارند. این حرکت، گشتاور دوقطبی  $\vec{p}$  را ایجاد می‌کند که با میدان الکتریکی هم جهت است. گفته می‌شود که این دوقطبی الکتریکی توسط میدان القا و اتم یا مولکول توسط میدان قطبیده شده است (یعنی، یک طرف آن مثبت و طرف دیگر آن منفی است). وقتی میدان برداشته شود، گشتاور دوقطبی القایی و قطبیدگی از میان می‌روند.

## ۲۰-۹ پتانسیل ناشی از توزیع بار پیوسته

هرگاه توزیع بار  $q$  پیوسته باشد (مانند یک میلهٔ باریک یا قرص باردار یکنواخت)، برای یافتن پتانسیل  $V$  در یک نقطهٔ  $P$  نمی‌توانیم از جمع کردن در معادلهٔ ۲۰-۲۷ استفاده کنیم. به جای این، باید یک عنصر دیفرانسیلی بار  $dq$  را انتخاب و پتانسیل  $dV$  ناشی از  $dq$  در نقطهٔ  $P$  را تعیین کنیم، و سپس روی کل توزیع بار انتگرال بگیریم.

دوباره صفر پتانسیل را در بینهایت اختیار می‌کنیم. اگر با عنصر دیفرانسیلی بار  $dq$  به صورت یک بار نقطه‌ای رفتار کنیم، آنگاه می‌توانیم از معادلهٔ ۲۰-۲۶ برای بیان پتانسیل  $dV$  ناشی از  $dq$  در نقطهٔ  $P$  استفاده کنیم

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} \quad (dq \text{ مثبت یا منفی}) \quad (۲۰-۳۱)$$

در اینجا  $r$  فاصلهٔ میان  $P$  و  $dq$  است. برای یافتن پتانسیل کل  $V$  در نقطهٔ  $P$ ، برای جمع کردن پتانسیل‌های ناشی از تمام عنصرهای بار، انتگرال می‌گیریم؛ داریم

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \quad (۲۰-۳۲)$$

این انتگرال باید روی کل توزیع بار گرفته شود. توجه کنید که چون پتانسیل الکتریکی نرده‌ای است، هیچ مؤلفهٔ برداری برای درنظر گرفتن در معادلهٔ ۲۰-۳۲ وجود ندارد.

اکنون دو توزیع بار پیوسته، یک خط باردار و یک قرص باردار را بررسی می‌کنیم.

### خط باردار

در شکل ۲۰-۱۲ الف، یک میلهٔ نارسانای باریک به طول  $L$  دارای بار مثبتی با چگالی خطی یکنواخت  $\lambda$  است. می‌خواهیم پتانسیل الکتریکی  $V$  ناشی از این میله را در نقطهٔ  $P$ ، به فاصلهٔ عمودی  $d$  از انتهای چپ میله، تعیین کنیم.

پتانسیل خالص در نقطه  $P$  را با جمع کردن (از طریق انتگرالگیری) سهم تمام این حلقه‌ها از  $R'=0$  تا  $R'=R$ ، به دست می‌آوریم

$$V = \int dV = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{R' dR'}{\sqrt{z^2 + R'^2}} \quad (37-20)$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{z^2 + R^2} - z)$$

توجه کنید که کمیت متغیر در انتگرال دوم معادله ۳۷-۲۰،  $R'$  است نه  $z$ ، که در حین انتگرالگیری روی سطح قرص ثابت می‌ماند. (همچنین، توجه کنید که در محاسبه انتگرال فرض کرده‌ایم  $z \geq 0$  است.)

## تدبیرهای حل مسئله

### تدبیر ۴: مشکل علامتها در پتانسیل الکتریکی

وقتی پتانسیل  $V$  ناشی از یک خط باردار یا هر پیکربندی بار پیوسته دیگری را در نقطه دلخواه  $P$  محاسبه می‌کنیم، علامتها ممکن است شما را به زحمت اندازند. در اینجا یک راهنمایی کلی برای انتخاب این علامتها ارائه می‌شود.

اگر بار الکتریکی منفی باشد، آیا نمادهای  $dq$  و  $\lambda$  باید نشان دهنده کمتهایی منفی باشند، یا باید این علامتها را با استفاده از  $-dq$  و  $-\lambda$  به روشنی مشخص کرد؟ شما تا هنگامی که مفهوم نمادگذاری را به خاطر داشته باشید می‌توانید از هر کدام اینها استفاده کنید، به طوری که وقتی به مرحله نهایی می‌رسید، بتوانید علامت  $V$  را به درستی بیان کنید.

روش دیگر، که می‌تواند به هنگامی که توزیع بار کل یک علامت داشته باشد مورد استفاده قرار گیرد، آن است که نمادهای  $dq$  و  $\lambda$  را فقط نشان دهنده بزرگیها در نظر بگیریم. نتیجه محاسبه، بزرگی  $V$  در نقطه  $P$  را به دست می‌دهد. آنگاه بسته به علامت بار، علامت  $V$  را اضافه می‌کنیم. (اگر پتانسیل صفر واقع در بینهایت باشد، بار مثبت پتانسیل مثبت و بار منفی پتانسیل منفی را به دست می‌دهد.)

اگر حدود انتگرالی را که برای محاسبه پتانسیل به کار رفته است وارونه کنیم، برای  $V$  مقداری منفی به دست خواهیم آورد. در این حالت، بزرگی پتانسیل درست است ولی علامت منها را حذف کنید. آنگاه، علامت مناسب  $V$  را از علامت بار تعیین کنید. به عنوان مثال، اگر حدود انتگرال در بالای معادله ۳۵-۲۰ را وارونه کرده بودیم به معادله ۳۵-۲۰ با علامت منفی می‌رسیدیم. بنابراین، علامت منفی را به کنار می‌گذاریم و باید توجه داشته باشیم که چون بار ایجاد کننده پتانسیل مثبت است، پتانسیل نیز مثبت خواهد بود.

این نتیجه را می‌توانیم با استفاده از رابطه کلی  $\ln A - \ln B = \ln(A/B)$  ساده کنیم. آنگاه، خواهیم داشت

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[ \frac{L + (L^2 + d^2)^{1/2}}{d} \right] \quad (35-20)$$

چون  $V$  مجموع مقادیر مثبت  $dV$  است، باید مثبت باشد، ولی آیا معادله ۳۵-۲۰ مقداری مثبت برای  $V$  به دست می‌دهد؟ چون شناسه لگاریتم بزرگتر از ۱ است، این لگاریتم عددی مثبت و  $V$  در واقع مثبت است.

### قرص باردار

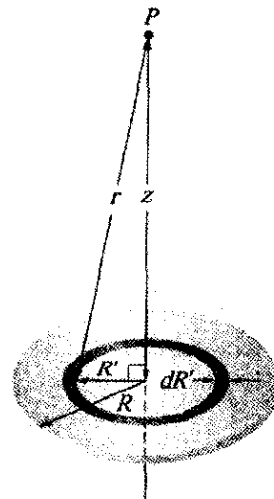
در بخش ۷-۱۸، بزرگی میدان الکتریکی را در نقطه‌هایی روی محور مرکزی یک قرص پلاستیکی به شعاع  $R$  که دارای چگالی بار یکنواخت  $\sigma$  روی یک سطح آن است، محاسبه کردیم. در اینجا می‌خواهیم عبارتی را برای  $V(z)$ ، پتانسیل الکتریکی در هر نقطه روی محور مرکزی، به دست آوریم.

در شکل ۱۳-۲۰، یک عنصر دیفرانسیلی را که عبارت از یک حلقه تخت به شعاع  $R'$  و پهنای شعاعی  $dR'$  است، در نظر می‌گیریم. بزرگی بار الکتریکی این حلقه برابر است با

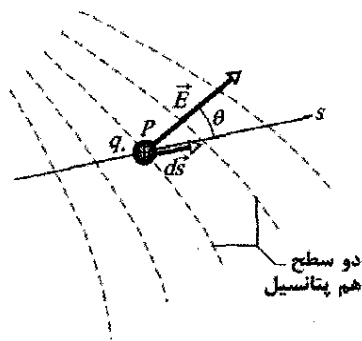
$$dq = \sigma(2\pi R')(dR')$$

که در آن  $(2\pi R')(dR')$  مساحت سطح بالایی این حلقه است. تمام بخشهای این عنصر باردار در فاصله یکسان  $r$  از نقطه  $P$  روی محور حلقه قرار دارند. به کمک شکل ۱۳-۲۰ می‌توانیم با استفاده از معادله ۳۱-۲۰ سهم این حلقه را در پتانسیل الکتریکی در نقطه  $P$  چنین بنویسیم

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma(2\pi R')(dR')}{\sqrt{z^2 + R'^2}} \quad (36-20)$$



شکل ۱۳-۲۰ یک قرص پلاستیکی به شعاع  $R$  که سطح بالایی آن با چگالی بار سطحی یکنواخت  $\sigma$  باردار شده است. می‌خواهیم پتانسیل  $V$  را در نقطه  $P$  واقع بر محور مرکزی قرص پیدا کنیم.



شکل ۲۰-۱۴ بار آزمون  $q_0$  مسافت  $ds$  را از یک سطح هم پتانسیل تا سطح هم پتانسیل دیگر طی می کند. (فاصله میان این سطوح برای روشنی بیشتر به طور اغراق آمیزی نشان داده شده است.) جابه جایی  $ds$  با میدان الکتریکی  $\vec{E}$  زاویه  $\theta$  می سازد.

اگر محور  $s$  را، به نوبت، محورهای  $x$  و  $y$  و  $z$  اختیار کنیم، درمی یابیم که مؤلفه های  $x$ ،  $y$ ، و  $z$  میدان  $\vec{E}$  در هر نقطه دلخواهی عبارت اند از

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad (۲۰-۴۱)$$

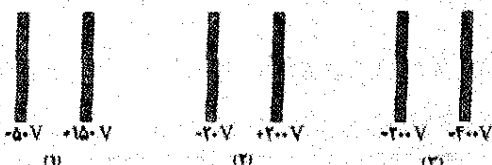
بنابراین، اگر  $V$  برای تمام نقطه های ناحیه ای در اطراف یک توزیع بار معلوم باشد، یعنی اگر تابع  $V(x, y, z)$  را بشناسیم، مؤلفه های  $\vec{E}$ ، و بنابراین خود  $\vec{E}$  را می توانیم در هر نقطه با گرفتن مشتق جزئی به دست آوریم.

برای وضعیت ساده ای که میدان الکتریکی  $\vec{E}$  یکنواخت است، معادله ۲۰-۴۰ چنین نوشته می شود

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta s} \quad (۲۰-۴۲)$$

که در آن  $s$  بر سطحهای هم پتانسیل عمود است. مؤلفه میدان الکتریکی در هر راستای موازی با سطحهای هم پتانسیل، صفر است.

**نکته وارسی** شکل زیر، سه زوج صفحه موازی با فاصله جدایی یکسان، و پتانسیل الکتریکی هر صفحه را نشان می دهد. میدان الکتریکی میان صفحه ها، یکنواخت و بر صفحه ها عمود است. (الف) زوج صفحه ها را بنابر بزرگی میدان الکتریکی میان صفحه ها، از بیشترین تا کمترین مرتب کنید. (ب) برای کدام زوج صفحه ها، میدان الکتریکی به طرف راست است؟ (پ) اگر الکترونی در میانه زوج صفحه های شماره ۳ رها شود، آیا در همانجا باقی می ماند، با تندی ثابت رو به طرف راست حرکت می کند، با تندی ثابت رو به طرف چپ حرکت می کند، به طرف راست شتاب می گیرد، یا به طرف چپ؟



## ۲۰-۱۰ محاسبه میدان از روی پتانسیل

در بخش ۲۰-۵ دیدیم که اگر میدان الکتریکی در طول مسیری از نقطه مرجع تا نقطه فر معلوم باشد، چگونه می توان پتانسیل در نقطه فر را به دست آورد. در این بخش، روش دیگری را ارائه می کنیم - یعنی، یافتن میدان الکتریکی در وقتی که پتانسیل معلوم باشد. همان طور که شکل ۲۰-۳ نشان می دهد، حل این مسئله به روش ترسیمی آسان است: اگر پتانسیل  $V$  در تمام نقطه های نزدیک به یک مجموعه بار معلوم باشد، می توانیم دسته ای از سطحهای هم پتانسیل را رسم کنیم. خطهای میدان الکتریکی، که عمود بر این سطوح رسم می شوند، تغییر  $\vec{E}$  را نشان می دهند. آنچه که ما در اینجا به دنبال آن هستیم، یافتن معادل ریاضی این روش ترسیمی است.

شکل ۲۰-۱۴ مقطع دسته ای از سطحهای هم پتانسیل را که به فاصله نزدیکی از هم قرار گرفته اند نشان می دهد، به گونه ای که اختلاف پتانسیل میان هر دو سطح مجاور  $dV$  است. همان طور که در شکل دیده می شود، میدان  $\vec{E}$  در هر نقطه دلخواه  $P$  عمود بر سطح هم پتانسیلی است که از  $P$  می گذرد.

فرض کنید که بار آزمون  $q_0$  از یک سطح هم پتانسیل به سطح مجاور خود به اندازه  $ds$  جابه جا شود. از معادله ۲۰-۷ دیده می شود کاری که میدان الکتریکی در حین این حرکت روی بار آزمون انجام می دهد برابر با  $-q_0 dV$  است. از معادله ۲۰-۱۶ و شکل ۲۰-۱۴ درمی یابیم که کار انجام شده توسط میدان الکتریکی را می توان به صورت ضرب ندره ای  $\vec{E} \cdot d\vec{s}$  یا  $q_0 E (\cos \theta)$  نیز نوشت. با برابر قراردادن این دو عبارتی که برای کار به دست آوردیم، داریم

$$-q_0 dV = q_0 E (\cos \theta) ds \quad (۲۰-۳۸)$$

یا

$$E \cos \theta = -\frac{dV}{ds} \quad (۲۰-۳۹)$$

چون  $E \cos \theta$  مؤلفه  $\vec{E}$  در جهت  $ds$  است، معادله ۲۰-۳۹ چنین نوشته می شود

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s} \quad (۲۰-۴۰)$$

یک شاخص پایین را به  $E$  افزوده ایم و از نماد مشتق جزئی استفاده کرده ایم تا تأکید کنیم که معادله ۲۰-۴۰ فقط به تغییر  $V$  در امتداد یک محور معین (در اینجا آن را محور  $s$  نامیده ایم) و مؤلفه  $\vec{E}$  در امتداد این محور مربوط است. به عبارتی، معادله ۲۰-۴۰ (که در واقع وارون معادله ۲۰-۱۸ است) حاکی از آن است که

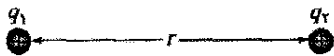
مؤلفه  $\vec{E}$  در هر راستا، منفی آهنگی است که پتانسیل الکتریکی نسبت به فاصله در آن راستا، تغییر می کند.

## مسئله نمونه ۲۰-۵

انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاهی از بارهای نقطه‌ای را که در مکانهای خود توسط نیروهای نامشخصی ثابت نگهداشته شده‌اند، به صورت زیر تعریف می‌کنیم

انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاهی از بارهای نقطه‌ای ثابت شده برابر است با کاری که باید توسط یک عامل خارجی انجام پذیرد تا هر بار از فاصله‌ای نامتناهی، به آن دستگاه گرد آورده شود.

فرض می‌کنیم این بارها، هم در فاصله نامتناهی اولیه و هم در پیکربندی گردآوری شده نهایی خود ساکن باشند. شکل ۲۰-۱۵، دو بار نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  را نشان می‌دهد که به فاصله  $r$  از هم قرار گرفته‌اند. برای یافتن انرژی پتانسیل الکتریکی این دستگاه شامل دو بار، باید به طور ذهنی دستگاهی ایجاد کنیم که در ابتدا هر دو بار آن در فاصله نامتناهی به حال سکون باشند. وقتی  $q_1$  را از بینهایت می‌آوریم و در مکان خود قرار می‌دهیم، هیچ کاری انجام نمی‌دهیم؛ زیرا هیچ نیروی الکتروستاتیکی بر  $q_1$  اثر نمی‌کند. ولی، هنگامی که پس از آن  $q_2$  را از بینهایت می‌آوریم و در مکان خود قرار می‌دهیم، باید کار انجام دهیم؛ زیرا  $q_1$  به هنگام حرکت  $q_2$ ، یک نیروی الکتروستاتیکی بر آن وارد می‌کند.



شکل ۲۰-۱۵ دو بار در فاصله  $r$  از یکدیگر ثابت نگهداشته شده‌اند.

این کار را می‌توانیم از معادله ۲۰-۸ با حذف علامت منفی آن (تا آن معادله، کاری که ما انجام می‌دهیم را به جای کار میدان به دست دهد) و قراردادن  $q_2$  به جای بار کلی  $q$ ، محاسبه کنیم. در این صورت کار ما برابر  $q_2 V$  است که در آن  $V$  پتانسیلی است که توسط  $q_1$  در نقطه‌ای که  $q_2$  را قرار می‌دهیم، ایجاد شده است. از معادله ۲۰-۲۶، مقدار این پتانسیل برابر است با

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r}$$

بنابراین، بنا بر تعریف، انرژی پتانسیل الکتریکی زوج بارهای نقطه‌ای شکل ۲۰-۱۵ برابر است با

$$U = W = q_2 V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} \quad (۲۰-۴۳)$$

اگر بارها هم علامت باشند، باید برای نزدیک کردن آنها به هم، کاری مثبت در برابر دافعه متقابل آنها انجام دهیم. بنابراین، همان‌طور که از معادله ۲۰-۴۳ برمی‌آید، انرژی پتانسیل دستگاه مثبت است. اگر علامت بارها مخالف باشد، برای آنکه آنها را به حالت سکون در کنار هم قرار دهیم باید کاری منفی در برابر جاذبه متقابل آنها انجام دهیم. در این صورت، انرژی پتانسیل دستگاه منفی است. مسئله نمونه ۲۰-۶ نشان می‌دهد که چگونه این فرایند به بیش از دو بار تعمیم می‌یابد.

پتانسیل الکتریکی در هر نقطه از محور مرکزی یک قرص باردار یکنواخت با معادله ۲۰-۳۷ داده می‌شود

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{z^2 + R^2} - z)$$

با شروع با این عبارت، رابطه‌ای برای میدان الکتریکی در هر نقطه از محور این قرص را به دست آورید.

**نکته‌های کلیدی** می‌خواهیم میدان الکتریکی  $\vec{E}$  را به صورت تابعی از فاصله  $z$  روی محور قرص به دست آوریم. به ازای هر مقداری از  $z$ ، جهت  $\vec{E}$  باید در امتداد این محور باشد، زیرا قرص حول این محور دارای تقارن دایره‌ای است. بنابراین، به مؤلفه  $E_z$  میدان  $\vec{E}$  در جهت  $z$  نیاز داریم. در نتیجه، این مؤلفه برابر با منفی آهنگی است که با آن پتانسیل الکتریکی نسبت به فاصله  $z$  تغییر می‌کند.

**محاسبات:** با استفاده از آخرین معادله ۲۰-۴۱ خواهیم داشت

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{d}{dz} (\sqrt{z^2 + R^2} - z) \\ = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \quad (\text{پاسخ})$$

که این همان رابطه‌ای است که در بخش ۱۸-۷ با انتگرالگیری و با استفاده از قانون کولن به دست آوردیم.

## ۲۰-۱۱ انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاهی

## از بارهای نقطه‌ای

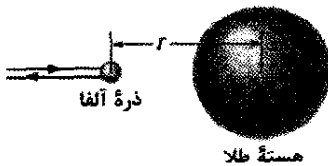
در بخش ۲۰-۲، انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذره باردار را هنگامی که یک نیروی الکتروستاتیکی روی آن کار انجام می‌دهد، بررسی کردیم. در آن بخش فرض کردیم بارهایی که آن نیرو را ایجاد می‌کنند در مکانهای خود ثابت باشند، به گونه‌ای که نه آن نیرو و نه میدان الکتریکی مربوط به آن نتوانند از حضور بار آزمون تأثیر بپذیرند. در این بخش برای یافتن انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاهی از بارها ناشی از میدان الکتریکی که توسط همان بارها ایجاد شده است، می‌توانیم با دید گسترده‌تری به این موضوع نگاه کنیم.

به عنوان یک مثال ساده، فرض کنید دو جسم را که دارای بارهایی با علامتهای الکتریکی یکسانی هستند به یکدیگر نزدیک کنیم. کاری که باید انجام دهیم به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در دستگاه دو-جسمی ذخیره می‌شود (با این شرط که انرژی جنبشی دو جسم تغییر نکند). اگر بعداً این بارها را رها کنیم، تمام این انرژی ذخیره شده یا بخشی از آن را می‌توانیم به صورت انرژی جنبشی جسمهای باردار هنگامی که از یکدیگر دور می‌شوند، به دست آوریم.

انرژی پتانسیل منفی به این معناست که برای گرد آوردن این مجموعه، با شروع از سه بار که در فاصله‌ای نامتناهی از یکدیگر و در حالت سکون قرار دارند، باید کاری منفی انجام داد. به عبارت دیگر، برای از هم گسیختگی کامل این ساختار، به گونه‌ای که این سه بار سرانجام به فاصله نامتناهی از یکدیگر قرار گیرند، باید یک عامل خارجی کاری برابر با ۱۷ mJ انجام دهد.

### مسئله نمونه ۲۰-۷ مهارت خود را تقویت کنید

یک ذره آلفا (دو پروتون و دو نوترون) به داخل اتم طلا ساکنی (۷۹ پروتون، ۱۱۸ نوترون) وارد می‌شود و از ناحیه الکترونی که هسته طلا را نظیر پوسته‌ای احاطه کرده است می‌گذرد و به طور مستقیم به طرف هسته می‌رود، (شکل ۲۰-۱۷). ذره آلفا کند می‌شود و وقتی مرکز آن در فاصله شعاعی  $r = 9/23 \text{ fm}$  از مرکز هسته قرار گیرد به توقف لحظه‌ای می‌رسد. سپس، ذره آلفا در مسیر ورودی خود، رو به عقب بازمی‌گردد. (چون هسته طلا بسیار سنگین‌تر از ذره آلفاست، می‌توانیم فرض کنیم که هسته طلا حرکت نمی‌کند). انرژی جنبشی  $K_i$  ذره آلفا وقتی در ابتدا در فاصله‌ای دور (و از این رو در خارج اتم طلا) قرار داشته، چقدر بوده است؟ فرض کنید که تنها نیرویی که میان ذره آلفا و هسته طلا عمل می‌کند، نیروی کولنی (الکتروستاتیکی) است.

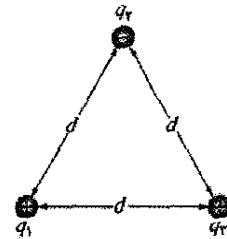


شکل ۲۰-۱۷ یک ذره آلفا، که به طور مستقیم به طرف مرکز یک هسته طلا حرکت می‌کند، به طور لحظه‌ای متوقف (در آن زمان، تمام انرژی جنبشی آن به انرژی پتانسیل الکتریکی تبدیل شده است) و سپس مسیرش وارونه می‌شود.

**نکته کلیدی** در طی کل فرایند، انرژی مکانیکی دستگاه ذره آلفا + اتم طلا پایسته است.

**استدلال:** هنگامی که ذره آلفا بیرون اتم است، انرژی پتانسیل الکتریکی اولیه  $U_i$  دستگاه صفر است، زیرا اتم دارای تعداد برابری از الکترون‌ها و پروتون‌هاست، که میدان الکتریکی خالص صفر را ایجاد می‌کنند. ولی، وقتی که ذره آلفا در مسیر خود به سمت هسته، از ناحیه الکترونی که هسته را در بر گرفته عبور می‌کند، میدان الکتریکی ناشی از الکترون‌ها به صفر میل می‌کند. دلیل این امر آن است که الکترون‌ها مثل یک پوسته کروی بسته با بار منفی یکنواخت عمل می‌کنند، و همان‌طور که در بخش ۹-۱۶ مطرح شد، چنین پوسته‌ای در فضایی که آن را در بر گرفته است میدان الکتریکی صفر ایجاد می‌کند. ذره آلفا کماکان

شکل ۲۰-۱۶ سه بار نقطه‌ای را نشان می‌دهد که توسط نیروهایی که نشان داده نشده‌اند در مکانهای خود ثابت شده‌اند. انرژی پتانسیل الکتریکی  $U$  این دستگاه بارها چقدر است؟ فرض کنید  $d = 12 \text{ cm}$  و  $q_1 = +q$ ،  $q_2 = -4q$ ،  $q_3 = +2q$  است.  $q = 150 \text{ nC}$ .



شکل ۲۰-۱۶ سه بار در گوشه‌های یک مثلث متساوی الاضلاع ثابت شده‌اند. انرژی پتانسیل الکتریکی این دستگاه چیست؟

**نکته کلیدی** انرژی پتانسیل  $U$  دستگاه برابر با کاری است که باید انجام دهیم تا با آوردن هر یک از بارها از فاصله نامتناهی، این دستگاه را گرد آوریم.

**محاسبات:** فرض کنیم، به طور ذهنی با آوردن یکی از بارها، مثلاً  $q_1$ ، در مکان خود، در حالی که بقیه در بینهایت واقع‌اند، شروع به تشکیل دستگاه شکل ۲۰-۱۶ می‌کنیم. سپس یکی دیگر، مثلاً  $q_2$  را، از بینهایت می‌آوریم و در مکان خود قرار می‌دهیم. با استفاده از معادله ۲۰-۲۳ که در آن به جای  $d$ ،  $r$  را قرار می‌دهیم، انرژی پتانسیل  $U_{12}$  وابسته به زوج بارهای  $q_1$  و  $q_2$  چنین می‌شود

$$U_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d}$$

آنگاه، آخرین بار نقطه‌ای  $q_3$  را از بینهایت می‌آوریم و آن را در مکان خود قرار می‌دهیم. کاری که باید در این آخرین مرحله انجام دهیم برابر با مجموع کاری است که باید برای نزدیک کردن  $q_3$  به  $q_1$  و  $q_2$  به  $q_3$  انجام دهیم. از معادله ۲۰-۲۳، با قراردادن  $d$  به جای  $r$ ، این مجموع برابر است با

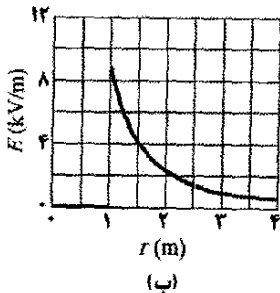
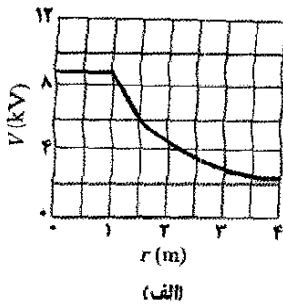
$$W_{13} + W_{23} = U_{13} + U_{23} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{d} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{d}$$

انرژی پتانسیل  $U$  دستگاه سه بار برابر با مجموع انرژیهای پتانسیل وابسته به سه زوج بار است. این مجموع (که در واقع مستقل از ترتیبی است که بارها کنار یکدیگر آورده می‌شوند) برابر است با

$$\begin{aligned} U &= U_{12} + U_{13} + U_{23} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{(+q)(-4q)}{d} + \frac{(+q)(+2q)}{d} + \frac{(-4q)(+2q)}{d} \right) \\ &= -\frac{10q^2}{4\pi\epsilon_0 d} \\ &= -\frac{(1.89 \times 10^{-9} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(10)(150 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{0.12 \text{ m}} \\ &= -1.7 \times 10^{-2} \text{ J} = -17 \text{ mJ} \end{aligned}$$

(پاسخ)





شکل ۲۰-۱۸ (الف) نمودار تغییرات  $V(r)$  هم برای داخل و هم خارج یک پوسته کروی باردار به شعاع  $1/0\text{ m}$ . (ب) نمودار تغییرات  $E(r)$  برای همان پوسته.

زیرا بار  $q$  برای نقطه‌های بیرونی به گونه‌ای رفتار می‌کند که گویی این بار در مرکز پوسته قرار گرفته است. این معادله تا سطح پوسته هم برقرار می‌ماند. اکنون - با فرض اینکه حفره کوچکی در پوسته وجود دارد - بار آزمون کوچکی را در مرکز پوسته قرار می‌دهیم. برای انجام این عمل به هیچ کار اضافی نیاز نیست، زیرا هیچ نیروی الکتریکی خالصی بر بار آزمون واقع در داخل پوسته اثر نمی‌کند. بنابراین، همان‌طور که شکل ۲۰-۱۸ الف نشان می‌دهد، پتانسیل در تمام نقطه‌های داخل پوسته دارای مقدار یکسانی با پتانسیل روی سطح پوسته است.

شکل ۲۰-۱۸ ب، نمودار تغییرات میدان الکتریکی با فاصله شعاعی را برای همان پوسته نشان می‌دهد. توجه کنید که در همه جای داخل پوسته  $E=0$  است. منحنیهای شکل ۲۰-۱۸ ب را می‌توان از منحنی شکل ۲۰-۱۸ الف با مشتق‌گیری نسبت به  $r$  و با استفاده از معادله ۲۰-۴۰ به دست آورد (به یاد آورید که مشتق هر ثابت برابر با صفر است). منحنی شکل ۲۰-۱۸ الف را می‌توان از منحنیهای شکل ۲۰-۱۸ ب با انتگرال‌گیری نسبت به  $r$  و با استفاده از معادله ۲۰-۱۹ به دست آورد.

### تخلیه جرقه‌ای از رسانای باردار

در رساناهای غیر کروی، بار سطحی به طور یکنواخت روی سطح رسانا توزیع نمی‌شود. در نقطه‌های تیز یا لبه‌های تیز، چگالی بار سطحی - و بنابراین، میدان الکتریکی خارجی متناسب با آن - ممکن است به مقدارهای بسیار زیادی برسد. هوای اطراف چنین نقطه‌ها یا لبه‌های تیزی ممکن است یونیده شود و تخلیه هاله‌ای ایجاد کند که گلف بازان و کوهنوردان آن را زوئی نوک بوته‌ها، چوبهای گلف، و چکشهای صخره‌نوردی

تحت تأثیر میدان الکتریکی پروتونهای داخل هسته است، که نیرویی دافعه روی پروتونهای داخل ذره آلفا ایجاد می‌کنند. وقتی ذره آلفای فروودی توسط این نیروی دافعه کند شود، انرژی جنبشی آن به انرژی پتانسیل دستگاه تبدیل می‌شود. وقتی ذره آلفا به طور لحظه‌ای متوقف و انرژی جنبشی  $K_f = 0$  شود، این تبدیل به طور کامل صورت می‌پذیرد.

محاسبات: اصل پایستگی انرژی مکانیکی بیان می‌دارد که

$$K_i + U_i = K_f + U_f \quad (20-24)$$

دو مقدار را می‌شناسیم:  $U_i = 0$  و  $K_f = 0$ . همچنین می‌دانیم که انرژی پتانسیل  $U_f$  در نقطه توقف لحظه‌ای با طرف راست معادله ۲۰-۴۳ به ازای  $q_1 = 2e$ ،  $q_2 = 79e$  (که در آن  $e$  بار بنیادی  $1.6 \times 10^{-19}\text{ C}$  است) و  $r = 9/23\text{ fm}$  داده می‌شود. بنابراین، معادله ۲۰-۴۴ را می‌توانیم چنین بازنویسی کنیم

$$K_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2e)(79e)}{9/23\text{ fm}} = \frac{(8/99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(158)(1/6 \times 10^{-19}\text{ C})^2}{9/23 \times 10^{-15}\text{ m}} = 3/94 \times 10^{-13}\text{ J} = 24/6\text{ MeV} \quad (\text{پاسخ})$$

### ۲۰-۱۲ پتانسیل رسانای باردار منزوی

در بخش ۱۹-۶، نتیجه گرفتیم که برای تمام نقطه‌های داخل یک رسانای منزوی  $E=0$  است. سپس، از قانون گاوس برای اثبات اینکه بار اضافی واقع بر یک رسانای منزوی کاملاً روی سطح آن قرار می‌گیرد، استفاده کردیم. (حتی اگر رسانا یک کاواک داخلی توخالی داشته باشد، این گفته درست است.) در اینجا از اولین واقعیت برای اثبات تعمیمی از واقعیت دوم استفاده می‌کنیم

بار اضافی واقع بر یک رسانای منزوی، به گونه‌ای خود را روی سطح رسانا توزیع می‌کند که تمام نقطه‌های رسانا - چه روی سطح و چه داخل آن - هم پتانسیل شوند. حتی اگر رسانا یک کاواک داخلی داشته باشد و حتی اگر این کاواک شامل بار خالصی باشد، این گفته درست است.

اثبات ما مستقیماً از معادله ۲۰-۱۸ که به این قرار است، نتیجه می‌شود

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

چون برای تمام نقطه‌های داخل یک رسانا  $E=0$  است، از اینجا مستقیماً نتیجه می‌گیریم که برای همه زوج نقطه‌های ممکن  $i$  و  $f$  در رسانا،  $V_f = V_i$  است.

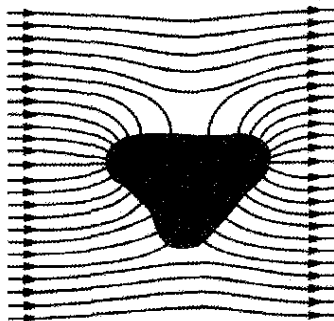
شکل ۲۰-۱۸ الف، نموداری از تغییرات پتانسیل بر حسب فاصله شعاعی  $r$  از مرکز یک پوسته رسانای کروی منزوی به شعاع  $1/0\text{ m}$  است که  $1/0\text{ mC}$  بار دارد. برای نقطه‌های بیرون این پوسته،  $V(r)$  را می‌توانیم از معادله ۲۰-۲۶ محاسبه کنیم.

چنین بجهای به هر جسم رسانای دیگری (مثلاً شخصی دیگر) دست بزند، ممکن است با یک جرقه بسیار دردناک بار خود را در آن جسم تخلیه کند.

یک چنین تخلیه جرقه‌ای در اتاق عمل جراحی که در آن گازی قابل اشتعال (از قبیل گاز بیهوشی) موجود است، می‌تواند خطرآفرین شود. برای خالی شدن باری که هنگام حرکت به اطراف روی اعضای گروه جراحی جمع می‌شود، آنها کفشهای رسانا می‌پوشند و روی کفی رسانا می‌ایستند. تخلیه‌های جرقه‌ای همچنین هنگامی که یک راننده در پمپ بنزین با خزیدن روی صندلی به ماشین باز می‌گردد و منتظر پرشدن باک می‌ماند، باعث چندین آتش‌سوزی شده است. راننده بر اثر تماس با صندلی اتومبیل ممکن است به مقدار زیادی بار پیدا کند که این می‌تواند هنگامی که راننده برای بیرون آوردن لوله بنزین بازمی‌گردد باعث پرش جرقه‌ای میان انگشتان او و لوله بنزین شود. این جرقه می‌تواند بخار بنزین اطراف لوله را مشتعل کند.

### رسانای منزوی در میدان الکتریکی خارجی

اگر یک رسانای منزوی، همان‌گونه که در شکل ۲۰-۲۰ نشان داده شده است، در میدان الکتریکی خارجی قرار داده شود، تمام نقطه‌های رسانا، صرف‌نظر از آنکه آیا رسانا بار اضافی دارد یا خیر، کماکان به پتانسیل یکسانی می‌رسند. الکترونها رسانشی آزاد، روی سطح رسانا به گونه‌ای توزیع می‌شوند که میدان الکتریکی ایجاد شده در نقطه‌های داخلی، میدان الکتریکی خارجی را که در غیر این صورت در آنجا موجود بود، خنثی می‌کند. بعلاوه، این توزیع الکترونی در تمام نقطه‌های روی سطح، میدان الکتریکی خالصی را ایجاد می‌کند که عمود بر این سطح است. اگر رسانای شکل ۲۰-۲۰ را می‌شد به طریقی برداشت و بارهای سطحی در جای خود می‌ماند، نقش میدان الکتریکی هم برای نقطه‌های خارجی و هم برای نقطه‌های داخلی کاملاً بدون تغییر باقی می‌ماند.



شکل ۲۰-۲۰ رسانای بدون باری در میدان الکتریکی خارجی غوطه‌ور است. الکترونها آزاد در رسانا، همان‌طور که در شکل نشان داده شده است به گونه‌ای توزیع می‌شوند که میدان الکتریکی خالص درون رسانا را به صفر کاهش دهند و میدان خالص عمود بر سطح رسانا باشد.

در موقع توفان تندری می‌بینند. تخلیه‌های هاله‌ای، مانند مویی که سیخ می‌شود، غالباً پیش‌درآمد آذرخشها هستند. در چنین رویدادهایی، توصیه این است که شخص خود را در محفظه‌ای داخل یک رویه رسانا، که در آنجا میدان الکتریکی یقیناً برابر صفر است، محصور کند. در این مورد، یک اتومبیل (مگر آنکه اتومبیلی با سقف تاشو یا با بدنه‌ای از جنس پلاستیک باشد) کاملاً مناسب است، (شکل ۱۹-۲۰).

بدن شما یک رسانای نسبتاً خوب است و اگر به اطراف حرکت کنید یا لباسان را عوض کنید، می‌تواند به آسانی باردار شود. چنین عملی نقطه‌های تماس بسیار زیادی میان لباس و پوست شما ایجاد می‌کند. برای بسیاری از انواع لباسها، در چنین تماسی برخی از الکترونها رسانش روی یک سطح به سوی سطح دیگر منتقل می‌شوند. برای مثال، وقتی شما لباس خود را درمی‌آورید، ممکن است الکترونها رسانش به دست آورید.



شکل ۱۹-۲۰ جرقه بزرگی که به بدنه اتومبیلی اصابت کرده با حرکت در امتداد لاستیک عایق سمت چپ جلویی (به درخشش نور در آنجا توجه کنید) بی آنکه به سرنشین آن صدمه‌ای بزند، از آن خارج شده است.

اگر رطوبت هوا بالا باشد، این الکترونها به سرعت از طریق قطره‌های موجود در هوا رانده می‌شوند. ولی اگر رطوبت هوا پایین باشد، ممکن است بار اضافی بسیار زیادی به دست آورید، به گونه‌ای که اختلاف پتانسیل بدن شما و محیط اطراف ۵kV یا بیشتر شود. هنگامی که به این ترتیب بار پیدا می‌کنید، اگر به صفحه کلید یک رایانه دست بزنید، این بار اضافی روی بدن شما می‌تواند از طریق تراشه‌های مدار رایانه شارش یابد و بدین ترتیب باعث اضافه بار و خرابی آنها شود.

مثالهای بی‌شماری وجود دارند که در آنها تماس میان یک شخص و نوع دیگری از ماده، شخص را آنقدر باردار می‌کند که

ممکن است با یک جرقه تخلیه شود. محاسبه شده است بجهه‌هایی که در یک روز خشک روی یک سرسره پلاستیکی سر می‌خورند، دارای پتانسیلی در حدود ۶۰kV می‌شوند. اگر

## بازنگری و خلاصه درس

انرژی پتانسیل الکتریکی تغییر  $\Delta U$  در انرژی پتانسیل الکتریکی  $U$  یک بار نقطه‌ای به هنگامی که این بار در میدان الکتریکی از نقطه اولیه  $i$  به نقطه نهایی  $f$  حرکت کند برابر است با

$$\Delta U = U_f - U_i = -W \quad (۱-۲۰)$$

که در آن  $W$  کار انجام شده توسط نیروی الکتروستاتیکی (ناشی از میدان الکتریکی خارجی) روی بار نقطه‌ای در حین حرکت از  $i$  به  $f$  است. اگر انرژی پتانسیل در بینهایت را صفر بگیریم، انرژی پتانسیل الکتریکی  $U$  بار نقطه‌ای در یک نقطه خاص برابر است با

$$U = -W_{\infty} \quad (۲-۲۰)$$

که در اینجا  $W_{\infty}$  کار انجام شده توسط نیروی الکتروستاتیکی روی بار نقطه‌ای به هنگامی است که این بار از بینهایت به آن نقطه خاص حرکت می‌کند.

### اختلاف پتانسیل الکتریکی، و پتانسیل الکتریکی

اختلاف پتانسیل  $\Delta V$  میان نقطه‌های  $i$  و  $f$  در یک میدان الکتریکی چنین تعریف می‌شود

$$\Delta V = V_f - V_i = -\frac{W}{q} \quad (۷-۲۰)$$

که در آن  $q$  بار ذره‌ای است که توسط میدان روی آن کار انجام شده است. پتانسیل در یک نقطه عبارت است از

$$V = -\frac{W_{\infty}}{q} \quad (۸-۲۰)$$

یکای SI پتانسیل ولت است: ۱ ژول بر کولن = ۱ ولت.

پتانسیل و اختلاف پتانسیل را می‌توان برحسب انرژی پتانسیل الکتریکی  $U$  ذره‌ای به بار  $q$  در میدان الکتریکی چنین نوشت

$$V = \frac{U}{q} \quad (۵-۲۰)$$

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{U_f}{q} - \frac{U_i}{q} = \frac{\Delta U}{q} \quad (۶-۲۰)$$

همه نقطه‌های روی یک

سطح هم پتانسیل

سطح هم پتانسیل دارای پتانسیل الکتریکی یکسانی هستند. کار انجام شده روی یک بار آزمون به هنگام حرکت از چنین سطحی به سطحی دیگر مستقل از مکانهای اولیه و نهایی نقطه‌ها روی این دو سطح و مسیری است که آنها را به هم وصل می‌کند. میدان الکتریکی  $\vec{E}$  همواره بر سطحهای هم پتانسیل مربوط به آن عمود است.

یافتن  $V$  از روی  $E$

اختلاف پتانسیل الکتریکی میان دو نقطه  $i$  و  $f$  برابر است با

$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (۱۸-۲۰)$$

که در آن انتگرال روی هر مسیری که این نقطه‌ها را به هم وصل می‌کند گرفته می‌شود. به ازای  $V_i = 0$ ، برای پتانسیل نقطه خاص خواهیم داشت

$$V = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (۱۹-۲۰)$$

پتانسیل ناشی از بارهای نقطه‌ای پتانسیل الکتریکی

ناشی از یک بار نقطه‌ای در فاصله  $r$  از آن بار برابر است با

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (۲۶-۲۰)$$

که در آن  $V$  دارای همان علامت  $q$  است. پتانسیل ناشی از مجموعه‌ای از بارهای نقطه‌ای برابر است با

$$V = \sum_{i=1}^n V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} \quad (۲۷-۲۰)$$

پتانسیل ناشی از دوقطبی الکتریکی در فاصله  $r$  از

یک دوقطبی الکتریکی با گشتاور دوقطبی به بزرگی  $p = qd$ ، پتانسیل الکتریکی دو قطبی برای  $r \gg d$  برابر است با

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2} \quad (۳۰-۲۰)$$

که زاویه  $\theta$  در شکل ۲۰-۱۰ مشخص شده است.

پتانسیل ناشی از توزیع بار پیوسته برای توزیع

بار پیوسته، معادله ۲۰-۲۷ چنین می‌شود

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \quad (۳۲-۲۰)$$

که در آن انتگرال روی کل توزیع بار گرفته می‌شود.

محاسبه  $\vec{E}$  از روی  $V$  مؤلفه  $\vec{E}$  در هر راستا برابر

با منفی آهنگی است که با آن پتانسیل نسبت به فاصله در آن راستا تغییر می‌کند

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s} \quad (۴۰-۲۰)$$

مؤلفه‌های  $x$ ،  $y$  و  $z$  میدان  $\vec{E}$  را می‌توان از رابطه‌های زیر به دست آورد

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad (۴۱-۲۰)$$

وقتی  $\vec{E}$  یکنواخت باشد، معادله ۲۰-۴۰ به معادله زیر تبدیل می‌شود

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta s} \quad (۴۲-۲۰)$$

که در آن  $s$  عمود بر سطحهای هم پتانسیل است. میدان الکتریکی در راستای موازی با سطح هم پتانسیل برابر با صفر است.

انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاهی از بارهای نقطه‌ای

انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاهی از بارهای نقطه‌ای برابر با کار لازم برای گرد آوردن این دستگاه با بارهایی است که در ابتدا در فاصله بینهایت از یکدیگر قرار داشته‌اند. برای دو بار به فاصله  $r$  داریم

$$U = W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} \quad (۴۳-۲۰)$$

پتانسیل رسانای باردار بار اضافی واقع بر یک

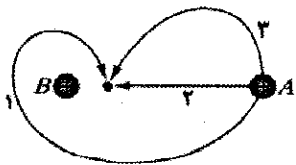
رسانا، در حالت تعادل، به طور کامل روی سطح خارجی رسانا می‌کند گرفته می‌شود. به ازای  $V_i = 0$ ، برای پتانسیل شامل نقطه‌های داخلی نیز هست، در پتانسیل یکنواختی باشد.

موجود در آن ناحیه به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین در ابتدا باشد. (ب) در کدامیک، جهت میدان الکتریکی به طرف پایین صفحه است؟

-----۲۰ V	-----۱۴۰ V	-----۱۰۰ V
-----۴۰	-----۱۲۰	-----۳۰
-----۶۰	-----۱۰۰	-----۵۰
-----۸۰		
-----۱۰۰		
(۱)	(۲)	(۳)

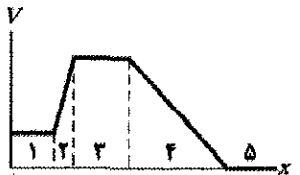
شکل ۲۴-۲ پرسش ۴

۵- شکل ۲۵-۲۰، سه مسیر را نشان می‌دهد که از طریق آنها می‌توانیم کره باردار مثبت  $A$  را به کره باردار مثبت  $B$ ، که در جای خود ثابت شده است، نزدیکتر کنیم. (الف) آیا کره  $A$  به پتانسیل الکتریکی بالاتری حرکت می‌کند یا پایتتر؟ آیا کار انجام شده توسط (ب) نیروی ما و (پ) میدان الکتریکی ناشی از بار  $B$ ، مثبت است یا منفی یا صفر است؟ (ت) این مسیرها را بنا بر کاری که نیروی ما انجام می‌دهد از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.



شکل ۲۵-۲ پرسش ۵

۶- شکل ۲۶-۲۰ انرژی پتانسیل الکتریکی  $V$  را برحسب تابعی از  $x$  به دست می‌دهد. (الف) پنج ناحیه نشان داده شده را بنا بر بزرگی مؤلفه  $x$  میدان الکتریکی داخل آنها به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین در ابتدا باشد. جهت میدان در راستای محور  $x$  در (ب) ناحیه ۲ و (پ) ناحیه ۴ چگونه است؟

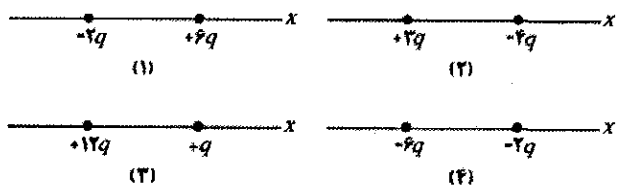


شکل ۲۶-۲۰ پرسش ۶

۷- شکل ۲۱-۲۰، چهار زوج ذره باردار را با فاصله‌های یکسان نشان می‌دهد. (الف) این زوجها را بنا بر انرژی پتانسیل الکتریکی آنها به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین (مثبت‌ترین) در ابتدا باشد. (ب) برای هر زوج، اگر فاصله میان ذره‌ها افزایش یابد، آیا انرژی پتانسیل آن زوج افزایش می‌یابد یا کاهش؟

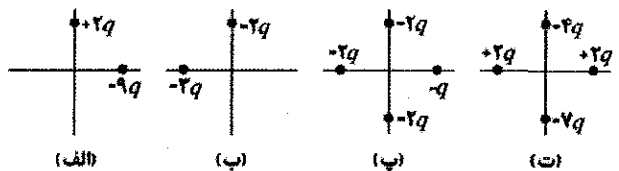
۸- (الف) در شکل ۲۷-۲۰، پتانسیل ناشی از بار  $Q$  در نقطه  $P$  به فاصله  $R$  از آن، چقدر است؟ فرض کنید در بینهایت  $V = 0$ . (ب) در شکل ۲۷-۲۰، همان بار  $Q$  به طور یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  و زاویه مرکزی  $40^\circ$  پخش شده است. پتانسیل در نقطه  $P$  واقع در مرکز خمیدگی کمان چقدر است؟ (پ) در شکل ۲۷-۲۰، همان بار  $Q$  به طور یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  پخش شده است. پتانسیل در نقطه  $P$  واقع در مرکز دایره چقدر است؟ (ت) این پتانسیل را بنابر بزرگی میدان الکتریکی ایجاد شده در  $P$  به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین در ابتدا باشد.

۱- شکل ۲۰-۲۱، چهار زوج ذره باردار را نشان می‌دهد. برای هر زوج فرض کنید در بینهایت  $V = 0$  است و  $V_{net}$  را برای نقطه‌های روی محور  $x$  در نظر بگیرید. برای کدام زوج، نقطه‌ای وجود دارد که در آن (الف) میان ذره‌ها و (ب) سمت راست ذره‌ها  $V_{net} = 0$  است؟ (پ) آیا در چنین نقطه‌ای  $E_{net}$  ناشی از ذره‌ها برابر با صفر است؟ (ت) برای کدام زوج، نقطه‌های خارج از محوری (غیر از بینهایت) وجود دارد که در آنجا  $V_{net} = 0$  است؟



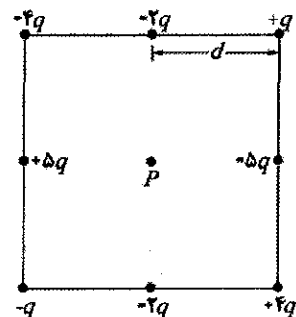
شکل ۲۱-۲۰ پرسشهای ۱ و ۷

۲- شکل ۲۲-۲۰، چهار آرایش از ذره‌های باردار را نشان می‌دهد. همه آنها به فاصله یکسانی از مبدأ واقع‌اند. این وضعیتها را بنا بر پتانسیل الکتریکی خالص در مبدأ به گونه‌ای مرتب کنید که مثبت‌ترین در ابتدا باشد. فرض کنید پتانسیل در بینهایت برابر با صفر است.



شکل ۲۲-۲ پرسش ۲

۳- در شکل ۲۳-۲۰، هشت ذره تشکیل مربعی را داده‌اند که فاصله بین ذره‌های مجاور آن برابر با  $d$  است. اگر پتانسیل الکتریکی در بینهایت صفر باشد، پتانسیل الکتریکی در نقطه  $P$  واقع در مرکز مربع چقدر است؟



شکل ۲۳-۲۰ پرسش ۳

۴- شکل ۲۴-۲۰، سه دسته سطح مقطع از سطوحی هم پتانسیل را نشان می‌دهد؛ هر سه دسته، ناحیه‌ای با اندازه یکسان برای فشار جویان و مهندسان را پوشانده‌اند. (الف) این آرایشها را بنا بر بزرگی میدان الکتریکی

## بخش ۲۰-۳ پتانسیل الکتریکی

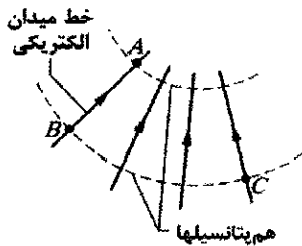
۱۰- بیشتر مواد سازنده حلقه‌های زحل به شکل دانه‌های غبار ریزی با شعاعی از مرتبه  $10^{-6} \text{ m}$  هستند. این دانه‌ها در ناحیه‌ای که شامل گاز یونیده رقیقی است قرار گرفته‌اند، و الکترونها اضافی را جذب می‌کنند. به طور تقریبی، فرض کنید هر دانه، کره‌ای به شعاع  $R = 1/10 \times 10^{-6} \text{ m}$  است. هر دانه چه تعداد الکترون را باید جذب کند تا پتانسیل روی سطح آن (با فرض آنکه در بینهایت  $V = 0$  است) برابر با  $-400 \text{ V}$  شود؟

۲۰- اختلاف پتانسیل الکتریکی میان زمین و ابر در یک توفان تندی خاص،  $1/2 \times 10^6 \text{ V}$  است. بزرگی تغییر در انرژی پتانسیل الکتریکی الکترونی که میان زمین و این ابر حرکت می‌کند، برحسب یکای الکترون - ولت چقدر است؟

۳۰- باتری  $12 \text{ V}$  اتومبیل می‌تواند از طریق یک مدار، بار کل (آمپر-ساعت)  $84 \text{ A.h}$  را از پایانه‌ای به پایانه دیگر بفرستد. (الف) این بار معادل چند کولن است؟ (رهنمایی: معادله ۳-۱۷ را ببینید.) (ب) اگر تمام این بار باعث تغییر اختلاف پتانسیل  $12 \text{ V}$  شود، این چه مقدار انرژی دربر دارد؟ SSM

## بخش ۲۰-۵ محاسبه پتانسیل از روی میدان

۴۰- وقتی یک الکترون در امتداد خط میدان شکل ۲۰-۲۹ از  $A$  به  $B$  حرکت کند، میدان الکتریکی، کاری به اندازه  $3/94 \times 10^{-19} \text{ J}$  روی آن انجام می‌دهد. اختلاف پتانسیل‌های الکتریکی (الف)  $V_B - V_A$ ، (ب)  $V_C - V_A$  و (پ)  $V_C - V_B$  چقدرند؟



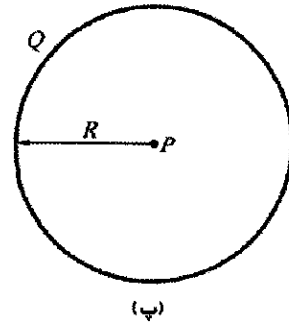
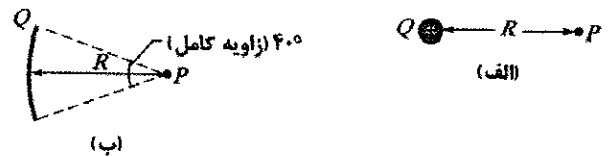
شکل ۲۰-۲۹ مسئله ۴

۵۰- یک ورقه نارسای نامتناهی دارای باری با چگالی سطحی  $\sigma = 0.10 \text{ } \mu\text{C/m}^2$  روی یک طرف خود است. سطحهای هم پتانسیلی که اختلاف پتانسیل آنها  $50 \text{ V}$  است، در چه فاصله‌ای از یکدیگر قرار دارند؟ SSM

۶۰- دو صفحه رسانای موازی و بزرگ که  $12 \text{ cm}$  از هم فاصله دارند، دارای بارهایی با بزرگی یکسان و علامت مخالف روی سطحهای مقابل اند. نیروی الکتروستاتیکی به بزرگی  $3/9 \times 10^{-15} \text{ N}$  بر الکترونی که در نقطه‌ای میان این دو صفحه قرار دارد، وارد می‌شود. (از اثر لبه‌ها چشمپوشی کنید.) (الف) میدان الکتریکی را در مکان الکترون پیدا کنید. (ب) اختلاف پتانسیل میان

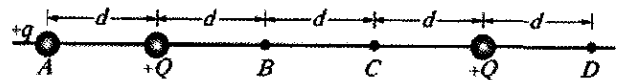
صفحه‌ها چقدر است؟ [www.iran-mayad.com](http://www.iran-mayad.com)

مرجع دانشجویان و مهندسين مواد



شکل ۲۰-۲۷ پرسش ۸

۹- شکل ۲۰-۲۸ دستگاهی شامل سه ذره باردار را نشان می‌دهد. اگر ذره  $+q$  را از نقطه  $A$  به نقطه  $D$  حرکت دهیم، آیا کمیت‌های زیر مثبت‌اند، منفی‌اند، یا صفراند: (الف) تغییر در انرژی پتانسیل دستگاه سه ذره‌ای، (ب) کار انجام شده توسط نیروی الکتروستاتیکی روی ذره‌ای که حرکت داده‌ایم، و (پ) کار انجام شده توسط نیروی ما؟ (ت) اگر به جای این کار، ذره را از  $B$  تا  $C$  حرکت دهیم، پاسخهای (الف) تا (پ) چه خواهند بود؟

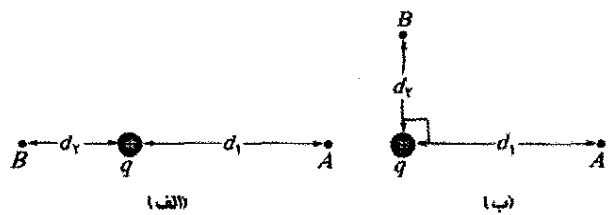


شکل ۲۰-۲۸ پرسشهای ۹ و ۱۰

۱۰- در وضعیت پرسش ۹، آیا کار انجام شده توسط نیروی ما مثبت است یا منفی، یا صفر است، در صورتی که ذره (الف) از  $A$  به  $B$ ، (ب) از  $A$  به  $C$ ، و (پ) از  $B$  به  $D$ ، حرکت داده شود؟ (ت) این حرکتها را بنابر بزرگی کار انجام شده توسط نیرویی که وارد کرده‌ایم به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین در ابتدا باشد.

## مسئله‌ها


مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس) SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است. ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است. ●●● تعداد قطعه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد. اطلاعات اضافی در سیرک پرند فیزیک و در [flyingcircusofphysics.com](http://flyingcircusofphysics.com) قابل دسترس است.

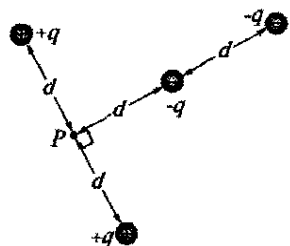


شكل ٢٠-٣١ مسألة ١٢

۱۳۰- (الف) بار و (ب) چگالی بار روی سطح یک کره رسانا به شعاع  $0.15\text{ m}$  که پتانسیل آن  $200\text{ V}$  است ( $V=0$  در بینهایت)، چقدر است؟

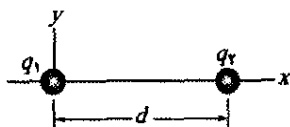
۱۴۰- وقتی یک شاتل فضایی در گاز یونیده رقیق جو زمین حرکت می‌کند، پتانسیل آن در حین یک دور گردش نوعاً به اندازه  $10^5$  V تغییر می‌کند. با فرض اینکه شاتل کره‌ای به شعاع  $10\text{ m}$  باشد، مقدار باری را که روی آن جمع می‌شود، تخمین بزنید.

۱۵۰۰- در شکل ۲۰-۳۲، پتانسیل الکتریکی خالص ناشی از چهار بار در نقطه  $P$  چقدر است، در صورتی که در بینهایت  $V=0$  باشد و داشته باشیم  $q=5/00\text{fC}$  و  $d=4/00\text{cm}$  



شكل ٢٠-٣٢ مسألة ١٥

●●۱۶- در شکل ۲۰-۳۳، دو ذره به بارهای  $q_1$  و  $q_2$ ، به فاصله  $d$  از هم قرار گرفته‌اند. میدان الکتریکی خالص ناشی از این دو ذره در  $x = d/4$  برابر صفر است. به ازای  $V = 0$  در بینهایت، (بر حسب  $d$ ) نقطه‌ای را روی محور  $x$  (غیر از بینهایت) بیابید که در آن پتانسیل الکتریکی ناشی از این دو بار صفر باشد.



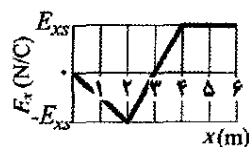
شکل ۲۰-۳۳ مسئله‌های ۱۶، ۱۷ و ۹۱

●●۱۷- در شکل ۲۰-۳۳، ذره‌هایی با بار  $q_1 = +5e$  و  $q_2 = -15e$  به فاصله  $d = 24\text{ cm}$  از یکدیگر ثابت شده‌اند. به ازای  $V = 0$  در بینهایت، مقادارهای متناهی (الف) مثبت و (ب) منفی  $x$  که در آن پتانسیل الکتریکی خالص روی محور  $x$  صفر است، کدام‌اند؟

●●● ۱۸ شکل ۲۰-۳۴ آرایه‌ای مستطیلی از ذره‌های بارداری را  
 نشان می‌دهد که در مکانهای خود، به فاصله  $a = 39 \text{ cm}$  ،  
 ثابت شده‌اند. بارهای نشان داده شده در شکل مضربهای درستی

۷۰۰- یک ورقه نارسنای نامتناهی دارای چگالی بار سطحی  $\sigma = +5/8 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$  است. (الف) اگر ذره‌ای به بار  $q = +1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$  از روی ورقه به نقطه  $P$  به فاصله  $d = 3/56 \text{ cm}$  از ورقه حرکت کند، میدان الکتریکی ناشی از ورقه چقدر کار انجام داده است؟ (ب) اگر پتانسیل الکتریکی  $V$  روی ورقه صفر گرفته شود، مقدار  $V$  در نقطه  $P$  چقدر است؟

۸۰۰- نمودار مؤلفه  $x$  میدان الکتریکی برحسب تابعی از  $x$  در ناحیه‌ای از فضا، در شکل ۲۰-۳۰ نشان داده شده است. مقیاس محور قائم با  $E_{\text{خ}} = 2.0 \text{ N/C}$  مشخص شده است در این ناحیه، مؤلفه‌های  $y$  و  $z$  میدان الکتریکی برابر صفرند. اگر پتانسیل الکتریکی در مبدأ  $10 \text{ V}$  باشد، (الف) پتانسیل الکتریکی در  $x = 2.0 \text{ m}$  چقدر است؟ (ب) بزرگترین مقدار مثبت پتانسیل الکتریکی برای نقطه‌هایی روی محور  $x$  در گستره  $0 \leq x \leq 6.0 \text{ m}$  چقدر است؟ و (پ) به ازای چه مقداری از  $x$ ، پتانسیل الکتریکی برابر با صفر است؟



شکل ۲۰-۳۰ مسئله ۶

۹۰۰- میدان الکتریکی در ناحیه‌ای از فضا دارای مؤلفه‌های  $E_x = (400 \text{ N/C})x$  و  $E_y = E_z = 0$  است. نقطه  $A$  روی محور  $y$  در  $y = 300 \text{ m}$ ، و نقطه  $B$  روی محور  $x$  در  $x = 400 \text{ m}$  واقع‌اند. اختلاف پتانسیل  $V_B - V_A$  چقدر است؟

۱۰۰۰- دو صفحه نارسانای نامتناهی و باردار یکنواخت موازی صفحه  $yz$  و در مکانهای  $x = -5\text{ cm}$  و  $x = +5\text{ cm}$  قرار گرفته‌اند. چگالیهای بار روی صفحه‌ها به ترتیب  $50\text{ nC/m}^2$  و  $25\text{ nC/m}^2$  است. بزرگی اختلاف پتانسیل میان مبدأ و نقطه‌ای روی محور  $x$  در  $x = +8\text{ cm}$  چقدر است؟ (راهنمایی: از قانون گاوس استفاده کنید.)

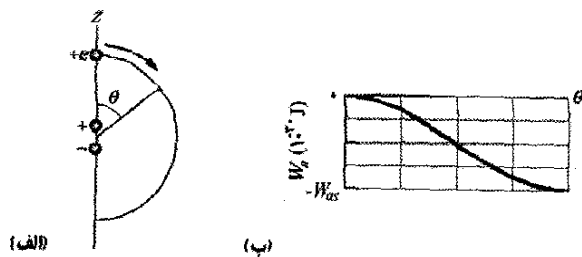
۱۱۰۰۰- روی کره نارسانایی به شعاع  $R = 2/31 \text{ cm}$ ، بار  $q = +3/50 \text{ fC}$  به طور یکنواخت توزیع شده است. پتانسیل الکتریکی را در مرکز کره  $V_0 = 0$  اختیار کنید. پتانسیل در فاصله شعاعی (الف)  $r = 1/45 \text{ cm}$  و (ب)  $r = R$  چقدر است؟ (راهنمایی: بخش ۱۹-۹ را ببینید.)

بخش ۲۰-۷ پتانسیل ناشی از دسته‌ای بار نقطه‌ای

۱۲۰- بار نقطه‌ای  $q = 1/0 \mu C$ ، نقطه  $A$  به فاصله  $d_1 = 2/0 m$ ، و نقطه  $B$  به فاصله  $d_2 = 1/0 m$  از  $q$  را در نظر بگیرید. (الف) اگر همان‌طور که در شکل ۲۰-۳۱ الف نشان داده شده است،  $A$  و  $B$  به طور قطری در برابر یکدیگر قرار گرفته باشند، اختلاف پتانسیل الکتریکی  $V_A - V_B$  چقدر است؟ (ب) اگر  $A$  و  $B$  مطابق شکل ۲۰-۳۱ ب قرار گرفته باشند، این اختلاف پتانسیل الکتریکی چقدر است؟



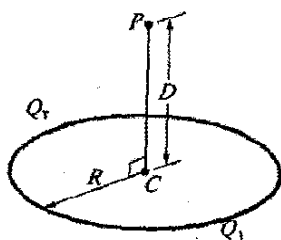
قائم با  $W_{as} = 4/5 \times 10^{-30} \text{ J}$  مشخص شده است بزرگی گشتاور دوقطبی چقدر است؟



شکل ۲۰-۳۶ مسئله ۲۲

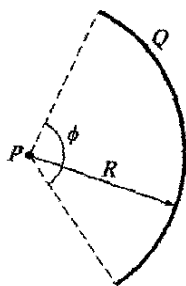
بخش ۲۰-۹ پتانسیل ناشی از توزیع بار پیوسته

۲۳• یک میله پلاستیکی به شکل دایره‌ای به شعاع  $R = 8/20 \text{ cm}$  درآمده است. بار  $Q_1 = 4/20 \text{ pC}$  روی یک-چهارم پیرامون آن و بار  $Q_2 = -6Q_1$  روی بقیه پیرامون آن به طور یکنواخت توزیع شده است (شکل ۲۰-۳۷). به ازای  $V = 0$  در بینهایت، پتانسیل الکتریکی در (الف) مرکز  $C$  دایره و (ب) نقطه  $P$ ، که روی محور مرکزی دایره به فاصله  $D = 6/71 \text{ cm}$  از مرکز آن قرار دارد، چقدر است؟ SSM



شکل ۲۰-۳۷ مسئله ۲۳

۲۴• در شکل ۲۰-۳۸، روی میله‌ای پلاستیکی که به شکل کمائی دایره‌ای به شعاع  $R = 3/71 \text{ cm}$  و زاویه مرکزی  $\phi = 120^\circ$  درآمده است، بار  $Q = -25/6 \text{ pC}$  به طور یکنواخت توزیع شده است. به ازای  $V = 0$  در بینهایت، پتانسیل الکتریکی در نقطه  $P$ ، مرکز خمیدگی میله، چقدر است؟



شکل ۲۰-۳۸ مسئله ۲۴

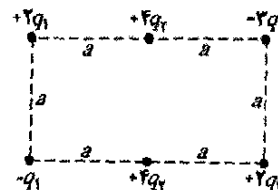
۲۵• (الف) شکل ۲۰-۳۹ الف یک میله نازک به طول

$L = 6/00 \text{ cm}$  و چگالی بار خطی یکنواخت  $\lambda = +3/68 \text{ pC/m}$

نشان می‌دهد. به ازای  $V = 0$  در بینهایت، پتانسیل  $V$  در نقطه

که مکان ذره را مشخص می‌کند، نشان می‌دهد. مقیاس محور  $d = 8/00 \text{ cm}$  روی عمود منصف میله چقدر است؟ مرجع دانشجویان و مهندسان به فاصله

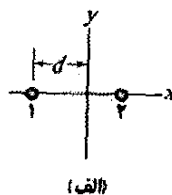
از  $q_1 = 3/40 \text{ pC}$  و  $q_2 = 6/00 \text{ pC}$  هستند. به ازای  $V = 0$  در بینهایت، پتانسیل الکتریکی خالص در مرکز مستطیل چقدر است؟ (راهنمایی: یک بررسی ذهنی می‌تواند از محاسبه‌ها بکاهد.)



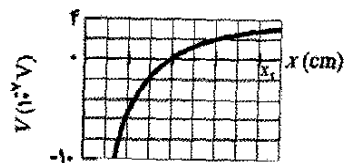
شکل ۲۰-۳۴ مسئله ۱۸

۱۹۰۰• یک قطره کروی آب که حامل بار  $30 \text{ pC}$  است دارای پتانسیل  $500 \text{ V}$  (به ازای  $V = 0$  در بینهایت) روی سطح خود است. (الف) شعاع قطره چقدر است؟ (ب) اگر دو قطره با همین بار و شعاع، قطره کروی واحدی را تشکیل دهند، پتانسیل روی سطح این قطره جدید چقدر است؟ ILW SSM

۲۰۰۰• دو ذره باردار در شکل ۲۰-۳۵ الف نشان داده شده‌اند. ذره ۱، با بار  $q_1$ ، در مکان خود به فاصله  $d$  از مبدأ ثابت شده است. ذره ۲، با بار  $q_2$ ، می‌تواند روی محور  $x$  حرکت کند. شکل ۲۰-۳۵ ب، پتانسیل الکتریکی خالص  $V$  ناشی از این دو ذره باردار را در مبدأ، برحسب تابعی از مختصه  $x$  ذره ۲ نشان می‌دهد. مقیاس محور  $x$  با  $x_0 = 16/0 \text{ cm}$  مشخص شده است. منحنی دارای مجانب  $V = 5/76 \times 10^{-7} \text{ V}$  در  $x \rightarrow \infty$  است.  $q_2$  برحسب  $e$  چقدر است؟



(الف)



(ب)

شکل ۲۰-۳۵ مسئله ۲۰

بخش ۲۰-۸ پتانسیل ناشی از دوقطبی الکتریکی

۲۱۰• مولکول آمونیاک  $\text{NH}_3$  دارای گشتاور دوقطبی الکتریکی دائمی برابر با  $1/47 \text{ D}$  است، که در آن  $1 \text{ D} = 3/34 \times 10^{-30} \text{ C.m}$  یکای دیپای  $D$  است. پتانسیل الکتریکی ناشی از یک مولکول آمونیاک را در نقطه‌ای به فاصله  $52/0 \text{ nm}$  روی محور دوقطبی محاسبه کنید (در بینهایت  $V = 0$ ). ILW

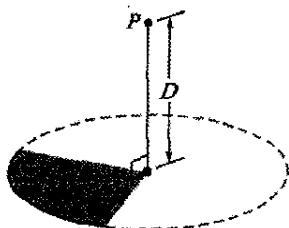
۲۲۰۰• در شکل ۲۰-۳۶ الف، ذره‌ای با بار  $+e$  در ابتدا در مختصه  $z = 20 \text{ nm}$  روی محور یک دوقطبی الکتریکی و در طرف مثبت آن قرار دارد. (مبدأ  $z$  در مرکز دوقطبی است.) سپس ذره روی مسیری دایره‌ای به مرکز دوقطبی حرکت می‌کند تا اینکه به مختصه  $z = -20 \text{ nm}$  می‌رسد. شکل ۲۰-۳۶ ب، کار  $W_a$  انجام شده توسط نیرویی که ذره را حرکت می‌دهد برحسب زاویه که مکان ذره را مشخص می‌کند، نشان می‌دهد. مقیاس محور

۲۰-۳۹ میلۀ باریک دوم با بار  $2.0 \mu C$  که کمائی دایره‌ای به شعاع  $4.0 \text{ cm}$  را با زاویۀ  $90^\circ$  حول مرکز دایرۀ کامل تشکیل می‌دهد؛

۳. یک دوقطبی الکتریکی با گشتاوری که عمود بر خط شعاعی و دارای بزرگی  $1/28 \times 10^{-3} \text{ C.m}$  است.

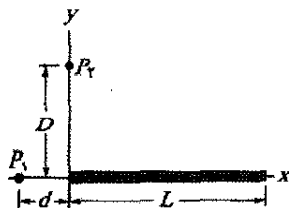
پتانسیل الکتریکی خالص در مرکز چقدر است؟

۲۹۰۰- یک طرف قرصی پلاستیکی به شعاع  $R = 64.0 \text{ cm}$  با چگالی بار سطحی یکنواخت  $\sigma = 7.73 \text{ fC/m}^2$  باردار شده و سپس سه ربع آن برداشته می‌شود. ربع قرص به جای مانده در شکل ۲۰-۴۲ نشان داده شده است. به ازای  $V = 0$  در بینهایت، پتانسیل ناشی از ربع به جای مانده در نقطۀ  $P$ ، واقع بر محور مرکزی قرص اصلی و به فاصلۀ  $D = 25/9 \text{ cm}$  از مرکز آن، چقدر است؟



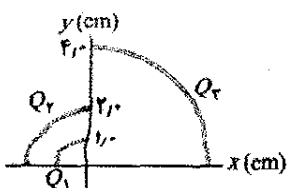
شکل ۲۰-۴۲ مسئله ۲۹

۳۰۰۰- شکل ۲۰-۴۳ میلۀ پلاستیکی به طول  $L = 12.0 \text{ cm}$  و بار مثبت یکنواخت  $Q = 568 \text{ fC}$  را نشان می‌دهد که روی محور قرار دارد. به ازای  $V = 0$  در بینهایت، پتانسیل الکتریکی را در نقطۀ  $P_1$  روی این محور و به فاصلۀ  $d = 2/50 \text{ cm}$  از یک سر میلۀ پیدا کنید.



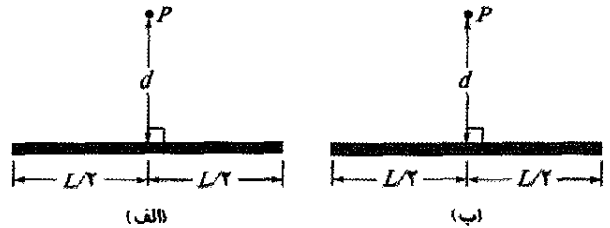
شکل ۲۰-۴۳ مسئله‌های ۳۰، ۳۱، ۳۲ و ۴۰

۳۱۰۰- در شکل ۲۰-۴۴، سه میلۀ پلاستیکی باریک، ربع دایره‌هایی را تشکیل می‌دهند که مرکز مشترک خمیدگی آنها در مبدأ قرار دارد. بارهای یکنواخت روی میله‌ها عبارت‌اند از  $Q_1 = +30 \text{ nC}$ ،  $Q_2 = 3/0 \text{ nC}$ ، و  $Q_3 = -8/0 \text{ nC}$ . پتانسیل الکتریکی خالص ناشی از میله‌ها در مبدأ چقدر است؟



شکل ۲۰-۴۴ مسئله ۳۱

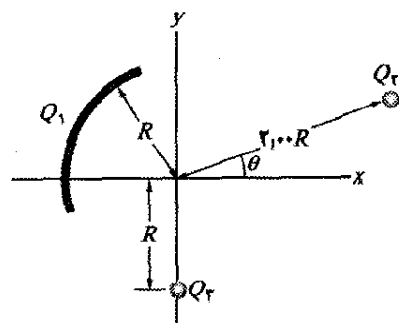
(ب) شکل ۲۰-۳۹ ب میلۀ مشابهی را نشان می‌دهد، با این تفاوت که حالا یک نیمۀ آن به طور منفی باردار شده است. هر دو نیمه دارای چگالی بار خطی به بزرگی  $3/68 \text{ pC/m}$  هستند. به ازای  $V = 0$  در بینهایت، مقدار  $V$  در نقطۀ  $P$  چقدر است؟



شکل ۲۰-۳۹ مسئله ۲۵

۲۶۰۰- در مرکز یک کرۀ گاوسی به شعاع  $4.00 \text{ cm}$ ، گویی به شعاع  $1/00 \text{ cm}$  با توزیع بار یکنواخت قرار دارد. شار الکتریکی کل (خالص) عبوری از سطح این کرۀ گاوسی برابر با  $+5/60 \times 10^4 \text{ N.m}^2/\text{C}$  است. پتانسیل الکتریکی در فاصلۀ  $12/0 \text{ cm}$  از مرکز گوی چقدر است؟

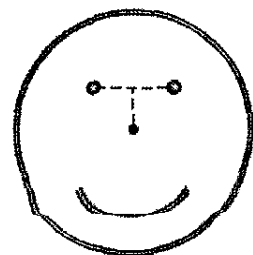
۲۷۰۰- در شکل ۲۰-۴۰، پتانسیل الکتریکی خالص ناشی از کمان دایره‌ای با بار  $Q_1 = +7/21 \text{ pC}$  و دو ذره با بارهای  $Q_2 = -2/00 \text{ nC}$  و  $Q_3 = 4/00 \text{ nC}$  در مبدأ چقدر است؟ مرکز خمیدگی کمان در مبدأ و شعاع آن  $R = 2/00 \text{ m}$  است؛ زاویۀ نشان داده شده  $\theta = 20/0^\circ$  است.



شکل ۲۰-۴۰ مسئله ۲۷

۲۸۰۰- صورت خندان شکل ۲۰-۴۱ از سه بخش تشکیل شده است:

۱. یک میلۀ باریک با بار  $-3/0 \mu C$  که دایره‌ای کامل به شعاع  $6/0 \text{ cm}$  را تشکیل می‌دهد.



شکل ۲۰-۴۱ مسئله ۲۸

۳۲۰۰۰- توزیع بار خطی نایکخواختی که با  $\lambda = bx$  داده می‌شود و در آن  $b$  ثابت است، روی محور  $x$  از  $x=0$  تا  $x=0.20\text{ m}$  قرار دارد. اگر  $b=2.0\text{ nC/m}^2$  و در بینهایت  $V=0$  باشد، پتانسیل الکتریکی در (الف) مبدأ و (ب) نقطه  $y=0.15\text{ m}$  روی محور  $y$  چقدر است؟

۳۳۰۰۰- میله پلاستیکی باریک نشان داده شده در شکل ۲۰-۴۳ دارای طول  $L=12/0\text{ cm}$  و چگالی بار خطی نایکخواخت  $\lambda = cx$  است که در آن  $c=28/9\text{ pC/m}^2$  است. به ازای  $V=0$  در بینهایت، پتانسیل الکتریکی را در نقطه  $P_1$  روی محور و به فاصله  $d=3/00\text{ cm}$  از یک سر آن پیدا کنید.

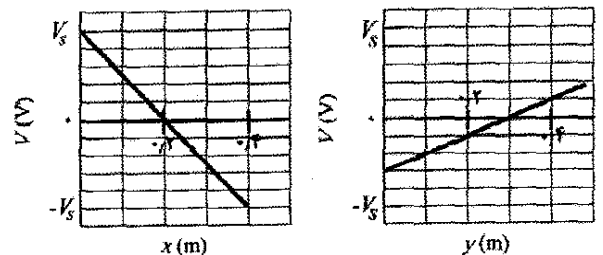
### بخش ۲۰-۱۰ محاسبه میدان از روی پتانسیل

۳۴۰- پتانسیل الکتریکی  $V$  در فضای میان دو صفحه موازی تخت ۱ و ۲ با  $x^2$  یا  $V=1500x^2$  (برحسب ولت) داده شده است، که در آن  $x$  (برحسب متر) فاصله عمودی از صفحه ۱ است. در  $x=1/3\text{ cm}$ ، (الف) بزرگی میدان الکتریکی چقدر است؟ و (ب) آیا این میدان به طرف صفحه ۱ است یا از آن دور می‌شود؟

۳۵۰- پتانسیل الکتریکی در نقطه‌های واقع بر صفحه  $xy$  با  $V=(2/0\text{ V/m}^2)x^2 - (3/0\text{ V/m}^2)y^2$  داده شده است. برحسب نمادگذاری بردار یکه، میدان الکتریکی در نقطه  $(3/0\text{ m}, 2/0\text{ m})$  چگونه است؟

۳۶۰- دو صفحه فلزی موازی بزرگ که به فاصله  $1/5\text{ cm}$  از یکدیگر واقع‌اند، دارای بارهایی با بزرگیهای یکسان ولی علامتهای مخالف روی سطحهای مقابل‌اند. پتانسیل صفحه منفی را صفر اختیار کنید. اگر پتانسیل در میانه این صفحه‌ها  $+5/0\text{ V}$  باشد، میدان الکتریکی در ناحیه میان صفحه‌ها چقدر است؟

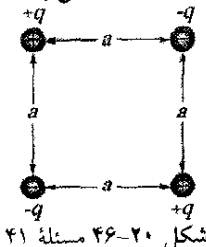
۳۷۰۰- الکترونی در صفحه  $xy$  قرار دارد که در آنجا پتانسیل الکتریکی همان‌طور که در شکل ۲۰-۴۵ نشان داده شده است به  $x$  و  $y$  بستگی دارد (پتانسیل به  $z$  بستگی ندارد). مقیاس محور قائم  $V_s = 500\text{ V}$  مشخص شده است. برحسب بردار یکه، نیروی الکتریکی وارد بر الکترون چگونه است؟



شکل ۲۰-۴۵ مسئله ۳۷

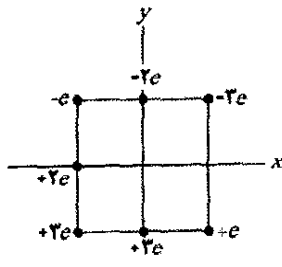
۳۸۰۰۰- شکل ۲۰-۴۳ یک میله پلاستیکی باریک به طول  $L=13/5\text{ cm}$  و بار یکنواخت  $42\text{ pC}$  را نشان می‌دهد. (الف) برحسب فاصله  $d$ ، رابطه‌ای برای پتانسیل الکتریکی در نقطه  $P_1$  بیابید. (ب) سپس، متغیر  $x$  را به جای  $d$  قرار دهید و از آنجا

بخش ۲۰-۱۱ انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاهی از بارهای نقطه‌ای ۲۰-۴۱ برای برقراری آرایش شکل ۲۰-۴۶ چقدر کار لازم است، در صورتی که  $q=2/30\text{ pC}$ ،  $a=64/0\text{ cm}$ ، و ذره‌ها در ابتدا در فاصله نامتناهی قرار داشته و ساکن باشند. SSM ILW WWW



شکل ۲۰-۴۶ مسئله ۴۱

۲۰-۴۲- در شکل ۲۰-۴۷، هفت ذره باردار برای تشکیل مربعی به ضلع  $4/0\text{ cm}$  در مکانهای خود قرار گرفته‌اند. چقدر کار باید انجام دهیم تا ذره‌ای با بار  $+6e$  را که در ابتدا ساکن است از فاصله نامتناهی به مرکز مربع بیاوریم؟



شکل ۲۰-۴۷ مسئله ۴۲

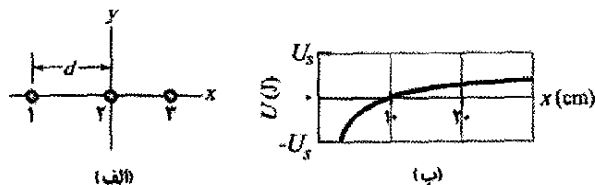
۲۰-۴۳- ذره‌ای با بار  $17/5\text{ nC}$  از حالت سکون در نقطه  $x=6/0\text{ cm}$  روی محور  $x$  رها شده است. این ذره تحت تأثیر بار  $Q$  که در مبدأ ثابت شده است، شروع به حرکت می‌کند. انرژی جنبشی ذره در صورتی که (الف)  $Q=+2/0\text{ nC}$  و (ب)

یکنواخت توزیع شده قرار دارد، چقدر است؟ به عبارت دیگر، تندی اولیه الکترون باید چقدر باشد تا الکترون به فاصله‌ای نامتناهی از کره برسد و در آنجا انرژی جنبشی آن صفر شود؟

۵۰۰۰- یک پوسته رسانای کروی و باریک به شعاع  $R$  روی تکیه‌گاه عایقی قرار دارد و تا پتانسیل  $125\text{ V}$  باردار شده است. الکترونی از نقطه  $P$  به فاصله  $r$  از مرکز پوسته ( $r \gg R$ ) به طور مستقیم به طرف مرکز پوسته شلیک می‌شود. تندی اولیه  $v_0$  مورد نیاز الکترون باید چقدر باشد تا الکترون پیش از وارونه شدن جهت حرکتش، درست به پوسته برسد؟

۵۱۰۰- دو کره فلزی کوچک  $A$  و  $B$  به جرمهای  $m_A = 5/00\text{ g}$  و  $m_B = 10/00\text{ g}$  دارای بار مثبت یکسان  $q = 5/00\text{ }\mu\text{C}$  هستند. کره‌ها با تار نارسانا و بدون جرمی به طول  $d = 1/00\text{ m}$ ، که در مقایسه با شعاع کره‌ها بسیار بزرگتر است، به هم وصل شده‌اند. (الف) انرژی پتانسیل الکتریکی این دستگاه چقدر است؟ (ب) فرض کنید تار را قطع کنیم، در این لحظه، شتاب هریک از کره‌ها چقدر است؟ (پ) پس از زمانی طولانی از قطع تار، تندی هریک از کره‌ها چقدر است؟

۵۲۰۰- شکل ۲۰-۵۰ الف، سه ذره باردار را روی محور  $x$  نشان می‌دهد. ذره ۱ (با بار  $+5/0\text{ }\mu\text{C}$ ) و ذره ۲ (با بار  $+3/0\text{ }\mu\text{C}$ ) در مکانهای خود در فاصله  $d = 4/0\text{ cm}$  از یکدیگر ثابت شده‌اند. ذره ۳ می‌تواند روی محور  $x$  به سمت راست ذره ۲ حرکت کند. شکل ۲۰-۵۰ ب انرژی پتانسیل الکتریکی  $U$  این دستگاه سه ذره‌ای را برحسب تابعی از مختصه  $x$  ذره ۳ به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با  $U_s = 5/0\text{ J}$  مشخص شده است. بار ذره ۳ چیست؟



شکل ۲۰-۵۰ مسئله ۵۲

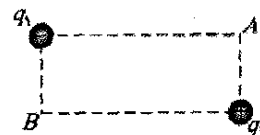
۵۳۰۰- دو الکترون به فاصله  $2/0\text{ cm}$  از یکدیگر ثابت شده‌اند. الکترون دیگری از بینهایت پرتاب و در وسط آن دو متوقف می‌شود. تندی اولیه آن چقدر است؟

۵۴۰۰- پروتون در چاه. شکل ۲۰-۵۱ پتانسیل الکتریکی  $V$  در امتداد محور  $x$  را نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با  $V_s = 10/0\text{ V}$  مشخص شده است. پروتونی در  $x = 3/5\text{ cm}$  با انرژی جنبشی اولیه  $4/00\text{ eV}$  رها می‌شود. (الف) اگر پروتون در ابتدا در جهت منفی محور  $x$  حرکت کند، آیا به نقطه برگشت می‌رسد، (اگر می‌رسد، مختصه  $x$  آن نقطه چیست) یا از ناحیه رسم شده می‌گریزد (اگر می‌گریزد، تندی آن در  $x = 0$  چیست؟) (ب) اگر پروتون در ابتدا در جهت مثبت محور  $x$  حرکت کند، آیا به نقطه برگشت می‌رسد، (اگر می‌رسد، مختصه  $x$

$Q = -20\text{ }\mu\text{C}$  باشد، در لحظه‌ای که به اندازه  $40\text{ cm}$  حرکت کرده چقدر است؟

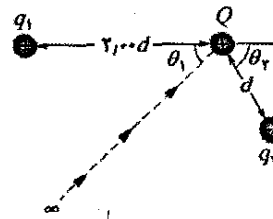
۴۲۰۰- (الف) انرژی پتانسیل الکتریکی دو الکترون به فاصله  $2/00\text{ nm}$  چقدر است؟ (ب) اگر این فاصله افزایش یابد، آیا انرژی پتانسیل افزایش می‌یابد یا کاهش؟

۴۵۰۰- در مستطیل شکل  $20-48$ ، ضلعها  $5/0\text{ cm}$  و  $15\text{ cm}$ ، بینهایت، پتانسیل الکتریکی در (الف) گوشه  $A$  و (ب) گوشه  $B$  چقدر است؟ (پ) چقدر کار باید انجام گیرد تا بار  $q_3 = +2/0\text{ }\mu\text{C}$  در امتداد قطر مستطیل از  $B$  به  $A$  حرکت داده شود؟ (ت) آیا این کار، انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاه سه بار را افزایش می‌دهد یا کاهش؟ اگر  $q_1$  در امتداد مسیری (ث) داخل مستطیل ولی نه روی قطر و (ج) بیرون مستطیل حرکت داده شود، آیا کار بیشتری لازم است یا کمتر یا مساوی آن؟



شکل ۲۰-۴۸ مسئله ۴۵

۴۶۰۰- در شکل ۲۰-۴۹، چقدر کار باید انجام گیرد تا ذره‌ای با بار  $Q = +16e$  که در ابتدا ساکن است، در امتداد خط‌چین از بینهایت به نقطه مشخص شده در نزدیکی دو بار ثابت شده  $q_1 = +4e$  و  $q_2 = -q_1/2$  آورده شود؟ فاصله  $d = 1/40\text{ cm}$ ،  $\theta_1 = 43^\circ$  و  $\theta_2 = 60^\circ$  است.



شکل ۲۰-۴۹ مسئله ۴۶

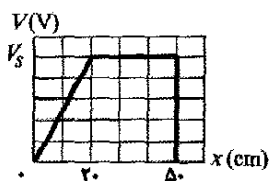
۴۷۰۰- ذره‌ای با بار  $q$  در نقطه  $P$  ثابت شده، و ذره دومی به جرم  $m$  و با همان بار  $q$  در ابتدا به فاصله  $r_1$  از  $P$  نگهداشته شده است. سپس ذره دوم رها می‌شود. تندی آن را هنگامی که به فاصله  $r_2$  از  $P$  است، تعیین کنید.  $m = 20\text{ mg}$ ،  $q = 3/1\text{ }\mu\text{C}$ ،  $r_1 = 0/90\text{ mm}$  و  $r_2 = 2/5\text{ mm}$ .

۴۸۰۰- بار  $9/0\text{ nC}$  به دور یک حلقه پلاستیکی باریک واقع در صفحه  $yz$  که مرکز آن در مبدأ قرار گرفته، توزیع شده است. بار نقطه‌ای  $6/0\text{ pC}$  روی محور  $x$  در  $x = 3/0\text{ m}$  واقع است. برای حلقه‌ای به شعاع  $1/5\text{ m}$ ، یک نیروی خارجی چقدر کار باید روی این بار نقطه‌ای انجام دهد تا آن را به مبدأ حرکت دهد؟

۴۹۰۰- تندی قرار الکترونی که در ابتدا به حال سکون روی سطح کره‌ای با شعاع  $1/0\text{ cm}$  و بار  $1/6 \times 10^{-15}\text{ C}$  که به مرکز آن قرار دارد، چقدر است؟

۵۷۰۰- الکترونی با تندی اولیه  $3/2 \times 10^5 \text{ m/s}$  به طور مستقیم به طرف پروتونی که در مکان خود ثابت شده است، پرتاب می‌شود. اگر الکترون در ابتدا در فاصله بسیار دوری از پروتون باشد، در چه فاصله‌ای از پروتون، تندی الکترون به طور لحظه‌ای دو برابر مقدار اولیه می‌شود؟

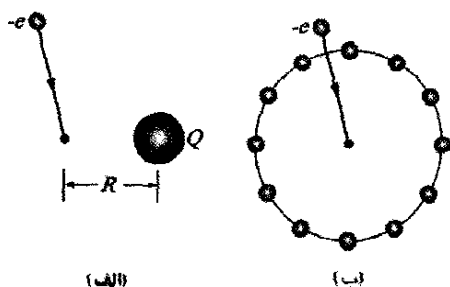
۵۸۰۰- پوزیترونی (با بار  $+e$  و جرمی برابر با جرم الکترون) با تندی  $1/0 \times 10^7 \text{ m/s}$  در جهت مثبت محور  $x$  در حرکت است و وقتی به  $x=0$  می‌رسد با یک میدان الکتریکی که در امتداد محور  $x$  است مواجه می‌شود. پتانسیل الکتریکی  $V$  وابسته به این میدان در شکل ۲۰-۵۴ نشان داده شده است. مقیاس محور قائم با  $V_s = 5000 \text{ V}$  مشخص شده است. (الف) آیا پوزیترون در  $x=0$  از میدان خارج می‌شود (یعنی جهت حرکتش عوض می‌شود) یا در  $x=0/50 \text{ m}$  (یعنی جهت حرکتش عوض نمی‌شود)؟ (ب) تندی آن هنگام خروج از میدان چقدر است؟



شکل ۲۰-۵۴ مسئله ۵۸

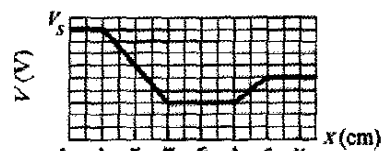
۵۹۰۰- بارهای مشابه  $50 \mu\text{C}$  روی محور  $x$  در  $x = \pm 3/0 \text{ m}$  ثابت شده‌اند. سپس ذره‌ای با بار  $q = -15 \mu\text{C}$  از حالت سکون در نقطه‌ای واقع بر بخش مثبت محور  $x$  رها می‌شود. به دلیل تقارن وضعیت، این ذره روی محور  $x$  حرکت می‌کند و به هنگام عبور از نقطه  $x=0$ ،  $y=4/0 \text{ m}$  دارای انرژی جنبشی است. (الف) انرژی جنبشی ذره به هنگام عبور از مبدأ چقدر است؟ (ب) در چه مقدار منفی از  $x$ ، ذره به طور لحظه‌ای متوقف خواهد شد؟ SSM

۶۰۰۰- در شکل ۲۰-۵۵ الف، الکترونی را از یک فاصله نامتناهی تا نقطه‌ای به فاصله  $R = 8/00 \text{ cm}$  از یک گوی باردار کوچک، حرکت می‌دهیم. برای این حرکت باید  $W = 2/16 \times 10^{-17} \text{ J}$  کار انجام دهیم. (الف) بار  $Q$  روی گوی چقدر است؟ در شکل ۲۰-۵۵ ب، گوی به تکه‌هایی با مقدار بار مساوی تقسیم شده



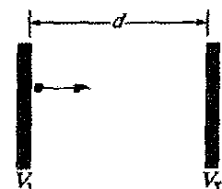
شکل ۲۰-۵۵ مسئله ۶۰

آن نقطه چیست) یا از ناحیه رسم شده می‌گریزد (اگر می‌گریزد، تندی آن در  $x = 6/0 \text{ cm}$  چیست)؟ (پ) بزرگی  $F$  و (ت) جهت (مثبت یا منفی محور  $x$ ) نیروی الکتریکی وارد بر پروتون، در صورتی که پروتون فقط در سمت چپ  $x = 3/0 \text{ cm}$  حرکت کند چگونه است؟ (ث)  $F$  و (ج) جهت آن در صورتی که پروتون فقط در سمت راست  $x = 5/0 \text{ cm}$  حرکت کند چگونه است؟



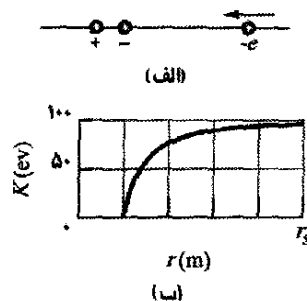
شکل ۲۰-۵۱ مسئله ۵۴

۵۵۰۰- در شکل ۲۰-۵۲، یک ذره باردار (الکترون یا پروتون) در حال حرکت به سمت راست، میان دو صفحه باردار موازی به فاصله  $d = 2/00 \text{ mm}$  است. پتانسیل صفحه‌ها عبارت‌اند از  $V_1 = -700 \text{ V}$  و  $V_2 = -500 \text{ V}$ . تندی ذره از مقدار اولیه  $90 \text{ km/s}$  روی صفحه سمت چپ، کند می‌شود. (الف) آیا این ذره، الکترون است یا پروتون؟ (ب) تندی آن وقتی درست به صفحه ۲ می‌رسد چقدر است؟



شکل ۲۰-۵۲ مسئله ۵۵

۵۶۰۰- شکل ۲۰-۵۳ الف، الکترونی را نشان می‌دهد که در حال حرکت روی محور یک دوقطبی الکتریکی به سوی طرف منفی این دوقطبی است. دوقطبی در مکان خود ثابت شده است. الکترون در ابتدا در فاصله بسیار دوری از دوقطبی، با انرژی جنبشی  $100 \text{ eV}$  بوده است. شکل ۲۰-۵۳ ب، انرژی جنبشی  $K$  الکترون را برحسب فاصله  $r$  آن از مرکز دوقطبی نشان می‌دهد. مقیاس محور افقی با  $r_s = 0/10 \text{ m}$  مشخص شده است. بزرگی گشتاور دو قطبی چقدر است؟



شکل ۲۰-۵۳ مسئله ۵۶

بزرگی میدان الکتریکی  $E$  در فاصله شعاعی  $r = 4/00 \text{ m}$  (الف) ،  $r = 0/700 \text{ m}$  (ب) ،  $r = 0/200 \text{ m}$  (پ) و  $r = 0/200 \text{ m}$  چقدر است؟ به ازای  $V = 0$  در بینهایت، پتانسیل  $V$  در (ت)  $r = 4/00 \text{ m}$  ، (ج)  $r = 0/700 \text{ m}$  ، (ج)  $r = 0/500 \text{ m}$  ، (خ)  $r = 0$  ، چقدر است؟ (د) نمودارهای  $E(r)$  و  $V(r)$  را رسم کنید.

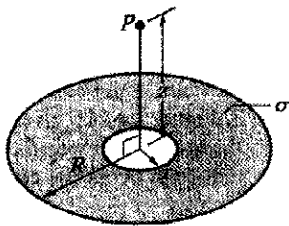
۶۷۰۰- یک کره فلزی به شعاع  $15 \text{ cm}$  دارای بار خالص  $3/0 \times 10^{-8} \text{ C}$  است. (الف) میدان الکتریکی در سطح کره چقدر است؟ (ب) اگر در بینهایت  $V = 0$  باشد، پتانسیل الکتریکی در سطح کره چقدر است؟ (پ) در چه فاصله‌ای از سطح کره، پتانسیل الکتریکی به اندازه  $500 \text{ V}$  کاهش می‌یابد؟

### مسئله‌های اضافی

۶۸- معمای خرده‌های شکلات. این داستان با مسئله ۵۶ فصل ۱۹ آغاز می‌شود. (الف) با استفاده از پاسخ قسمت (الف) آن مسئله، عبارتی را برای پتانسیل الکتریکی بر حسب تابعی از فاصله شعاعی  $r$  از مرکز لوله پیدا کنید. (پتانسیل الکتریکی روی دیواره لوله متصل به زمین برابر با صفر است.) (ب) برای چگالی بار حجمی نوعی  $\rho = -1/1 \times 10^{-3} \text{ C/m}^3$  ، اختلاف پتانسیل الکتریکی میان مرکز لوله و دیواره داخلی آن چقدر است؟ (این داستان با مسئله ۵۰ در فصل ۲۱ ادامه می‌یابد.)

۶۹- الکترونی از حالت سکون روی محور یک دوقطبی الکتریکی ثابت شده در مکان خود که دارای بار  $e$  و فاصله بارهای  $d = 20 \text{ pm}$  است، رها می‌شود. نقطه رهاشدن در طرف مثبت دوقطبی، و در فاصله  $7/0 \text{ d}$  از مرکز دوقطبی است. تندی الکترون هنگامی که به نقطه  $5/0 \text{ d}$  از مرکز دوقطبی می‌رسد، چقدر است؟

۷۰- شکل ۲۰-۵۶ حلقه‌ای را به شعاع خارجی  $R = 13/0 \text{ cm}$  ، شعاع داخلی  $r = 0/200 R$  و چگالی بار سطحی یکنواخت  $\sigma = 6/20 \text{ pC/m}^2$  نشان می‌دهد. به ازای  $V = 0$  در بینهایت، پتانسیل الکتریکی را در نقطه  $P$  واقع بر محور مرکزی حلقه، در فاصله  $z = 2/00 R$  از مرکز حلقه، به دست آورید.



شکل ۲۰-۵۶ مسئله ۷۰

۷۱- الکترون در چاه. شکل ۲۰-۵۷ پتانسیل الکتریکی  $V$  را در

میدان  $0 < x < 4/5 \text{ cm}$  با انرژی جنبشی اولیه  $3/00 \text{ eV}$  رها می‌شود. (الف) اگر جهت حرکت اولیه

است و آن تکه‌ها در مکان شماره‌های یک ساعت دایره‌ای به شعاع  $R = 8/00 \text{ cm}$  پخش شده‌اند. حال الکترونی از یک فاصله نامتناهی به مرکز دایره آورده می‌شود. (ب) بر اثر اضافه شدن این الکترون به دستگاه ۱۲ ذره باردار، انرژی پتانسیل الکتریکی این دستگاه چقدر تغییر می‌کند؟

۶۱۰۰۰- فرض کنید  $N$  الکترون را می‌توان در یکی از دو پیکربندی زیر قرار داد. در پیکربندی ۱، همه آنها به طور یکنواخت روی پیرامون حلقه باریکی به شعاع  $R$  توزیع شده‌اند، به طوری که فاصله میان الکترونها مجاور در همه جا یکسان است. در پیکربندی ۲،  $N-1$  الکترون به طور یکنواخت روی حلقه و یک الکترون در مرکز حلقه قرار گرفته‌اند. (الف) کمترین مقدار  $N$  که به ازای آن انرژی پیکربندی دوم کمتر از پیکربندی اول است، چقدر است؟ (ب) برای آن مقدار  $N$ ، یکی از الکترونها واقع بر پیرامون حلقه را در نظر بگیرید و آن را  $e$  بنامید. چه تعداد از سایر الکترونها واقع بر پیرامون حلقه به  $e$  نزدیکتر از الکترون مرکزی‌اند؟

### بخش ۲۰-۱۲ پتانسیل رسانای منزوی باردار

۶۲۰- پتانسیل یک کره فلزی توخالی نسبت به زمین (که پتانسیل آن  $V = 0$  تعریف شده است) برابر با  $400 \text{ V}$  و بار آن  $5/0 \times 10^{-9} \text{ C}$  است. پتانسیل الکتریکی را در مرکز کره پیدا کنید.

۶۳۰- اگر پتانسیل کره رسانایی به شعاع  $r = 0/15 \text{ m}$  برابر  $1500 \text{ V}$  و در بینهایت  $V = 0$  باشد، بار اضافی روی این کره چقدر است؟ SSM

۶۴۰- کره ۱ به شعاع  $R_1$  دارای بار مثبت  $q$  است. کره ۲ به شعاع  $R_2$  در فاصله دوری از کره ۱ قرار دارد و در ابتدا بدون بار است. پس از آنکه کره‌های جدا از هم با سیم به حد کافی نازکی که فقط بار ناچیزی را نگه می‌دارد به هم متصل شوند (الف) آیا پتانسیل  $V_1$  کره ۱ بزرگتر از پتانسیل  $V_2$  کره ۲ می‌شود یا کوچکتر یا مساوی آن؟ سرانجام چه کسری از  $q$  روی (ب) کره ۱ و (پ) کره ۲ باقی می‌ماند؟ (ت) نسبت  $\sigma_1/\sigma_2$  چگالیهای بار سطحی کره‌ها چقدر است؟

۶۵۰- فاصله مرکز به مرکز دو کره فلزی، هر یک به شعاع  $3/0 \text{ cm}$ ، برابر با  $2/0 \text{ m}$  است. کره ۱ دارای بار  $+1/0 \times 10^{-8} \text{ C}$  و کره ۲ دارای بار  $-3/0 \times 10^{-8} \text{ C}$  است. فرض کنید این فاصله به حد کافی بزرگ است به گونه‌ای که می‌توانیم فرض کنیم بار روی هر کره به طور یکنواخت توزیع شده است (کره‌ها بر یکدیگر تأثیر نمی‌گذارند). به ازای  $V = 0$  در بینهایت، مطلوب است محاسبه (الف) پتانسیل در نقطه میان مرکزهای دو کره و پتانسیل روی سطح (ب) کره ۱ و (پ) کره ۲. SSM WWW

۶۶۰۰- دو پوسته کره‌ای رسانا، هم مرکز و منزوی دارای شعاعهای  $R_1 = 0/500 \text{ m}$  و  $R_2 = 1/00 \text{ m}$  ، بارهای  $q_1 = +2/00 \mu\text{C}$  و  $q_2 = +1/00 \mu\text{C}$ ، و ضخامتهای ناچیزند.



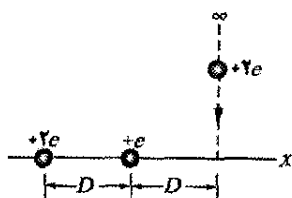
۷۵- سه بار  $+0.12 \text{ C}$  تشکیل مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع  $1/7 \text{ m}$  را می‌دهند. با استفاده از انرژی وارد شده با آهنگ  $0.83 \text{ kW}$ ، چند روز لازم است تا یکی از بارها به نقطه میانی خط واصل دو بار دیگر آورده شود؟ SSM

۷۶- بزرگی  $E$  یک میدان الکتریکی، با رابطه  $E = A/r^4$  به فاصله شعاعی  $r$  بستگی دارد، که در آن  $A$  ثابتی با یکای ولت-متر مکعب است. برحسب مضربی از  $A$ ، بزرگی اختلاف پتانسیل الکتریکی میان  $r = 2/00 \text{ m}$  و  $r = 3/00 \text{ m}$  چقدر است؟

۷۷- استوانه رسانای توپر و بلندی دارای شعاع  $2/0 \text{ cm}$  است. میدان الکتریکی روی سطح استوانه برابر با  $160 \text{ N/C}$  و جهت آن به طور شعاعی به طرف بیرون است.  $A$ ،  $B$ ، و  $C$  را نقطه‌هایی در نظر می‌گیریم که به ترتیب در فاصله  $1/0 \text{ cm}$ ،  $2/0 \text{ cm}$  و  $5/0 \text{ cm}$  از محور مرکزی استوانه قرار دارند. (الف) بزرگی میدان الکتریکی در  $C$  و اختلاف پتانسیل‌های الکتریکی (ب)  $V_B - V_C$  و (پ)  $V_A - V_B$  چقدر است؟

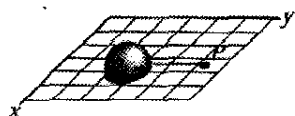
۷۸- (الف) اگر کره زمین دارای چگالی بار سطحی خالص  $1/0 \text{ electron/m}^2$  باشد (یک فرض بسیار غیر واقعی)، پتانسیل آن چقدر خواهد بود؟ (فرض کنید در بینهایت  $V = 0$  است.) (ب) بزرگی و (پ) جهت (به طور شعاعی به طرف درون یا به طرف بیرون) میدان الکتریکی ناشی از کره زمین درست در بیرون سطح آن چگونه می‌شد؟

۷۹- در شکل ۲۰-۶۰، ذره‌ای به بار  $+2e$  را از بینهایت تا محور  $x$  حرکت می‌دهیم. چقدر کار باید انجام دهیم؟ فاصله  $D$  برابر با  $4/00 \text{ m}$  است.



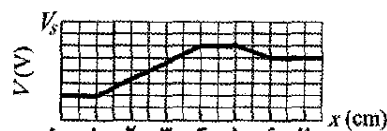
شکل ۲۰-۶۰ مسئله ۷۹

۸۰- شکل ۲۰-۶۱ نیمکره‌ای با بار  $4/00 \mu\text{C}$  را نشان می‌دهد که این بار به طور یکنواخت در سرتاسر حجم آن توزیع شده است. این نیمکره مثل گریپ فروت نصفه‌ای که ممکن است طرف صاف آن روی میز آشپزخانه باشد، در صفحه  $xy$  قرار دارد. نقطه  $P$  که روی صفحه واقع شده است در امتداد یک خط شعاعی از مرکز خمیدگی نیمکره، به فاصله شعاعی  $15 \text{ cm}$  قرار دارد. انرژی پتانسیل ناشی از نیمکره در نقطه  $P$  چقدر است؟



شکل ۲۰-۶۱ مسئله ۸۰

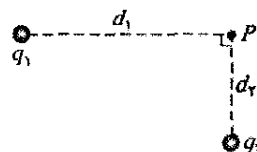
الکترون به طرف منفی محور  $x$  باشد، آیا به نقطه برگشت می‌رسد، (اگر می‌رسد، مختصه  $x$  آن نقطه چیست) یا از ناحیه رسم شده می‌گریزد (اگر می‌گریزد، تندی آن در  $x = 0$  چقدر است)؟ (ب) اگر الکترون در ابتدا در جهت مثبت محور  $x$  حرکت کند، آیا به نقطه برگشت می‌رسد، (اگر می‌رسد، مختصه  $x$  آن نقطه چیست) یا از ناحیه رسم شده می‌گریزد (اگر می‌گریزد، تندی آن در  $x = 7/0 \text{ cm}$  چقدر است)؟ (پ) بزرگی  $F$  و (ت) جهت (مثبت یا منفی محور  $x$ ) میدان الکتریکی وارد بر الکترون در صورتی که الکترون فقط در طرف  $x = 4/0 \text{ cm}$  حرکت کند چیست؟ (ث)  $F$  و (ج) جهت آن در صورتی که الکترون فقط در سمت راست  $x = 5/0 \text{ cm}$  حرکت کند چیست؟



شکل ۲۰-۵۷ مسئله ۷۱

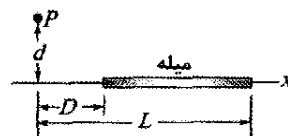
۷۲- کره رسانای توپری به شعاع  $3/0 \text{ cm}$  دارای بار  $30 \text{ nC}$  است که به طور یکنواخت روی سطح آن توزیع شده است.  $A$  را نقطه‌ای به فاصله  $1/0 \text{ cm}$  از مرکز کره،  $S$  را نقطه‌ای روی سطح کره، و  $B$  را نقطه‌ای به فاصله  $5/0 \text{ cm}$  از مرکز کره در نظر می‌گیریم. اختلاف پتانسیل‌های الکتریکی (الف)  $V_S - V_B$  و (ب)  $V_A - V_B$  چقدر است؟

۷۳- در شکل ۲۰-۵۸، نقطه  $P$  در فاصله  $d_1 = 4/00 \text{ m}$  از ذره  $1$  ( $q_1 = -2e$ ) و در فاصله  $d_2 = 2/00 \text{ m}$  از ذره  $2$  ( $q_2 = +2e$ ) قرار دارد و هر دو ذره در مکانهای خود ثابت‌اند. (الف) به ازای  $V = 0$  در بینهایت، در نقطه  $P$  چقدر است؟ اگر ذره‌ای به بار  $q_3 = +2e$  را از بینهایت به نقطه  $P$  بیاوریم، (ب) چقدر کار باید انجام دهیم؟ و (پ) انرژی پتانسیل این دستگاه سه ذره‌ای چقدر است؟



شکل ۲۰-۵۸ مسئله ۷۳

۷۴- شکل ۲۰-۵۹ میله‌ای با چگالی بار یکنواخت  $2/00 \mu\text{C/m}$  را نشان می‌دهد. در صورتی که  $d = D = L/4/00$  باشد، پتانسیل الکتریکی را در نقطه  $P$  محاسبه کنید. 60



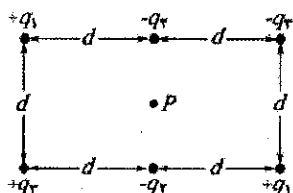
شکل ۲۰-۵۹ مسئله ۷۴

۸۷- دو صفحه رسانای تخت، موازی و باردار که به فاصله  $y = +1/50 \text{ cm}$  چقدر کار باید انجام گیرد تا این بارها با شروع از فاصله نامتناهی در مکانهای خود قرار گیرند؟  
 ۸۸- دو صفحه رسانای تخت، موازی و باردار که به فاصله  $d = 1/00 \text{ cm}$  از یکدیگر قرار گرفته‌اند، اختلاف پتانسیلی برابر با  $\Delta V = 625 \text{ V}$  میان صفحه‌ها ایجاد می‌کند. یک الکترون از سطح یکی از صفحه‌ها به طور مستقیم به طرف دیگری پرتاب می‌شود. اگر این الکترون درست روی سطح صفحه دوم متوقف شود، تندی اولیه آن چقدر است؟

۸۹- ذره‌ای با بار مثبت  $Q$  در نقطه  $P$  ثابت شده است. ذره دومی به جرم  $m$  و بار  $-q$  با تندی ثابت روی دایره‌ای به شعاع  $r_1$  و به مرکز  $P$  حرکت می‌کند. عبارتی برای کار  $W$  که باید توسط یک عامل خارجی روی ذره دوم انجام گیرد تا شعاع دایره حرکت آن به  $r_2$  افزایش یابد، به دست آورید.

۹۰- میدان الکتریکی که غالباً در نزدیکی سطح کره زمین مشاهده می‌شود تقریباً برابر با  $100 \text{ V/m}$  است. اگر این میدان روی کل سطح زمین باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه‌ای روی این سطح چقدر است؟ (در بینهایت  $V = 0$  اختیار کنید).

۹۱- در شکل ۶۴-۲۰، نقطه  $P$  در مرکز مستطیل قرار دارد. به ازای  $V = 0$  در بینهایت،  $q_1 = 5/00 \text{ fC}$ ،  $q_2 = 2/00 \text{ fC}$ ،  $q_3 = 3/00 \text{ fC}$  و  $d = 2/54 \text{ cm}$ . پتانسیل الکتریکی خالص ناشی از شش ذره باردار در نقطه  $P$  چقدر است؟



شکل ۶۴-۲۰ مسئله ۹۰

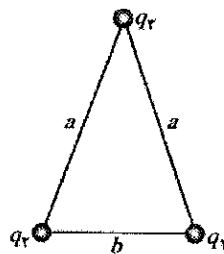
۹۲- دو ذره باردار را روی یک محور نشان می‌دهد. خطهای میدان الکتریکی و سطحهای هم‌پتانسیل را در صفحه کاغذ به ازای (الف)  $q_1 = +q$ ،  $q_2 = +2q$  و (ب)  $q_1 = +q$ ،  $q_2 = -3q$  رسم کنید.

۹۳- بار  $q$  به طور یکنواخت در سرتاسر یک حجم کروی به شعاع  $R$  توزیع شده است. فرض کنید در بینهایت  $V = 0$  باشد. (الف) در فاصله شعاعی  $r < R$  و (ب) اختلاف پتانسیل میان نقطه‌های واقع بر  $r = R$  و نقطه  $r = 0$  چقدر است؟

۹۴- یک پوسته کروی ضخیم با بار  $Q$  و چگالی بار حجمی یکنواخت  $\rho$  در شعاعهای  $r_1$  و  $r_2$  محدود شده است. به ازای  $V = 0$  در بینهایت، پتانسیل الکتریکی  $V$  را برحسب تابعی از فاصله  $r$  از مرکز این توزیع بار، با در نظر گرفتن ناحیه‌های (الف)  $r > r_2$ ، (ب)  $r_1 > r > r_2$ ، و (پ)  $r < r_1$ ، به دست آورید. (ت) آیا این پاسخها در  $r = r_1$  و  $r = r_2$  با یکدیگر سازگارند؟ (راهنمایی: بخش ۱۹-۹ را ببینید).

۸۱- در ابتدا دو الکترون به فاصله  $2/00 \mu\text{m}$  در مکانهای خود ثابت شده‌اند. برای آنکه بار سومی را برای تشکیل یک مثلث متساوی الاضلاع از بینهایت بیاوریم، چه مقدار کار باید انجام دهیم؟

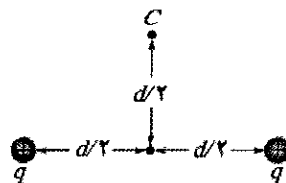
۸۲- سه ذره با بارهای  $q_1 = +10 \mu\text{C}$ ،  $q_2 = -20 \mu\text{C}$  و  $q_3 = +30 \mu\text{C}$  در گوشه‌های مثلث متساوی الساقین نشان داده شده در شکل ۶۲-۲۰ قرار گرفته‌اند. اگر  $a = 10 \text{ cm}$  و  $b = 6/0 \text{ cm}$  باشد، یک عامل خارجی چقدر کار باید انجام دهد تا جای بارهای (الف)  $q_1$  و  $q_2$ ، و (ب)  $q_1$  و  $q_3$  را با هم عوض کند؟



شکل ۶۲-۲۰ مسئله ۸۲

۸۳- (الف) اگر بار خالص یک کره رسانای منزوی به شعاع  $10 \text{ cm}$  برابر با  $4/0 \mu\text{C}$  و در بینهایت  $V = 0$  باشد، پتانسیل روی سطح این کره چقدر است؟ (ب) با فرض اینکه هوای اطراف این کره وقتی که بزرگی میدان الکتریکی از  $3/0 \text{ MV/m}$  تجاوز کند دچار فروریزش الکتریکی شود، آیا این وضعیت واقعاً رخ می‌دهد؟

۸۴- دو بار  $q = +2/0 \mu\text{C}$  در فاصله  $d = 2/0 \text{ cm}$  از یکدیگر ثابت شده‌اند (شکل ۶۳-۲۰). (الف) به ازای  $V = 0$  در بینهایت، پتانسیل الکتریکی در نقطه  $C$  چقدر است؟ (ب) بار سوم  $q = +2/0 \mu\text{C}$  را از بینهایت به نقطه  $C$  می‌آوریم. برای این منظور، چقدر کار باید انجام دهیم؟ (پ) انرژی پتانسیل  $U$  پیکربندی سه بار هنگامی که بار سوم در مکان خود قرار گیرد، چقدر است؟



شکل ۶۳-۲۰ مسئله ۸۴

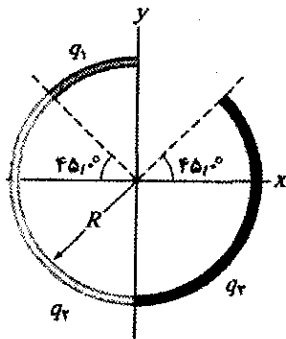
۸۵- بار یکنواخت  $+16/0 \mu\text{C}$  روی حلقه دایره‌ای باریکی، واقع بر صفحه  $xy$  و به مرکز مبدا آن صفحه، قرار گرفته است. شعاع حلقه  $3/00 \text{ cm}$  است. اگر نقطه  $A$  در مبدا و نقطه  $B$  روی محور  $z$  در  $z = 4/00 \text{ cm}$  باشد،  $V_B - V_A$  چقدر است؟ SSM

۸۶- بارها و مختصات دو بار نقطه‌ای که در صفحه  $xy$  قرار دارند عبارت‌اند از  $q_1 = +3/00 \times 10^{-6} \text{ C}$ ،  $x = +3/50 \text{ cm}$ ،  $q_2 = -4/00 \times 10^{-6} \text{ C}$ ،  $y = +5/00 \text{ cm}$ ،  $x = -2/00 \text{ cm}$ ، و  $y = +5/00 \text{ cm}$ .

۱۰۲- انرژی پتانسیل الکتریکی پیکربندی بار شکل ۲۰-۸ (الف) چقدر است؟ از مقادیر عددی مسئله نمونه ۲۰-۳ استفاده کنید.

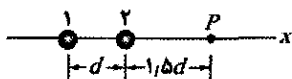
۱۰۳- یک کره مسی توپر به شعاع  $1.0\text{ cm}$  دارای پوشش سطحی نازکی از جنس نیکل است. بعضی از اتمهای نیکل پرتوزا هستند، یعنی به هنگام واپاشی یک الکترون گسیل می‌کنند. نیمی از این الکترون‌ها وارد کره مسی می‌شوند و در آنجا هر یک  $100\text{ keV}$  انرژی از خود به جای می‌گذارند. نیم دیگر الکترون‌ها، هر یک با بار  $-e$ ، می‌گریزند. پوشش نیکل دارای فعالیت  $3/70 \times 10^8$  واپاشی پرتوزا در ثانیه است. این کره از تار نارسانای بلندی آویخته و از محیط اطراف خود منزوی شده است. (الف) چقدر طول می‌کشد تا پتانسیل کره به اندازه  $1000\text{ V}$  افزایش یابد؟ (ب) چقدر طول می‌کشد تا دمای کره بر اثر انرژی به جای گذاشته شده توسط الکترون‌ها، به اندازه  $5.0\text{ K}$  افزایش یابد؟ ظرفیت گرمایی کره  $14\text{ J/K}$  است. SSM

۱۰۴- شکل ۲۰-۶۵ سه کمان دایره‌ای نارسانا به شعاع  $R = 8.50\text{ cm}$  را نشان می‌دهد. بار روی کمانها عبارت‌اند از  $q_1 = 4.52\text{ pC}$ ،  $q_2 = -2.00\text{ pC}$ ،  $q_3 = +3.00\text{ pC}$ . به ازای  $V = 0$  در بینهایت، پتانسیل الکتریکی خالص کمانها در مرکز مشترک خمیدگی چقدر است؟



شکل ۲۰-۶۵ مسئله ۱۰۴

۱۰۵- در شکل ۲۰-۶۶ دو ذره با بارهای  $q_1$  و  $q_2$  روی محور  $x$  ثابت شده‌اند. وقتی ذره سوم با بار  $+6.0\text{ }\mu\text{C}$  از فاصله نامتناهی به نقطه  $P$  آورده شود، دستگاه سه ذره‌ای همان انرژی پتانسیل الکتریکی را خواهد داشت که دستگاه دو ذره‌ای اولیه داشته است. نسبت بار  $q_1/q_2$  چقدر است؟



شکل ۲۰-۶۶ مسئله ۱۰۵

۱۰۶- در شکل ۲۰-۶۷، فاصله دو ذره را  $1.0\text{ m}$  در نظر بگیرید؛ فرض کنید بارهای آنها  $q_1 = +q$  و  $q_2 = +2q$  است و پتانسیل را در بینهایت  $V = 0$  اختیار کنید. در چه مختصه (ب) با استفاده از این نتیجه، عبارتی برای  $E$  در نقطه‌های روی محور  $x$  (الف) پتانسیل الکتریکی خالص ناشی از محور حلقه به دست آورید؛ نتیجه خود را با محاسبه  $E$  در ناحیه مرکزی خود (ب) میدان الکتریکی خالص ناشی از آنها بخش ۱۸-۶ مقایسه کنید.

۹۴- یک ذره آلفا (که دارای دو پروتون است) به طور مستقیم به طرف هسته هدفی که شامل ۹۲ پروتون است پرتاب می‌شود. انرژی جنبشی اولیه ذره آلفا برابر با  $5.48\text{ pJ}$  است. با فرض اینکه هسته هدف حرکت نکند، کمترین فاصله مرکز به مرکزی که ذره آلفا به هسته هدف می‌رسد چقدر است؟

۹۵- با شروع از معادله ۲۰-۳۰، عبارتی برای میدان الکتریکی ناشی از یک دوقطبی در نقطه‌ای روی محور دوقطبی به دست آورید.

۹۶- بار  $1/50 \times 10^{-8}\text{ C}$  روی یک کره فلزی منزوی به شعاع  $16/0\text{ cm}$  قرار گرفته است. به ازای  $V = 0$  در بینهایت، پتانسیل الکتریکی در نقطه‌های روی سطح این کره چقدر است؟

۹۷- در آزمایش قطره روغن میلیکان (بخش ۱۸-۸)، میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی  $1/92 \times 10^5\text{ N/C}$  در ناحیه میان دو صفحه که به فاصله  $1/50\text{ cm}$  از هم قرار دارند، ایجاد می‌شود. اختلاف پتانسیل الکتریکی میان صفحه‌ها را به دست آورید.

۹۸- بار نقطه‌ای  $q = 1/50 \times 10^{-8}\text{ C}$  را در نظر بگیرید و فرض کنید در بینهایت  $V = 0$  است. (الف) شکل و ابعاد سطح هم‌پتانسیل به پتانسیل  $30/0\text{ V}$  ناشی از فقط بار  $q$ ، چیست؟ (ب) آیا سطحهایی که پتانسیل آنها به مقدار ثابتی با هم تفاوت دارند (مثلاً  $1/0\text{ V}$ ) به فاصله یکسانی از هم قرار گرفته‌اند؟

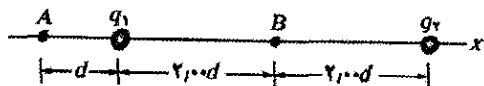
۹۹- در مدل کواری ذره‌های بنیادی، پروتون از سه کواری تشکیل شده است: دو کواری «بالا»، هر یک با بار  $+2e/3$ ، و یک کواری «پایین» با بار  $-e/3$ . فرض کنید که این سه کواری به فاصله یکسانی از یکدیگر قرار گرفته‌اند. این فاصله را  $1/32 \times 10^{-15}\text{ m}$  در نظر بگیرید و انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاه (الف) فقط شامل دو کواری بالا و (ب) شامل هر سه کواری را محاسبه کنید.

۱۰۰- (الف) پروتونی با انرژی جنبشی  $4/80\text{ MeV}$  به طور رودرو به طرف یک هسته سرب حرکت می‌کند. با فرض اینکه پروتون به داخل هسته نفوذ نکند و اینکه تنها نیروی بین پروتون و هسته نیروی کولنی باشد، کمترین فاصله مرکز به مرکز  $d_p$  بین پروتون و هسته را هنگامی که پروتون به توقف لحظه‌ای می‌رسد، محاسبه کنید. اگر پروتون با یک ذره آلفا (که دارای دو پروتون است) با همان انرژی جنبشی اولیه جایگزین شود، ذره آلفا در فاصله مرکز به مرکز  $d_\alpha$  متوقف خواهد شد. (ب) نسبت  $d_\alpha/d_p$  چقدر است؟

۱۰۱- (الف) با استفاده از معادله ۲۰-۳۲ نشان دهید که پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای روی محور مرکزی یک حلقه باریک (با بار  $q$  و شعاع  $R$ ) و به فاصله  $z$  از حلقه برابر است با

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{z^2 + R^2}}$$

(ب) با استفاده از این نتیجه، عبارتی برای  $E$  در نقطه‌های روی محور حلقه به دست آورید؛ نتیجه خود را با محاسبه  $E$  در ناحیه مرکزی خود (ب) میدان الکتریکی خالص ناشی از آنها بخش ۱۸-۶ مقایسه کنید.



شکل ۲۰-۷۰ مسئله ۱۱۰

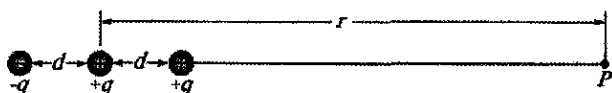
۱۱۱- بارهای نقطه ای با بزرگیهای یکسان ( $25 \text{ nC}$ ) و علامتهای مخالف به طور قطری روی گوشه‌های مقابل مستطیل  $6.0 \text{ cm} \times 8.0 \text{ cm}$  قرار گرفته‌اند. نقطه  $A$  آن گوشه اشغال نشده‌ای است که در نزدیکترین فاصله به بار مثبت قرار دارد، و نقطه  $B$  گوشه اشغال نشده دیگر است. اختلاف پتانسیل  $V_B - V_A$  را تعیین کنید.

۱۱۲- یک دهه پیش از آنکه/نیستین نظریه نسبیت خود را منتشر کند، تامسون پیشنهاد کرد که الکترون ممکن است شامل اجزای کوچکی باشد و جرم  $m$  الکترون را می‌توان به انرژی پتانسیل برهم کنش این اجزا نسبت داد. بعلاوه، او پیشنهاد کرد که این انرژی برابر  $mc^2$  است، که در آن  $c$  تندی نور است. برآوردی تقریبی از جرم الکترون به روش زیر انجام دهید: فرض کنید الکترون از سه جزء یکسان تشکیل شده است که این اجزا از بینهایت آورده شده‌اند و در گوشه‌های مثلث متساوی الاضلاعی با ضلعی برابر با شعاع کلاسیکی الکترون، یعنی  $m = 2/82 \times 10^{-5} \text{ m}$ ، قرار داده شده‌اند. (الف) انرژی پتانسیل الکتریکی کل این پیکربندی را پیدا کنید. (ب) سپس آن را بر  $c^2$  تقسیم و نتیجه خود را با جرم پذیرفته شده برای الکترون مقایسه کنید. (این نتیجه وقتی بهتر می‌شود که اجزای بیشتری در نظر گرفته شوند).

۱۱۳- شکل ۲۰-۷۱، سه ذره باردار را نشان می‌دهد که روی یک محور افقی قرار گرفته‌اند. برای نقطه‌هایی (از قبیل  $P$ ) روی این محور با  $d \gg r$ ، نشان دهید که پتانسیل الکتریکی  $V(r)$  با رابطه زیر داده می‌شود

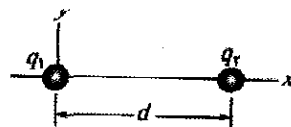
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \left( 1 + \frac{2d}{r} \right)$$

(راهنمایی: این پیکربندی بار را می‌توان به صورت مجموع یک بار منزوی و یک دو قطبی در نظر گرفت).



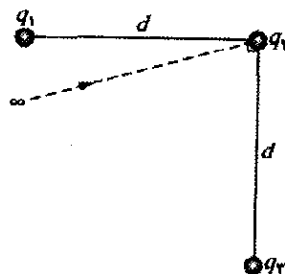
شکل ۲۰-۷۱ مسئله ۱۱۳

۱۱۴- بار نقطه‌ای  $q_1 = +6.0 \text{ e}$  در مبدا یک دستگاه مختصات راست‌گوشه، و بار نقطه‌ای  $q_2 = -10 \text{ e}$  در  $x = 8.6 \text{ nm}$  و  $y = 0$  ثابت شده‌اند. همان‌طور که در شکل ۲۰-۷۲ نشان داده شده است، مکان هندسی همه نقطه‌های واقع بر صفحه  $xy$  که برای آنها  $V = 0$  است (غیر از بینهایت)، دایره‌ای است که مرکز آن روی محور  $x$  قرار دارد. (الف) مکان  $x_c$  مرکز دایره و (ب) شعاع  $R$  دایره را پیدا کنید. (ب) آیا مقطع  $xy$  سطح هم پتانسیل است؟



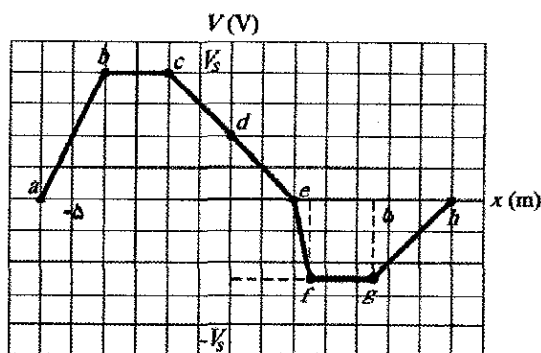
شکل ۲۰-۶۷ مسئله ۱۰۶

۱۰۷- در شکل ۲۰-۶۸، ذره‌ای با بار  $q_2 = +5 \text{ e}$  در امتداد خط‌چین از بینهایت به نقطه نشان داده شده در نزدیکی دو بار ثابت شده  $q_1 = +2 \text{ e}$  و  $q_2 = -q_1$  آورده می‌شود. نسبت پتانسیل الکتریکی این دستگاه سه ذره‌ای به دستگاه دو ذره‌ای اولیه چقدر است؟



شکل ۲۰-۶۸ مسئله ۱۰۷

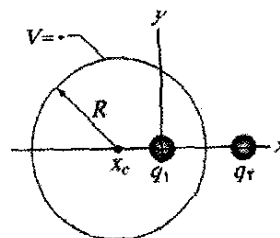
۱۰۸- در وضعیت معینی، پتانسیل الکتریکی در امتداد محور  $x$  مانند نمودار نشان داده شده در شکل ۲۰-۶۹ تغییر می‌کند. مقیاس محور قائم با  $V_s = 12.0 \text{ V}$  مشخص شده است. برای بازه‌های (الف)  $ab$ ، (ب)  $bc$ ، (پ)  $cd$ ، (ت)  $de$ ، (ث)  $ef$ ، (ج)  $fg$ ، (چ)  $gh$ ، مؤلفه  $x$  میدان الکتریکی را تعیین کنید، و سپس  $E_x$  را برحسب  $x$  رسم کنید. (از رفتار میدان در نقطه‌های انتهایی هر بازه چشمپوشی کنید).



شکل ۲۰-۶۹ مسئله ۱۰۸

۱۰۹- شعاع قرصی برابر با  $R = 2.0 \text{ cm}$  است. چگالی بار سطحی آن از  $r = 0$  تا  $r = R/2$  برابر با  $1.50 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$  و از  $r = R/2$  تا  $r = R$  برابر با  $8.00 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2$  است. (الف) بار کل روی قرص چقدر است؟ (ب) به ازای  $V = 0$  در بینهایت، پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای روی محور مرکزی عمودی قرص، به فاصله  $z = R/2$  از مرکز قرص چقدر است؟ ۱۱۰- در شکل ۲۰-۷۰، ذره ۱ با بار  $q_1 = +e$  و ذره ۲ با بار  $q_2 = -5e$  روی محور  $x$  قرار دارند. فاصله  $d = 5.6 \mu\text{m}$  است. اختلاف پتانسیل الکتریکی  $V_A - V_B$  چقدر است؟

(الف) نشان دهید که چگونه عبارت میدان الکتریکی از عبارت بالا برای  $V$  به دست می‌آید؟ (ب) چرا عبارت  $V$ ، وقتی  $r \rightarrow \infty$  میل می‌کند، صفر نمی‌شود؟



شکل ۲۰-۷۲ مسئله ۱۱۴

۱۱۵- بار  $q_1 = -1/2 \times 10^{-9} \text{ C}$  در مبدأ، و بار  $q_2 = 2/5 \times 10^{-9} \text{ C}$  روی محور  $y$  در  $y = 0.50 \text{ m}$  قرار دارد. پتانسیل الکتریکی را در فاصله‌ای دور از هر دو بار صفر در نظر بگیرید. (الف) مقطع سطح هم‌پتانسیل  $V = 5.0 \text{ V}$  را با صفحه  $xy$  رسم کنید. این سطح، یکی از دو بار را دربر می‌گیرد. (ب) دو سطح هم‌پتانسیل وجود دارند که به  $V = 3.0 \text{ V}$  مربوط‌اند. یکی، یک بار و دیگری هر دو بار را در بر دارد. مقطع آنها را با صفحه  $xy$  رسم کنید. (پ) آن مقداری از پتانسیل را بیابید که به ازای آن، نقش پتانسیل الکتریکی از یک سطح هم‌پتانسیل به دو سطح هم‌پتانسیل تبدیل شود.

۱۱۶- در شکل ۲۰-۷۳، سه خط بار موازی و بلند، با چگالیهای بار خطی نشان داده شده، در هر دو جهت به طور عمود بر صفحه امتداد دارند. چند خط میدان الکتریکی را رسم کنید؛ همچنین مقطع چند سطح هم‌پتانسیل را در صفحه شکل رسم کنید.



شکل ۲۰-۷۳ مسئله ۱۱۶

۱۱۷- دو خط بار نامتناهی در یک صفحه قرار دارند و با محور  $z$  موازی‌اند. یکی از آنها، با بار در یکای طول  $+λ$ ، به فاصله  $a$  در سمت راست این محور قرار دارد. دیگری، با بار در یکای طول  $-λ$ ، در فاصله  $a$  از سمت چپ این محور واقع است. چند سطح هم‌پتانسیل ناشی از این آرایش را رسم کنید.

۱۱۸- در سال ۱۹۱۱، ارنست راترفورد مدل اتم را به صورت نقطه‌ای با بار مثبت  $Ze$  که توسط بار منفی  $-Ze$  که به طور یکنواخت روی کره‌ای به شعاع  $R$  به مرکز واقع در آن نقطه توزیع شده است در نظر گرفت. در فاصله  $r$  داخل کره میدان الکتریکی عبارت است از

$$E = \frac{Ze}{4\pi} \left( \frac{1}{r^2} - \frac{r}{R^3} \right)$$

او همچنین پتانسیل الکتریکی را به صورت زیر به دست آورد

$$V = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{r}{2R} + \frac{r^2}{2R^2} \right)$$



Sté T.A.D.  
75000 ASVELL  
TEL: 49.64.78.60

چه چیزی تعیین می‌کند که  
آیا جرقه موجب ایجاد  
انفجار در ذره‌های انتقال  
یافته با هوا می‌شود؟

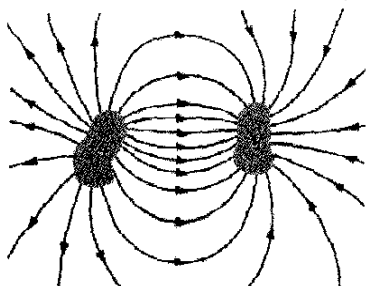
انفجار غبار انتقال یافته با هوا در مخازن نگهداری حیویات (مانند بالا)، معادن زغال  
سنگ، مخازن آرد و بسیاری از پودرهای صنعتی از اتفاقاتی متداولی هستند که  
اغلب عمر مفید آنها را کم می‌کنند و به بسیاری از خواص آنها آسیب می‌رسانند.  
معمولاً این انفجارها از زدن جرقه بین اجسام باردار و یک اتصال به زمین ایجاد  
می‌شود.

مهندسان احتمال جرقه زدن را نمی‌توانند از بین ببرند، ولی می‌توانند تمهیداتی به  
وجود آورند که شانس ایجاد انفجار بر اثر جرقه را کم کنند.

پاسخ در همین فصل.



هندسی آنها چگونه است، تخت‌اند یا خیر، این رساناها را صفحه می‌نامیم.



شکل ۲۱-۲ دو رسانا که از نظر الکتریکی از یکدیگر و محیط اطرافشان منزوی‌اند، تشکیل یک خازن را می‌دهند. هرگاه خازن باردار شود، رساناها، یا آنگونه که نامیده می‌شوند صفحه‌ها، دارای بارهایی با بزرگی مساوی ولی مخالف  $q$  می‌شوند.

شکل ۲۱-۳ الف آرایشی با عمومیت کمتر ولی مرسوم‌تر، به نام خازن صفحه - موازی [یا تخت] را نشان می‌دهد که شامل دو صفحه رسانای موازی با مساحت  $A$  است که به فاصله  $d$  از هم قرار گرفته‌اند. نمادی که برای نمایش یک خازن به کار می‌بریم ( $\text{---}$ ) براساس ساختار یک خازن صفحه - موازی است ولی برای نمایش خازن‌ها با هر شکل هندسی به کار گرفته می‌شود. فعلاً فرض می‌کنیم که هیچ ماده‌ای (از قبیل شیشه یا پلاستیک) در فضای میان صفحه‌ها وجود ندارد. در بخش ۲۱-۶ این محدودیت را برخواهیم داشت.

وقتی یک خازن باردار می‌شود، صفحه‌های آن دارای بارهایی با بزرگیهای یکسان ولی علامتهای مخالف می‌شوند:  $+q$  و  $-q$ . با این حال، بارخازن را  $q$  یعنی قدر مطلق این بارها روی صفحه‌ها، در نظر می‌گیریم. (توجه کنید که  $q$  بار خالص روی خازن نیست، بار خالص برابر با صفر است.)

چون صفحه‌ها رسانا هستند، آنها سطحهایی هم‌پتانسیل‌اند؛ تمام نقطه‌های روی یک صفحه در پتانسیل الکتریکی یکسانی قرار دارند. به علاوه، اختلاف پتانسیلی میان این دو صفحه وجود دارد. بنا به دلایل تاریخی، قدر مطلق این اختلاف پتانسیل را به جای  $\Delta V$  که در نمادگذاری پیشین استفاده می‌کردیم، با  $V$  نمایش می‌دهیم.

بار  $q$  و اختلاف پتانسیل  $V$  یک خازن، با یکدیگر متناسب‌اند؛ یعنی

$$q = CV \quad (21-1)$$

ثابت تناسب  $C$ ، ظرفیت خازن نامیده می‌شود. مقدار ظرفیت فقط به شکل هندسی صفحه‌ها بستگی دارد و «نه» به بار یا اختلاف پتانسیل آنها. ظرفیت، معیاری از مقدار باری است که باید روی صفحه‌ها قرار گیرد تا اختلاف پتانسیل معینی بین آنها ایجاد شود؛ برای ظرفیت بیشتر به بار بیشتری نیاز است.

## ۲۱-۱ فیزیک چیست؟

یکی از هدفهای فیزیک، تدارک پایه علمی برای ابزارهای عملی است که توسط مهندسان طراحی می‌شود. تمرکز این فصل روی یک مثال بسیار شناخته شده - خازن است، وسیله‌ای که انرژی الکتریکی می‌تواند در آن ذخیره شود. مثلاً باتریهای دوربین با باردار کردن یک خازن، انرژی را در فلاش عکاسی ذخیره می‌کنند. باتریها می‌توانند انرژی را فقط با آهنگ نسبتاً کمی تولید کنند، آنقدر آهسته که فلاش عکاسی بتواند یک درخشش نور را گسیل کند. البته، وقتی خازن باردار شد، می‌تواند انرژی را با آهنگ بسیار بیشتری به هنگام فلاش‌زدن، تولید کند. انرژی کافی برای آنکه - فلاش عکاسی بتواند فوراً نور شدیدی را گسیل کند.

فیزیک خازن‌ها می‌تواند به ابزارهایی دیگر و به هر وضعیتی که شامل میدانهای الکتریکی باشد تعمیم داده شود. مثلاً میدان الکتریکی جو زمین به وسیله هواشناسان مدل‌سازی شده است، به این ترتیب که این میدان ناشی از تخلیه جزئی یک خازن کروی عظیم توسط آذرخش است. باری که چوبهای اسکی به هنگام سرخوردن روی برف جمع می‌کنند را می‌توان با بار ذخیره شده در یک خازن که غالباً به صورت جرقه‌هایی تخلیه می‌شوند، مدل‌سازی کرد (اسکی بازهایی که شب هنگام روی برف خشک اسکی می‌کنند قادر به مشاهده این پدیده هستند). اولین گام در مبحث خازن‌ها تعیین آن است که چه مقدار بار می‌تواند ذخیره شود. این «چه مقدار» ظرفیت نامیده می‌شود.



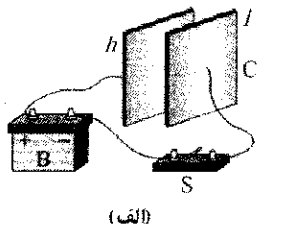
شکل ۲۱-۱ مجموعه‌ای از خازن‌ها

## ۲۱-۲ ظرفیت

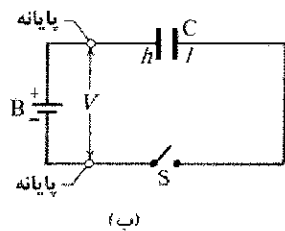
شکل ۲۱-۱ چندین خازن را در اندازه‌ها و شکل‌های مختلف نشان می‌دهد. شکل ۲۱-۲ اجزای اصلی هر خازن را نشان می‌دهد - دو رسانای منزوی با هر شکلی. مهم نیست که شکل

به مدار نشان داده شده در شکل‌های ۲۱-۴ الف و ب، ناکامل گفته می‌شود، چون کلید S باز است؛ یعنی، سیم‌ها به طور الکتریکی به کلید متصل نشده‌اند، وقتی کلید بسته شود، با اتصال الکتریکی آن سیم‌ها، مدار کامل می‌شود و آنگاه بار می‌تواند از طریق کلید و سیم‌ها جریان پیدا کند. همان‌طور که در فصل ۱۷ مطرح کردیم، باری که می‌تواند از درون یک رسانا، از قبیل سیم، جریان یابد، همان بار الکترونهاست. وقتی مدار شکل ۲۱-۴ کامل می‌شود که الکترون‌ها توسط میدان الکتریکی که باتری آن را در سیم‌ها ایجاد کرده است، از طریق سیم‌ها به حرکت انداخته شوند. میدان الکتریکی، الکترون‌ها را از صفحه  $h$  خازن به پایانه مثبت باتری می‌راند؛ بنابراین، صفحه  $h$  که در حال از دست دادن الکترونهاست، بار مثبت پیدا می‌کند. این میدان درست به همین تعداد، الکترون‌ها را از پایانه منفی باتری به صفحه  $l$  خازن می‌راند؛ در نتیجه، صفحه  $l$  که در حال به دست آوردن الکترونهاست، درست به همان اندازه صفحه  $h$ ، که در حال از دست دادن الکترونهاست، بار منفی پیدا می‌کند.

در ابتدا، وقتی صفحه‌های خازن بدون بارند، اختلاف پتانسیل میان آنها صفر است. با باردار شدن این صفحه‌ها با بارهای مخالف، این اختلاف پتانسیل تا جایی افزایش می‌یابد که با اختلاف پتانسیل  $V$  میان پایانه‌های باتری برابر شود. در این موقع صفحه  $h$  و پایانه مثبت باتری در پتانسیل یکسانی قرار دارند، و دیگر در سیم میان آنها میدانی الکتریکی وجود ندارد. به همین ترتیب، صفحه  $l$  و پایانه منفی باتری هم به پتانسیل یکسان می‌رسند و در سیم بین آنها میدان الکتریکی از بین می‌رود. بنابراین، با این میدان صفر، الکترون‌ها دیگر حرکت نمی‌کنند و گفته می‌شود که خازن، با اختلاف پتانسیل  $V$  و بار  $q$  که توسط معادله ۲۱-۱ به هم مربوط‌اند، به طور کامل باردار شده است.

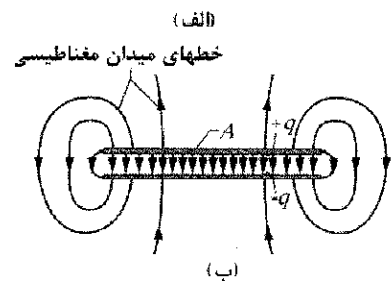
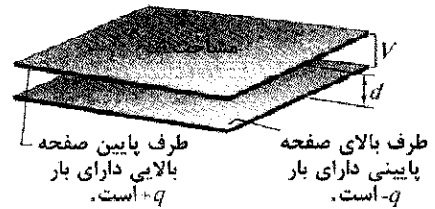


(الف)



(ب)

شکل ۲۱-۴ (الف) باتری B، کلید S، و صفحه‌های  $h$  و  $l$  خازن C، مدار با نمادهایشان، نشان داده شده است. (ب) طرح‌واره‌ای که در آن اجزای مدار با نمادهایشان، نشان داده شده است.



(ب)

شکل ۲۱-۳ (الف) خازن تخت، از دو صفحه با مساحت  $A$  که به فاصله  $d$  از هم قرار گرفته‌اند، ساخته شده است. بارهای روی سطح‌های مقابل دارای بزرگی یکسان  $q$  ولی با علامت‌های مخالف‌اند. (ب) همان‌گونه که خط‌های میدان نشان می‌دهد، میدان الکتریکی ناشی از صفحه‌ها در ناحیه مرکزی بین صفحه‌ها یکنواخت است. این میدان در لبه‌های صفحه‌ها، که با «فریز شدگی» خط‌های میدان نشان داده شده است، یکنواخت نیست.

یکای SI ظرفیت که از معادله ۲۱-۱ نتیجه می‌شود، کولن بر ولت است. چون این یکا به طور مکرر به کار می‌رود، نام ویژه‌ای گرفته است و فاراد (F) نامیده می‌شود

$$1 \text{ C/V} = 1 \text{ F} = 1 \text{ فاراد} \quad (2-21)$$

همان‌گونه که خواهید دید، فاراد یکای بسیار بزرگی است. اجزای آن از قبیل میکروفاراد ( $1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$ ) و پیکوفاراد ( $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$ ) در عمل، یکاهای مناسبتری هستند.

## باردار کردن خازن

یک راه برای باردار کردن خازن، قراردادن آن در یک مدار الکتریکی شامل باتری است. مدار الکتریکی مسیری است که بار می‌تواند از طریق آن جریان پیدا کند. باتری وسیله‌ای است که اختلاف پتانسیل معینی را توسط واکنش‌های الکتروشیمیایی داخلی که در آنها نیروهای الکتریکی می‌توانند بارهای داخلی را حرکت دهند، بین پایانه‌های آن (نقطه‌هایی که در آنها بار می‌تواند به باتری وارد یا از آن خارج شود) برقرار نگه می‌دارد.

در شکل ۲۱-۴ الف، باتری B، کلید S، خازن بدون بار C، و سیم‌های رابط، تشکیل یک مدار می‌دهند. همین مدار در طرح‌واره شکل ۲۱-۴ ب نشان داده شده است، که در آن نمادهایی به جای باتری، کلید و خازن، این وسیله‌ها را نشان می‌دهند. پایانه با پتانسیل بالاتر با + نمایش داده شده است و غالباً پایانه مثبت؛ و پایانه با پتانسیل پایین‌تر با - نمایش داده شده است. غالباً پایانه منفی نامیده می‌شود.

می‌کنیم؛ (۴) مقدار  $C$  را با استفاده از معادله ۲۰-۱ به دست می‌آوریم.

پیش از آنکه شروع کنیم، محاسبه میدان و اختلاف پتانسیل الکتریکی را می‌توانیم با اعمال فرضهای معینی ساده کنیم. هریک را به نوبت بررسی می‌کنیم.

### محاسبه میدان الکتریکی

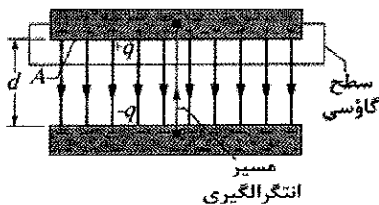
برای آنکه میدان الکتریکی  $\vec{E}$  میان صفحه‌های یک خازن را به بار  $q$  روی هر کدام از صفحه‌ها مربوط کنیم، از قانون گاوسی استفاده می‌کنیم

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \quad (۳-۲۱)$$

در اینجا  $q$  بار محصور شده توسط یک سطح گاوسی و  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$  شار الکتریکی خالص عبوری از این سطح است. در تمام مواردی که در نظر خواهیم گرفت، سطح گاوسی به گونه‌ای است که هرگاه یک شار الکتریکی از میان آن عبور کند،  $\vec{E}$  دارای بزرگی یکنواخت  $E$  بوده و بردارهای  $\vec{E}$  و  $d\vec{A}$  با هم موازی خواهند بود. آنگاه معادله ۲۱-۳ به صورت زیر ساده می‌شود

$$q = \epsilon_0 EA \quad (۴-۲۱) \quad (\text{حالت خاص معادله ۲۱-۳})$$

که در آن  $A$  مساحت آن بخش از سطح گاوسی است که شار از آن می‌گذرد. برای سهولت، سطح گاوسی را چنان رسم می‌کنیم که بار روی صفحه مثبت را کاملاً در برگیرد؛ به عنوان مثال، شکل ۲۱-۵ را ببیند.



شکل ۲۱-۵ یک خازن تخت باردار. سطح گاوسی، بار روی صفحه مثبت را در برمی‌گیرد. انتگرال معادله ۲۱-۶ روی مسیری گرفته می‌شود که به طور مستقیم از صفحه منفی تا صفحه مثبت امتداد دارد.

### محاسبه اختلاف پتانسیل

با نمادگذاری فصل ۲۰ (معادله ۲۰-۱۸)، اختلاف پتانسیل میان صفحه‌های خازن با معادله زیر به میدان الکتریکی  $\vec{E}$  مربوط است

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (۵-۲۱)$$

که در آن انتگرال در طول مسیری که از یک صفحه شروع و به صفحه دیگر می‌انجامد، محاسبه می‌شود. معمولاً مسیری را برمی‌گزینیم که در راستای یک خط میدان الکتریکی، از صفحه منفی تا صفحه مثبت باشد. برای این مسیر، بردارهای  $\vec{E}$  و  $d\vec{s}$  جهتهای مخالفی دارند؛ به گونه‌ای که ضرب نقطه‌ای  $\vec{E} \cdot d\vec{s}$  برابر با  $-E ds$  است. بنابراین، طرف راست معادله ۲۱-۵ مثبت است. سپس با این فرض که  $V$  اختلاف پتانسیل  $V_f - V_i$  است، معادله ۲۱-۵ را می‌توانیم چنین بنویسیم

در این کتاب فرض براین است که در حین باردار شدن خازن و پس از آن، بار نمی‌تواند از فضای میان صفحه‌ها، از یک صفحه به صفحه دیگر عبور کند. همچنین، فرض می‌کنیم که خازن می‌تواند به میزان نامحدودی بار را حفظ (یا ذخیره) کند، تا وقتی که در مداری که در آنجا می‌تواند تخلیه شود، قرار داده شود.

✓ **نکته واریسی ۱** آیا ظرفیت  $C$  یک خازن (الف) هر گاه بار  $q$  روی آن دو برابر شود و (ب) هرگاه اختلاف پتانسیل  $V$  میان صفحه‌های آن سه برابر شود، افزایش می‌یابد یا کاهش، یا یکسان می‌ماند؟

## تدبیرهای حل مسئله

### تدبیر ۱: نماد $V$ و اختلاف پتانسیل

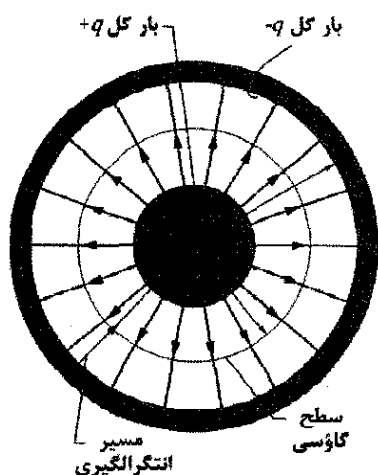
در فصلهای پیش، نماد  $V$  معرف پتانسیل الکتریکی در یک نقطه یا روی یک سطح هم‌پتانسیل بود. ولی در مواردی که با دستگاههای الکتریکی سروکار داریم،  $V$  اغلب معرف اختلاف پتانسیل میان دو نقطه یا دو سطح هم‌پتانسیل است. معادله ۲۱-۱ مثالی از کاربرد دوم این نماد است. در بخش ۲۱-۳، با آمیزه‌ای از این دو مفهوم  $V$  مواجه می‌شوید. در آنجا و در فصلهای بعد از آن، لازم است که از این نماد با دقت استفاده کنید.

همچنین، در این کتاب و در جاهای دیگر، با گستره متنوعی از عبارتهایی راجع به اختلاف پتانسیل مواجه می‌شوید. اختلاف پتانسیل یا «پتانسیل» یا «ولتاژ» ممکن است برای یک وسیله، یا بین دو نقطه یک وسیله به کار گرفته شود. یک خازن می‌تواند تا اختلاف پتانسیل معینی باردار شود، مثل این عبارت «خازنی تا ۱۲۷ باردار شده است». همچنین، یک باتری می‌تواند با اختلاف پتانسیل میان دو سرش مشخص شود، مثل این عبارت «یک باتری ۱۲۷». همیشه به خاطر داشته باشید که مفهوم چنین عبارتهایی چیست: میان دو نقطه، مانند دو نقطه یک مدار یا در پایانه‌های دستگاهی از قبیل باتری، اختلاف پتانسیل وجود دارد.

### ۲۱-۳ محاسبه ظرفیت

هدف ما در اینجا محاسبه ظرفیت خازنی است که شکل هندسی آن را می‌شناسیم. چون شکلهای هندسی متفاوتی را در نظر خواهیم گرفت، عاقلانه به نظر می‌رسد که برای سادگی کار، از یک روش کلی استفاده کنیم. به طور خلاصه، روش ما به این قرار است: (۱) فرض می‌کنیم که بار روی صفحه‌ها  $q$  است؛ (۲) با استفاده از قانون گاوس، میدان الکتریکی  $\vec{E}$  میان صفحه‌ها را برحسب این بار محاسبه می‌کنیم؛ (۳) با معلوم بودن  $\vec{E}$ ، اختلاف پتانسیل  $V$  میان صفحه‌ها را با استفاده از معادله ۲۰-۸ محاسبه می‌کنیم. از آنجا که  $V$  و  $q$  را می‌دانیم، می‌توانیم ظرفیت  $C$  را به دست آوریم.

شده است. فرض می‌کنیم  $L \gg b$  است، به طوری که می‌توانیم از فریز شدگی خطهای میدان که در دو انتهای استوانه رخ می‌دهند، چشمپوشی کنیم. هر صفحه شامل باری به بزرگی  $q$  است.



شکل ۶-۲۱ مقطعی از یک خازن استوانه‌ای بلند، با نمایشی از یک سطح گاوسی استوانه‌ای به شعاع  $r$  (که صفحه مثبت را در بر دارد) و مسیر شعاعی انتگرالگیری که در طول آن معادله ۶-۲۱ باید به کار گرفته شود. این شکل همچنین برای نشان دادن مقطع خازن کروی که از مرکز آن می‌گذرد به کار می‌آید.

به عنوان یک سطح گاوسی، استوانه‌ای به طول  $L$  و شعاع  $r$  را که دو قاعده انتهای بسته و مطابق شکل ۶-۲۱ قرار داده شده است، اختیار می‌کنیم. آنگاه با استفاده از معادله ۴-۲۱ داریم

$$q = \epsilon_0 EA = \epsilon_0 E(2\pi rL)$$

که در آن  $2\pi rL$  مساحت بخش خمیده سطح گاوسی است. هیچ شاری از دو قاعده انتهایی نمی‌گذرد. با حل آن برای  $E$  خواهیم داشت

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 Lr} \quad (۱۲-۲۱)$$

با قراردادن این نتیجه در معادله ۶-۲۱ به دست می‌آوریم

$$V = \int_a^b E ds = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \int_a^b \frac{dr}{r} = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad (۱۳-۲۱)$$

که در آن از این واقعیت که در اینجا  $ds = -dr$  استفاده کرده‌ایم (ما در طول مسیر شعاعی رو به داخل انتگرالگیری کردیم). در نتیجه با استفاده از رابطه  $C = q/V$  خواهیم داشت

$$C = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)} \quad (\text{خازن استوانه‌ای}) \quad (۱۴-۲۱)$$

از اینجا درمی‌یابیم که ظرفیت خازن استوانه‌ای، مانند خازن صفحه-موازی، فقط به عاملهای هندسی، در این حالت  $b$ ،  $L$  و  $a$ ، بستگی دارد.

## خازن کروی

شکل ۶-۲۱ را همچنین می‌توان برای مقطع مرکزی خازنی که شامل دو پوسته کروی به شعاعهای  $a$  و  $b$  است به کار برد. به

$$V = \int E ds \quad (۶-۲۱) \quad (\text{حالت خاص معادله ۵-۲۱})$$

که در آن علامتهای  $-$  و  $+$  یادآور آن است که مسیر انتگرالگیری از صفحه منفی شروع و به صفحه مثبت ختم می‌شود. حال آماده‌ایم که معادله‌های ۴-۲۱ و ۶-۲۱ را برای چند حالت خاص به کار ببریم.

## خازن تخت

همان‌گونه از شکل ۵-۲۱ برمی‌آید، فرض می‌کنیم که صفحه‌های خازن تخت ما به حدی بزرگ و به حدی به یکدیگر نزدیک‌اند که می‌توانیم از فریز شدگی میدان الکتریکی در لبه صفحه‌ها چشمپوشی کنیم و  $\vec{E}$  را در سرتاسر فضای میان صفحه‌ها ثابت در نظر بگیریم.

مانند شکل ۵-۲۱ سطحی گاوسی را رسم می‌کنیم که فقط بار  $q$  روی صفحه مثبت را در بردارد. آنگاه از معادله ۴-۲۱ می‌توانیم چنین بنویسیم

$$q = \epsilon_0 EA \quad (۷-۲۱)$$

که در آن  $A$  مساحت صفحه خازن است. معادله ۶-۲۱ به دست می‌دهد

$$V = \int E ds = E \int_0^d ds = Ed \quad (۸-۲۱)$$

در معادله ۸-۲۱،  $E$  را می‌توان بیرون انتگرال گذاشت زیرا ثابت است؛ مقدار انتگرال دوم به طور ساده فاصله  $d$  صفحه‌هاست.

حال اگر  $q$  را از معادله ۷-۲۱ و  $V$  را از معادله ۸-۲۱ رابطه  $q = CV$  (معادله ۱-۲۱) قرار دهیم، داریم

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (\text{خازن تخت}) \quad (۹-۲۱)$$

بنابراین، ظرفیت در واقع فقط به عاملهای هندسی - یعنی مساحت صفحه  $A$  و فاصله  $d$  صفحه‌ها بستگی دارد. توجه کنید که  $C$  با افزایش مساحت  $A$  یا کاهش فاصله  $d$ ، افزایش می‌یابد.

در ضمن، یادآور می‌شویم که معادله ۹-۲۱ به یکی از دلایل‌هایی که ثابت الکتروستاتیکی در قانون کولن به صورت  $1/4\pi\epsilon_0$  نوشته می‌شود، اشاره دارد. اگر این ثابت را چنین نمی‌نوشتیم، شکل معادله ۹-۲۱، که در کاربردهای مهندسی غالباً بیشتر از قانون کولن به کار گرفته می‌شود، سادگی کمتری می‌داشت. همچنین توجه کنید که معادله ۹-۲۱ به ما امکان می‌دهد تا ثابت گذر دهی  $\epsilon_0$  را با یکای مناسبتری برای استفاده در مسئله‌هایی که شامل خازن‌ها می‌شوند، بیان کنیم؛ یعنی

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m} = 8.85 \text{ pF/m} \quad (۱۰-۲۱)$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N.m}^2 \quad (۱۱-۲۱)$$

## خازن استوانه‌ای

شکل ۶-۲۱ مقطع یک خازن استوانه‌ای به طول  $L$  را نشان می‌دهد که از دو استوانه هم‌محور به شعاعهای  $a$  و  $b$  تشکیل

## مسئله نمونه ۲۱-۱

در شکل ۷-۲۱ الف، کلید  $S$  برای ارتباط خازن بدون بار با ظرفیت  $C = 0.25 \mu F$  به باتری با اختلاف  $V = 12V$  بسته شده است. ضخامت صفحه پایینی خازن  $L = 0.50 \text{ cm}$  و مساحت آن  $A = 2.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  و از مس ساخته شده است که چگالی الکترونها رسانش آن  $n = 8/49 \times 10^{28} \text{ /m}^3$  الکترون (شکل ۷-۲۱ ب) الکترونها است. از چه عمق  $d$  داخل صفحه (شکل ۷-۲۱ ب) الکترونها باید به روی صفحه حرکت کنند تا خازن باردار شود؟

## نکته کلیدی

بار جمع شده روی صفحه از طریق معادله ۱-۲۱ ( $q = cv$ ) به ظرفیت و اختلاف پتانسیل دوسر خازن مربوط می شود.

**محاسبه ها:** چون صفحه پایینی به پایانه منفی باتری وصل است، الکترونها رسانش تا سطح صفحه حرکت می کنند. از معادله ۱-۲۱ بزرگی بار کل جمع شده عبارت است از

$$q = CV = (0.25 \times 10^{-6} F)(12V)$$

$$= 3.0 \times 10^{-6} C$$

از تقسیم این نتیجه بر  $e$  تعداد الکترونها رسانش  $N$  که روی سطح حرکت می کنند به دست می آید:

$$N = \frac{q}{e} = \frac{3.0 \times 10^{-6} C}{1.6 \times 10^{-19} C}$$

$$= 1.875 \times 10^{13} \text{ الکترون}$$

این الکترونها از حجمی می آیند که برابر است با حاصلضرب مساحت  $A$  و عمق  $d$  که به دنبالش هستیم. بنابراین، از چگالی الکترونها رسانش (تعداد بر حجم)، می توان نوشت

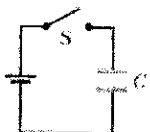
$$n = \frac{N}{Ad}$$

یا

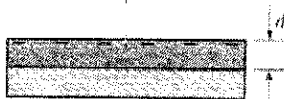
$$d = \frac{N}{An} = \frac{1.875 \times 10^{13} \text{ الکترون}}{(2.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(8/49 \times 10^{28} \text{ /m}^3)}$$

$$= 1/1 \times 10^{-12} \text{ m} = 1/\text{pm} \quad (\text{پاسخ})$$

به بیان بهتر باید گفت که باتری با اعمال ذره های باردار خازن را باردار می کند. ولی به واقع آنچه که باتری انجام می دهد این است که یک میدان الکتریکی در سیمها و صفحه به وجود می آورد به طوری که الکترونها خیلی نزدیک به سطح صفحه به صفحه منفی حرکت می کنند.



(الف)



(ب)

شکل ۷-۲۱ الف) مدار یک باتری و خازن. ب) صفحه پایینی خازن

عنوان سطح گاوسی، کره ای به شعاع  $r$  را که هم مرکز با دو پوسته کروی است رسم می کنیم؛ معادله ۴-۲۱ چنین به دست می دهد

$$q = \epsilon_0 EA = \epsilon_0 E (4\pi r^2)$$

که در آن  $4\pi r^2$  مساحت سطح گاوسی کروی است. این معادله را برای  $E$  حل می کنیم و از آنجا چنین به دست می آوریم

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (15-21)$$

که آن را به عنوان عبارتی برای میدان الکتریکی ناشی از یک توزیع بار کروی می شناسیم (معادله ۱۹-۱۵). اگر این عبارت را در معادله ۶-۲۱ قرار دهیم، خواهیم داشت

$$V = \int_a^b E ds = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_b^a \frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{b-a}{ab} \quad (16-21)$$

که دوباره  $-dr$  را به جای  $ds$  قرار داده ایم. حال اگر معادله ۱۶-۲۱ را در معادله ۱-۲۱ قرار دهیم و آن را برای  $C$  حل کنیم، داریم

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a} \quad (\text{خازن کروی}) \quad (17-21)$$

## کره منزوی

به تک رسانای کروی منزوی به شعاع  $R$ ، با فرض آنکه «صفحه ناپیدا» کره ای رسانا به شعاع بینهایت باشد، می توانیم یک ظرفیت نسبت دهیم. در هر حال، خطهای میدانی که سطح رسانای منزوی باردار مثبت را ترک می کنند باید به جایی ختم شوند؛ دیوارهای اتافی که رسانا در آن قرار گرفته است را می توان عملاً به عنوان کره با شعاع بینهایت در نظر گرفت. برای یافتن ظرفیت این رسانا، نخست معادله ۱۷-۲۱ را چنین بازنویسی می کنیم

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{a}{1-a/b}$$

اگر فرض  $b \rightarrow \infty$  را در نظر بگیریم و به جای  $a$ ،  $R$  را قرار دهیم، خواهیم داشت

$$C = 4\pi\epsilon_0 R \quad (\text{کره منزوی}) \quad (18-21)$$

توجه کنید که این فرمول و سایر فرمولهایی که برای ظرفیت به دست آورده ایم (معادله های ۹-۲۱، ۱۴-۲۱، ۱۷-۲۱) شامل ثابت  $\epsilon_0$  هستند که در کمیتی با بعد طول، ضرب شده است.

✓ **نکته واریسی ۲** برای خازنهایی که با باتری یکسانی باردار شده اند، آیا در حالت های زیر، بار ذخیره شده توسط خازن افزایش می یابد یا کاهش یا بدون تغییر می ماند؟ (الف) فاصله صفحه های خازن صفحه- موازی افزایش یابد (ب) شعاع استوانه داخلی خازن استوانه ای افزایش یابد. (پ) شعاع پوسته کروی خارجی خازن کروی افزایش یابد.

## ۲۱-۴ خازنهای موازی و متوالی

خازنهایی را که به طور موازی به هم متصل شده‌اند می‌توان با یک خازن معادل که دارای همان بار کل  $q$  و همان اختلاف پتانسیل  $V$  خازنهایی واقعی است، جایگزین کرد.

(شما این نتیجه را می‌توانید با عبارت بی‌معنی "Par-V" که مشابه "Party" به معنی دسته و گروه است به خاطر بسپارید که به این معنی است که «خازنهای موازی دارای  $V$  یکسان هستند».) شکل ۲۱-۸ ب، خازن معادل (با ظرفیت معادل  $C_{eq}$ ) را نشان می‌دهد که به جای سه خازن (با ظرفیتهای واقعی  $C_1$ ،  $C_2$  و  $C_3$ ) در شکل ۲۱-۸ الف، جایگزین شده است.

برای به دست آوردن عبارتی برای  $C_{eq}$  در شکل ۲۱-۸ ب، نخست با استفاده از معادله ۲۱-۱ بار روی هر خازن واقعی را پیدا می‌کنیم

$$q_1 = C_1 V \quad q_2 = C_2 V \quad q_3 = C_3 V$$

آنگاه بار کل روی ترکیب موازی خازنها در شکل ۲۱-۸ الف برابر است با

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3) V$$

در نتیجه، ظرفیت معادل، با همان بار کل  $q$  و اختلاف پتانسیل اعمال شده  $V$  به ترکیب خازنها، عبارت است از

$$C_{eq} = \frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3$$

نتیجه‌ای که می‌توانیم آن را به سادگی به تعداد  $n$  خازن تعمیم دهیم و بنویسیم

$$C_{eq} = \sum_{j=1}^n C_j \quad (n \text{ خازن موازی}) \quad (21-19)$$

بنابراین، برای یافتن ظرفیت معادل یک ترکیب موازی، باید ظرفیتهای مجزا را به سادگی با هم جمع کنیم.

## خازنهای متوالی

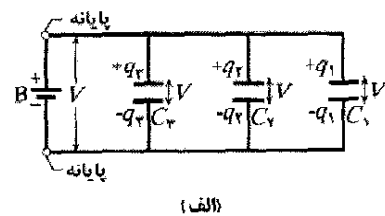
شکل ۲۱-۹ الف سه خازن را نشان می‌دهد که به طور متوالی به باتری  $B$  وصل شده‌اند. توصیف این موضوع به چگونگی ترسیم خازنها بستگی چندانی ندارد. اما، «به طور متوالی» به این معنی است که خازنها به طور متوالی، یکی پس از دیگری، به هم متصل شده‌اند و اختلاف پتانسیل  $V$  به دو انتهای این ترکیب متوالی اعمال شده است. (در شکل ۲۱-۹ الف، اختلاف پتانسیل  $V$  توسط باتری  $B$  تأمین شده است.) بنابراین، اختلاف پتانسیلهایی که در دو سر خازنهای متوالی وجود دارند، بارهای یکسان  $q$  را روی آنها ایجاد می‌کنند.

وقتی ترکیبی از خازنها در مدار وجود دارد، گاهی می‌توان آن ترکیب را با یک خازن معادل - یعنی با یک تک خازن که همان ظرفیت ترکیب خازنهای واقعی را دارد - جایگزین کرد. با این جایگزینی، می‌توانیم مدار را ساده کنیم و حلهای ساده‌تری برای کمتهای نامعلوم مدار به دست آوریم. در اینجا دو ترکیب اساسی خازنها و تعیین ظرفیت معادل آنها را بررسی می‌کنیم.

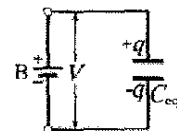
## خازنهای موازی

شکل ۲۱-۸ الف یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد که در آن سه خازن به طور موازی به باتری  $B$  وصل شده‌اند. این توصیف به چگونگی ترسیم صفحه‌های خازن بستگی چندانی ندارد. اما، «به طور موازی» به این معنی است که صفحه بالایی خازنها مستقیماً به یکدیگر و صفحه پایینی آنها نیز مستقیماً به یکدیگر متصل شده‌اند و اختلاف پتانسیل یکسان  $V$  در دو سر این دو دسته صفحه متصل شده به یکدیگر برقرار است. بنابراین، هر خازن، اختلاف پتانسیل یکسان  $V$  را دارد که بار روی آن خازن را تولید می‌کند (در شکل ۲۱-۸ الف، پتانسیل اعمال شده  $V$  توسط باتری تأمین شده است.) در حالت کلی

هر گاه اختلاف پتانسیل  $V$  به دو سر چندین خازن که به طور موازی متصل شده‌اند اعمال شود، این اختلاف پتانسیل  $V$  در دو سر هر خازن نیز برقرار است. بار کل  $q$  ذخیره شده روی خازنها برابر با مجموع بارهای ذخیره شده روی تمام خازنهاست.



(الف)



(ب)

شکل ۲۱-۸ (الف) سه خازن که به طور موازی به باتری  $B$  وصل شده‌اند. این باتری، اختلاف پتانسیل  $V$  را به دو پایانه خود و بنابراین به هر کدام از خازنها اعمال می‌کند. (ب) خازن معادل، با ظرفیت  $C_{eq}$ ، جایگزین ترکیب موازی شده است.

وقتی مداری از خازنهای موازی را تحلیل می‌کنیم، آن مدار را می‌توانیم با این جایگزینی ذهنی ساده کنیم

وقتی اختلاف پتانسیل  $V$  به دو سر چند خازن که به طور متوالی به هم متصل شده‌اند اعمال شود، خازنها دارای بار یکسان  $q$  می‌شوند. مجموع اختلاف پتانسیلها در دو سر تمام خازنها برابر با اختلاف پتانسیل اعمال شده  $V$  است.



معادل  $C_{eq}$  را نشان می‌دهد که به جای سه خازن واقعی (با ظرفیتهای  $C_1$ ،  $C_2$  و  $C_3$ ) در شکل ۲۱-۹ الف جایگزین شده است. برای به دست آوردن عبارتی برای  $C_{eq}$  در شکل ۲۱-۹ ب، نخست با استفاده از معادله ۲۱-۱، اختلاف پتانسیل هر خازن واقعی را پیدا می‌کنیم

$$V_1 = \frac{q}{C_1} \text{ و } V_2 = \frac{q}{C_2} \text{ و } V_3 = \frac{q}{C_3}$$

اختلاف پتانسیل کل ناشی از باتری برابر با مجموع این سه اختلاف پتانسیل است. بنابراین، داریم

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

پس، ظرفیت معادل برابر است با

$$C_{eq} = \frac{q}{V} = \frac{1}{1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3}$$

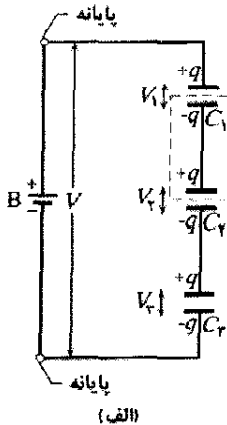
یا

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

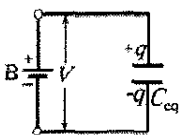
این نتیجه را به سادگی می‌توانیم به تعداد  $n$  خازن تعمیم دهیم، داریم

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{C_j} \quad (n \text{ خازن متوالی}) \quad (21-20)$$

با استفاده از معادله ۲۱-۲۰ می‌توانید نشان دهید که ظرفیت معادل رشته‌ای از خازنهای متوالی همواره کوچکتر از کوچکترین ظرفیت خازن آن رشته است.



(الف)



(ب)

شکل ۲۱-۹ (الف) سه خازن به طور متوالی به باتری B وصل شده‌اند. این باتری، اختلاف پتانسیل  $V$  را میان بالائین و پایتترین صفحه‌ای ترکیب متوالی برقرار می‌کند. (ب) خازن معادل، با ظرفیت  $C_{eq}$ ، جایگزین ترکیب متوالی شده است.

می‌توانیم توضیح دهیم که چگونه خازنهای سرانجام به دنبال واکنشی زنجیره‌ای از رویدادها، که در آن باردار شدن هر خازن منجر به باردار شدن خازن بعدی می‌شود، بار یکسانی پیدا می‌کنند. از خازن ۳ شروع می‌کنیم و این کار را رو به بالا تا خازن ۱ ادامه می‌دهیم. وقتی باتری در ابتدا به خازنهای متوالی وصل می‌شود، بار  $-q$  را روی صفحه پایینی خازن ۳ ایجاد می‌کند. این بار، بار منفی را از صفحه بالایی خازن ۳ می‌راند (و آن را با بار  $+q$  را بر جای می‌گذارد). بار منفی رانده شده به سوی صفحه پایینی خازن ۲ حرکت می‌کند (و به آن بار  $-q$  می‌دهد).

سپس بار روی صفحه پایینی خازن ۲، بار منفی را از صفحه بالایی خازن ۲ می‌راند (و آن را با بار  $+q$  بر جای می‌گذارد). سرانجام، بار روی صفحه پایینی خازن ۱ کمک می‌کند تا بار منفی از صفحه بالایی خازن ۱ به باتری منتقل شود و به این ترتیب صفحه بالایی آن با بار  $+q$  به جای می‌ماند. در اینجا دو نکته مهم را در باره خازنهای متوالی بیان می‌کنیم:

۱. هر گاه بار از خازنی به خازنی دیگر در رشته‌ای از خازنهای متوالی منتقل شود، بار فقط روی یک مسیر، مانند مسیر از خازن ۳ به خازن ۲ در شکل ۲۱-۹ الف می‌تواند حرکت کند. اگر مسیرهای بیشتری وجود داشته باشد، آن خازنهای متوالی نیستند. مثالی برای این مورد در مسئله نمونه ۲۱-۲ ارائه شده است.

۲. باتری مستقیماً بارها را فقط روی دو صفحه‌ای که به آنها متصل شده است (صفحه پایینی خازن ۳ و صفحه بالایی خازن ۱ در شکل ۲۱-۹ الف) ایجاد می‌کند. بارهای ایجاد شده روی صفحه‌های دیگر، صرفاً ناشی از انتقال باری است که پیشتر در آنها بوده است. برای مثال، در شکل ۲۱-۹ الف، آن بخشی از مدار که با خط چین محصور شده از نظر الکتریکی از بقیه مدار منزوی شده است. بنابراین، بار خالص این بخش نمی‌تواند توسط باتری تغییر کند. بار این بخش تنها می‌تواند دوباره توزیع شود.

وقتی مداری از خازنهای متوالی را تحلیل می‌کنیم، آن مدار را می‌توانیم با این جایگزینی ذهنی، ساده کنیم

خازنهایی را که به طور متوالی بسته شده‌اند می‌توان با خازن معادلی که دارای همان بار  $q$  و همان اختلاف پتانسیل کل  $V$  خازنهای متوالی واقعی است، جایگزین کرد.

(شما این نتیجه را می‌توانید با عبارت بی‌معنی "Seri-q" به خاطر بسپارید که به این معنی است که "خازنهای متوالی دارای بار یکسان  $q$  هستند"). شکل ۲۱-۹ ب خازن معادل (با ظرفیت

$$\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{17/3 \mu F} + \frac{1}{4/5 \mu F} = 0.28 \mu F^{-1}$$

و از آنجا به دست می‌آوریم

$$C_{123} = \frac{1}{0.28 \mu F^{-1}} = 3.57 \mu F \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) اختلاف پتانسیلی که به پایانه‌های ورودی شکل ۲۱-۱۰ الف اعمال شده است برابر با  $V = 12/5 V$  است. بار خازن  $C_1$  چقدر است؟

**نکته‌های کلیدی** برای به دست آوردن بار روی یک خازن خاص نیاز داریم از خازن معادل به عقب برگردیم. دو روش برای چنین «کار برگشتی» وجود دارد: (۱) خازنهای متوالی بار یکسان با خازن معادل خود دارند. (۲) خازنهای موازی اختلاف پتانسیل یکسان با خازن معادل خود دارند.

برگشت به عقب: برای به دست آوردن بار  $q_1$  روی خازن ۱، می‌دانیم که با شروع از خازن معادل ۱۲۳ باید به آن خازن برگردیم. چون اختلاف پتانسیل داده شده  $V = (12/5 V)$  به دو سر ترکیب واقعی سه خازن شکل ۲۱-۱۰ الف اعمال شده است، همین اختلاف پتانسیل در دو سر خازن  $C_{123}$  در شکل ۲۱-۱۰ پ نیز برقرار است. بنابراین، معادله ۱-۲۱ ( $q = CV$ ) چنین به دست می‌دهد

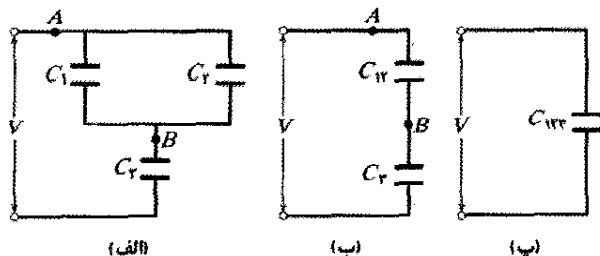
$$q_{123} = C_{123} V = (3.57 \mu F)(12/5 V) = 44/6 \mu C$$

خازنهای متوالی ۱۲ و ۳ در شکل ۲۱-۱۰ ب هریک با خازن ۱۲۳ معادلشان بار یکسانی دارند. بنابراین، خازن ۱۲ دارای بار  $q_{12} = q_{123} = 44/6 \mu C$  است. با استفاده از معادله ۱-۲۱، اختلاف پتانسیل دو سر خازن ۱۲ برابر است با

$$V_{12} = \frac{q_{12}}{C_{12}} = \frac{44/6 \mu C}{17/3 \mu F} = 2/58 V$$

خازنهای موازی (۲) هر یک دارای اختلاف پتانسیل یکسانی با خازن معادلشان  $C_{12}$  هستند. بنابراین، اختلاف پتانسیل دو سر خازن ۱ برابر با  $V_1 = V_{12} = 2/58 V$  است و از معادله ۱-۲۱ درمی‌یابیم که بار خازن ۱ برابر است با

$$q_1 = C_1 V_1 = (2/0 \mu F)(2/58 V) = 31/0 \mu C \quad (\text{پاسخ})$$



شکل ۲۱-۱۰ الف) سه خازن (ب)  $C_1$  و  $C_2$ ، ترکیب موازی، با خازن معادل  $C_{12}$  جایگزین شده است. (پ)  $C_1$  و  $C_{12}$ ، ترکیب متوالی، با خازن معادل  $C_{123}$  جایگزین شده است.

**نکته واریسی ۳** یک باتری با پتانسیل  $V$ ، بار  $q$  را روی ترکیبی از دو خازن مشابه ذخیره می‌کند. در صورتی که خازنها (الف) به طور موازی و (ب) به طور متوالی بسته شده باشند، اختلاف پتانسیل دو سر آنها و بار روی هر یک از خازنها چقدر است؟

## مسئله نمونه ۲۱-۲

(الف) ظرفیت معادل ترکیب خازنهای نشان داده شده در شکل ۲۱-۱۰ الف را که به دو سر آنها پتانسیل  $V$  اعمال شده است، پیدا کنید. فرض کنید

$$C_1 = 12/0 \mu F \text{ و } C_2 = 5/3 \mu F \text{ و } C_3 = 4/5 \mu F$$

**نکته کلیدی** می‌توان تمام خازنهایی را که به طور متوالی بسته شده‌اند با خازن معادل آنها، و تمام خازنهایی را که به طور موازی بسته شده‌اند با خازن معادل آنها جایگزین کرد. بنابراین، نخست باید ببینیم که کدام خازنهای شکل ۲۱-۱۰ الف موازی‌اند و کدام متوالی.

**پیدا کردن خازن معادل:** خازنهای ۱ و ۳، به دنبال یکدیگر بسته شده‌اند، ولی آیا آنها متوالی‌اند؟ خیر. پتانسیل  $V$  که به خازنها اعمال شده است روی صفحه پایینی خازن ۳، بار تولید می‌کند. این بار باعث می‌شود که بار از صفحه بالایی خازن ۳ منتقل شود. ولی، توجه کنید که بار انتقالی می‌تواند هم به صفحه پایینی خازن ۱ و هم به صفحه پایینی خازن ۲ حرکت کند. چون بیش از یک مسیر برای انتقال بار وجود دارد، خازن ۳ با خازن ۱ (یا خازن ۲) متوالی نیست.

آیا خازنهای ۱ و ۲ موازی‌اند؟ بله. صفحه‌های بالایی آنها مستقیماً به یکدیگر، و صفحه‌های پایینی آنها نیز مستقیماً به یکدیگر متصل شده‌اند، ولی پتانسیلی الکتریکی به زوج صفحه بالایی و به زوج صفحه پایینی اعمال شده است. بنابراین، خازن ۱ و خازن ۲ موازی‌اند، و از معادله ۱۹-۲۱ ظرفیت معادل  $C_{12}$  آنها چنین است

$$C_{12} = C_1 + C_2 = 12/0 \mu F + 5/3 \mu F = 17/3 \mu F$$

در شکل ۲۱-۱۰ ب، خازنهای ۱ و ۲ را با خازن معادلشان، یعنی خازن ۱۲ (بگوئید «یک دو» و نه «دوازده») جایگزین کرده‌ایم. (اتصالها در نقطه‌های  $A$  و  $B$  دقیقاً در شکلهای ۲۱-۱۰ الف و ب یکی هستند.)

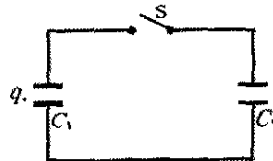
آیا خازن ۱۲ با خازن ۳ متوالی است؟ دوباره با به کارگرفتن آزمون متوالی بودن خازنها درمی‌یابیم باری که از صفحه بالایی خازن ۳ منتقل می‌شود باید به طور کامل به صفحه پایینی خازن ۱۲ برود. بنابراین، خازن ۱۲ و خازن ۳ متوالی‌اند، و آنها را می‌توانیم همان‌گونه که در شکل ۲۱-۱۰ پ نشان داده شده است با خازن  $C_{123}$  («یک دو سه») جایگزین کنیم. از معادله ۲۰-۲۱ داریم

## مسئله نمونه ۲۱-۳ مهارت خود را تقویت کنید

خازن ۱، با  $C_1 = 3/55 \mu F$ ، با استفاده از یک باتری  $6/30$  ولتی تا اختلاف پتانسیل  $V_0 = 6/30 V$  باردار شده است. سپس، باتری برداشته می‌شود، و این خازن مانند شکل ۲۱-۱۱ به خازن بدون بار ۲، با  $C_2 = 8/95 \mu F$ ، متصل می‌شود. وقتی کلید S بسته شود، بار در این خازن‌ها جاری می‌شود. در حالت تعادل بار روی هر خازن را پیدا کنید.

**نکته‌های کلیدی** وضعیت این مسئله با مسئله قبلی متفاوت است، زیرا در اینجا پتانسیل الکتریکی اعمال شده به دو سر ترکیب خازن‌ها توسط یک باتری یا منبع تغذیه دیگری، برقرار نشده است. در اینجا، درست پس از بسته شدن کلید S، تنها پتانسیل الکتریکی اعمال شده، همان پتانسیلی است که خازن ۱ به خازن ۲ اعمال می‌کند و این پتانسیل در حال کم شدن است. بنابراین، خازن‌های شکل ۲۱-۱۱ به طور متوالی متصل نشده‌اند؛ و اگر چه آنها موازی رسم شده‌اند، ولی در این وضعیت آنها موازی هم نیستند.

وقتی پتانسیل الکتریکی دو سر خازن ۱ کاهش می‌یابد، در دوسر خازن ۲ افزایش می‌یابد. وقتی دو پتانسیل برابر شوند حالت تعادل فرا می‌رسد، چون بدون اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های متصل شده خازن میدان الکتریکی در داخل سیم‌های رابط وجود ندارد تا الکترون‌های رسانش را حرکت دهد. بار اولیه  $q_0$  روی خازن ۱ میان خازن ۱ و خازن ۲ دوباره توزیع می‌شود (تقسیم می‌شود). محاسبه‌ها: در آغاز وقتی خازن ۱ به باتری وصل می‌شود، بار کسب شده از معادله ۲۹-۱ به دست می‌آید



شکل ۲۱-۱۱ اختلاف پتانسیل  $V_0$  به خازن ۱ اعمال شده و باتری باردار کننده برداشته شده است. سپس کلید S بسته می‌شود تا بار روی خازن ۱ و خازن ۲ تقسیم شود.

وقتی کلید در شکل ۲۱-۱۱ بسته شود، خازن ۱ شروع به تخلیه بار به خازن ۲ می‌کند، پتانسیل الکتریکی و بار روی خازن ۱ کاهش و روی خازن ۲ افزایش می‌یابد تا اینکه

$$V_1 = V_2 \quad (\text{تعادل})$$

از معادله ۲۱-۱ می‌توان نوشت

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \quad (\text{تعادل})$$

چون بار کل نمی‌تواند تغییر کند، در کل پس از انتقال خواهد شد

$$q_1 + q_2 = q_0 \quad (\text{پایستگی بار})$$

پس

$$q_2 = q_0 - q_1$$

اکنون معادله دوم تعادل را به صورت زیر می‌توان نوشت

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_0 - q_1}{C_2}$$

از حل آن برحسب  $q_1$  و جاگذاری داده‌ها، پیدا خواهیم کرد

$$q_1 = 6/35 \mu C \quad (\text{پاسخ})$$

بقیه بار اولیه ( $q_0 = 22/365 \mu C$ ) باید روی خازن ۲ باشد:

$$q_2 = 16/0 \mu C \quad (\text{پاسخ})$$

## تدبیرهای حل مسئله

## تدبیر ۲: مدارهای چند خازنی

حال روش به کار رفته در حل مسئله نمونه ۲۱-۲ را، که در آن چندین خازن به یک باتری متصل شده‌اند، مرور می‌کنیم. برای یافتن تک ظرفیت معادل، آرایش خازن‌های داده شده را، مرحله به مرحله، با جایگزینی آنها با خازن‌های معادل ساده می‌کنیم. هرگاه خازن‌ها به صورت موازی باشند از معادله ۲۱-۱۹ و هرگاه خازن‌ها به صورت متوالی باشند از معادله ۲۱-۲۰ استفاده می‌کنیم. سپس برای یافتن بار ذخیره شده توسط خازن معادل معادله ۲۱-۱ و اختلاف پتانسیل  $V$  اعمال شده توسط باتری را در نظر می‌گیریم.

این نتیجه، بار خالص ذخیره شده روی آرایش واقعی خازن‌ها را به دست می‌دهد. ولی، برای یافتن بار هر خازن، یا اختلاف پتانسیل دو سر یک خازن معین در آرایش واقعی، لازم است مرحله‌های ساده‌سازی را معکوس کنیم. در هر مرحله معکوس شده، از این دو قاعده استفاده می‌کنیم: هرگاه خازن‌ها موازی باشند، آنها همان اختلاف پتانسیل خازن معادلشان را دارند، و برای یافتن بار روی هر خازن از معادله ۲۱-۱ استفاده می‌کنیم؛ هرگاه خازن‌ها متوالی باشند، آنها همان بار خازن معادلشان را دارند، و برای یافتن اختلاف پتانسیل دو سر هر خازن از معادله ۲۱-۱ استفاده می‌کنیم.

## تدبیر ۳: باتری‌ها و خازن‌ها

یک باتری در دو سر پایانه‌هایش اختلاف پتانسیل معینی را برقرار می‌کند. بنابراین، هرگاه خازن ۱ مسئله نمونه ۲۱-۳ به باتری  $6/30$  ولتی متصل شود، بار میان خازن و باتری جاری می‌شود تا اینکه اختلاف پتانسیل دو سر خازن، همان اختلاف پتانسیل باتری شود.

تفاوت خازن با باتری در این است که خازن برای آزاد کردن ذره‌های باردار (الکترون‌ها) از اتم‌ها و مولکول‌ها نیازی به واکنش‌های الکتروشیمیایی داخلی ندارد. بنابراین، وقتی که اتصال خازن باردار ۱ مسئله نمونه ۲۱-۳ از باتری قطع و سپس با بسته شدن کلید S به خازن بدون بار ۲ متصل می‌شود، اختلاف پتانسیل بین دو سر خازن ۱ ثابت نمی‌ماند. کمیتی که ثابت می‌ماند بار  $q_0$

خازن ۱ دو برابر خازن ۲ است، با یکدیگر مشابه‌اند در نظر می‌گیریم. در این صورت، حجم میان صفحه‌های خازن ۱ دو برابر حجم میان صفحه‌های خازن ۲ است و در نتیجه، بنابر معادله ۲۱-۹، ظرفیت آن نصف ظرفیت خازن ۲ است. معادله ۲۱-۴ بر آن دلالت دارد که اگر هر دو خازن بار یکسان  $q$  داشته باشند، میدانهای الکتریکی میان صفحه‌های آن یکسان است. در ضمن معادله ۲۱-۲۱ نشان می‌دهد که انرژی پتانسیل ذخیره شده در خازن ۱ دو برابر خازن ۲ است. بنابراین، از این دو خازن که بار و میدان الکتریکی یکسان دارند، آن خازنی که حجم میان صفحه‌های آن دو برابر دیگری است، دارای انرژی ذخیره شده دو برابر است. مباحثی از این دست تصور قبلی ما را تأیید می‌کنند که:

انرژی پتانسیل یک خازن باردار را می‌توان به صورت انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی میان صفحه‌های آن تصور کرد.

### انفجار در غبار موجود در هوا

همان‌طور که در بخش ۲۰-۱۰ بحث کردیم، با ایجاد تماس با مواد معین، مانند لباسها، فرشها، و حتی سرسره در زمین بازی، پتانسیل الکتریکی زیادی در بدن به جا می‌گذارد. اگر بین شما و جسم متصل به زمین مانند شیر آب جرقه‌ای ایجاد شود، ممکن است با احساس درد از وجود آن پتانسیل آگاه شوید. در بسیاری از صنایع مرتبط با تولید و حمل و نقل پودر، مانند صنایع بهداشتی و غذایی، چنین جرقه‌ای می‌تواند فاجعه آمیز باشد. هرچند که پودر به صورت کپه آتش نمی‌گیرد، ولی هرگاه دانه‌های تنهای پودر به صورت ذره در هوا درآیند و در نتیجه با اکسیژن احاطه شوند اینها چنان به شدت آتش می‌گیرند که ابری از دانه‌های آتش گرفته به صورت انفجار درمی‌آید. مهندسان ایمنی نمی‌توانند تمام منابع احتمالی جرقه‌ها را در صنایع پودری از بین ببرند، ولی سعی می‌کنند مقدار انرژی موجود در جرقه‌ها را در زیر مقدار آستانه  $U_p \approx 150 \text{ mJ}$  که برای آتش گرفتن دانه‌ها لازم است نگهدارند.

فرض کنید شخصی بر اثر تماس با سطحهای مختلفی به هنگام راه رفتن در پودر موجود در هوا باردار شده باشد. با مدلی تقریبی می‌توان شخص را به صورت یک خازن کروی به شعاع  $R = 1/\text{m}$  در نظر گرفت. از معادله ۲۱-۱۸ ( $C = 4\pi\epsilon_0 R$ ) و معادله ۲۱-۲۲ ( $U = \frac{1}{2} CV^2$ )، می‌توان دید که انرژی خازن عبارت است از

$$U = \frac{1}{2} (4\pi\epsilon_0 R) V^2$$

از این می‌توان دید که انرژی آستانه متناظر با پتانسیل عبارت

دستگاه دو خازنی است؛ یعنی، بار از قانون پایستگی پیروی می‌کند «نه» پتانسیل الکتریکی.

## ۲۱-۵ انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی

برای باردار کردن خازن، یک عامل خارجی باید کار انجام دهد. مثلاً با شروع از یک خازن بی‌بار، تصور کنید، با استفاده از یک «انبرک سحرآمیز» - الکترون‌ها را از روی یک صفحه برداشته و آنها را به نوبت به صفحه دیگر منتقل کنیم. میدان الکتریکی که در فضای میان صفحه‌ها ایجاد می‌شود در جهتی است که با انتقال بیشتر الکترون‌ها مخالفت می‌کند. بنابراین، وقتی که بار روی صفحه‌های خازن جمع شود، برای انتقال الکترون‌های بیشتر باید به طور فزاینده‌ای کار بیشتری انجام گیرد. در عمل، این کار نه با «انبرک سحرآمیز» بلکه توسط یک باتری، با از دست دادن ذخیره انرژی شیمیایی آن، صورت می‌پذیرد.

حال کار لازم برای باردار کردن یک خازن را که به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی  $U$  در میدان الکتریکی میان صفحه‌ها ذخیره می‌شود در نظر می‌گیریم. می‌توان این انرژی را در وقت دلخواه با تخلیه خازن در یک مدار دوباره به دست آورد، درست همان‌طور که انرژی پتانسیل ذخیره شده در یک کمان کشیده شده را می‌توان با رها کردن زه کمان به انرژی جنبشی تیر منتقل کرد.

فرض کنید در لحظه معینی، بار  $q'$  از یک صفحه خازن به صفحه دیگر آن منتقل شده باشد. اختلاف پتانسیل  $V'$  میان این صفحه‌ها در آن لحظه برابر با  $q'/C$  است. اگر بار منتقل شده به اندازه  $dq'$  افزایش یابد، کار لازم برای انتقال آن با استفاده از معادله ۲۰-۷ چنین خواهد بود

$$dW = V' dq' = \frac{q'}{C} dq'$$

کار لازم برای آنکه بار کل خازن به مقدار نهایی  $q$  برسد برابر است با

$$W = \int dW = \frac{1}{C} \int_0^q q' dq' = \frac{q^2}{2C}$$

این کار به صورت انرژی پتانسیل  $U$  در خازن ذخیره می‌شود، در نتیجه داریم

$$U = \frac{q^2}{2C} \quad (\text{انرژی پتانسیل}) \quad (21-21)$$

این معادله را با استفاده از معادله ۲۱-۱، می‌توان چنین نوشت

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \quad (\text{انرژی پتانسیل}) \quad (21-22)$$

معادله‌های ۲۱-۲۱ و ۲۲-۲۱ بدون توجه به آنکه شکل هندسی خازن چگونه است، همواره برقرارند.

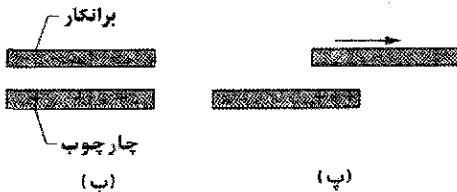
برای آنکه مفهوم فیزیکی ذخیره انرژی معلوم شود، دو خازن صفحه - موازی را که به جز در فاصله صفحه‌ها، که برای

خازن تخت (شکل ۲۱-۱۲) به ظرفیت  $C_f = 25 \text{ pF}$  تشکیل داده‌اند. اگر برانکار، بار اضافی و انرژی وابسته به آن را با جرقه زدن تخلیه کرده بود، آیا این جرقه می‌توانست برانکار را مشتعل کند؟ اندازه‌گیریها نشان داد جرقه تنها در صورتی می‌توانست رخ دهد که اختلاف پتانسیل خازن برانکار-چارچوب از  $2000 \text{ V}$  تجاوز کند و اشتعال در صورتی می‌توانست شروع شود که انرژی پتانسیل  $U$  خازن از  $0.2 \text{ mJ}$  بیشتر باشد. ولی، اختلاف پتانسیل در خازن برانکار-چارچوب فقط  $V_f = 600 \text{ V}$  بود که برای تولید جرقه کافی نیست.

(الف) وقتی که برانکار از اتاقک بیرون آورده می‌شد سطح مشترک صفحه‌های برانکار-چارچوب کاهش می‌یافت. بنابراین، مساحت صفحه خازن از مقدار اولیه  $A_i$  کمتر شده است. اختلاف پتانسیل  $V_f$  هنگامی که سطح مشترک صفحه‌ها برابر  $A_f = 0.1 A_i$  باشد، چقدر است؟



(الف)



(ب)

(پ)

شکل ۲۱-۱۲ (الف) اتاقک پرفشار (ب) برانکار در یک اتاقک پرفشار و چارچوب فلزی اتاقک تشکیل خازنی را می‌دهند که توسط بارهای سرگردان، باردار شده‌اند. (پ) وقتی برانکار از اتاقک بیرون کشیده می‌شود، بار روی سطح کوچکتری جمع می‌شود.

**نکته‌های کلیدی** (۱) اختلاف پتانسیل  $V$  دو سر خازن، بنا بر معادله ۲۱-۱  $(q = CV)$  به بار  $q$  و ظرفیت  $C$  خازن بستگی دارد. (۲) وقتی برانکار از داخل اتاقک بیرون کشیده شده، بار  $q$  تغییر نکرده است. (۳) ظرفیت خازن تخت مطابق با معادله ۲۱-۹  $(C = \epsilon_0 A/d)$  به مساحت صفحه مرتبط است. محاسبه‌ها: با استفاده از معادله ۲۱-۱ بار عبارت است از

$$q = C_f V_f = C_i V_i$$

$$V_f = \frac{C_i}{C_f} V_i$$

$$V = \sqrt{\frac{2U_i}{\epsilon_0 \epsilon_r}} = \sqrt{\frac{2(150 \times 10^{-3} \text{ J})}{4\pi(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(1/8\text{m})}}$$

مهندسان ایمنی تلاش می‌کنند با خالی کردن بار، مانند استفاده از کف رسانا، پتانسیل شخص را زیر این سطح نگهدارند.

## چگالی انرژی

در یک خازن تخت، با چشمپوشی از اثر لبه‌ها، میدان الکتریکی در تمام نقطه‌ها بین این صفحه‌ها یکسان است. بنابراین، چگالی انرژی  $u$ ، یعنی انرژی پتانسیل بر یکای حجم بین صفحه‌ها، نیز باید یکنواخت باشد.  $u$  را با تقسیم انرژی پتانسیل کل بر حجم  $Ad$  فضای بین صفحه‌ها می‌توان پیدا کرد. با استفاده از ۲۱-۲۲، بدست می‌آوریم

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{CV^2}{2Ad}$$

از معادله ۲۱-۹  $(C = \epsilon_0 A/d)$ ، نتیجه خواهد شد

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left( \frac{V}{d} \right)^2$$

ولی از معادله ۲۰-۲۲  $(E = -\Delta V/\Delta s)$ ،  $V/d$  برابر با بزرگی

میدان الکتریکی  $E$  است؛ پس

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad (\text{چگالی انرژی}) \quad (25-21)$$

اگرچه این نتیجه را برای حالت خاص خازن تخت بدست آوردیم، در حالت کلی، منبع میدان الکتریکی هرچه باشد، برقرار است. اگر میدان  $\vec{E}$  در هر نقطه‌ای از فضا وجود داشته باشد، می‌توان آن نقطه را به عنوان محل انرژی پتانسیل الکتریکی در نظر گرفت که مقدار آن بر یکای حجم با معادله ۲۱-۲۵ داده می‌شود.

## مسئله نمونه ۲۱-۲

غالباً، یک مصدوم سوختلگی در حالی که روی برانکاری در اتاقک سربسته‌ای که پر از هوای غنی شده با اکسیژن (اتاقک پرفشار) دراز کشیده است مورد درمان قرار می‌گیرد. وقتی دوره درمان تمام شد کارکنان بیمارستان برانکار و بیمار را از اتاقک به داخل چرخ دستی می‌کشند که بتواند حرکت کند. دست کم در دو وضعیت برانکار در پایان که از اتاقک دور می‌شد، آتش گرفته است. روشن است که آتش گرفتن برانکاری که بیمار صدمه دیده از سوختگی روی آن است وضع خطرناکی است و به آسانی هم در هوای غنی شده با اکسیژن آتش می‌گیرد، ولی این پرسش باقی می‌ماند که چه چیزی موجب می‌شود برانکار آتش بگیرد؟

بازرسان دریافتند که جدایی بار بین پوست بیمار، روپوش بیمار، و ملافه روی برانکار رخ داده است. آنها همچنین دریافتند که برانکار و بخشی از چارچوب فلزی اتاقک زیر برانکار، یک

(ب) چگالی انرژی در سطح کره چقدر است؟

**نکته کلیدی** چگالی  $u$  انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی، بنابر معادله ۲۱-۲۵  $(u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2)$  به بزرگی  $E$  این میدان بستگی دارد.

**محاسبه‌ها:** در اینجا نخست باید  $E$  را روی سطح کره بیابیم. این، با معادله ۱۹-۱۵ داده می‌شود

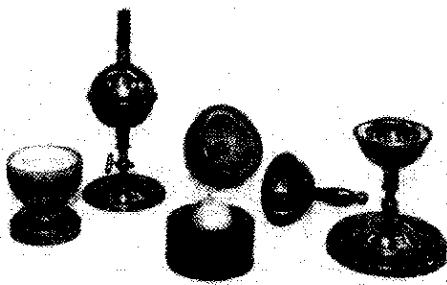
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}$$

در نتیجه، چگالی انرژی چنین است

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 R^4} \\ &= \frac{(1/25 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{(32\pi^2)(8/85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(0/0685 \text{ m})^4} \\ &= 2/54 \times 10^{-5} \text{ J/m}^3 = 25/4 \mu\text{J/m}^3 \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

## ۲۱-۶ خازن با دی الکتریک

اگر فضای میان صفحه‌های یک خازن را با دی الکتریک، که ماده‌ای عایق از قبیل روغن معدنی یا پلاستیک است، پرکنیم ظرفیت آن چه تغییری می‌کند؟ مایکل فارادی<sup>۱</sup> - که مفهوم ظرفیت به میزان زیادی مرهون اوست و به این خاطر یکای SI ظرفیت به نام او نامگذاری شده است - برای نخستین بار در سال ۱۸۳۷/۱۲۱۶ این موضوع را بررسی کرد. او با استفاده از ابزارهای ساده‌ای که بسیار شبیه به آنهایی است که در شکل



شکل ۲۱-۱۳ ابزارهای الکتروستاتیکی ساده‌ای که توسط فارادی به کار گرفته شد. وسیله سوار شده (دومی از چپ) یک خازن کروی است که شامل یک گوی برنجی مرکزی و یک پوسته برنجی هم مرکز با آن است. فارادی مواد دی الکتریک را در فضای میان گوی و پوسته قرار داد.

۲۱-۱۳ نشان داده شده است، دریافت که ظرفیت با ضریب عددی  $\kappa$ ، که او آن را ثابت دی الکتریک ماده عایق نامید، افزایش می‌یابد. جدول ۲۱-۱ چند ماده دی الکتریک و ثابتهای دی الکتریک آنها را نشان می‌دهد. بنا بر تعریف، ثابت دی الکتریک خلأ برابر با یک است. چون هوا تقریباً یک فضای خالی است،

www.iran-mavad.com

مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

از معادله ۲۱-۹ می‌توانیم چنین بنویسیم

$$C_f = \frac{\epsilon_0 A_f}{d} = \frac{\epsilon_0 (0/10 A_i)}{d} = 0/10 \frac{\epsilon_0 A_i}{d} = 0/10 C_i \quad (21-24)$$

با قراردادن این نتیجه در معادله ۲۱-۳ خواهیم داشت

$$\begin{aligned} V_f &= \frac{C_i}{0/10 C_i} V_i = 10 V_i = (10)(600 \text{ V}) \\ &= 6000 \text{ V} \end{aligned}$$

(پاسخ)

وقتی که برانکار بیرون کشیده شده، اختلاف پتانسیل، به دلیل آنکه بار روی خازن روی سطح صفحه کوچتری جمع شده، افزایش یافته و اختلاف پتانسیل  $V_f = 6000 \text{ V}$  بیشتر از مقدار کافی برای تولید جرقه بوده است.

(ب) هنگامی که مساحت صفحه  $0/10 A_i$  بوده، انرژی  $U_f$  خازن برانکار - چارچوب چقدر بوده است؟

**نکته کلیدی** انرژی پتانسیل  $U$  ذخیره شده در خازن بنابر معادله ۲۱-۲۲  $(U = \frac{1}{2} CV^2)$  به ظرفیت  $C$  و اختلاف پتانسیل  $V$  مربوط می‌شود.

**محاسبه‌ها:** با استفاده از معادله ۲۱-۲۴، چنین می‌نویسیم

$$\begin{aligned} U_f &= \frac{1}{2} C_f V_f^2 = \frac{1}{2} (0/10 C_i) V_f^2 \\ &= \frac{1}{2} (0/10)(250 \times 10^{-12} \text{ F})(6000 \text{ V})^2 \\ &= 4/5 \times 10^{-4} \text{ J} = 0/45 \text{ mJ} \end{aligned}$$

(پاسخ)

این مقدار بیشتر از مقدار کافی برای اشتعال برانکار است. بازرسان نتیجه گرفتند، وقتی که هنگام خروج برانکار از اتاقک، بار روی سطح کوچکتر جمع شده بود، برانکار به دلیل جرقه‌ای که توسط خازن برانکار - چارچوب زده شده، مشتعل گردیده است.

## مسئله نمونه ۲۱-۵

یک کره رسانای منزوی با شعاع  $R = 6/85 \text{ cm}$  دارای بار  $q = 1/25 \text{ nC}$  است.

(الف) چقدر انرژی پتانسیل در میدان الکتریکی این رسانای باردار ذخیره شده است؟

**نکته‌های کلیدی** (۱) یک کره منزوی دارای ظرفیتی است که با معادله ۲۱-۱۸  $(C = 4\pi\epsilon_0 R)$  داده می‌شود. (۲) انرژی  $U$  ذخیره شده در خازن بنابر معادله ۲۱-۲۱  $(U = q^2/2C)$  به بار  $q$  و ظرفیت  $C$  خازن بستگی دارد. **محاسبه‌ها:** با قراردادن  $C = 4\pi\epsilon_0 R$  در معادله ۲۱-۲۱ خواهیم داشت

$$\begin{aligned} U &= \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R} \\ &= \frac{(1/25 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{(4\pi)(8/85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(0/0685 \text{ m})} \end{aligned}$$

$$= 1/03 \times 10^{-7} \text{ J} = 1/03 \text{ nJ}$$

(پاسخ)



ثابت دی الکتریک اندازه گیری شده برای آن فقط اندکی از واحد بزرگتر است.

اثر دیگر حضور دی الکتریک، محدود ساختن اختلاف پتانسیلی است که می تواند میان صفحه های خازن تا مقدار معین  $V_{max}$  موسوم به پتانسیل فرو شکست، اعمال شود. اگر این مقدار به میزان قابل توجهی افزایش یابد، ماده دی الکتریک فرو می شکند و در بین صفحه ها مسیر رسانایی به وجود می آید. هر ماده دی الکتریک دارای مشخصه ای موسوم به استحکام دی الکتریک است، و آن مقدار بیشینه میدان الکتریکی است که آن ماده می تواند بدون فرو شکست تحمل کند. چند مقدار از این دست در جدول ۱-۲۱ آمده اند.

جدول ۱-۲۱

چند ویژگی دی الکتریکها\*

ماده	ثابت دی الکتریک $\kappa$	استحکام دی الکتریک (kV/mm)
هوا (۱atm)	۱/۰۰۰۰۵۴	۳
پلی استیرن	۲/۶	۲۴
کاغذ	۳/۵	۱۶
روغن مبدل	۴/۵	
پیرکس	۴/۷	۱۴
میکای یا قوتی	۵/۴	
چینی	۶/۵	
سیلیسیم	۱۲	
ژرمانیوم	۱۶	
اتانول	۲۵	
آب (۲۰°C)	۸۰/۴	
آب (۲۵°C)	۷۸/۵	
سرامیک تیتانیوم	۱۳۰	
تیتانات استرانیوم	۳۱۰	۸

برای  $\kappa=1$  خلا\*

\* بجز آب، بقیه در دمای اتاق اندازه گیری شده اند.

همان طور که درست پس از معادله ۱۸-۲۱ بحث کردیم، ظرفیت هر خازن را می توان به صورت زیر نوشت

$$C = \epsilon_0 L \quad (21-26)$$

که در آن  $L$  دارای بعد طول است. مثلاً، برای یک خازن تخت  $L = A/d$  است. کشف فارادی این بود که در حضور دی الکتریکی که فضای میان صفحه ها را به طور کامل پر کند، معادله ۲۱-۲۶ چنین می شود

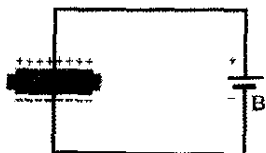
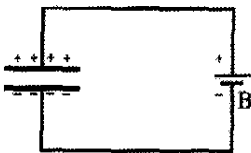
$$C = \kappa \epsilon_0 L = \kappa C \quad (21-27)$$

که در آن  $C$  مقدار ظرفیتی است که فقط هوا میان صفحه ها باشد.

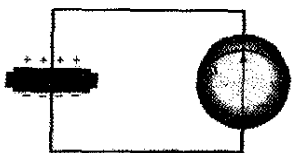
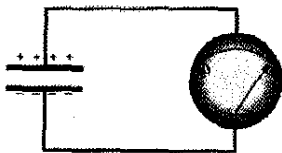
شکل ۱۴-۲۱ شناخت بیشتری در مورد آزمایشهای فارادی به دست می دهد. در شکل ۱۴-۲۱ الف، وجود باتری ثابت  $q$  در ناحیه ای که به طور کامل با ماده ای دی الکتریک با ثابت  $\kappa$  پر شده است، همه معادله های الکتروستاتیکی را که شامل ثابت گذردهی  $\epsilon_0$  هستند باید با جایگزینی  $\epsilon_0$  با  $\kappa \epsilon_0$  تصحیح کرد.

یک تیغه دی الکتریک در میان صفحه ها قرار داده شود، بار  $q$  روی صفحه ها با ضریب  $\kappa$  افزایش می یابد؛ باری اضافی توسط باتری به صفحه های خازن انتقال داده می شود. در شکل ۲۱-۱۴ ب در مدار باتری وجود ندارد، و بنابراین، بار  $q$  هنگامی که تیغه دی الکتریک قرار داده می شود باید ثابت باقی بماند؛ آنگاه، اختلاف پتانسیل  $V$  میان صفحه ها با ضریب  $\kappa$  کاهش می یابد. هر دو این مشاهدات با افزایش ظرفیت خازن در حضور دی الکتریک (از طریق رابطه  $q = CV$ ) سازگارند.

از مقایسه معادله های ۲۱-۲۶ و ۲۱-۲۷ در می یابیم که اثر دی الکتریک را می توان در عبارت کلی تری خلاصه کرد

ثابت  $V$ 

(الف)

ثابت  $q$ 

(ب)

شکل ۲۱-۱۴ (الف) اگر اختلاف پتانسیلی میان صفحه های خازنی، مثلاً با باتری B، برقرار شده باشد، اثر دی الکتریک افزایش بار روی صفحه هاست. (ب) اگر، مانند این حالت، بار روی صفحه های خازن ثابت نگهداشته شود، اثر دی الکتریک کاهش اختلاف پتانسیل میان صفحه هاست. مقیاس نشان داده شده مربوط به پتانسیل سنج است، و آن وسیله ای است که برای اندازه گیری اختلاف پتانسیل (اینجا، میان صفحه ها) به کار گرفته می شود. خازن نمی تواند از طریق پتانسیل سنج تخلیه شود.

در ناحیه ای که به طور کامل با ماده ای دی الکتریک با ثابت  $\kappa$  پر شده است، همه معادله های الکتروستاتیکی را که شامل ثابت گذردهی  $\epsilon_0$  هستند باید با جایگزینی  $\epsilon_0$  با  $\kappa \epsilon_0$  تصحیح کرد.

انرژی «ناپدید شده» اساساً در شخصی که تیغه را گذاشته است ظاهر می‌شود. خازن نیروی کششی کمی بر تیغه وارد می‌کند و روی آن کاری به مقدار زیر انجام می‌دهد

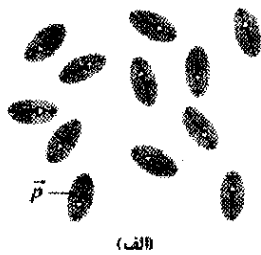
$$W = U_i - U_f = (1055 - 162) \text{ pJ} = 893 \text{ pJ}$$

اگر تیغه می‌توانست بدون هیچ مانعی میان صفحه‌ها بلغزد و اگر هیچ اصطکاک و وجود نداشت، آنگاه تیغه میان صفحه‌ها با انرژی مکانیکی (ثابت)  $893 \text{ pJ}$  به عقب و جلو نوسان می‌کرد، و این انرژی دستگاه بین انرژی جنبشی تیغه متحرک و انرژی پتانسیل ذخیره شده در میدان الکتریکی به طور نوسانی انتقال می‌یافت.

## ۲۱-۲ دی‌الکتریکها: از دیدگاه اتمی

وقتی دی‌الکتریک را در میدان الکتریکی قرار می‌دهیم از دیدگاه اتمی و مولکولی چه رخ می‌دهد؟ بسته به نوع مولکول، دو امکان وجود دارد:

۱. دی‌الکتریکهای قطبی، مولکولهای برخی از دی‌الکتریکها، مثل آب، گشتاور دو قطبی الکتریکی دائمی دارند. در چنین موادی (که دی‌الکتریکهای قطبی نامیده می‌شوند، دو قطبیهای الکتریکی، همان گونه که در شکل ۲۱-۱۵ نشان داده شده است، مایل اند که با میدان الکتریکی خارجی همسو شوند. چون این مولکولها بر اثر حرکت گرمایی کاتوره‌ای خود به طور مداوم به یکدیگر برخورد می‌کنند، این همسویی کامل نیست، ولی وقتی بزرگی میدان اعمال شده افزایش یابد (یا دما، و در نتیجه برخورد مولکولها، کاهش یابد)، این همسویی کاملتر می‌شود. همسویی دو قطبیهای الکتریکی، میدانی الکتریکی ایجاد می‌کند که جهت آن در خلاف جهت میدان اعمال شده و بزرگی‌اش کوچکتر از بزرگی آن میدان است.



(الف)



(ب)

شکل ۲۱-۱۵ (الف) سم‌نگاری کاتوره‌ای مولکولهایی با گشتاور دو قطبی الکتریکی دائم در نبود میدان الکتریکی خارجی نشان داده شده است. (ب) اعمال یک میدان الکتریکی، باعث همسویی جزئی مولکولها می‌شود. اغتشاش گرمایی از همسویی کامل جلوگیری می‌کند.

بنابراین، بزرگی میدان الکتریکی که توسط بار نقطه‌ای در داخل دی‌الکتریک ایجاد شده است با شکل تصحیح شده معادله ۱۹-۱۵ به دست داده می‌شود

$$E = \frac{1}{4\pi\kappa\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (21-28)$$

همچنین، عبارت میدان الکتریکی درست بیرون یک رسانای منزوی که داخل یک دی‌الکتریک قرار داده شده است (معادله ۱۹-۱۱ را ببینید) چنین می‌شود

$$E = \frac{\sigma}{\kappa\epsilon_0} \quad (21-29)$$

چون  $\kappa$  همواره عددی بزرگتر از یک است، هر دو معادله نشان می‌دهد که برای توزیع ثابت شده بارها، اثر دی‌الکتریک تضعیف میدان الکتریکی نسبت به وضعیتی است که دی‌الکتریک حضور ندارد.

### مسئله نمونه ۲۱-۶

یک خازن تخت که ظرفیت آن  $13/5 \text{ pF}$  است با یک باتری تا اختلاف پتانسیل  $V = 12/5 \text{ V}$  میان صفحه‌های خود، باردار شده است. سپس باتری باردار کننده قطع و تیغه‌ای از جنس چینی ( $\kappa = 6/50$ ) در میان صفحه‌ها قرار داده می‌شود. (الف)، انرژی پتانسیل خازن پیش از آنکه تیغه قرار داده شود و پس از آن چقدر است؟

**نکته کلیدی** انرژی پتانسیل  $U_i$  خازن را می‌توانیم به ظرفیت  $C$  یا پتانسیل  $V$  از (طریق معادله ۲۱-۲۲) یا به بار  $q$  (از طریق معادله ۲۱-۲۱) مربوط کنیم:

$$U_i = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{q^2}{2C}$$

محاسبه: چون پتانسیل اولیه داده شده است ( $V = 12/5 \text{ V}$ )، از معادله ۲۱-۲۲ برای یافتن انرژی ذخیره شده اولیه استفاده می‌کنیم

$$U_i = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} (13/5 \times 10^{-12} \text{ F}) (12/5 \text{ V})^2 = 1/055 \times 10^{-9} \text{ J} = 1055 \text{ pJ} \approx 1100 \text{ pJ} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) انرژی پتانسیل پس از قرار دادن تیغه چقدر است؟

**نکته کلیدی** چون باتری قطع شده است، بار روی خازن با قراردادن دی‌الکتریک نمی‌تواند تغییر کند. ولی، پتانسیل تغییر می‌کند.

محاسبه‌ها: اکنون باید از معادله ۲۱-۲۱ برای نوشتن انرژی پتانسیل نهایی  $U_f$  استفاده کنیم، ولی باید توجه کنید که در حضور تیغه، ظرفیت خازن برابر با  $\kappa C$  می‌شود. در نتیجه خواهیم داشت

$$U_f = \frac{q^2}{2\kappa C} = \frac{U_i}{\kappa} = \frac{1055 \text{ pJ}}{6/50} = 162 \text{ pJ} \approx 160 \text{ pJ} \quad (\text{پاسخ})$$

وقتی تیغه گذاشته شود، انرژی پتانسیل با ضریب  $\kappa$  کاهش می‌یابد.

از لحاظ الکتریکی خنثی می ماند و - داخل قطعه - هیچ عنصر حجمی بار اضافی وجود ندارد.

شکل ۲۱-۱۶ پ نشان می دهد که بارهای سطحی القا شده روی دو وجه قطعه، یک میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در خلاف جهت میدان الکتریکی اعمال شده  $\vec{E}_0$  ایجاد می کنند. میدان برآیند  $\vec{E}$  درون دی الکتریک (جمع برداری میدانهای  $\vec{E}_0$  و  $\vec{E}$ ) در جهت  $\vec{E}_0$  ولی از نظر بزرگی کوچکتر از آن است.

هم میدان  $\vec{E}$  که توسط بارهای سطحی در شکل ۲۱-۱۶ پ ایجاد شده است و هم میدان الکتریکی که توسط دوقطبیهای الکتریکی در شکل ۲۱-۱۵ ایجاد شده است به یک نحو عمل می کنند - هر دو آنها در خلاف جهت میدان اعمال شده  $\vec{E}_0$  هستند. بنابراین، اثر هر دو دی الکتریک قطبی و غیر قطبی تضعیف هر میدان الکتریکی اعمال شده به آنها، مانند میدان میان صفحه های یک خازن است.

حال می توانیم دریابیم که چرا تیغه دی الکتریک چینی در مسئله نمونه ۲۱-۶ به داخل خازن کشیده می شود؛ وقتی دی الکتریک به فضای داخل صفحه ها وارد می شود، علامت بار سطحی که روی هر وجه تیغه ظاهر می شود با علامت بار صفحه خازن مجاور آن مخالف است. بنابراین، تیغه و صفحه های خازن همدیگر را جذب می کنند.

## ۲۱-۸ دی الکتریکها و قانون گاوس

در بحث خود در مورد قانون گاوس در فصل ۱۹، فرض کردیم بارها در خلأ قرار دارند. در این بخش خواهیم دید که چگونه این قانون در حضور مواد دی الکتریک، از قبیل آنهایی که در جدول ۲۱-۱ فهرست شده اند، اصلاح شده و تعمیم می یابد. شکل ۲۱-۱۷ یک خازن تخت به مساحت سطح  $A$  را در حضور دی الکتریک و بدون حضور آن نشان می دهد. فرض می کنیم که بار  $q$  روی صفحه ها در هر دو وضعیت یکسان است. توجه کنید که میدان میان صفحه ها با یکی از روشهایی که در بخش ۲۱-۷ شرح داده شدند، روی وجوه دی الکتریک بارهایی را القا می کند. برای وضعیت شکل ۲۱-۱۷ الف، یعنی حالتی که دی الکتریک حضور ندارد، می توانیم میدان الکتریکی  $\vec{E}_0$  میان صفحه ها را نظیر آنچه برای شکل ۲۱-۵ انجام دادیم، پیدا کنیم: بار  $+q$  روی صفحه بالایی را با یک سطح گاوسی محصور می کنیم و سپس قانون گاوس را در مورد آن به کار می بندیم. اگر  $E_0$  معرف بزرگی میدان باشد، خواهیم داشت

$$\oint \vec{E}_0 \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 E_0 A = q \quad (21-30)$$

یا

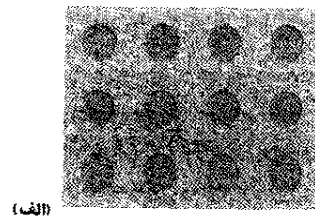
$$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A} \quad (21-31)$$

در شکل ۲۱-۱۷ ب، یعنی حالتی که دی الکتریک درون

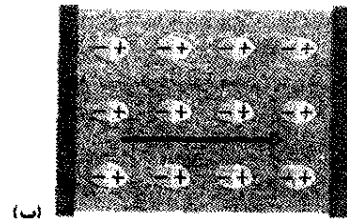
خازن حضور دارد، می توانیم میدان میان صفحه ها (و درون خازن همدیگر را جذب می کنند).

۲. دی الکتریکهای غیرقطبی. بدون توجه به اینکه آیا مولکولها گشتاور دو قطبی الکتریکی دائمی دارند یا خیر، مولکولها هنگامی که در یک میدان الکتریکی خارجی قرار می گیرند بر اثر القا گشتاورهای دو قطبی به دست می آورند. در بخش ۲۰-۸ (شکل ۲۰-۱۱ را ببینید)، دیدیم که این اتفاق به این دلیل رخ می دهد که میدان خارجی می خواهد این مولکولها را با ایجاد فاصله اندکی میان مرکزهای بار منفی و مثبت آنها، به صورت «کشیده» درآورد.

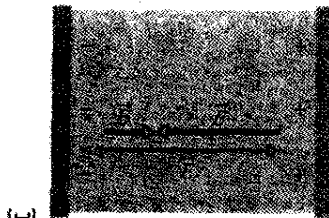
شکل ۲۱-۱۶ الف یک قطعه دی الکتریک غیر قطبی را نشان می دهد که هیچ میدان الکتریکی خارجی به آن اعمال نشده است. در شکل ۲۱-۱۶ ب، میدان الکتریکی  $\vec{E}_0$  توسط خازنی که صفحه های آن مطابق شکل باردار شده اند، اعمال شده است. در نتیجه فاصله اندکی میان مرکزهای توزیعهای بار مثبت و منفی در داخل قطعه ایجاد می شود که این منجر به ایجاد بار مثبت روی یک وجه قطعه (ناشی از سرهای مثبت دوقطبیهای موجود در آنجا) و بار منفی روی وجه متقابل آن (ناشی از سرهای منفی دوقطبیهای موجود در آنجا) می شود. قطعه در کل



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۲۱-۱۶ (الف) یک قطعه دی الکتریک غیر قطبی. دایره ها اتمهایی را نشان می دهند که از لحاظ الکتریکی خنثی هستند. (ب) یک میدان الکتریکی توسط صفحه های خازن باردار اعمال شده است؛ این میدان، اتمها را با جدا کردن مرکزهای بارهای مثبت و منفی، اندکی می کشد. (پ) این جدایی، بارهایی سطحی روی وجوه قطعه ایجاد می کند. این بارها میدان  $\vec{E}$  را ایجاد می کنند که در خلاف جهت میدان اعمال شده  $\vec{E}_0$  است. میدان برآیند  $\vec{E}$  درون دی الکتریک (جمع برداری  $\vec{E}_0$  و  $\vec{E}$ ) در همان جهت  $\vec{E}_0$  ولی از نظر بزرگی کوچکتر از آن است.

$$\epsilon_0 \oint \kappa \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \quad (۲۱-۳۶) \quad (\text{قانون گاوس در حضور دی الکتریک})$$

اگر چه این معادله را برای خازن صفحه - موازی به دست آوردیم، ولی برای کلیه خازنهای برقرار است و کلی ترین شکلی است که قانون گاوس می تواند به آن صورت نوشته شود. توجه کنید که

۱. اکنون در انتگرال شار  $\kappa \vec{E}$ ، و نه فقط  $\vec{E}$ ، وارد می شود. (گاهی بردار  $\epsilon_0 \kappa \vec{E}$  جابه جایی الکتریکی  $\vec{D}$  نامیده می شود، و از این رو معادله ۲۱-۳۶ را می توان به صورت  $\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = q$  نوشت.)

۲. اکنون بار  $q$  محصور شده توسط سطح گاوسی فقط بار آزاد اختیار شده است. اگر چه بار سطحی القایی به طور عمده در طرف راست معادله ۲۱-۳۶ نادیده انگاشته شده است، ولی با حضور ثابت دی الکتریک  $\kappa$  در سمت چپ، معادله به طور کامل در نظر گرفته شده است.

۳. معادله ۲۱-۳۶ با معادله ۱۹-۷، بیان اولیه ما از قانون گاوس، فقط در یک چیز متفاوت است و آن اینکه  $\epsilon_0$  در معادله آخری با  $\kappa \epsilon_0$  جایگزین شده است.  $\kappa$  را داخل انتگرال معادله ۲۱-۳۶ گذاشتیم تا در حالتی که  $\kappa$  روی کل سطح گاوسی ثابت نیست نیز این معادله مورد استفاده باشد.

### مسئله نمونه ۲۱-۷

شکل ۲۱-۱۸ یک خازن تخت را به مساحت سطح  $A$  و فاصله صفحه ها برابر  $d$  نشان می دهد. اختلاف پتانسیل  $V_0$  بین صفحه ها اعمال شده است. سپس باتری قطع شده، و تیغه ای دی الکتریک به ضخامت  $b$  و ثابت دی الکتریک  $\kappa$ ، مطابق شکل میان صفحه ها گذاشته می شود. فرض کنید  $A = 115 \text{ cm}^2$ ،  $d = 1/24 \text{ cm}$ ،  $b = 0.78 \text{ cm}$  و  $V_0 = 85/5 \text{ V}$ ،  $\kappa = 2/61$  است. (الف) ظرفیت  $C_0$  پیش از آنکه تیغه دی الکتریک گذاشته شود، چقدر است؟

محاسبه: از معادله ۲۱-۹ داریم

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(115 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{1/24 \times 10^{-2} \text{ m}} = 8.71 \times 10^{-12} \text{ F} = 8.71 \text{ pF} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) چقدر بار آزاد روی صفحه ها ظاهر می شود؟

محاسبه: از معادله ۲۱-۱۰ داریم

$$q = C_0 V_0 = (8.71 \times 10^{-12} \text{ F})(85/5 \text{ V}) = 7.02 \times 10^{-10} \text{ C} = 7.02 \text{ pC} \quad (\text{پاسخ})$$

چون باتری بردار کننده پیش از آنکه تیغه گذاشته شود، قطع شده است، وقتی که تیغه در مکان خود قرار داده شود، بار آزاد بدون تغییر باقی می ماند.

مرجع دانشجویان و مهندسان (پایه) میدان الکتریکی  $E_0$  در فضای خالی میان صفحه ها و تیغه

دی الکتریک چقدر است؟

دی الکتریک) را با استفاده از همان سطح گاوسی پیدا کنیم. ولی، اکنون این سطح دو نوع بار را محصور می کند: اگر چه این سطح هنوز بار  $+q$  را روی صفحه بالایی در بردارد، ولی حالا بار القا شده  $-q'$  روی وجه بالایی دی الکتریک را نیز در برمی گیرد. به بارهای روی صفحه رسانا بارهای آزاد گفته می شود، زیرا اگر پتانسیل الکتریکی این صفحه را تغییر دهیم، این بارها می توانند حرکت کنند؛ بارهای القا شده روی سطح دی الکتریک، بار آزاد نیستند زیرا نمی توانند از آن سطح حرکت کنند.

بار خالص محصور شده توسط سطح گاوسی در شکل ۲۱-۱۷ ب برابر با  $q - q'$  است، و از اینرو قانون گاوس چنین به دست می دهد

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 EA = q - q' \quad (۲۱-۳۲)$$

یا

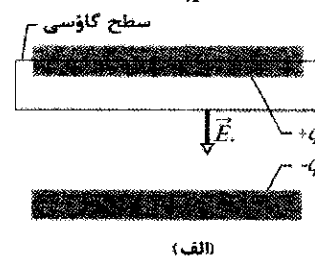
$$E = \frac{q - q'}{\epsilon_0 A} \quad (۲۱-۳۳)$$

اثر دی الکتریک تضعیف میدان اولیه  $E_0$  با ضریب  $\kappa$  است؛ بنابراین، می توانیم بنویسیم

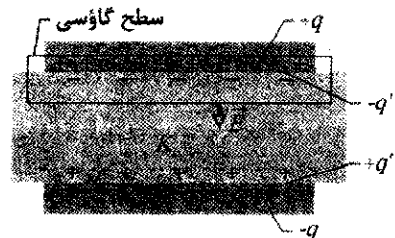
$$E = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A} \quad (۲۱-۳۴)$$

از مقایسه معادله های ۲۱-۳۳ و ۲۱-۳۴ نتیجه می گیریم که

$$q - q' = \frac{q}{\kappa} \quad (۲۱-۳۵)$$



(الف)



(ب)

شکل ۲۱-۱۷ یک خازن تخت (الف) بدون حضور و (ب) در حضور قطعه دی الکتریکی که در آن گذاشته شده است. فرض شده است که بار  $q$  روی صفحه ها در هر دو حالت یکسان است.

معادله ۲۱-۳۵ به درستی نشان می دهد که بزرگی  $q'$  بار سطحی القا شده کمتر از بار آزاد  $q$  است و در صورتی که دی الکتریک حضور نداشته باشد برابر با صفر است (زیرا آنگاه در معادله ۲-۳۵،  $\kappa = 1$  است).

با قراردادن  $q - q'$  از معادله ۲۱-۳۵ در معادله ۲۱-۳۲، قانون گاوس را می توانیم به صورت زیر بنویسیم

**محاسبه:** در داخل دی الکتریک، طول مسیر برابر با  $b$  و میدان الکتریکی  $E_1$  است. در داخل دو فضای خالی بالا و پایین دی الکتریک، طول کل مسیر  $d-b$  و میدان الکتریکی  $E_0$  است. بنابراین، معادله ۲۱-۶ چنین به دست می دهد

$$\begin{aligned} V &= \int E ds = E_0(d-b) + E_1 b \\ &= (6900 \text{ V/m})(0.0124 \text{ m} - 0.00780 \text{ m}) \\ &\quad + (2640 \text{ V/m})(0.00780 \text{ m}) \\ &= 52.37 \end{aligned} \quad (\text{پاسخ})$$

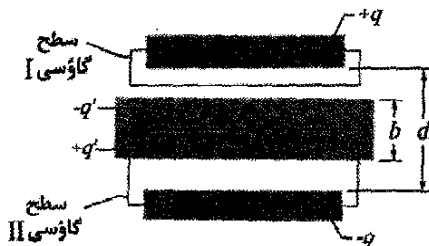
که این مقدار کمتر از اختلاف پتانسیل اولیه ۸۵/۵۷ است. (ج) ظرفیت خازن با قطعه‌ای که میان صفحه‌های خازن قرار داده شده است، چقدر است؟

**نکته کلیدی** ظرفیت  $C$ ، درست مثل وقتی که دی الکتریک قرار داده نشده است، بنابر معادله ۱۹-۱ با بار آزاد  $q$  و اختلاف پتانسیل  $V$  رابطه دارد.

**محاسبه:** با اختیار  $q$  از قسمت (ب) و  $V$  از قسمت (ث)، خواهیم داشت

$$\begin{aligned} C &= \frac{q}{V} = \frac{7.02 \times 10^{-10} \text{ C}}{52.37 \text{ V}} \\ &= 1.34 \times 10^{-11} \text{ F} = 13.4 \text{ pF} \end{aligned} \quad (\text{پاسخ})$$

که این بزرگتر از ظرفیت اولیه ۸/۲۱ pF است.



شکل ۱۸-۲۱ یک خازن تحت شامل تیغه‌ای دی الکتریک است که فقط بخشی از فضای میان صفحه‌ها را پرمی کند.

## بازنگری و خلاصه درس

**خازن؛ ظرفیت** خازن شامل دو رسانای منزوی (صفحه‌ها) با بارهای  $+q$  و  $-q$  است. ظرفیت  $C$  آن با رابطه زیر

تعریف می شود

$$q = CV \quad (1-21)$$

که در آن  $V$  اختلاف پتانسیل میان صفحه‌هاست، یکای SI ظرفیت، فاراد است (۱ کولن بر ولت = ۱ فاراد).

**تعیین ظرفیت** در حالت کلی ظرفیت آرایش خازنی خاص بدین ترتیب تعیین می شود (۱) فرض می کنیم بار  $q$  روی صفحه‌ها قرار گرفته است، (۲) میدان الکتریکی  $E$  ناشی از این (۳) اختلاف پتانسیل  $V$  را تعیین می کنیم، (۴)  $C$

**نکته کلیدی** لازم است که برای سطح گاوسی  $I$  در شکل ۱۸-۲۱ قانون گاوس را به شکل معادله ۲۱-۳۶ به کار ببریم.

**محاسبه‌ها:** آن سطح از فاصله می گذرد، و بنابراین فقط بار آزاد روی صفحه بالایی خازن را محصور می کند. چون بردار سطح  $d\vec{A}$  و بردار میدان  $\vec{E}_0$  هر دو رو به پایین هستند، ضرب نقطه‌ای در معادله ۲۱-۳۶ چنین نوشته می شود

$$\vec{E}_0 \cdot d\vec{A} = E_0 dA \cos 0^\circ = E_0 dA$$

در نتیجه معادله ۲۱-۳۶ به صورت زیر در می آید

$$\begin{aligned} \epsilon_0 k E_0 \oint dA &= q \\ \text{حال انتگرالگیری به سادگی مساحت سطح } A \text{ صفحه خازن را به دست می دهد. بنابراین، خواهیم داشت} \\ \epsilon_0 k E_0 A &= q \end{aligned}$$

یا

$$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 k A}$$

باید در اینجا  $\kappa = 1$  قرار دهیم، زیرا سطح گاوسی  $I$  از دی الکتریک عبور نمی کند. بنابراین، داریم

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{q}{\epsilon_0 k A} = \frac{7.02 \times 10^{-10} \text{ C}}{(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(1)(118 \times 10^{-2} \text{ m}^2)} \\ &= 6900 \text{ V/m} = 6.90 \text{ kV/m} \end{aligned} \quad (\text{پاسخ})$$

توجه کنید وقتی که تیغه گذاشته می شود، مقدار  $E_0$  تغییر نمی کند زیرا مقدار بار محصور شده توسط سطح گاوسی  $I$  در شکل ۱۸-۲۱ تغییر نمی کند.

(ت) میدان الکتریکی  $E_1$  در تیغه دی الکتریک چقدر است؟

**نکته کلیدی** برای سطح گاوسی  $II$  در شکل ۱۸-۲۱، قانون گاوس را به شکل معادله ۲۱-۳۶ به کار می ببریم.

**محاسبه‌ها:** این سطح، بار آزاد  $-q$  و بار القایی  $+q'$  را در بردارد، ولی هنگامی که از معادله ۲۱-۳۶ استفاده می کنیم دومی را نادیده می گیریم. از آنجا داریم

$$\epsilon_0 \oint k \vec{E}_1 \cdot d\vec{A} = -\epsilon_0 k E_1 A = -q \quad (37-21)$$

(اولین علامت منفی در این معادله ناشی از ضرب نقطه‌ای  $\vec{E}_1 \cdot d\vec{A}$  است، زیرا اکنون بردار میدان  $\vec{E}_1$  رو به پایین و بردار سطح  $d\vec{A}$  رو به بالا قرار دارند.) حالا  $\kappa = 2/61$  است. بنابراین، معادله ۲۱-۳۷ چنین به دست می دهد

$$E_1 = \frac{q}{\epsilon_0 k A} = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{6.90 \text{ kV/m}}{2/61} = 2.06 \text{ kV/m} \quad (\text{پاسخ})$$

(ث) پس از آنکه تیغه گذاشته شد، اختلاف پتانسیل  $V$  میان صفحه‌ها چقدر است؟

**نکته کلیدی** باید  $V$  را با انتگرالگیری در امتداد مسیر یک خط راست که مستقیماً از صفحه پایینی تا صفحه بالایی امتداد دارد، پیدا کنیم. در داخل دی الکتریک، طول مسیر برابر با  $b$  و میدان الکتریکی  $E_1$  است.

کرد. نتیجه، تشکیل بارهای القایی روی سطوحهای دی الکتریک است که به ازای مقدار معین بار آزاد روی صفحه‌ها به تضعیف میدان الکتریکی درون دی الکتریک می‌انجامد.

**قانون گاوس با وجود دی الکتریک** وقتی دی الکتریک وجود داشته باشد، قانون گاوس را می‌توان چنین تعمیم داد

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \quad (21-36)$$

که در اینجا  $q$  بار آزاد است؛ وجود هرگونه بار سطحی القایی با قراردادن ثابت دی الکتریک  $\kappa$  در داخل انتگرال به حساب می‌آید.

## پرسشها

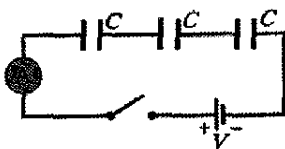
۱- شکل ۲۱-۱۹ نمودارهای بار برحسب اختلاف پتانسیل را برای سه خازن صفحه - موازی نشان می‌دهد که مساحت صفحه‌ها و فاصله آنها در جدول داده شده است. کدام نمودار مربوط به کدام خازن است؟

خازن	مساحت	فاصله
۱	A	d
۲	۲A	d
۳	A	۲d



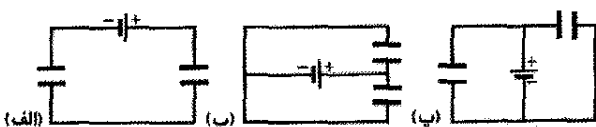
شکل ۲۱-۱۹ پرسش ۱

۲- شکل ۲۱-۲۰، یک کلید باز، یک باتری با اختلاف پتانسیل  $V$ ، یک سنج جریان  $A$  و سه خازن بدون بار مشابه به ظرفیت  $C$  را نشان می‌دهد. وقتی کلید بسته شود و جریان به تعادل برسد، (الف) اختلاف پتانسیل دو سر هر خازن و (ب) بار روی صفحه چپ هر خازن چقدر است؟ (پ) در حین باردار شدن، چه بار خالصی از سنج می‌گذرد؟



شکل ۲۱-۲۰ پرسش ۲

۳- در هر کدام از مدارهای شکل ۲۱-۲۱، آیا اتصال خازنها به طور متوالی است یا موازی، یا هیچ کدام؟



شکل ۲۱-۲۱ پرسش ۳

۴- ظرفیت معادل  $C_{eq}$  سه خازن، هر یک به ظرفیت  $C$ ، در صورتی که آنها به یک باتری (الف) به طور متوالی و (ب) به طور موازی، بسته شده باشند چقدر است؟ (پ) در کدام آرایش بار بیشتری روی خازن معادل وجود دارد؟

را از روی معادله ۱۹-۱ محاسبه می‌کنیم. چند نتیجه ویژه به قرار زیرند:

ظرفیت خازن تخت با صفحه‌های موازی به مساحت  $A$  و فاصله  $d$  برابر است با

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (21-9)$$

ظرفیت خازن استوانه‌ای (دو استوانه هم محور بلند) به طول  $L$  و شعاعهای  $a$  و  $b$  برابر است با

$$C = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)} \quad (21-14)$$

ظرفیت خازن کروی با صفحه‌های کروی به شعاعهای  $a$  و  $b$  برابر است با

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a} \quad (21-17)$$

اگر در معادله ۲۱-۱۷،  $b \rightarrow \infty$  میل کند و  $a = R$  باشد، برای ظرفیت یک کره منزوی به شعاع  $R$  داریم

$$C = 4\pi\epsilon_0 R \quad (21-18)$$

**خازنهای موازی و متوالی** ظرفیت معادل  $C_{eq}$  ترکیبی از خازنهای مجزا را که به طور موازی و به طور متوالی بسته شده‌اند، می‌توان از رابطه‌های زیر به دست آورد

$$C_{eq} = \sum_{j=1}^n C_j \quad (n \text{ خازن موازی}) \quad (21-19)$$

و

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{C_j} \quad (n \text{ خازن متوالی}) \quad (21-20)$$

از ظرفیتهای معادل می‌توان برای محاسبه ظرفیت ترکیبهای پیچیده‌تر متوالی - موازی استفاده کرد.

**انرژی پتانسیل و چگالی انرژی** انرژی پتانسیل الکتریکی  $U$  یک خازن باردار

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} CV^2 \quad (21-21 \text{ و } 21-22)$$

برابر با کاری است که برای باردار کردن خازن لازم است. این انرژی را می‌توان به میدان الکتریکی  $\vec{E}$  خازن وابسته کرد. با بسط آن می‌توانیم انرژی ذخیره شده را به میدان الکتریکی مربوط کنیم. در خلا، چگالی انرژی  $u$ ، یا انرژی پتانسیل بر یکای حجم، درون میدانی به بزرگی  $E$  با رابطه زیر داده می‌شود

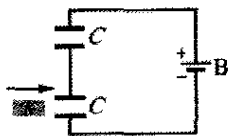
$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad (21-25)$$

**ظرفیت با وجود دی الکتریک** اگر فضای میان صفحه‌های خازن با ماده دی الکتریکی به طور کامل پر شود، ظرفیت  $C$  خازن با ضریب  $\kappa$ ، موسوم به ثابت دی الکتریک، که مشخصه آن ماده است، افزایش می‌یابد. در ناحیه‌ای که با دی الکتریک به طور کامل پر شده است، تمام معادله‌های الکتروستاتیکی که شامل  $\epsilon_0$  هستند باید با جایگزین کردن  $\epsilon_0$  با  $\kappa\epsilon_0$  اصلاح شوند.

اثر اضافه کردن دی الکتریک را می‌توان با کنش میدان الکتریکی بر دوقطیهای دائمی یا القایی در یک جسم دی الکتریک، درک



پتانسیل، افزایش می‌یابد یا کاهش یا یکسان می‌مانند؟ (ث) در مورد خازن دیگر چطور؟



شکل ۲۴-۲۱ پرسش ۱۰

۱۱- یک خازن صفحه- موازی به یک باتری با اختلاف پتانسیل الکتریکی  $V$  متصل شده است. اگر فاصله صفحه‌ها کاهش یابد، آیا کمیت‌های زیر افزایش می‌یابند یا کاهش، یا یکسان می‌مانند؟ (الف) ظرفیت خازن، (ب) اختلاف پتانسیل دو سر خازن، (پ) بار روی خازن، (ت) انرژی ذخیره شده توسط خازن، (ث) بزرگی میدان الکتریکی میان صفحه‌ها، و (ج) چگالی انرژی آن میدان الکتریکی.

## مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترسی (در نسخه مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترسی در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

••••• تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرند فیزیک و در [flyingcircusofphysics.com](http://flyingcircusofphysics.com) قابل دسترسی است.

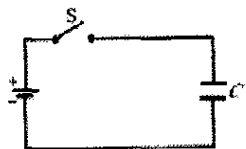
## بخش ۲۱-۲ ظرفیت

۱- دو جسم فلزی شکل ۲۱-۲۵ دارای بارهای خالص  $+7.0 \mu\text{C}$  و  $-7.0 \mu\text{C}$  هستند که منجر به اختلاف پتانسیل  $20 \text{ V}$  بین آنها می‌شود. (الف) ظرفیت این دستگاه چقدر است؟ (ب) اگر بارها به  $+2.00 \mu\text{C}$  و  $-2.00 \mu\text{C}$  تغییر داده شوند، این ظرفیت چقدر می‌شود؟ (پ) اختلاف پتانسیل چقدر می‌شود؟



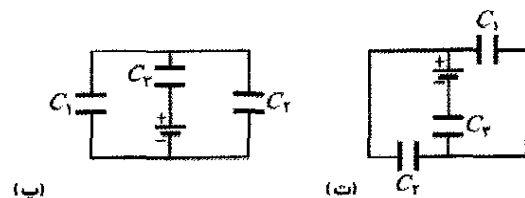
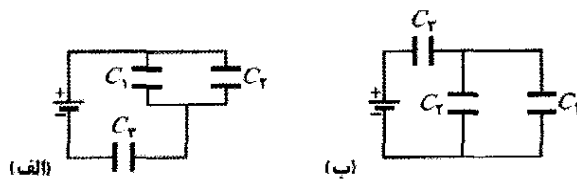
شکل ۲۵-۲۱ مسئله ۱

۲- خازن شکل ۲۱-۲۶ دارای ظرفیت  $25 \mu\text{F}$  و در ابتدا بدون بار است. باتری اختلاف پتانسیل  $120 \text{ V}$  را فراهم می‌کند. پس از آنکه کلید S بسته شود، چقدر بار از آن خواهد گذشت؟



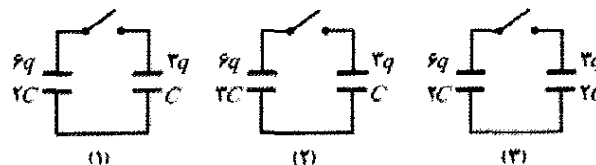
شکل ۲۶-۲۱ مسئله ۲

۵- (الف) در شکل ۲۱-۲۲ الف، آیا خازنهای ۱ و ۳ متوالی‌اند؟ (ب) در همان شکل، آیا خازنهای ۱ و ۲ موازی‌اند؟ (پ) ظرفیت‌های معادل چهار مدار نشان داده شده در شکل ۲۱-۲۲ را از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.



شکل ۲۲-۲۱ پرسش ۵

۶- شکل ۲۱-۲۳، سه مدار را نشان می‌دهد که هر یک شامل یک کلید و دو خازن است که در ابتدا به ترتیبی که نشان داده شده است (صفحه مثبت در بالا) باردار شده‌اند. پس از آنکه کلیدها بسته شدند، در کدام مدار (در صورت وجود) بار روی خازن طرف چپ (الف) افزایش می‌یابد، (ب) کاهش می‌یابد، و (پ) بدون تغییر باقی می‌ماند؟



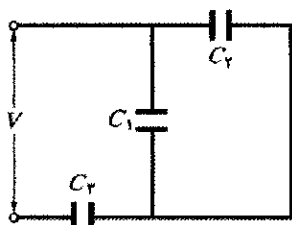
شکل ۲۳-۲۱ پرسش ۶

۷- نخست، تک خازن  $C_1$  را به یک باتری وصل می‌کنیم. سپس  $C_2$  را به طور موازی به آن می‌بندیم. آیا اکنون (الف) اختلاف پتانسیل دو سر  $C_1$  و (ب) بار  $q_1$  روی  $C_1$ ، از حالت قبلی بیشتر است یا کمتر، یا با آن مساوی است؟ (پ) آیا ظرفیت معادل  $C_{12}$  خازنهای  $C_1$  و  $C_2$  از  $C_1$  بیشتر است یا کمتر یا برابر با آن است؟ (ت) آیا بار ذخیره شده روی مجموع  $C_1$  و  $C_2$  از بار ذخیره شده قبلی روی  $C_1$  بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟

۸- پرسش ۷ را برای وضعیتی که  $C_2$  به جای آنکه موازی وصل شود، به طور متوالی متصل شود، تکرار کنید.

۹- می‌خواهیم خازنهای  $C_1$  و  $C_2$  را، با  $C_1 > C_2$ ، نخست به طور جداگانه، سپس به طور متوالی و سرانجام به طور موازی به یک باتری متصل کنیم. این آرایشها را بنا بر مقدار بار ذخیره شده از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.

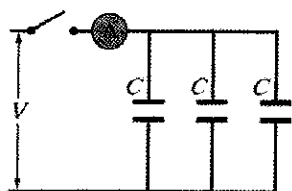
۱۰- وقتی یک تیغه دی‌الکتریک میان صفحه‌های یکی از دو خازن مشابه شکل ۲۱-۲۴ قرار گیرد، آیا ویژگیهای این خازن (الف) ظرفیت، (ب) بار، (پ) اختلاف پتانسیل، و (ت) انرژی



شکل ۲۱-۲۹ مسئله‌های ۹، ۱۳، و ۳۴

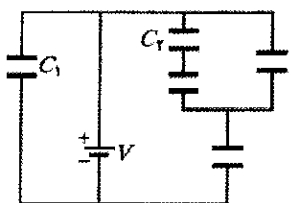
۱۰۰- چند خازن با ظرفیت  $1/00 \mu F$  باید به طور موازی بسته شوند تا به ازای اختلاف پتانسیل  $110 V$  در دو سرخازنها، بار  $1/00 C$  در آن ذخیره شود؟ SSM

۱۱۰- هر یک از خازنهای بدون بار شکل ۲۱-۳۰ دارای ظرفیت  $25/0 \mu F$  است. وقتی کلید بسته شود، اختلاف پتانسیل  $V = 4200 V$  برقرار می‌گردد. چند کولن بار از سنج  $A$  می‌گذرد؟



شکل ۲۱-۳۰ مسئله ۱۱

۱۲۰۰- در شکل ۲۱-۳۱، اختلاف پتانسیل باتری  $10 V$  و ظرفیت هر یک از پنج خازن برابر با  $10/0 \mu F$  است. بار روی (الف) خازن ۱ و (ب) خازن ۲ چقدر است؟



شکل ۲۱-۳۱ مسئله ۱۲

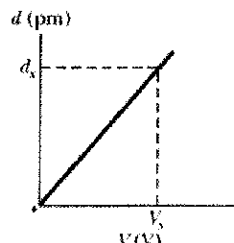
۱۳۰۰- در شکل ۲۱-۲۹، اختلاف پتانسیل  $V = 100/0 V$  به دو سریک آرایش خازنی با ظرفیتهای  $C_1 = 10/0 \mu F$ ،  $C_2 = 5/00 \mu F$ ، و  $C_3 = 4/00 \mu F$  اعمال شده است. اگر خازن ۳ فروشکست الکتریکی پیدا کند، به گونه‌ای که معادل یک سیم رسانا شود، (الف) بار روی خازن ۱ و (ب) اختلاف پتانسیل دو سرخازن ۱، چقدر افزایش می‌یابد؟ SSM

۱۴۰۰- دو خازن تخت، هریک با ظرفیت  $6/0 \mu F$ ، به طور موازی به یک باتری  $10$  ولتی بسته شده‌اند. سپس فاصله صفحاتهای یکی از این دو خازن نصف می‌شود. بر اثر این کم شدن فاصله (الف) چقدر بار اضافی توسط باتری به خازنها منتقل می‌شود؟ و (ب) افزایش بار خالص ذخیره شده در خازنها چقدر است؟

۱۵۰۰- خازنی با ظرفیت  $100 pF$  تا اختلاف پتانسیل  $50 V$  باردار و سپس باتری بادرار کننده برداشته می‌شود. حال این خازن را به طور موازی به خازن دیگری (که در ابتدا بدون بار

## بخش ۲۱-۳ محاسبه ظرفیت

۳- اگر خازن تخت (صفحه- موازی) بدون باری (با ظرفیت  $C$ ) به باتری وصل شود، بر اثر حرکت الکترونها به روی صفحه (مساحت  $A$ ) یک صفحه بار منفی پیدا می‌کند. در شکل ۲۱-۲۷، عمق  $d$  که الکترونها از صفحه خارج می‌شوند در یک خازن نوعی برحسب گستره مقادارهایی برای اختلاف پتانسیل  $V$  باتری رسم شده است. مقیاس قائم با  $d_s = 1/00 pm$  و مقیاس افقی با  $V_s = 20/0 V$  مشخص شده است. نسبت  $C/A$  چقدر است؟



شکل ۲۱-۲۷ مسئله ۳

۴۰- می‌خواهیم با دو صفحه تخت فلزی، هر یک به مساحت  $1/00 m^2$ ، یک خازن تخت بسازیم. (الف) اگر ظرفیت این خازن  $1/00 F$  باشد، فاصله میان صفحه‌های آن باید چقدر باشد؟ (ب) آیا در عمل، این خازن را می‌توان ساخت؟

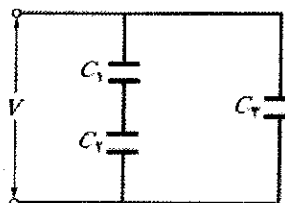
۵۰- یک خازن تخت دارای صفحه‌هایی دایره‌ای به شعاع  $8/20 cm$  و فاصله صفحاتهای آن  $1/30 cm$  است. (الف) ظرفیت این خازن را محاسبه کنید. (ب) اگر اختلاف پتانسیل  $120 V$  بین صفحه‌ها اعمال شده باشد، چقدر بار روی صفحه‌ها ظاهر می‌شود؟ SSM

۶۰- شعاعهای صفحه‌های یک خازن کروی  $38/0 mm$  و  $40/0 mm$  است. (الف) ظرفیت این خازن را محاسبه کنید. (ب) مساحت صفحه یک خازن تخت با همان فاصله صفحه‌ها و همان ظرفیت، باید چقدر باشد؟

۷۰- فرض کنید یک قطره جیوه، کره‌ای منزوی است. ظرفیت خازنی که از ترکیب دو قطره هر یک به شعاع  $R = 2/00 mm$  حاصل می‌شود چقدر است؟ SSM

## بخش ۲۱-۴ خازنهای موازی و متوالی

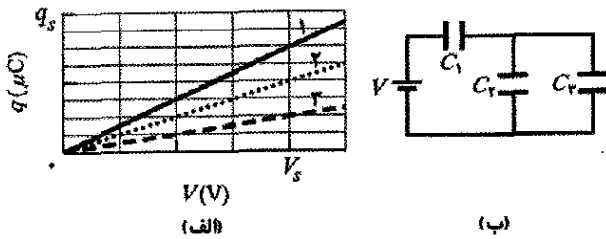
۸۰- در شکل ۲۱-۲۸، ظرفیت معادل ترکیب را پیدا کنید. فرض کنید  $C_1$  برابر  $10/0 \mu F$ ،  $C_2$  برابر  $5/00 \mu F$  و  $C_3 = 4/00 \mu F$  است.



شکل ۲۱-۲۸ مسئله‌های ۸ و ۳۶

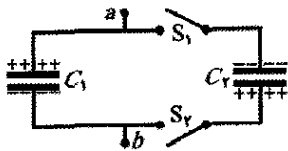
۹۰- در شکل ۲۱-۲۹، ظرفیت معادل ترکیب را پیدا کنید. فرض کنید  $C_1 = 10/0 \mu F$ ،  $C_2 = 5/00 \mu F$  و  $C_3 = 4/00 \mu F$  ILW.

را نشان می‌دهد. چه باری در خازن ۲ در این مدار ذخیره شده است؟



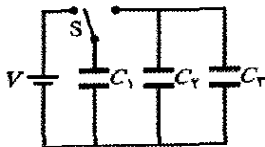
شکل ۲۱-۳۴ مسئله ۱۸

۱۹۰۰- در شکل ۲۱-۳۵، ظرفیتها عبارتند از  $C_1 = 1/0 \mu F$  و  $C_2 = 3/0 \mu F$ ، و هر دو خازن تا اختلاف پتانسیل  $V = 100 V$  ولی به ترتیبی که نشان داده شده است با قطبیدگی مخالف، باردار شده‌اند. کلیدهای  $S_1$  و  $S_2$  بسته می‌شوند. (الف) اکنون اختلاف پتانسیل میان نقطه‌های  $a$  و  $b$  چقدر است؟ در این موقع بار روی خازن (ب) ۱ و (پ) ۲ چقدر است؟ WWW SSM



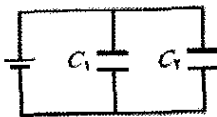
شکل ۲۱-۳۵ مسئله ۱۹

۲۰- در شکل ۲۱-۳۶،  $C_1 = 10 \mu F$ ،  $V = 10 V$ ،  $C_2 = C_3 = 20 \mu F$  است. کلید  $S$  نخست به طرف چپ زده می‌شود تا خازن ۱ به وضعیت تعادل برسد. سپس کلید به طرف راست زده می‌شود. وقتی وضعیت تعادل دوباره به دست آید، چقدر بار روی خازن ۱ است؟



شکل ۲۱-۳۶ مسئله ۲۰

۲۱۰۰- در شکل ۲۱-۳۷، دو خازن تخت (با هوا در میان صفحه‌های آن) به یک باتری وصل شده است. خازن ۱ دارای مساحت صفحه  $1/5 cm^2$  و یک میدان الکتریکی (میان صفحه‌های آن) به بزرگی  $2000 V/m$  است. خازن ۲ دارای مساحت صفحه  $0/70 cm^2$  و یک میدان الکتریکی به بزرگی  $1500 V/m$  است. بار کل روی دو خازن چقدر است؟

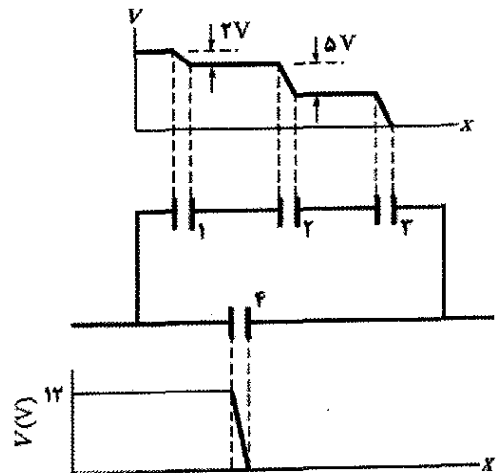


شکل ۲۱-۳۷ مسئله ۲۱

۲۲۰۰- شکل ۲۱-۳۸ دو خازن استوانه‌ای پر از هوا را نشان

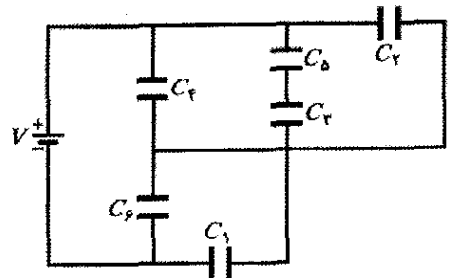
دهد که به طور متوالی به دو سر یک باتری با پتانسیل  $V = 10 V$  بسته شده‌اند. خازن ۱ دارای یک صفحه داخلی به

است) متصل می‌کنیم. اگر اختلاف پتانسیل دو سر خازن اول تا ۳۵ V افت کند، ظرفیت خازن دوم چقدر است؟ ILW SSM  
۱۶- شکل ۲۱-۳۲ بخشی از مدار مربوط به چهار خازن پر شده از هوا را که به مدار بزرگتری متصل شده است، نشان می‌دهد. نمودار زیر این بخش، پتانسیل الکتریکی  $V(x)$  را بر حسب تابعی از مکان  $x$  روی قسمت پایتتر این بخش، عبوری از خازن ۴، نشان می‌دهد. به همین ترتیب، نمودار بالای این بخش، پتانسیل الکتریکی  $V(x)$  را بر حسب تابعی از مکان  $x$  روی قسمت بالاتر این بخش، عبوری از خازنهای ۱، ۲، ۳، نشان می‌دهد. ظرفیت این خازن ۳ برابر با  $0/80 \mu F$  است. ظرفیتهای (الف) خازن ۱ و (ب) خازن ۲ چقدر است؟



شکل ۲۱-۳۲ مسئله ۱۶

۱۷۰۰- در شکل ۲۱-۳۳، یک باتری ۲۰ ولتی به دو سر خازنهایی به ظرفیتهای  $C_1 = C_2 = 3/00 \mu F$  و  $C_3 = C_4 = 4/00 \mu F$ ،  $C_5 = C_6 = 2/00 \mu F$  بسته شده است. (الف) ظرفیت معادل  $C_{eq}$  خازنها و (ب) بار ذخیره شده توسط  $C_{eq}$  چقدر است؟ (پ)  $V_1$  و (ت)  $q_1$  خازن ۱، (ث)  $V_2$  و (ج)  $q_2$  خازن ۲، (چ)  $V_3$  و (ح)  $q_3$  خازن ۳ چقدر است؟



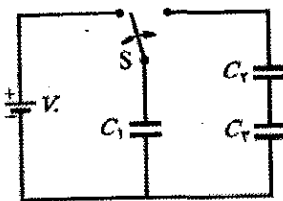
شکل ۲۱-۳۳ مسئله ۱۷

۱۸۰۰- نمودار ۱ در شکل ۲۱-۳۴، بار  $q$  را که می‌تواند در خازن ۱ ذخیره شود بر حسب پتانسیل الکتریکی  $V$  برقرار شده در دو سر آن، به دست می‌دهد. مقیاس قائم با  $q_s = 16/0 \mu C$  و مقیاس افقی با  $V_s = 2/0 V$  مشخص شده است. نمودارهای ۲ و ۳، نمودارهای مشابهی به ترتیب برای خازنهای ۲ و ۳ هستند. شکل ۲۱-۳۴ ب مداری با این سه خازن و یک باتری  $6/0 V$



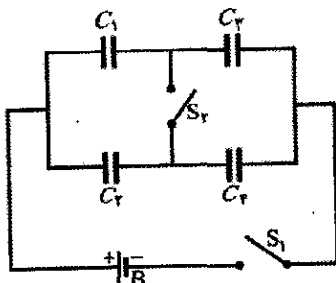
شکل ۲۱-۴۱ مسئله ۲۵

۲۶۰۰۰- شکل ۲۱-۴۲، یک باتری ۱۲ ولتی و سه خازن بدون بار به ظرفیتهای  $C_1 = 4/00 \mu F$ ،  $C_2 = 6/00 \mu F$ ، و  $C_3 = 3/00 \mu F$  را نشان می‌دهد. کلید به طرف چپ زده می‌شود تا اینکه خازن ۱ به طور کامل باردار شود. سپس کلید به طرف راست زده می‌شود. بار نهایی روی (الف) خازن ۱، (ب) خازن ۲ و (پ) خازن ۳ چقدر است؟



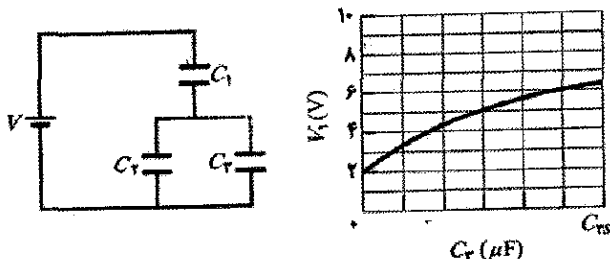
شکل ۲۱-۴۲ مسئله ۲۶

۲۷۰۰۰- شکل ۲۱-۴۳ یک باتری ۱۲/۰ ولتی و چهار خازن بدون بار با ظرفیتهای  $C_1 = 1/00 \mu F$ ،  $C_2 = 2/00 \mu F$ ،  $C_3 = 3/00 \mu F$ ، و  $C_4 = 4/00 \mu F$  را نشان می‌دهد. اگر فقط کلید  $S_1$  بسته شود، بار روی (الف) خازن ۱، (ب) خازن ۲، (پ) خازن ۳، و (ت) خازن ۴ چقدر می‌شود؟ اگر هر دو کلید بسته شوند، بار روی (ث) خازن ۱، (ج) خازن ۲، (چ) خازن ۳، و (ح) خازن ۴ چقدر می‌شود؟



شکل ۲۱-۴۳ مسئله ۲۷

۲۸۰۰۰- خازن ۳ در شکل ۲۱-۴۴ الف یک خازن متغیر است (ظرفیت  $C_p$  آن می‌تواند تغییر کند). شکل ۲۱-۴۴ ب، پتانسیل الکتریکی  $V_1$  در دو سر خازن ۱ را بر حسب  $C_p$  به دست می‌دهد.

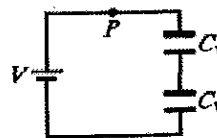


(الف)

(ب)

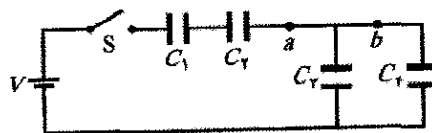
شکل ۲۱-۴۴ مسئله ۲۸

شعاع  $5/0 \text{ mm}$ ، یک صفحه خارجی به شعاع  $1/5 \text{ cm}$ ، و طول  $5/0 \text{ cm}$  است. خازن ۲ دارای یک صفحه داخلی به شعاع  $2/5 \text{ mm}$ ، یک صفحه خارجی به شعاع  $1/0 \text{ cm}$ ، و طول  $9/0 \text{ cm}$  است. صفحه خارجی خازن ۲ از جنس یک غشاء آلی رساناست که می‌تواند کشیده شود، و بدین ترتیب با زیاد شدن فاصله صفحه‌ها، ظرفیت این خازن افزایش می‌یابد. اگر بر اثر کش آمدن، شعاع صفحه خارجی تا  $2/5 \text{ cm}$  افزایش یابد (الف) چه تعداد الکترون از نقطه  $P$  می‌گذرند و (ب) آیا آنها به سوی باتری حرکت می‌کنند یا در جهت دور شدن از آن؟



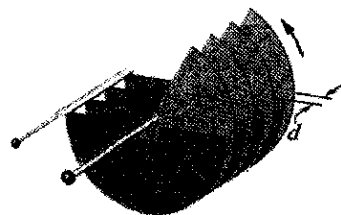
شکل ۲۱-۳۹ مسئله ۲۲

۲۳۰۰۰- در شکل ۲۱-۳۹، باتری دارای اختلاف پتانسیل  $V = 9/0 \text{ V}$ ،  $C_1 = 3/0 \mu F$ ،  $C_2 = 4/0 \mu F$ ، و همه خازنها در ابتدا بدون بارند. وقتی کلید  $S$  بسته شود، بار کل  $12 \mu C$  از نقطه  $a$  و بار کل  $8/0 \mu C$  از نقطه  $b$  عبور می‌کند. (الف)  $C_1$  و (ب)  $C_2$  چقدر است؟



شکل ۲۱-۳۹ مسئله ۲۳

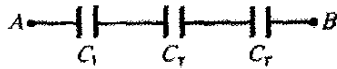
۲۴- شکل ۲۱-۴۰ خازن متغیری «با فاصله هوا» را نشان می‌دهد که برای میزان کردن دستی رادیوها به کار می‌رود. صفحه‌ها به طور یک درمیان به یکدیگر متصل شده‌اند؛ یک دسته از صفحه‌ها در مکان خود ثابت‌اند، و دسته‌ای دیگر می‌توانند بچرخند. خازنی با  $n = 8$  صفحه با قطبیت یک در میان، هر یک به مساحت  $A = 1/25 \text{ cm}^2$  و فاصله صفحه‌های مجاور برابر  $d = 3/40 \text{ mm}$  را در نظر بگیرید. ظرفیت بیشینه این خازن چقدر است؟



شکل ۲۱-۴۰ مسئله ۲۴

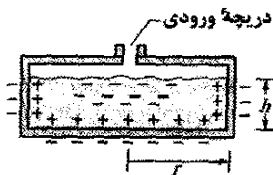
۲۵۰۰۰- خازنها در شکل ۲۱-۴۱ در ابتدا بدون بارند. ظرفیتهای عبارت‌اند از:  $C_1 = 4/0 \mu F$ ،  $C_2 = 8/0 \mu F$ ، و  $C_3 = 12 \mu F$  اختلاف پتانسیل باتری  $V = 12 \text{ V}$  است. وقتی کلید  $S$  بسته شود، چه تعداد الکترون از (الف) نقطه  $a$ ، (ب) نقطه  $b$ ، (پ) نقطه  $c$ ، و (ت) نقطه  $d$  می‌گذرد؟ در شکل، آیا الکترونها به طرف بالا یا به طرف پایین از (ث) نقطه  $b$  و (ج) نقطه  $c$  می‌گذرند؟

بیش از  $100V$  را بدون فروشکست الکتریکی تاب بیاورد، (الف) بزرگی اختلاف پتانسیل بیشینه‌ای که می‌تواند میان نقطه‌های  $A$  و  $B$  به وجود آید و (ب) انرژی بیشینه‌ای که می‌تواند در این آرایش سه خازنی ذخیره شود، چقدر است؟



شکل ۲۱-۴۵ مسئله ۳۷

۳۸- به عنوان یک مهندس ایمنی، شما باید عمل ذخیره‌سازی مایعات رسانای قابل اشتعال را در یک محفظه نارسانا ارزیابی کنید. شرکت تولید کننده یک مایع معین، از یک محفظه کوتاه و ضخیم پلاستیکی به شعاع  $r=0.20m$  استفاده کرده است و آن را تا بلندی  $h=10cm$ ، که ارتفاع کامل سطح داخلی محفظه نیست، پر می‌کند (شکل ۲۱-۴۶). بررسی‌های شما نشان می‌دهد که در حین جابه‌جایی محفظه در شرکت، سطح خارجی آن، یک چگالی بار منفی به بزرگی  $2.0 \mu C/m^2$  (تقریباً بیکنواخت) به دست می‌آورد. چون مایع یک ماده رساناست، بار روی محفظه باعث جدایی بار در داخل مایع می‌شود. (الف) چقدر بار منفی در بخش مرکزی مایع القا شده است؟ (ب) فرض کنید ظرفیت بخش مرکزی مایع نسبت به زمین  $25 pF$  است. انرژی پتانسیل وابسته به بار منفی در این خازن مؤثر چقدر است؟ (پ) اگر جرقه‌ای میان زمین و بخش مرکزی مایع (از طریق دریچه ورودی) رخ دهد، این انرژی پتانسیل می‌تواند جرقه را تقویت کند. کمینه انرژی جرقه که برای مشتعل ساختن مایع لازم است برابر با  $10 mJ$  است. در این وضعیت، آیا جرقه می‌تواند مایع را مشتعل کند؟



شکل ۲۱-۴۶ مسئله ۳۸

۳۹- یک کره فلزی منزوی باردار به قطر  $10cm$  دارای پتانسیل  $8000V$  نسبت به  $V=0$  در بینهایت است. چگالی انرژی را در میدان الکتریکی نزدیک به سطح کره محاسبه کنید.

#### بخش ۲۱-۶ خازن با دی الکتریک

۴۰- یک خازن تخت پر از هوا دارای ظرفیت  $50 pF$  است. (الف) اگر مساحت هر یک از صفحه‌ها  $0.75 m^2$  باشد، فاصله آنها چقدر است؟ (ب) اگر اکنون ناحیه میان صفحه‌ها با ماده‌ای با ثابت دی الکتریک  $\kappa=5/6$  پر شود، ظرفیت خازن چقدر می‌شود؟

۴۱- از شما خواسته شده است که یک خازن پر از هوا به ظرفیت  $7/2 pF$  را به خازنی تبدیل کنید که با اختلاف پتانسیل  $652V$  تا انرژی  $7/4 J$  را ذخیره کند. اگر هیچ گونه

مقیاس محور افقی با  $C_p = 12/0 \mu F$  مشخص شده است. پتانسیل الکتریکی  $V_1$  وقتی  $C_p \rightarrow \infty$  میل کند به مجانب  $10V$  می‌رسد. (الف) پتانسیل الکتریکی  $V$  در دو سر باتری، (ب)  $C_1$ ، و (پ)  $C_p$  چقدر است؟

#### بخش ۲۱-۵ انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی

۲۹- خازنی به ظرفیت  $2/0 \mu F$  با خازن دیگری به ظرفیت  $4/0 \mu F$  به طور موازی به اختلاف پتانسیل  $300V$  بسته شده‌اند.

انرژی کل ذخیره شده در خازنها را محاسبه کنید. SSM  
۳۰- یک خازن تخت پر از هوا به مساحت  $40 cm^2$  و فاصله صفحه‌های  $1/0 mm$  تا اختلاف پتانسیل  $600V$  باردار شده است. مطلوب است (الف) ظرفیت، (ب) بزرگی بار روی هر صفحه، (پ) انرژی ذخیره شده، (ت) میدان الکتریکی میان صفحه‌ها و (ث) چگالی انرژی میان صفحه‌ها.

۳۱- برای آنکه  $10 kW \cdot h$  انرژی با اختلاف پتانسیل  $1000V$  ذخیره شود، به چه ظرفیتی نیاز است؟

۳۲- چقدر انرژی در  $1/00 m^3$  هوا، بر اثر میدان الکتریکی در «هوای صاف» به بزرگی  $150 V/m$  ذخیره می‌شود؟

۳۳- فرض کنید یک الکترون ساکن، باری نقطه‌ای است. مطلوب است چگالی  $u$  میدان الکتریکی آن در فاصله‌های شعاعی (الف)  $r=1/00 mm$ ، (ب)  $r=1/00 \mu m$ ، (پ)  $r=1/00 nm$ ، و (ت)  $r=1/00 pm$ . (ث)  $u$  در حد  $r \rightarrow 0$  چقدر است؟

۳۴- در شکل ۲۱-۲۹، اختلاف پتانسیل  $V=100V$  به دو سر یک آرایش خازنی با ظرفیتهای  $C_1=10/0 \mu F$ ،  $C_2=5/00 \mu F$ ، و  $C_3=15/00 \mu F$  اعمال شده است. مطلوب است (الف) بار  $q_1$ ، (ب) اختلاف پتانسیل  $V_1$ ، و (پ) انرژی ذخیره شده  $U_1$  در خازن ۱، و (ج)  $q_2$ ، (ح)  $V_2$ ، و (خ)  $U_2$  برای خازن ۲.

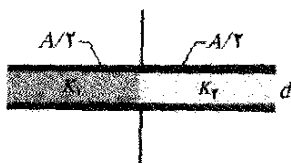
۳۵- صفحه‌های موازی یک خازن، با مساحت  $8/50 cm^2$  و فاصله پر از هوا برابر  $3/00 mm$ ، توسط یک باتری  $6/00V$  باردار شده است. سپس باتری برداشته شده و صفحه‌ها (بدون تخلیه) در فاصله  $8/00 mm$  از یکدیگر قرار داده می‌شوند. با چشمپوشی از اثر لبه‌ها (الف) اختلاف پتانسیل میان صفحه‌ها، (ب) انرژی ذخیره شده اولیه و (پ) انرژی ذخیره شده نهایی، و (ت) کار لازم برای جدا کردن صفحه‌ها را به دست آورید؟

WWW.ILW.SSM

۳۶- در شکل ۲۱-۲۸، اختلاف پتانسیل  $V=100V$  به دو سر یک آرایش خازنی با ظرفیتهای  $C_1=10/0 \mu F$ ،  $C_2=5/00 \mu F$ ، و  $C_3=4/0 \mu F$  اعمال شده است. مطلوب است (الف) بار  $q_1$ ، (ب) اختلاف پتانسیل  $V_1$ ، و (پ) انرژی ذخیره شده  $U_1$  در خازن ۱، و (ج)  $q_2$ ، (ح)  $V_2$ ، و (خ)  $U_2$  برای خازن ۲.

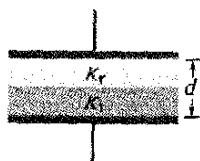
۳۷- در شکل ۲۱-۴۵،  $C_1=10/0 \mu F$ ،  $C_2=20/0 \mu F$ ، و  $C_3=25/0 \mu F$  است. اگر هیچ خازنی نتواند اختلاف پتانسیلی

می‌دهد. نیمه سمت چپ فضای خالی میان صفحه‌ها با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک  $\kappa_1 = 7/00$  و نیمه سمت راست آن با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک  $\kappa_2 = 12/0$  پر شده است. ظرفیت این خازن چقدر است؟



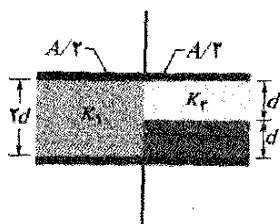
شکل ۲۱-۴۸ مسئله ۴۸

۴۹۰۰- شکل ۲۱-۴۹ یک خازن تخت با مساحت صفحه  $A = 7/89 \text{ cm}^2$  و فاصله صفحه‌ها برابر  $d = 4/62 \text{ mm}$  را نشان می‌دهد. نیمه بالایی فضای خالی میان صفحه‌ها با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک  $\kappa_1 = 11/0$  و نیمه پایینی آن با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک  $\kappa_2 = 12/0$  پر شده است. ظرفیت این خازن چقدر است؟



شکل ۲۱-۴۹ مسئله ۴۹

۵۰۰۰- شکل ۲۱-۵۰ یک خازن تخت با مساحت صفحه  $A = 10/5 \text{ cm}^2$  و فاصله صفحه‌های  $d = 7/12 \text{ mm}$  را نشان می‌دهد. نیمه سمت چپ فضای خالی میان صفحه‌ها با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک  $\kappa_1 = 21/0$  و نیمه بالایی سمت راست آن با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک  $\kappa_2 = 42/0$ ، و نیمه پایینی سمت راست آن با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک  $\kappa_3 = 58/0$  پر شده است. ظرفیت این خازن چقدر است؟



شکل ۲۱-۵۰ مسئله ۵۰

### بخش ۵۱-۸ دی‌الکتریکها و قانون گاوس

۵۱۰- یک خازن تخت دارای ظرفیت  $100 \text{ pF}$ ، مساحت صفحه  $100 \text{ cm}^2$ ، و دی‌الکتریکی از جنس میکا ( $\kappa = 5/4$ ) است که فضای میان صفحه‌ها را به طور کامل پر کرده است. در اختلاف پتانسیل  $50 \text{ V}$ ، (الف) بزرگی میدان الکتریکی  $E$  در میکا، (ب) بزرگی بار آزاد روی صفحه‌ها و (پ) بزرگی بار القا شده روی

میکا را محاسبه کنید. WWW.SSM

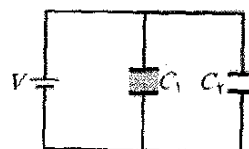
شبهه کناره‌ای وجود نداشته باشد از کدام دی‌الکتریک در جدول ۲۱ باید برای پرکردن فضای بین صفحه‌های خازن استفاده کنید؟ SSM

۴۲۰- یک خازن تخت پر از هوا دارای ظرفیت  $1/3 \text{ pF}$  است. فاصله صفحه‌ها را دو برابر می‌کنیم و میان آنها موم قرار می‌دهیم. ظرفیت جدید  $2/6 \text{ pF}$  است. ثابت دی‌الکتریک موم را به دست آورید.

۴۳۰- کابل هم‌محوری که در یک خط انتقال به کار گرفته می‌شود دارای شعاع داخلی  $0/10 \text{ mm}$  و شعاع خارجی  $0/60 \text{ mm}$  است. ظرفیت به ازای متر را برای این کابل محاسبه کنید. فرض

کنید فضای میان رساناها با پلی استیرن پر شده است؟ SSM

۴۴۰۰- در شکل ۲۱-۴۷، چقدر بار توسط باتری  $12/0$  ولتی روی خازنهای تخت ذخیره شده است؟ یکی از آنها با هوا و دیگری با دی‌الکتریکی با ثابت  $\kappa = 3/00$  پر شده است. مساحت صفحه دو خازن  $5/00 \times 10^{-3} \text{ m}^2$  و فاصله صفحه‌ها  $2/00 \text{ mm}$  است.



شکل ۲۱-۴۷ مسئله ۴۴

۴۵۰۰- ماده معینی دارای ثابت دی‌الکتریک  $2/8$  و استحکام دی‌الکتریک  $18 \text{ MV/m}$  است. اگر از این ماده به عنوان دی‌الکتریک در خازن تخت استفاده شود، مساحت کمیته صفحه‌های خازن باید چقدر باشد تا ظرفیت  $7/0 \times 10^{-2} \text{ F}$  به دست آید و تضمین شود که خازن می‌تواند اختلاف پتانسیل  $4/0 \text{ kV}$  را تاب بیاورد؟ ILWSSM

۴۶۰۰- از شما خواسته شده است که خازنی با ظرفیت نزدیک به  $1 \text{ nF}$  و پتانسیل فروشکست بیش از  $10000 \text{ V}$  را بسازید. به نظرتان می‌رسد که از یک لیوان پیرکس بلند به عنوان دی‌الکتریک استفاده کنید و سطوحهای خمیده داخلی و خارجی آن را با ورقه‌های آلومینیومی به عنوان صفحه‌های خازن بپوشانید. بلندی لیوان  $15 \text{ cm}$ ، شعاع داخلی آن  $3/6 \text{ cm}$  و شعاع خارجی آن  $2/8 \text{ cm}$  است. (الف) ظرفیت و (ب) پتانسیل فروشکست این خازن چقدر است؟

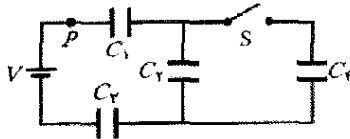
۴۷۰۰- خازن تخت معینی با دی‌الکتریکی با ثابت  $\kappa = 5/5$  پر شده است. مساحت هر صفحه آن  $0/34 \text{ m}^2$  است و صفحه‌ها  $2/0 \text{ mm}$  از یکدیگر فاصله دارند. اگر میدان الکتریکی میان صفحه‌ها از  $200 \text{ kN/C}$  تجاوز کند، خازن فرو می‌ریزد (اتصال کوتاه شده و می‌سوزد). انرژی بیشینه‌ای که می‌تواند در خازن ذخیره شود چقدر است؟

۴۸۰۰- شکل ۲۱-۴۸ یک خازن تخت با مساحت صفحه  $A = 5/56 \text{ cm}^2$  و فاصله صفحه‌های  $d = 56/5 \text{ mm}$  را نشان



زمین زده شود، کارگر از لحاظ بار خنثی می‌شود و این انرژی به جرعه منتقل می‌گردد. بنا بر اندازه‌گیریهای انجام شده، انرژی جرعه‌ای که بتواند باعث آتش گرفتن ابری از پودر خرده‌های شکلات و در نتیجه، انفجار شود باید دست کم  $150\text{ mJ}$  باشد. (ب) آیا جرعه‌ای از یک کارگر می‌توانست باعث انفجار در ابر پودرهای اطراف سطل بارگیری شود؟ (این داستان با مسئله ۵۶ فصل ۲۲ ادامه می‌یابد.)

۵۷- شکل ۲۱-۵۱، خازن ۱ ( $C_1 = 8.00\text{ }\mu\text{F}$ )، خازن ۲ ( $C_2 = 6.00\text{ }\mu\text{F}$ )، و خازن ۳ ( $C_3 = 8.00\text{ }\mu\text{F}$ ) را نشان می‌دهد که به یک باتری  $12.0\text{ V}$  متصل شده‌اند. وقتی کلید S بسته شده و در نتیجه خازن بدون بار ۴ ( $C_4 = 6.00\text{ }\mu\text{F}$ ) به مدار متصل شود، (الف) چقدر بار به وسیله باتری از نقطه P می‌گذرد؟ و (ب) چقدر بار روی خازن ۴ ظاهر می‌شود؟ (پ) توضیح دهید که چرا این دو نتیجه، متفاوت‌اند؟

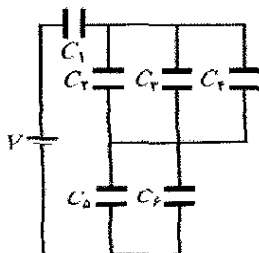


شکل ۲۱-۵۱ مسئله ۵۷

۵۸- دو خازن تخت، پر از هوا، نخست به طور مجزا، سپس به طور متوالی، و سرانجام به طور موازی به یک باتری  $10\text{ V}$  بسته می‌شوند. در این آرایشها، انرژی ذخیره شده در خازنها از کمترین تا بیشترین عبارت‌اند از:  $75\text{ }\mu\text{J}$ ،  $100\text{ }\mu\text{J}$ ،  $300\text{ }\mu\text{J}$ ، و  $400\text{ }\mu\text{J}$ . ظرفیت (الف) کمتر و (ب) بیشتر این دو خازن چقدر است؟

۵۹- دو خازن تخت، هریک به ظرفیت  $6.0\text{ }\mu\text{F}$ ، به طور متوالی به یک باتری  $10\text{ V}$  بسته شده‌اند. سپس یکی از خازنها فشرده می‌شود، به طوری که فاصله صفحه‌های آن به نصف می‌رسد. بر اثر این فشردگی، (الف) چقدر بار اضافی توسط باتری به خازنها منتقل می‌شود؟ و (ب) افزایش بار کل ذخیره شده در خازنها (بار روی صفحه مثبت یک خازن بعلاوه بار روی صفحه مثبت خازن دیگر) چقدر می‌شود؟

۶۰- در شکل ۲۱-۵۲،  $V = 12\text{ V}$ ،  $C_1 = C_2 = C_3 = 6.0\text{ }\mu\text{F}$ ، و  $C_4 = C_5 = C_6 = 4.0\text{ }\mu\text{F}$  است. (الف) بار خالص ذخیره شده روی خازنها و (ب) بار روی خازن ۴ چقدر است؟



شکل ۲۱-۵۲ مسئله ۶۰

۵۲۰۰- در مسئله نمونه ۲۱-۷، فرض کنید در حالی که تیغه دی‌الکتریک قرار داده می‌شود، باتری متصل بماند. (الف) ظرفیت، (ب) بار روی صفحه‌های خازن، (پ) میدان الکتریکی در فضای خالی، و (ت) میدان الکتریکی در تیغه را، پس از آنکه تیغه قرار داده شد محاسبه کنید.

۵۳۰۰- فضای میان دو پوسته کروی رسانای هم‌مرکز به شعاعهای  $a = 1.2\text{ cm}$  و  $b = 1.7\text{ cm}$  با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک  $\kappa = 23/5$  پر شده است. اختلاف پتانسیل  $V = 73.0\text{ V}$  بین پوسته‌های داخلی و خارجی برقرار شده است. (الف) ظرفیت دستگاه، (ب) بار آزاد  $q$  روی پوسته داخلی، و (پ) بار  $q'$  که روی سطح پوسته داخلی القا شده است را تعیین کنید. SSM

۵۴۰۰- به دو صفحه موازی به مساحت  $100\text{ cm}^2$  بارهایی به بزرگی  $8.9 \times 10^{-7}\text{ C}$  و علامتهای مخالف داده شده‌اند. میدان الکتریکی در داخل ماده دی‌الکتریک که فضای میان صفحه‌ها را پر کرده است برابر با  $1/4 \times 10^6\text{ V/m}$  است. (الف) ثابت دی‌الکتریک این ماده را محاسبه کنید. (ب) بزرگی بار القا شده روی هر سطح دی‌الکتریک را تعیین کنید.

۵۵۰۰- یک خازن تخت دارای صفحه‌هایی به مساحت  $0.12\text{ m}^2$  و فاصله  $1/2\text{ cm}$  است. یک باتری صفحه‌ها را تا اختلاف پتانسیل  $120\text{ V}$  باردار می‌کند و سپس برداشته می‌شود. آنگاه یک تیغه دی‌الکتریک به ضخامت  $4.0\text{ mm}$  و ثابت دی‌الکتریک  $4/8$  به طور متقارن میان صفحه‌ها قرار داده می‌شود. (الف) پیش از آنکه تیغه قرار داده شود، ظرفیت خازن چقدر است؟ (ب) پس از آنکه تیغه قرارداده شد، ظرفیت خازن چقدر است؟ بار آزاد  $q$  (پ) پیش و (ت) پس از آنکه تیغه قرار داده شد چقدر است؟ بزرگی میدان الکتریکی (ث) در فضای میان صفحه‌ها و دی‌الکتریک و (ج) در خود دی‌الکتریک چقدر است؟ (ج) با وجود تیغه، اختلاف پتانسیل دو سر صفحه‌ها چقدر است؟ (ح) در حین قراردادن تیغه چقدر کار خارجی صورت گرفته است؟

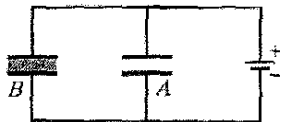
### مسئله‌های اضافی

۵۶- معمای خرده‌های شکلات. این داستان با مسئله ۵۶ فصل ۱۹ شروع شده است. به عنوان بخشی از بررسیها در مورد دلایل انفجار کارخانه بیسکویت‌سازی، پتانسیل الکتریکی کارگران در هنگام تخلیه بسته‌های پودر شکلات به داخل سطل بارگیری که باعث به وجود آمدن ابری از پودر در اطراف آنها می‌شد، اندازه‌گیری شد. هر کارگر نسبت به زمین، که پتانسیل الکتریکی آن صفر در نظر گرفته شد، حدود  $7.0\text{ kV}$  پتانسیل الکتریکی داشت. (الف) با فرض اینکه هر کارگر خازن مؤثری با ظرفیت نوعی  $200\text{ }\mu\text{F}$  است، انرژی ذخیره شده در این خازن مؤثر را بیابید. اگر یک جرعه تنها بین کارگر و هر جسم رسانای متصل به

محاسبه کنید. (ب) بار  $q_1$  و (پ) اختلاف پتانسیل  $V_1$  دو سرخازن ۱ و (ت)  $q_2$  و (ث)  $V_2$  دو سرخازن ۲ چقدر است؟  
۶۶- مسئله ۶۵ را برای همان دو خازن، که اینک به طور موازی بسته شده‌اند تکرار کنید.

۶۷- خازنی با ظرفیت نامعلوم  $C$  تا پتانسیل  $100V$  باردار شده و به دو سر خازنی با ظرفیت  $60\mu F$  که در ابتدا بدون بار است وصل شده است. اگر اختلاف پتانسیل نهایی دو سر خازن  $60\mu F$  برابر با  $40V$  باشد،  $C$  چقدر است؟  
۶۸- یک خازن استوانه‌ای، مشابه شکل ۲۱-۶ دارای شعاعهای  $a$  و  $b$  است. نشان دهید که نیمی از انرژی پتانسیل الکتریکی در داخل استوانه‌ای به شعاع  $r = \sqrt{ab}$  ذخیره شده است.

۶۹- در شکل ۲۱-۵۷، دو خازن تخت  $A$  و  $B$  به طور موازی به دو سر یک باتری  $600V$  بسته شده‌اند. مساحت هر صفحه  $8000cm^2$  و فاصله صفحه‌ها  $3000mm$  است. خازن  $A$  پر از هوا، و خازن  $B$  با دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک  $\kappa = 2/60$  پر شده است. بزرگی میدان الکتریکی در داخل (الف) دی‌الکتریک خازن  $B$  و (ب) هوای خازن  $A$  چقدر است؟  
جگالیهای بار آزاد  $\sigma$  روی صفحه با پتانسیل بالاتر (پ) خازن  $A$  و (ت) خازن  $B$  چقدر است؟ (ت) چگالی بار  $\sigma'$  که روی سطح بالایی دی‌الکتریک القا می‌شود چقدر است؟



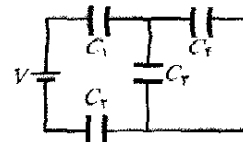
شکل ۲۱-۵۷ مسئله ۶۹

۷۰- اختلاف پتانسیل  $300V$  به دو سر یک ترکیب متوالی شامل دو خازن با ظرفیتهای  $C_1 = 200\mu F$  و  $C_2 = 800\mu F$  اعمال شده است. (الف) بار  $q_1$  و (ب) اختلاف پتانسیل  $V_1$  دو سر خازن ۱ و (پ)  $q_2$  و (ت)  $V_2$  دو سر خازن ۲ چقدر است؟ سپس خازنهای باردار شده را از یکدیگر و از باتری جدا می‌کنیم. آنگاه با اتصال صفحه‌های هم علامت به یکدیگر، خازنهای را دوباره به هم وصل می‌کنیم (از باتری استفاده نمی‌شود). اکنون (ث)  $q_1$ ، (ج)  $V_1$ ، (چ)  $q_2$ ، و (ح)  $V_2$  چقدرند؟ به جای این فرض کنید که خازنهای باردار شده در قسمت (الف) را با اتصال صفحه‌های با علامت مخالف، دوباره به هم متصل کنیم. اکنون (خ)  $q_1$ ، (د)  $V_1$ ، (ذ)  $q_2$ ، و (ر)  $V_2$  چقدرند؟

۷۱- خازن معینی را تا اختلاف پتانسیل  $V$  باردار می‌کنیم. اگر بخواهیم انرژی ذخیره شده در خازن را به میزان  $10\%$  افزایش دهیم،  $V$  را باید چند درصد افزایش دهیم؟

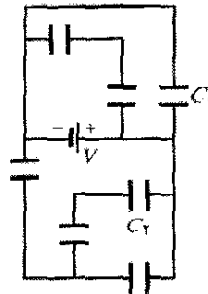
۷۲- دو صفحه مسی، یک ورقه میکا (به ضخامت  $0.10mm$ ،  $\kappa = 5/4$ )، یک ورقه شیشه‌ای (به ضخامت  $2/0mm$ ،  $\kappa = 7/0$ )، و یک تیغه پارافین (به ضخامت  $1/0cm$ ،  $\kappa = 2/0$ ) در اختیار

۶۱- در شکل ۲۱-۵۳،  $C_1 = C_2 = 30\mu F$ ،  $V = 90V$ ، و  $C_3 = C_4 = 15\mu F$  است. بار روی خازن ۴ چقدر است؟



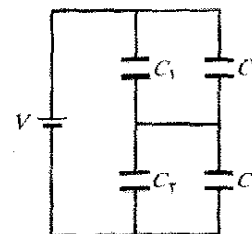
شکل ۲۱-۵۳ مسئله ۶۱

۶۲- در شکل ۲۱-۵۴، اختلاف پتانسیل  $V$  باتری برابر با  $100\mu F$ ، و ظرفیت هر یک از هفت خازن برابر با  $100\mu F$  است. بار روی (الف) خازن ۱ و (ب) خازن ۲ چقدر است؟



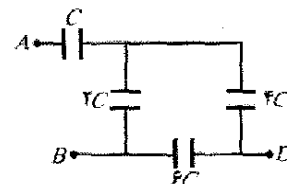
شکل ۲۱-۵۴ مسئله ۶۲

۶۳- در شکل ۲۱-۵۵،  $C_1 = C_2 = 20\mu F$ ،  $V = 12V$ ،  $C_3 = 70\mu F$  و  $C_4 = 40\mu F$  است. بار روی خازن ۴ چقدر است؟



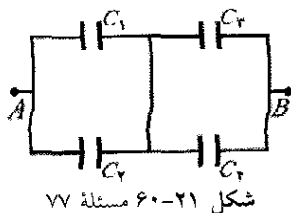
شکل ۲۱-۵۵ مسئله ۶۳

۶۴- ظرفیتهای چهار خازن نشان داده شده در شکل ۲۱-۵۶ بر حسب کمیت معین  $C$  داده شده‌اند. (الف) اگر  $C = 50\mu F$  باشد، ظرفیت معادل میان نقطه‌های  $A$  و  $B$  چقدر است؟ (راهنمایی: نخست تصور کنید که یک باتری میان این دو نقطه وصل شده است؛ سپس مدار را به یک ظرفیت معادل تبدیل کنید.) (ب) این کار را برای نقطه‌های  $A$  و  $D$  تکرار کنید.



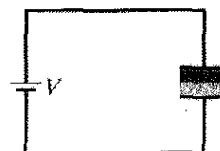
شکل ۲۱-۵۶ مسئله ۶۴

۶۵- خازنی به ظرفیت  $C_1 = 600\mu F$  به طور متوالی به خازنی با ظرفیت  $C_2 = 400\mu F$  بسته شده و اختلاف پتانسیل  $200V$  به دو سر این دو اعمال شده است. (الف) ظرفیت معادل را



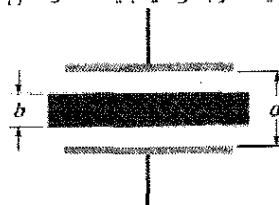
۷۸- یک باتری  $10V$  به رشته‌ای از  $n$  خازن متوالی هر یک به ظرفیت  $2/0 \mu F$  متصل شده است. اگر انرژی کل ذخیره شده در خازنها  $25 \mu J$  باشد،  $n$  چند است؟

داریم. برای ساختن یک خازن تخت با بیشترین مقدار  $C$ ، کدامیک را باید میان صفحه‌های مسی قرار دهیم؟  
۷۳- در شکل ۵۸-۲۱، یک خازن تخت به مساحت صفحه  $2/00 \times 10^{-2} m^2$  با دو تیغه دی‌الکتریک، هر یک به ضخامت  $2/00 mm$  پر شده است. ثابت دی‌الکتریک یکی از تیغه‌ها  $3/00$  و دیگری  $4/00$  است. باتری  $7/00 V$  چقدر بار روی خازن ذخیره می‌کند؟ SSM



شکل ۵۸-۲۱ مسئله ۷۳

۷۴- همان‌گونه که در شکل ۵۹-۲۱ نشان داده شده است، یک تیغه مسی به ضخامت  $b = 2/00 mm$  داخل یک خازن تخت به مساحت صفحه  $A = 2/40 cm^2$  و فاصله صفحه‌های  $d = 5/00 mm$  قرار داده شده است؛ تیغه دقیقاً در بین دو صفحه قرار دارد. (الف) ظرفیت خازن پس از آنکه تیغه گذاشته شود چقدر است؟ (ب) اگر بار  $q = 3/40 \mu C$  روی صفحه‌ها بدون تغییر باقی بماند، نسبت انرژی ذخیره شده پیش از قرار دادن تیغه به مقدار آن پس از قراردادن تیغه چقدر است؟ (پ) موقع قراردادن تیغه چقدر کار انجام شده است؟ (ت) آیا تیغه به داخل صفحه‌ها کشیده می‌شود یا باید آن را هل داد؟



شکل ۵۹-۲۱ مسئله ۷۴

۷۵- مسئله ۷۴ را این بار با این فرض که اختلاف پتانسیل  $V = 85/0 V$  به جای بار ثابت بماند، تکرار کنید.

۷۶- چند خازن به ظرفیت  $2/0 \mu F$  در اختیار داریم، که هر یک قادرند پتانسیل  $200 V$  را تحمل کنند، بدون آنکه دچار فروشکست الکتریکی شوند (وضعیتی که در آن بارها به جای ذخیره شدن، رسانش می‌یابند). چگونه می‌توانید ترکیبی از این خازنها را سوار کنید تا ظرفیت معادلی برابر با (الف)  $0/40 \mu F$  و (ب)  $1/2 \mu F$  به دست آید و هر یک از ترکیبها بتوانند  $1000 V$  را تحمل کنند؟

۷۷- شکل ۶۰-۲۱ آرایشی شامل چهار خازن را نشان می‌دهد که در نقطه‌های  $A$  و  $B$  به مدار بزرگتری وصل شده‌اند. ظرفیتها عبارت‌اند از  $C_1 = 10 \mu F$  و  $C_2 = C_3 = C_4 = 20 \mu F$ . بار روی خازن ۱ برابر با  $30 \mu C$  است. بزرگی اختلاف پتانسیل  $V_A - V_B$  چقدر است؟



آذرخش با فاصله‌ای کمتر از ۱ km از زمین بازی فوتبال در ویرجینیا به زمین اصابت کرده است. شانس اینکه آذرخش مستقیماً به یک شخص اصابت کند بسیار ضعیف است خطر بزرگتر مربوط به جریان در زمین است - جریانی که از نقطه برخورد گسترش می‌یابد. هرکس واقع در زمین بازی یا جایگاه تماشاچیان می‌تواند از جریان به وجود آمده زمین بخورد، فلج شود، یا از پای درآید. اگر موقع آذرخش در فضای بازی از این نوع گرفتار شدید برای کم کردن خطر جریان زمین راه ساده‌ای وجود دارد.

چگونه می‌توانید خطر ناشی از جریان زمین را کاهش دهید؟ پاسخ در همین فصل.

## ۲۲-۱ فیزیک چیست؟

در پنج فصل گذشته دربارهٔ الکتروستاتیک، فیزیک بارهای ساکن بحث کردیم. در این فصل و فصل بعدی، دربارهٔ فیزیک جریانهای الکتریکی، یعنی بارهای در حال حرکت بحث می‌کنیم.

مثالهای جریانهای الکتریکی فراوان است و شامل حرفه‌های زیادی می‌شود. هواشناسان با آذرخش و با جریان بسیار آرام بار از طریق جوّ رو به رو هستند. زیست‌شناسان، اندام‌شناسان و مهندسانی که در فناوری پزشکی کار می‌کنند با جریانهای عصبی که ماهیچه‌ها را کنترل می‌کنند و به ویژه با چگونگی برقراری دوبارهٔ این جریانها پس از جراحتهای نخاعی سر و کار دارند. مهندسان برق با دستگاههای بی‌شمار الکتریکی مانند دستگاههای مولد برق، دستگاههای حفاظت از آذرخش، دستگاههای ذخیرهٔ اطلاعات و دستگاههای موسیقی سر و کار دارند. مهندسان فضا جریان ذره‌های باردار از خورشید را آشکار و مطالعه می‌کنند، چون این جریان می‌تواند دستگاههای ارتباطی در مدار یا حتی دستگاههای انتقال برق در زمین را مختل کند.

در این فصل دربارهٔ مبانی فیزیک جریانهای الکتریکی و اینکه چرا آنها در بعضی مواد می‌توانند برقرار شوند و در بعضی مواد دیگر نمی‌توانند بحث می‌کنیم. با مفهوم جریان الکتریکی شروع می‌کنیم.

## ۲۲-۲ جریان الکتریکی

هر چند جریان الکتریکی جریانی از بارهای متحرک است ولی همهٔ بارهای متحرک جریان الکتریکی به وجود نمی‌آورند. وقتی یک جریان الکتریکی در سطح معینی وجود دارد که در آنجا شارش خالصی از بار از سطح بگذرد. دو مثال منظور ما را روشن می‌کنند.

۱- الکترونهای آزاد (الکترونهای رسانش) در طول یک سیم منزوی مسی با حرکت کاتوره‌ای با تندیهایی از مرتبهٔ بزرگی  $10^6$  m/s در حال حرکت‌اند. اگر یک صفحهٔ فرضی از چنین سیمی بگذرانید، الکترونهای رسانش با آهنگ چند میلیارد بر ثانیه در هر دو جهت از آن عبور می‌کنند، ولی هیچ انتقال خالصی از بار الکتریکی در سیم وجود ندارد و بنابراین، هیچ جریان خالصی از آن نمی‌گذرد. با وجود این، اگر دو طرف سیم را به یک باتری وصل کنیم، شارش آرامی در یک جهت به وجود می‌آید که نتیجهٔ آن انتقال خالص بار است و در نتیجه یک جریان الکتریکی از سیم می‌گذرد.

۲- شارش آب در شیلنگ باغبانی حاکی از شارش جهت‌داری از بارهای مثبت (پروتونها در مولکولهای آب) با آهنگی حدود چندین میلیون کولن بر ثانیه است. ولی در اینجا انتقال بار

خالص بار وجود ندارد، زیرا یک جریان موازی از بارهای منفی (الکترونهای مولکولهای آب) دقیقاً با همان مقدار وجود دارد که درست در همان جهت حرکت می‌کنند.

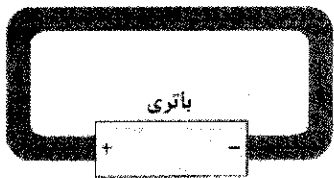
در این فصل خود را- در چهار چوب فیزیک کلاسیک- به مطالعهٔ جریانهای پایای الکترونهای رسانش محدود می‌کنیم که در رساناهای فلزی مانند سیمهای مسی حرکت می‌کنند.

همان‌طور که شکل ۲۲-۱ الف نشان می‌دهد، در تمام نقطه‌های یک حلقهٔ رسانای منزوی- بدون توجه به اینکه بار اضافی دارد یا نه- پتانسیل یکسان است و هیچ میدان الکتریکی در داخل یا در سطح آن وجود ندارد. اگر چه الکترونهای رسانش وجود دارند، ولی نیروی الکتریکی خالص بر آنها وارد نمی‌شود و در نتیجه هیچ جریان خالصی وجود ندارد.

اگر همانند شکل ۲۲-۱ ب، در حلقه یک باتری قرار دهیم، حلقهٔ رسانا دیگر در یک پتانسیل قرار نخواهد داشت. میدانهای الکتریکی در داخل مادهٔ تشکیل دهندهٔ حلقه، بر الکترونهای رسانش نیروهایی وارد می‌کنند، که موجب حرکت آنها و در نتیجه برقراری جریان می‌شود. پس از زمان کوتاهی، شارش الکترونها به مقداری ثابت و جریان الکتریکی به حالت پایا می‌رسد، (نسبت به زمان تغییر نمی‌کند).



(الف)

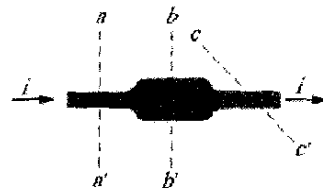


(ب)

شکل ۲۲-۱ الف) یک حلقهٔ مسی در تعادل الکتروستاتیکی. کل حلقه در یک پتانسیل قرار دارد، و میدان الکتریکی در همهٔ نقطه‌ها داخل مس صفر است. (ب) با اضافه کردن یک باتری یک اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو سر حلقه که به پایانه‌های باتری متصل است برقرار می‌شود. بنابراین، باتری در داخل حلقه یک میدان الکتریکی از یک پایانه به پایانهٔ دیگر ایجاد می‌کند و میدان موجب می‌شود که بارها در حلقه حرکت کنند. این حرکت بارها جریان  $i$  را ایجاد می‌کند.

شکل ۲۲-۲ مقطعی از یک رسانا، بخشی از یک حلقهٔ رسانا را نشان می‌دهد که جریان الکتریکی در آن برقرار شده است. اگر بار  $dq$  از یک صفحهٔ فرضی (مانند  $aa'$ ) در زمان  $dt$  عبور کند، آنگاه جریان  $i$  که از این صفحه می‌گذرد به صورت زیر تعریف می‌شود

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (\text{تعریف جریان الکتریکی}) \quad (1-22)$$



شکل ۲-۲۲ جریان  $i$  که از رسانا می‌گذرد در صفحه‌های  $ad'$ ،  $bb'$  و  $cc'$  یک مقدار دارد.

باری که در بازه زمانی از ۰ تا  $t$  از صفحه می‌گذرد، با انتگرالگیری به دست می‌آید

$$q = \int dq = \int_0^t i dt \quad (2-22)$$

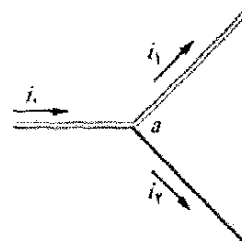
که در آن جریان، ممکن است با زمان تغییر کند.

در شرایط حالت پایا، جریان در صفحه‌های  $ad'$ ،  $bb'$  و  $cc'$  و در واقع در همه صفحه‌هایی که به طور کامل از رسانا عبور می‌کنند، بدون توجه به موقعیت یا سمگیتی آنها یکسان است. این واقعیت ناشی از پایداری بار الکتریکی است. در شرایط حالت پایای فرض شده در اینجا، به ازای هر الکترونی که از صفحه  $cc'$  می‌گذرد باید الکترونی از صفحه  $ad'$  بگذرد. به همین ترتیب، اگر شارش پایایی از آب در شیلنگ داشته باشیم، به ازای هر قطره آبی که از آن خارج می‌شود باید از انتهای دیگر قطره‌ای وارد شود. مقدار آب در شیلنگ کمیت پایسته‌ای است. یکای SI جریان کولن بر ثانیه یا آمپر (A) است، که یک یکای پایه SI است:

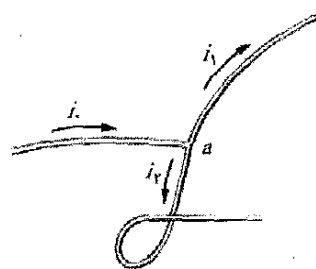
$$1 \text{ C/s} = 1 \text{ A} = 1 \text{ آمپر}$$

تعریف رسمی آمپر در فصل ۲۵ بحث شده است.

جریان الکتریکی، به صورتی که با معادله ۱-۲۲ تعریف شده، نرده‌ای است، چون در آن معادله بار و زمان هر دو نرده‌ای



(الف)



(ب)

شکل ۳-۲۲ رابطه  $i_0 = i_1 + i_2$  در پیوندگاه  $a$  بدون توجه به سمگیتی سه سیم در فضا برقرار است. جریانه‌ها نرده‌ای‌اند نه بردار.

هستند. مانند شکل ۱-۲۲ ب، جریان را اغلب با پیکانی نمایش می‌دهیم که بار در حال حرکت را نشان می‌دهد. ولی، چنین پیکانهایی بردار نیستند و نیاز به جمع برداری وجود ندارد. شکل ۳-۲۲ الف رسانایی با جریان  $i_0$  را نشان می‌دهد که در یک پیوندگاه به دو شاخه تقسیم شده است. چون بار الکتریکی پایسته است، بزرگی این جریانه‌ها در شاخه‌ها باید جمع شود تا جریان در رسانای اصلی به دست آید، پس

$$i_0 = i_1 + i_2 \quad (3-22)$$

همان‌طور که شکل ۳-۲۲ ب نشان می‌دهد، خم کردن یا تغییر در سمگیتی سیمها در فضا اعتبار معادله ۳-۲۲ را تغییر نمی‌دهد. پیکانهای جریان فقط جهت (یا سوی) جریان در راستای یک رسانا را نشان می‌دهد، نه جهت آن را در فضا.

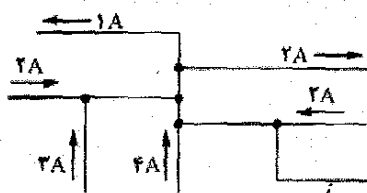
### جهت جریانه‌ها

در شکل ۱-۲۲ ب پیکانهای جریان در جهتی که ذره‌های باردار مثبت مجبور به حرکت در حلقه توسط میدان الکتریکی می‌شوند رسم شده‌اند. چنین حاملهای بار مثبت، که اغلب به این صورت نامیده می‌شوند، از پایانه مثبت باتری دور می‌شوند و به طرف پایانه منفی آن حرکت می‌کنند. در واقع حاملهای بار در حلقه مسی شکل ۱-۲۲ ب الکترون‌ها هستند که بار منفی دارند. میدان الکتریکی آنها را در جهت مخالف پیکانهای جریان، از پایانه منفی به پایانه مثبت حرکت می‌دهد. ولی به دلایل تاریخی قرارداد زیر را به کار می‌بریم:

پیکان جریان در جهتی رسم می‌شود که حاملهای بار مثبت حرکت می‌کنند، حتی اگر حاملهای واقعی بار منفی بوده و در جهت مخالف حرکت کنند.

از این قرارداد استفاده می‌کنیم چون در بیشتر وضعیتها، حرکت فرضی حاملهای بار مثبت در یک جهت همان اثر حرکت حاملهای بار منفی در جهت مخالف را دارد. (هرگاه این اثر یکسان نباشد، این قرارداد را کنار می‌گذاریم و حرکت واقعی را در نظر می‌گیریم.)

✓ نکته واریسی ۱ این شکل بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد. بزرگی و جهت جریان  $i$  در سیم پایین سمت راست چگونه است؟





این جریان بارهای منفی با جریان بارهای مثبت مربوط به هسته‌های سه اتم تشکیل دهنده مولکول آب خشی می‌شود. بنابراین، هیچ جریان خالصی وجود ندارد که از شیلنگ عبور کند.

## ۲-۲۲ چگالی جریان

گاهی علاقه‌مند به جریان  $i$  در یک رسانای خاص هستیم. گاهی هم شارش بارها در نقطه خاصی از یک مقطع رسانا مورد نظر است. برای توصیف این شارش، از **چگالی جریان**  $\vec{J}$  استفاده می‌کنیم که در همان جهت سرعت حرکت بارهاست. اگر بارها مثبت باشند چگالی جریان در جهت حرکت بارها و اگر منفی باشند در خلاف جهت حرکت بارهاست. در هر عنصری از سطح مقطع، بزرگی  $J$  برابر با جریان عبور کرده از یکای مساحت آن عنصر است. مقدار جریانی که از این عنصر می‌گذرد به صورت  $d\vec{A} \cdot \vec{J}$  نوشته می‌شود، که در آن بردار مساحت عنصر، عمود بر عنصر است. کل جریانی که از سطح می‌گذرد عبارت است از

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (۴-۲۲)$$

اگر جریان در تمام سطح یکنواخت و موازی با  $d\vec{A}$  باشد، آنگاه  $\vec{J}$  نیز یکنواخت و موازی با  $d\vec{A}$  خواهد بود. بنابراین، از معادله ۴-۲۲ داریم

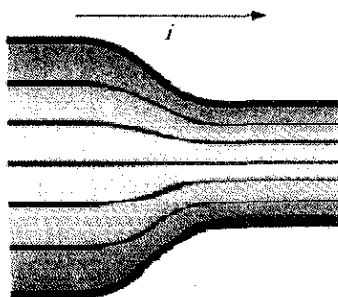
$$i = \int J dA = J \int dA = JA$$

پس

$$J = \frac{i}{A} \quad (۵-۲۲)$$

که در آن  $A$  مساحت کل سطح است. از معادله ۴-۲۲ یا ۵-۲۲ می‌توان دید که یکای SI چگالی جریان آمپر بر متر مربع ( $A/m^2$ ) است.

در فصل ۱۸ دیدیم که میدان الکتریکی را می‌توان با خطهای میدان الکتریکی نمایش داد. شکل ۴-۲۲ نحوه نمایش چگالی جریان را با مجموعه‌ای از خطهای مشابه، که آنها را خطهای جریان می‌نامیم نشان می‌دهد. جریان، که در شکل ۴-۲۲ جهتش به سمت راست است، در حال عبور از رسانای پهن در سمت چپ به رسانای باریک در سمت راست است. چون در ضمن



رسانای پهن را در شارش بار در یک

آب با آهنگ شارش حجمی  $dV/dt$  برابر با  $450 \text{ cm}^3/\text{s}$  از طریق یک شیلنگ جریان دارد. جریان حاصل از بارهای منفی چقدر است؟

**نکته‌های کلیدی** جریان  $i$  بارهای منفی ناشی از الکترونها مولکولهای آب است که در شیلنگ حرکت می‌کنند. این جریان عبارت از آهنگی است که با آن بارهای منفی از هر صفحه‌ای که به طور کامل شیلنگ را قطع می‌کند می‌گذرد. محاسبه‌ها: جریان را می‌توان برحسب تعداد مولکولهایی که در یک ثانیه از چنین صفحه‌ای می‌گذرند به صورت زیر نوشت

$$i = \begin{pmatrix} \text{تعداد مولکولها} \\ \text{در هر ثانیه} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{تعداد الکترونها} \\ \text{در هر مولکول} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{بار} \\ \text{هر الکترون} \end{pmatrix}$$

یا

$$i = (e)(10) \frac{dN}{dt}$$

به ازای هر مولکول ۱۰ الکترون قرار می‌دهیم چون یک مولکول آب ( $H_2O$ ) دارای ۸ الکترون در اتم اکسیژن و ۱ الکترون در هر یک از دو اتم هیدروژن است.

آهنگ  $dN/dt$  را نخست برحسب آهنگ شارش حجمی داده شده  $dV/dt$  می‌نویسیم

$$\begin{pmatrix} \text{حجم} \\ \text{در هر ثانیه} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{جرم} \\ \text{یکای حجم} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{تعداد مولکولها} \\ \text{در هر مول} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{تعداد مولکولها} \\ \text{در هر ثانیه} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{جرم} \\ \text{یکای جرم} \end{pmatrix}$$

«تعداد مولکولها در هر مول» عدد آووگادرو  $N_A$  است. «تعداد مولکولها در یکای جرم» معکوس جرم هر مول است، که جرم مولی آب  $M$  است. «جرم یکای حجم» همان چگالی  $\rho_{\text{mass}}$  (جرمی) آب است. حجم در هر ثانیه همان آهنگ شارش حجمی  $dV/dt$  است. پس، خواهیم داشت

$$\frac{dN}{dt} = N_A \left( \frac{1}{M} \right) \rho_{\text{mass}} \left( \frac{dV}{dt} \right) = \frac{N_A \rho_{\text{mass}}}{M} \frac{dV}{dt}$$

با قرار دادن این مقدار در معادله مربوط به  $i$ ، خواهیم داشت

$$i = 10 e N_A M^{-1} \rho_{\text{mass}} \frac{dV}{dt}$$

$N_A$  برابر مول / مولکول  $6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  یا  $6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ، و  $\rho_{\text{mass}}$  برابر با  $1000 \text{ kg/m}^3$  است. جرم مولی آب از جرمهای مولی در پیوست ج به دست می‌آید. جرم مولی اکسیژن ( $16 \text{ g/mol}$ ) را با دو برابر جرم مولی هیدروژن ( $1 \text{ g/mol}$ ) جمع می‌کنیم تا  $18 \text{ g/mol} = 0.018 \text{ kg/mol}$  به دست آید. پس

$$i = (10)(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}) \times (0.018 \text{ kg/mol})^{-1} (1000 \text{ kg/m}^3) (450 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s})$$

$$= 2.4 \times 10^2 \text{ A} = 240 \text{ A}$$

(پاسخ)

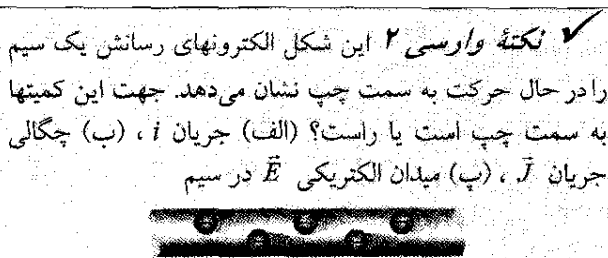
با حل آن برای  $v_d$  و با یادآوری ( $J = i/A$ )، خواهیم داشت

$$v_d = \frac{i}{nAe} = \frac{J}{ne}$$

یا به صورت برداری

$$\vec{J} = (ne)\vec{v}_d \quad (7-22)$$

در اینجا حاصلضرب  $ne$ ، که یکای SI آن کولن بر متر مکعب ( $C/m^3$ ) است، چگالی بار حاملهاست. در مورد حاملهای مثبت،  $ne$  مثبت و معادله ۷-۲۲ پیش‌بینی می‌کند که جهت  $\vec{J}$  و  $\vec{v}_d$  یکسان است. در مورد حاملهای منفی،  $ne$  منفی است و جهت‌های  $\vec{J}$  و  $\vec{v}_d$  مخالف یکدیگرند.



### مسئله نمونه ۲۲-۲

(الف) چگالی جریان در یک سیم استوانه‌ای به شعاع  $R = 2.0 \text{ mm}$  برابر با  $J = 2.0 \times 10^5 \text{ A/m}^2$  و در مقطع آن یکنواخت است. جریان در قسمت بیرونی سیم بین فاصله شعاعی  $R/2$  و  $R$  چقدر است (شکل ۶-۲۲ الف)؟

**نکته کلیدی** چون چگالی جریان در مقطع یکنواخت است، چگالی جریان  $J$ ، جریان  $i$  و مساحت مقطع  $A$  با معادله ۵-۲۲ ( $J = i/A$ ) به هم مرتبط هستند.

**محاسبه‌ها:** فقط به دنبال جریان عبوری از یک سطح مقطع کاهش یافته  $A'$  در سیم (به جای سطح کل) هستیم، که برابر است با

$$A' = \pi R^2 - \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \pi \left(\frac{3R^2}{4}\right) \\ = \frac{3\pi}{4} (0.0020 \text{ m})^2 = 9.424 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

اکنون معادله ۵-۲۲ را به صورت زیر می‌نویسیم

$$i = JA'$$

و سپس داده‌ها را در آن قرار دهیم، داریم

$$i = (2.0 \times 10^5 \text{ A/m}^2)(9.424 \times 10^{-6} \text{ m}^2) \\ = 1.9 \text{ A}$$

(پاسخ)

(ب) حال فرض کنید چگالی جریانی که از سطح مقطع سیم می‌گذرد برحسب فاصله شعاعی  $r$  به صورت  $J = ar^2$  تغییر می‌کند، که در آن  $a = 3.0 \times 10^{11} \text{ A/m}^4$  و  $r$  برحسب متر است. در این حالت چه جریانی از همان قسمت بیرونی سیم

عبور بار پایسته است، مقدار بار و در نتیجه مقدار جریان تغییر نمی‌کند. با وجود این چگالی جریان تغییر می‌کند و مقدار آن در رسانای باریک بیشتر است. فاصله کمتر خط‌های جریان در این قسمت افزایش در چگالی جریان را نشان می‌دهد؛ خط‌های جریان نزدیک به هم به معنای بیشتر بودن چگالی جریان است.

### تندی سوقی

هرگاه از رسانا جریانی عبور نکند، الکترونهای رسانش آن به طور کاتوره‌ای، بدون هیچ حرکت خالص در جهتی خاص حرکت می‌کنند. هرگاه از رسانا جریانی عبور کند، این الکترون‌ها هنوز به طور کاتوره‌ای حرکت می‌کنند، اما تمایل دارند با تندی سوقی  $v_d$  در جهت مخالف میدان الکتریکی اعمال شده که موجب جریان شده است، سوق داده شوند. تندی سوقی در مقایسه با تندیهای حرکت کاتوره‌ای بسیار کوچک است. برای مثال، در سیمهای مسی در برق خانه‌ها، تندی سوقی الکترون‌ها ممکن است  $10^{-5} \text{ m/s}$  یا  $10^{-4} \text{ m/s}$  باشند، در حالی که تندیهای حرکت کاتوره‌ای آنها تقریباً  $10^8 \text{ m/s}$  است.

برای تعیین رابطه مربوط به تندی سوقی  $v_d$  الکترونهای رسانش در جریانی که با چگالی جریان  $J$  از سیمی می‌گذرد می‌توان از شکل ۵-۲۲ استفاده کرد. برای سهولت، شکل ۵-۲۲ حرکت سوقی معادل حاملهای بار مثبت در جهت میدان الکتریکی اعمال شده  $\vec{E}$  را نشان می‌دهد. فرض می‌کنیم که این حاملهای بار همگی با یک تندی سوقی  $v_d$  حرکت می‌کنند و چگالی جریان  $J$  در تمام مساحت مقطع  $A$  سیم یکنواخت است. تعداد حاملهای بار در طول  $L$  سیم برابر  $nAL$  است، که در آن  $n$  تعداد حاملها بر یکای حجم است. بنابراین بار کل حاملها در طول  $L$ ، هر یک با بار  $e$ ، عبارت است از

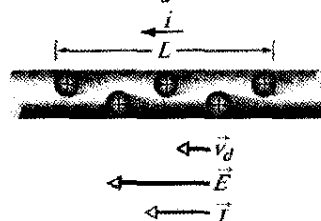
$$q = (nAL)e$$

چون همه حاملها با تندی  $v_d$  در طول سیم حرکت می‌کنند، این بار کل از هر مقطع سیم در بازه زمانی زیر عبور می‌کند

$$t = \frac{L}{v_d}$$

معادله ۱-۲۲ بر آن دلالت دارد که جریان  $i$  عبارت است از آهنگ زمانی عبور بار الکتریکی از یک مقطع، پس داریم

$$i = \frac{q}{t} = \frac{nALe}{L/v_d} = nAev_d \quad (6-22)$$



شکل ۵-۲۲ حاملهای بار مثبت با تندی  $v_d$  در جهت میدان الکتریکی اعمال شده  $\vec{E}$  سوق داده می‌شوند. بنابر قرارداد، جهت چگالی جریان  $\vec{J}$  و پیکان جریان در یک جهت رسم شده‌اند.

**نکته کلیدی** چون چگالی جریان در این مقطع سیم یکنواخت

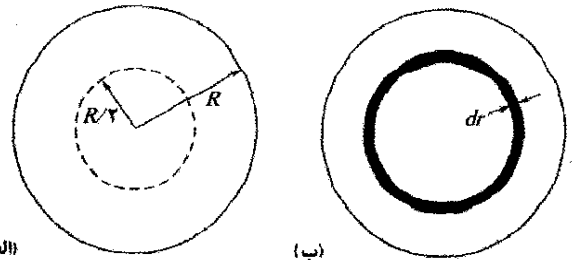
نیست، باید از معادله ۲۲-۴ ( $i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}$ ) استفاده کنیم و از چگالی جریان در قسمتی از سیم از  $r = R/2$  تا  $r = R$  انتگرال بگیریم.

**محاسبه‌ها:** بردار چگالی  $\vec{J}$  (در طول سیم) و بردار سطح دیفرانسیلی  $d\vec{A}$  (عمود بر مقطع سیم) در یک جهت‌اند. بنابراین،

$$\vec{J} \cdot d\vec{A} = J dA \cos 0 = J dA$$

باید به جای مساحت دیفرانسیلی  $dA$  چیزی قرار دهیم تا بتوان بین حدود  $r = R/2$  تا  $r = R$  انتگرالگیری کرد. ساده‌ترین جایگزینی قرار دادن مساحت  $2\pi r dr$  حلقه نازک با پیرامون  $2\pi r$  و پهنای  $dr$  است (شکل ۲۲-۶ ب) (چون  $J$  برحسب تابعی از  $r$  داده شده است). حال برحسب  $r$  به عنوان متغیر انتگرالگیری انتگرال می‌گیریم. از معادله ۲۲-۴ خواهیم داشت

$$\begin{aligned} i &= \int \vec{J} \cdot d\vec{A} = \int J dA \\ &= \int_{R/2}^R ar^2 2\pi r dr = 2\pi a \int_{R/2}^R r^3 dr \\ &= 2\pi a \left[ \frac{r^4}{4} \right]_{R/2}^R = \frac{\pi a}{2} \left[ R^4 - \frac{R^4}{16} \right] = \frac{15}{32} \pi a R^4 \\ &= \frac{15}{32} \pi (3/0 \times 10^{11} \text{ A/m}^2) (0/0020 \text{ m})^4 = 7/1 \text{ A} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$



(الف)

(ب)

شکل ۲۲-۶ (الف) مقطع سیمی به شعاع  $R$ . (ب) پهنای حلقه نازک  $dr$  و پیرامون آن  $2\pi r$  است، بنابراین، مساحت دیفرانسیلی آن  $dA = 2\pi r dr$  است.

**مسئله نمونه ۲۲-۳**

تندی سوقی الکترونیهای رسانش در یک سیم مسی به شعاع  $r = 900 \mu\text{m}$  در حالی که جریان یکنواخت  $i = 17 \text{ mA}$  از آن می‌گذرد چقدر است؟ فرض کنید که از هر اتم مس یک الکترون رسانش در جریان سهمیم است و چگالی جریان در سطح مقطع سیم یکنواخت است.

**نکته‌های کلیدی**

۱- تندی سوقی  $v_d$  بنابر معادله ۲۲-۷ به چگالی جریان  $\vec{J}$  و تعداد الکترونیهای رسانش در یکای حجم  $n$  ارتباط دارد که می‌توان آن را به صورت  $J = nev_d$  نوشت.

۲- چون چگالی جریان یکنواخت است، بزرگی آن  $J$  با معادله ۲۲-۵ به جریان داده شده  $i$  و اندازه سیم ارتباط دارد ( $J = i/A$ )، که در آن  $A$  مساحت مقطع سیم است.

۳- چون به ازای هر اتم یک الکترون رسانش در نظر گرفتیم، تعداد الکترونیهای رسانش  $n$  بر یکای حجم همان تعداد اتمها بر یکای حجم است.

**محاسبه‌ها:** با نکته سوم شروع می‌کنیم

$$n = \left( \frac{\text{تعداد اتمها}}{\text{در هر یکای حجم}} \right) = \left( \frac{\text{تعداد اتمها}}{\text{در هر مول}} \right) \left( \frac{\text{تعداد مولها}}{\text{در هر یکای حجم}} \right) \left( \frac{\text{جرم}}{\text{در یکای حجم}} \right)$$

تعداد اتمها در هر مول درست عدد آووگادرو  $N_A (= 6/02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})$  است. تعداد مولها در هر یکای جرم برابر عکس جرم هر مول است، که در اینجا جرم مولی  $M$  مس است. جرم هر یکای حجم، چگالی (جرمی)  $\rho_{\text{mass}}$  مس است.

$$n = N_A \left( \frac{1}{M} \right) \rho_{\text{mass}} = \frac{N_A \rho_{\text{mass}}}{M}$$

با استفاده از پیوست ج، با داشتن جرم مولی  $M$  مس و چگالی  $\rho_{\text{mass}}$  (با تبدیل چند یکا) داریم

$$\begin{aligned} n &= \frac{(6/02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})(8/96 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)}{63/54 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}} \\ &= 8/49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \end{aligned}$$

یا

$$n = 8/49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

سپس دو نکته کلیدی اول را با نوشتن عبارت زیر ترکیب می‌کنیم

$$\frac{i}{A} = nev_d$$

با قرار دادن  $\pi r^2 (= 2/54 \times 10^{-6} \text{ m}^2)$  به جای  $A$  و حل آن برای  $v_d$ ، خواهیم داشت

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{i}{ne(\pi r^2)} \\ &= \frac{17 \times 10^{-3} \text{ A}}{(8/49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})(1/6 \times 10^{-19} \text{ C})(2/54 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} \\ &= 4/9 \times 10^{-7} \text{ m/s} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

که فقط برابر  $1/8 \text{ mm/h}$  یعنی آهسته‌تر از یک حلزون کم تحرک است.

نورها سریع هستند. ممکن است سؤال شود که «اگر تندی سوقی الکترونها تا این اندازه کم است، پس چرا وقتی کلید لامپ روشنایی را می‌زنیم، لامپ فوراً روشن می‌شود؟» اشتباه از عدم تمایز بین تندی سوقی الکترونها و تندی انتشار تغییرات الکترونیکی میدان الکتریکی در طول سیم ناشی می‌شود. تندی انتشار تغییرات الکتریکی تقریباً با تندی نور برابر است؛

رسانا اعمال شده است. همان‌طور که خط جریانهای چگالی جریان نشان می‌دهد، در این دو حالت جریانها- و از این رو مقاومت‌های اندازه‌گیری شده- متفاوت‌اند. به غیر از مواردی که مشخص می‌شود، فرض بر این است که اختلاف پتانسیل داده شده به صورت شکل ۲۲-۸ ب اعمال می‌شود.



(الف)



(ب)

شکل ۲۲-۸ دو روش برای اعمال اختلاف پتانسیل به دو سر یک میله رسانا، اتصال‌های وصل شده به دو سر مقاومت، مقاومت ناچیزی دارند. مقاومت اندازه‌گیری شده در (الف) وقتی که این اتصالها به ناحیه کوچکی در هر انتهای میله متصل‌اند بزرگتر از وقتی است که آنها به ترتیب (ب) تمام میله را پوشش دهند.

همان‌طور که بارها در موارد دیگر دیده‌ایم، اغلب می‌خواهیم با یک دید کلی و به جای توجه به اجسام خاص خود مواد را بررسی کنیم. در اینجا همین کار را انجام می‌دهیم یعنی اختلاف پتانسیل  $V$  بین دو سر یک مقاومت خاص را در نظر نمی‌گیریم بلکه میدان الکتریکی  $E$  را در یک نقطه از ماده مقاومت دار مورد توجه قرار می‌دهیم. به جای در نظر گرفتن جریان  $i$  که از یک مقاومت می‌گذرد، چگالی جریان  $J$  را در نقطه مورد نظر بررسی می‌کنیم و به جای مقاومت  $R$  یک جسم، مقاومت ویژه  $\rho$  آن ماده را در نظر می‌گیریم:

$$\rho = \frac{E}{J} \quad (\text{تعریف } \rho) \quad (۱۰-۲۲)$$

(این معادله را با معادله ۲۲-۸ مقایسه کنید.)

اگر یکاهای SI مربوط به  $E$  و  $J$  را مطابق با معادله ۲۲-۱۰ با هم ترکیب کنیم، یکای  $\rho$ ، اهم-متر ( $\Omega \cdot m$ ) به دست می‌آید

$$\frac{\text{یکای } (E)}{\text{یکای } (J)} = \frac{V/m}{A/m^2} = \frac{V}{A} m = \Omega \cdot m$$

(اهم-متر، یکای مقاومت ویژه را با اهم-متر (اهم-سنج) که وسیله‌ای برای اندازه‌گیری مقاومت است اشتباه نکنید.) جدول ۲۲-۱ مقاومت‌های ویژه برخی از مواد را نشان می‌دهد.

معادله ۲۲-۱۰ را می‌توان به شکل برداری زیر نوشت

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad (۱۱-۲۲)$$

معادله‌های ۲۲-۱۰ و ۲۲-۱۱ فقط برای مواد همسانگرد-موادی که خاصیت‌های الکتریکی آنها در تمام جهتها یکسان است، برقرار است.

اغلب از رسانندگی  $\sigma$  یک ماده استفاده می‌شود. رسانندگی

به طور ساده عکس مقاومت ویژه است، پس

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (\text{تعریف } \sigma)$$

الکترون‌ها در همه جای سیم از جمله به داخل لامپ تقریباً به طور آبی حرکت سوقی را شروع می‌کنند. همین‌طور هرگاه شیر شیلنگ باغچه را که پر از آب است باز کنیم، یک موج فشار با تندی صوت در آب در طول شیلنگ حرکت می‌کند. تندی که آب با آن در طول شیلنگ حرکت می‌کند- اگر با یک علامت رنگی اندازه‌گیری شود- خیلی آهسته‌تر است.

## ۲۲-۴ مقاومت و مقاومت ویژه الکتریکی

اگر اختلاف پتانسیل یکسانی را بین دو انتهای دو میله مسی و شیشه‌ای با شکل هندسی مشابه اعمال کنیم، دو جریان الکتریکی خیلی مختلف نتیجه می‌شود. مشخصه‌ای از رسانا؛ که در اینجا مطرح می‌شود مقاومت الکتریکی است. با اعمال یک اختلاف پتانسیل  $V$  بین هر دو نقطه و اندازه‌گیری جریان  $i$  به وجود آمده مقاومت بین آن دو نقطه را تعیین می‌کنیم. پس مقاومت  $R$  عبارت است از

$$R = \frac{V}{i} \quad (\text{تعین } R) \quad (۸-۲۲)$$

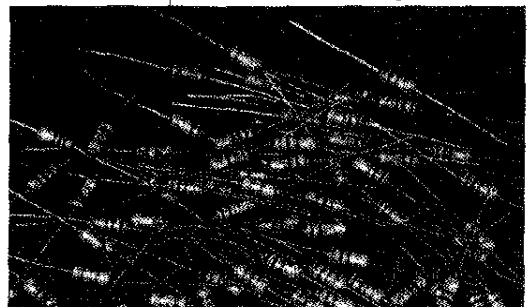
یکای SI مقاومت که از معادله ۲۲-۸ به دست می‌آید ولت بر آمپر است. این ترکیب آنقدر به کار می‌رود که نام ویژه‌ای که اهم (با نماد  $\Omega$ ) نامیده می‌شود به آن داده شده است، یعنی

$$1 \text{ ولت بر آمپر} = 1 \Omega = 1 \text{ V/A} \quad (۹-۲۲)$$

رسانایی را که وجود آن در یک مدار مقاومت مشخصی ایجاد می‌کند مقاومت می‌نامند (به شکل ۲۲-۷ نگاه کنید). در نمودار مدار، مقاومت عنصر را با نماد  $\square$  نشان می‌دهند. اگر معادله ۲۲-۸ را به صورت

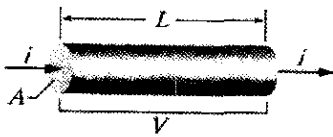
$$i = \frac{V}{R}$$

بنویسیم، می‌بینیم که «مقاومت» نام مناسبی است، زیرا به ازای یک اختلاف پتانسیل معین، مقاومت بیشتر (در برابر جریان) به معنای جریان کمتر است.



شکل ۲۲-۷ مجموعه‌ای از مقاومت‌ها. نوارهای دایره‌ای نشانه‌های رنگی هستند که مقدار مقاومت را مشخص می‌کنند.

مقاومت یک رسانا به روشی بستگی دارد که اختلاف پتانسیل به آن اعمال می‌شود. برای مثال شکل ۲۲-۸ اختلاف پتانسیل معینی را نشان می‌دهد که به دو روش مختلف به یک



شکل ۲۲-۹ اختلاف پتانسیل  $V$  اعمال شده بین دو سر سیمی به طول  $L$  و مقطع  $A$ ، باعث برقراری جریان  $i$  می‌شود.

$$E = V/L, \quad J = i/A \quad (۱۴-۲۲)$$

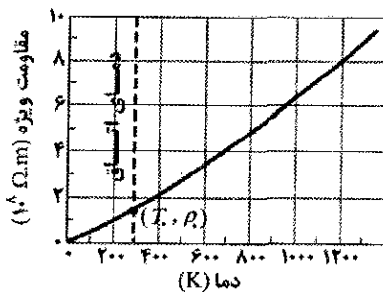
از ترکیب معادله‌های ۲۲-۱۰ و ۲۲-۱۴ می‌توان نوشت

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{V/L}{i/A} \quad (۱۵-۲۲)$$

چون  $V/i$  مقاومت  $R$  است، معادله ۲۲-۱۵ به صورت زیر نوشته می‌شود

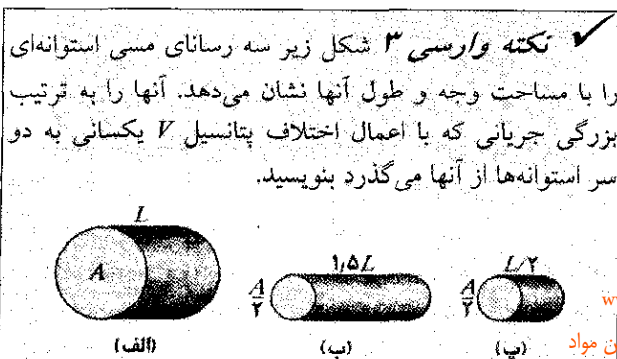
$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (۱۶-۲۲)$$

معادله ۲۲-۱۶ را فقط در مورد یک رسانای همسانگرد همگن با مقطع یکنواخت و با پتانسیلی که به صورت شکل ۲۲-۸ ب اعمال شده باشد، می‌توان به کار برد.



شکل ۲۲-۱۰ مقاومت ویژه مس برحسب تابعی از دما. نقطه نشان داده شده روی منحنی، نقطه مرجع مناسب در دمای  $T_0 = 293 \text{ K}$  و مقاومت ویژه  $\rho_0 = 1/69 \times 10^{-8} \Omega.m$  را نشان می‌دهد.

کمیت‌های میکروسکوپی  $V$ ،  $i$  و  $R$  وقتی بیشتر قابل توجه‌اند که اندازه‌گیری‌های الکتریکی در رساناهای خاصی انجام گیرد. اینها کمیت‌هایی هستند که به طور مستقیم روی وسایل اندازه‌گیری خوانده می‌شوند. هرگاه به خواص الکتریکی بنیادی مواد علاقه‌مند باشیم کمیت‌های میکروسکوپی  $E$ ،  $J$  و  $\rho$  را در نظر می‌گیریم.



یکای SI رسانندگی عکس اهم-متر یعنی  $(\Omega.m)^{-1}$  است. نام یکای موهو بر متر نیز گاهی مورد استفاده قرار می‌گیرد (mho عکس ohm است). از تعریف  $\sigma$ ، معادله ۲۲-۱۱ را می‌توان به شکل دیگری نوشت

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (۱۳-۲۲)$$

### جدول ۲۲-۱

مقاومت‌های ویژه چند ماده در دمای اتاق ( $20^\circ \text{C}$ )

ماده	مقاومت ویژه $\rho$ ( $\Omega.m$ )	ضریب دمایی مقاومت ویژه، $\alpha$ ( $K^{-1}$ )
فلزهای نوعی		
نقره	$1/62 \times 10^{-8}$	$4/1 \times 10^{-3}$
مس	$1/69 \times 10^{-8}$	$4/3 \times 10^{-3}$
طلا	$2/35 \times 10^{-8}$	$4/0 \times 10^{-3}$
آلومینیوم	$2/75 \times 10^{-8}$	$4/4 \times 10^{-3}$
منگانه‌ن	$4/82 \times 10^{-8}$	$0/002 \times 10^{-3}$
تنگستن	$5/25 \times 10^{-8}$	$4/5 \times 10^{-3}$
آهن	$9/68 \times 10^{-8}$	$6/5 \times 10^{-3}$
پلاتین	$10/6 \times 10^{-8}$	$3/9 \times 10^{-3}$

نیمرساناهای نوعی

سیلیسیوم خالص  $2/5 \times 10^{-3}$   $-7 \times 10^{-3}$

سیلیسیوم نوع  $n$   $8/7 \times 10^{-4}$

سیلیسیوم نوع  $p$   $2/8 \times 10^{-3}$

عایق‌های نوعی

شیشه  $10^0 - 10^{14}$

کوارتز ذوب شده  $\sim 10^{16}$

- ۱- آلایژی است که به ویژه جهت داشتن مقدار کم  $\alpha$  ساخته می‌شود.
- ۲- سیلیسیوم خالص آلاییده شده با ناخالصیهای فسفری با چگالی حامل‌های بار برابر با  $10^{23} m^{-3}$ .
- ۳- سیلیسیوم خالص آلاییده شده با ناخالصیهای آلومینیومی با چگالی حامل‌های بار برابر با  $10^{23} m^{-3}$ .

### محاسبه مقاومت از مقاومت ویژه

به تفاوت مهمی دست یافته‌ایم:

مقاومت خاصیتی از یک جسم است ولی مقاومت ویژه خاصیتی از ماده است.

اگر مقاومت ویژه ماده‌ای مانند مس را بدانیم، می‌توانیم مقاومت طولی از سیم را که از آن ساخته شده است محاسبه کنیم. فرض می‌کنیم مساحت مقطع سیم  $A$ ، طول آن  $L$  و اختلاف پتانسیل دو سر آن  $V$  باشد، (شکل ۲۲-۹). اگر خط‌های جریان نمایش دهنده چگالی جریان عبوری از سیم یکنواخت باشند، میدان الکتریکی و چگالی جریان در همه نقطه‌های درون سیم ثابت خواهد بود، و از معادله‌های ۲۰-۴۲ و ۲۲-۵ مقدار آنها به این صورت‌اند

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(9/68 \times 10^{-8} \Omega \cdot m)(1/2 \times 10^{-2} m)}{1/80 \times 10^{-7} m^2}$$

$$= 6/5 \times 10^{-7} \Omega = 0/65 \mu\Omega \quad (\text{پاسخ})$$

### مسئله نمونه ۵-۲۲ مهارت خود را تقویت کنید

شکل ۱۱-۲۲ شخص و گاوی را نشان می‌دهد که هر یک در فاصله شعاعی  $D = 60/0 m$  از نقطه‌ای که آذرخش با جریان  $I = 100 kA$  به زمین برخورد کرده است ایستاده‌اند. جریان از طریق زمین به طور یکنواخت در نیمکره‌ای به مرکز نقطه اصابت پخش شده است. پاهای شخص در فاصله شعاعی  $\Delta r_{\text{per}} = 0/50 m$  و فاصله بین پاهای جلو و پاهای عقب گاو در فاصله شعاعی  $\Delta r_{\text{cow}} = 1/50 m$  قرار دارند. مقاومت ویژه زمین  $\rho_{gr} = 100 \Omega \cdot m$  است. مقاومت بین پای چپ و راست شخص و بین پاهای جلو و عقب گاو  $R = 4/00 k\Omega$  است.

(الف) جریان  $i_{\text{per}}$  که از شخص می‌گذرد چقدر است؟

#### نکته‌های کلیدی

۱- برخورد آذرخش یک میدان الکتریکی و یک اختلاف پتانسیل الکتریکی در زمینی که نقطه اصابت را احاطه کرده است ایجاد می‌کند.

۲- به این دلیل که یک پای شخص نسبت به پای دیگر او به نقطه اصابت نزدیکتر است، یک اختلاف پتانسیل  $\Delta V$  در شخص ایجاد می‌شود.

۳- این  $\Delta V$  موجب ایجاد جریان  $i_{\text{per}}$  در شخص می‌شود. **اختلاف پتانسیل:** چون جریان آذرخش  $I$  به طور یکنواخت در نیمکره‌ای در زمین پخش می‌شود، چگالی جریان در هر نقطه به شعاع  $r$  از نقطه اصابت، از معادله ۵-۲۲ ( $J = i/A$ ) به دست می‌آید،

$$J = \frac{I}{2\pi r^2} \quad (18-22)$$

که در آن  $2\pi r^2$  مساحت سطح نیمکره است. از معادله ۱۰-۲۲ ( $\rho = E/J$ )، بزرگی میدان الکتریکی عبارت است از

$$E = \rho_{gr} J = \frac{\rho_{gr} I}{2\pi r^2} \quad (19-22)$$

از معادله ۱۸-۲۲ ( $\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{s}$ )، اختلاف پتانسیل  $\Delta V$  بین نقطه‌ای در فاصله شعاعی  $D$  و نقطه‌ای در فاصله شعاعی  $D + \Delta r$  عبارت است از

$$\Delta V = -\int_D^{D+\Delta r} E dr \quad (20-22)$$

با قراردادن ۱۹-۲۲ در این انتگرال و سپس با انتگرالگیری اختلاف پتانسیل به دست می‌آید

$$\Delta V = -\int_D^{D+\Delta r} \frac{\rho_{gr} I}{2\pi r^2} dr = -\frac{\rho_{gr} I}{2\pi} \left[ -\frac{1}{r} \right]_D^{D+\Delta r}$$

$$= \frac{\rho_{gr} I}{2\pi} \left( \frac{1}{D+\Delta r} - \frac{1}{D} \right) = -\frac{\rho_{gr} I}{2\pi} \frac{\Delta r}{D(D+\Delta r)} \quad (21-22)$$

### تغییر مقاومت ویژه با دما

مقدار اغلب خاصیت‌های فیزیکی از جمله مقاومت ویژه، با دما تغییر می‌کند. برای مثال، شکل ۱۰-۲۲ تغییر این خاصیت را در مورد مس در یک گستره وسیع دمایی نشان می‌دهد. رابطه میان دما و مقاومت ویژه مس- و در حالت کلی برای فلزها- در گستره دمایی نسبتاً بزرگ تقریباً خطی است. برای چنین رابطه‌های خطی، به صورت یک تقریب تجربی، که اغلب برای مقاصد مهندسی کاملاً مناسب است، می‌توان نوشت

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0) \quad (17-22)$$

در اینجا  $T_0$  دمای مرجع انتخاب شده و  $\rho_0$  مقاومت ویژه در آن دماست. معمولاً دما  $T_0 = 293 K$  (دمای اتاق) اختیار می‌شود که در این دما برای مس  $\rho_0 = 1/69 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$  است.

چون در معادله ۱۷-۲۲ دما به صورت اختلاف ظاهر می‌شود، می‌توان از مقیاس سلسیوس یا کلوین استفاده کرد، زیرا اندازه درجه‌های این دو مقیاس یکی است. کمیت  $\alpha$  در معادله ۱۷-۲۲، که ضریب دمایی مقاومت ویژه نام دارد، طوری انتخاب می‌شود که برای دماهای گستره انتخاب شده بهترین سازگاری را با تجربه داشته باشد. مقدار  $\alpha$  برای برخی فلزها در جدول ۱-۲۲ آمده است.

### مسئله نمونه ۲-۲۲

ابعاد قطعه مستطیل شکلی از آهن برابر با  $1/2 cm \times 1/2 cm \times 15 cm$  است. بین هر دو وجه موازی این قطعه اختلاف پتانسیلی چنان اعمال می‌کنیم که این وجه‌ها به صورت سطح‌های هم پتانسیل در آیند (مانند شکل ۸-۲۲ ب). اگر دو وجه موازی (۱) مربع (با ابعاد  $1/2 cm \times 1/2 cm$ ) و (۲) دو وجه مستطیل (با ابعاد  $1/2 cm \times 15 cm$ ) باشند، مقاومت قطعه چقدر است؟

**نکته کلیدی** مقاومت  $R$  یک جسم به چگونگی پتانسیل الکتریکی اعمال شده به آن بستگی دارد. این مقاومت بنابر معادله ۱۶-۲۲ ( $R = \rho L/A$ ) به نسبت  $L/A$  بستگی دارد، که در آن  $A$  مساحت سطح‌هایی است که اختلاف پتانسیل به آنها اعمال شده و  $L$  فاصله بین این سطح‌هاست.

**محاسبه‌ها:** در آرایش ۱، داریم

$$A = (1/2 cm)^2 = 1/44 \times 10^{-4} m^2 \quad \text{و} \quad L = 15 cm = 0/15 m$$

با قرار دادن این مقادیر و مقاومت ویژه  $\rho$  از جدول ۱-۲۲ در معادله ۱۶-۲۲، برای آرایش ۱ خواهیم داشت

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(9/68 \times 10^{-8} \Omega \cdot m)(0/15 m)}{1/44 \times 10^{-4} m^2}$$

$$= 1/0 \times 10^{-7} \Omega = 100 \mu\Omega \quad (\text{پاسخ})$$

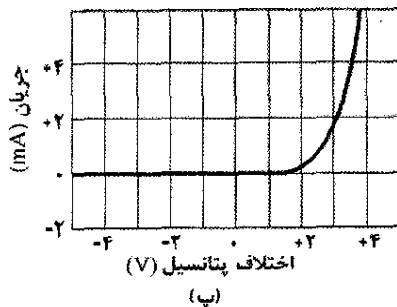
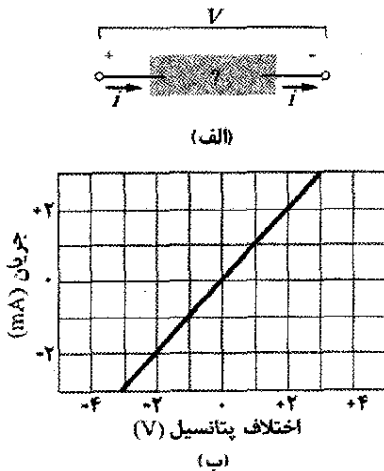
همین طور برای آرایش ۲، با طول  $L = 1/2 cm$  و مساحت  $A = (1/2 cm)(15 cm)$  خواهیم داشت



## ۲۲-۵ قانون اهم

همان‌طور که در بخش ۲۲-۴ بحث کردیم، مقاومت الکتریکی، رسانایی است با مقاومت ویژه معین. مقاومت به بزرگی و جهت (قطبیت) اختلاف پتانسیل اعمال شده بستگی ندارد. ولی وسایل رسانای دیگر ممکن است مقاومتی داشته باشند که برحسب اختلاف پتانسیل اعمال شده تغییر کند.

شکل ۲۲-۱۲ الف چگونگی تفاوت این وسایل را نشان می‌دهد. اختلاف پتانسیل  $V$  به دو سر وسیله مورد آزمون اعمال شده است و جریان  $i$  حاصل که از وسیله می‌گذرد با تغییر  $V$  از نظر بزرگی و قطبیت اندازه‌گیری می‌شود. وقتی پایانه سمت چپ وسیله نسبت به پایانه سمت راست آن در پتانسیل بالاتری باشد، به طور اختیاری  $V$  مثبت اختیار می‌شود. به جهت جریان به وجود آمده (از چپ به راست) به طور اختیاری علامت مثبت نسبت داده می‌شود. آنگاه قطبیت معکوس  $V$  (وقتی پایانه سمت راست در پتانسیل بالاتری باشد) منفی است؛ و جریانی را که به وجود می‌آورد با علامت منفی مشخص می‌شود.



شکل ۲۲-۱۲ الف) در وسیله‌ای که به پایانه‌های آن اختلاف پتانسیلی اعمال شده، جریان  $i$  برقرار است. (ب) نمودار تغییرات جریان  $i$  برحسب اختلاف پتانسیل اعمال شده  $V$ ، هنگامی که اندازه مقاومت  $1000\Omega$  است. (پ) نمودار برای حالتی که وسیله یک دیود نیم‌رسانا با پیوند pn است.

جریان: اگر یکی از پاهای شخص در فاصله شعاعی  $D$  از نقطه اصابت و پای دیگر در فاصله شعاعی  $D + \Delta r$  باشد، اختلاف پتانسیل  $\Delta V$  بین پاهای او با معادله ۲۲-۲۱ داده می‌شود. این  $\Delta V$  جریان  $i_{\text{per}}$  را در شخص به وجود می‌آورد. برای یافتن این جریان، از معادله ۲۲-۸ ( $R = V/i$ ) استفاده می‌کنیم، که در آن  $V$  بزرگی اختلاف پتانسیل را نشان می‌دهد. با قرار دادن بزرگی  $\Delta V$  از معادله ۲۲-۲۱ به جای  $V$  در معادله ۲۲-۸، جریان را پیدا می‌کنیم

$$i = \frac{V}{R} = \frac{\rho_{gr} I}{2\pi} \frac{\Delta r}{D(D + \Delta r)} \frac{1}{R} \quad (22-22)$$

با قرار دادن مقدارهای معلوم، از جمله فاصله پاهای  $\Delta r_{\text{per}} = 0.50 \text{ m}$ ، جریانی که از شخص می‌گذرد به دست می‌آید

$$i_{\text{per}} = \frac{(100\Omega \cdot \text{m})(100 \text{ kA})}{2\pi} \times \frac{0.50 \text{ m}}{(6.0 \text{ m})(6.0 \text{ m} + 0.50 \text{ m})} \times \frac{1}{400 \text{ k}\Omega} = 0.05488 \text{ A} = 54.8 \text{ mA} \quad (\text{پاسخ})$$

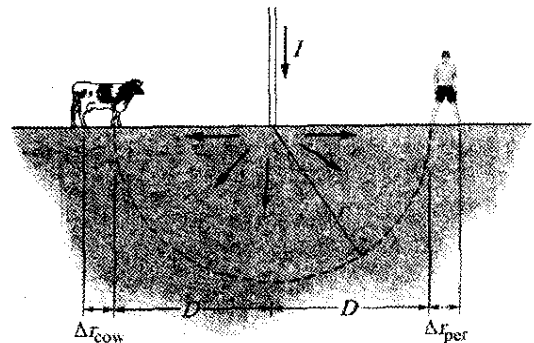
چنین جریانی موجب انقباض ناخواسته ماهیچه می‌شود: شخص دچار برق گرفتگی ولی زود رفع می‌شود. توجه کنید که شخص می‌تواند با نزدیک کردن پاهای خود به یکدیگر به گونه‌ای که  $\Delta r$  به چند سانتی‌متر برسد این مقدار جریان را کم کند.

(ب) جریان  $i_{\text{cow}}$  که از گاو می‌گذرد چقدر است؟

محاسبه: دوباره از معادله ۲۲-۲۲ استفاده می‌کنیم، ولی اکنون  $\Delta r$  برابر است با  $\Delta r_{\text{cow}} = 1.50 \text{ m}$ . با این مقدار، جریانی که از گاو می‌گذرد عبارت است از

$$i_{\text{cow}} = 0.162 \text{ A} = 162 \text{ mA} \quad (\text{پاسخ})$$

که کشنده است. گاو در معرض خطر شدیدتری ناشی از جریان زمین قرار دارد چون  $\Delta r$  آن بیشتر است. البته گاو نمی‌تواند با کم کردن فاصله پاهای خود خطر را کاهش دهد (که البته منظره عجیبی می‌شود)



شکل ۲۲-۱۱ جریان حاصل از اصابت آذرخش به صورت نیمکره در زمین پخش می‌شود و در فاصله  $D$  از نقطه اصابت به شخص و گاو می‌رسد. خطر در هر یک به فاصله  $\Delta r$  بستگی دارد.

یک ماده رسانا وقتی از قانون اهم پیروی می کند که مقاومت ویژه ماده از بزرگی و جهت میدان الکتریکی اعمال شده مستقل باشد.

همه مواد همگن، چه آنهایی که رسانا هستند، مانند مس یا آنهایی که غیر رسانا هستند، مانند سیلیسیم خالص یا آلاییده با ناخالصیهای معین، در گستره ای از مقادیر میدان الکتریکی از قانون اهم پیروی می کنند. ولی اگر میدان خیلی قوی باشد، در همه موارد انحرافهایی از قانون اهم وجود دارد.

**نکته واریسی ۴** جدول زیر جریان  $i$  را (بر حسب آمپر) که از دو وسیله به ازای چند مقدار اختلاف پتانسیل  $V$  (بر حسب ولت) می گذرد نشان می دهد. از این داده ها تعیین کنید که کدامیک از این وسایل از قانون اهم پیروی نمی کند.

وسيله ۲		وسيله ۱	
$i$	$V$	$i$	$V$
۱/۵۰	۲/۰۰	۴/۵۰	۲/۰۰
۲/۲۰	۳/۰۰	۵/۷۵	۳/۰۰
۳/۸۰	۴/۰۰	۹/۰۰	۴/۰۰

## ۲۲-۶ تگرش میکروسکوپی قانون اهم

برای اینکه معلوم کنیم چرا برخی از مواد خاص از قانون اهم پیروی می کنند، باید نظری به جزئیات فرایندهای رسانش در سطح اتمی بیندازیم. در اینجا فقط رسانش در فلزهایی مانند مس را در نظر می گیریم. پایه تحلیل خود را بر مدل الکترون آزاد قرار می دهیم که در آن فرض بر این است که الکترونهای رسانش در فلز در سراسر حجم نمونه، مانند مولکولهای گاز در یک ظرف بسته، می توانند آزادانه حرکت کنند. همچنین فرض می کنیم که الکترونها با یکدیگر برخورد نمی کنند و برخورد آنها فقط با اتمهای فلز است.

بنابر فیزیک کلاسیک، توزیع تندی الکترونها مانند مولکولهای یک گاز باید ماکسولی باشد، در چنین توزیعی (بخش ۱۵-۷) میانگین تندی الکترون با ریشه دوم دمای مطلق متناسب است، ولی حرکت الکترونها به جای پیروی از قانونهای فیزیک کلاسیک از قانونهای فیزیک کوانتومی پیروی می کند. همان طور که معلوم خواهد شد، فرضی که به واقعیت کوانتومی خیلی نزدیک باشد این است که الکترونهای رسانش با تندی مؤثر  $v_{eff}$  حرکت می کنند و این تندی اساساً مستقل از دماست. در مورد مس  $v_{eff} \approx 1/6 \times 10^6$  m/s است.

وقتی یک میدان الکتریکی را به نمونه ای از فلز اعمال کنیم، الکترونها حرکتهای کاتوره ای خود را اندکی تغییر می دهند- در جهت مخالف با میدان- و با یک تندی متوسط  $v_d$  به طور خیلی آهسته رانده می شوند. همان طور که در مسئله نمونه ۲۲-۳

شکل ۲۲-۱۲ اب نموداری از تغییرات  $i$  بر حسب  $V$  را برای یک وسیله الکتریکی نشان می دهد. این نمودار خط راستی است که از مبدأ می گذرد، پس نسبت  $i/V$  (که شیب خط راست است) به ازای تمام مقادیرهای  $V$  ثابت است. این بدان معناست که مقاومت  $R = V/i$  مستقل از بزرگی و قطبیت اختلاف پتانسیل اعمال شده  $V$  است.

شکل ۲۲-۱۲ پ نمودار دیگری برای یک وسیله رسانای دیگر است. در این وسیله هنگامی که قطبیت  $V$  مثبت و اختلاف پتانسیل اعمال شده بیش از  $1/5 V$  باشد، جریان می تواند برقرار شود. هنگامی که جریان برقرار شود رابطه بین  $i$  و  $V$  خطی نیست و به مقدار اختلاف پتانسیل اعمال شده  $V$  بستگی دارد. تفاوت این دو وسیله در این است که وسیله اول از قانون اهم پیروی می کند ولی وسیله دوم پیروی نمی کند.

**قانون اهم** حاکی از آن است که جریانی که از یک وسیله می گذرد همواره با اختلاف پتانسیل اعمال شده به وسیله نسبت مستقیم دارد.

(این بیان فقط در برخی موارد برقرار است؛ باز هم به دلایل تاریخی اصطلاح «قانون» به کار برده می شود.) وسیله شکل ۲۲-۱۱ اب، که یک مقاومت  $1000 \Omega$  است، از قانون اهم پیروی می کند ولی وسیله شکل ۲۲-۱۲ پ، که دیود با پیوند  $pn$  است، از این قانون پیروی نمی کند.

یک وسیله رسانا وقتی از قانون اهم پیروی می کند که مقاومت آن وسیله مستقل از بزرگی و قطبیت اختلاف پتانسیل اعمال شده به آن باشد.

میکروالکترونیک نوین تقریباً به طور کامل به وسایلی بستگی دارد که از قانون اهم پیروی نمی کنند. به عنوان مثال ماشین حساب پر از این گونه وسایل است.

اغلب گفته می شود که  $V = iR$  بیانی از قانون اهم است. این درست نیست! این معادله مقاومت را تعریف می کند و در مورد همه رساناها، چه آنهایی که از قانون اهم پیروی می کنند و چه آنهایی که پیروی نمی کنند، به کار می رود. اگر اختلاف پتانسیل  $V$  در دو سر هر وسیله ای الکتریکی، حتی یک دیود با پیوند  $pn$  اعمال شود و جریان  $i$  برقرار شده در آن را اندازه گیری کنیم، در می یابیم که مقاومت در آن مقدار  $V$  به صورت  $R = V/i$  است. ولی اساس قانون اهم در این است که نمودار تغییرات  $i$  بر حسب  $V$  خطی است؛ یعنی  $R$  مستقل از مقدار  $V$  است.

اگر به جای وسایل رسانا بر مواد رسانا تأکید کنیم قانون اهم را به روش خیلی کلی تری می توان بیان کرد. رابطه مربوط به آن معادله ۲۲-۱۱ ( $\vec{E} = \rho \vec{J}$ ) است که متناظر با  $V = iR$  است. مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

افزودن بر این، اگر تندیهای سوقی همه الکترونها را در هر لحظه اندازه بگیریم، خواهیم دید که میانگین تندی سوقی آنها نیز  $\alpha\tau$  است. پس به طور میانگین، در هر لحظه، الکترونها دارای تندی سوقی  $v_d = \alpha\tau$  خواهند بود. پس از معادله ۲۲-۲۳ خواهیم داشت

$$v_d = \alpha\tau = \frac{eE\tau}{m} \quad (24-22)$$

با ترکیب این نتیجه با معادله ۲۲-۲۷ ( $\vec{J} = ne\vec{v}_d$ ) به لحاظ بزرگی خواهیم داشت

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{eE\tau}{m}$$

که می توان آن را به صورت زیر نوشت

$$E = \left( \frac{m}{e^n\tau} \right) J$$

با مقایسه با معادله ۲۲-۱۱ ( $\vec{E} = \rho\vec{J}$ ) به لحاظ بزرگی خواهیم داشت

$$\rho = \frac{m}{e^n\tau} \quad (25-22)$$

معادله ۲۲-۲۵ بیان می کند که در مورد فلزها اگر بتوانیم ثابت کنیم که  $\rho$  ثابت و مستقل از شدت میدان الکتریکی اعمال شده  $\vec{E}$  است، فلزها از قانون اهم پیروی می کنند. چون  $m$ ،  $n$  و  $e$  ثابت اند، کافی است متقاعد شویم که  $\tau$  زمان میانگین (یا زمان آزاد میانگین) بین برخوردها ثابت و مستقل از شدت میدان الکتریکی اعمال شده است. در واقع  $\tau$  را می توان ثابت در نظر گرفت چون تندی سوقی  $v_d$  که به وسیله میدان الکتریکی ایجاد می شود خیلی کوچکتر از تندی مؤثر  $v_{eff}$  تندی الکترون، و بنابراین  $\tau$ ، است که به سختی تحت تأثیر میدان قرار می گیرد.

### مسئله نمونه ۲۲-۶

(الف) زمان آزاد میانگین  $\tau$  بین برخوردها برای الکترونهاي رسانش در مس چقدر است؟

**نکته های کلیدی** زمان آزاد میانگین  $\tau$  مس تقریباً ثابت است، و به خصوص به میدان الکتریکی که بر نمونه ای از مس اعمال شود بستگی ندارد. بنابراین، نیازی نیست که مقدار خاصی برای میدان الکتریکی در نظر گرفته شود. با وجود این چون مقاومت ویژه  $\rho$  مس تحت تأثیر یک میدان الکتریکی به  $\tau$  بستگی دارد، زمان آزاد میانگین  $\tau$  را می توان از معادله ۲۲-۲۵ پیدا کرد.

**محاسبه ها:** از این معادله داریم

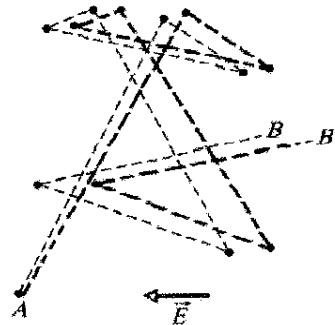
$$\tau = \frac{m}{ne^n\rho}$$

مقدار  $n$ ، تعداد الکترونهاي رسانش بر یکای حجم در مس از مسئله نمونه ۲۲-۳ و مقدار  $\rho$  از جدول ۲۲-۱ به دست می آید.

مخرج عبارت است از

$$\frac{(8.49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2 (1.69 \times 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m})}{= 3.67 \times 10^{-17} \text{ C}^2 \cdot \Omega / \text{m}^3 = 3.67 \times 10^{-17} \text{ kg/s}}$$

دیدیم، تندی سوقی در یک رسانای فلزی نوعی تقریباً  $5 \times 10^{-2} \text{ m/s}$  است که از تندی مؤثر  $(1.6 \times 10^6 \text{ m/s})$  بسیار مرتبه بزرگی کوچکتر است. شکل ۲۲-۱۳ رابطه میان این دو تندی را نشان می دهد. خطهای پر رنگ مسیر کاتوره ای ممکن را برای الکترون در نبود میدان الکتریکی نشان می دهد؛ الکترون در طول حرکت از  $A$  به  $B$  شش برخورد انجام می دهد. خطهای کم رنگ نشان می دهند که چگونه همین رویداد هنگامی که یک میدان الکتریکی  $\vec{E}$  اعمال شده ممکن است رخ دهد. می توان دید که الکترون به تدریج به سمت راست سوق داده می شود و به جای  $B$  به  $B'$  می رسد. شکل ۲۲-۱۳ با فرض  $v_d \approx 0.02 v_{eff}$  رسم شده است. ولی چون مقدار واقعی نزدیک به  $v_d \approx (10^{-1}) v_{eff}$  است، در این شکل حرکت سوقی به طور اغراق آمیزی نشان داده شده است.



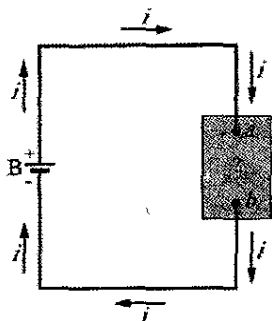
شکل ۲۲-۱۳ خطهای پر رنگ مسیر الکترونی را نشان می دهد که در هنگام رفتن از  $A$  به  $B$  شش برخورد انجام داده است. خطهای کم رنگ مسیر ممکن را در حضور یک میدان الکتریکی اعمال شده نشان می دهند. به حرکت سوقی تدریجی در جهت  $\vec{E}$  توجه کنید. (در واقع خطهای کم رنگ باید اندکی خمیده باشند تا مسیرهای سهمی شکل طی شده به وسیله الکترونها را در فاصله میان برخوردها بر اثر میدان الکتریکی نشان دهند.)

بنابراین، حرکت الکترونهاي رسانش در میدان الکتریکی  $\vec{E}$ ، ترکیبی از حرکت ناشی از برخوردهای کاتوره ای و حرکت ناشی از میدان  $\vec{E}$  است. هرگاه همه الکترونهاي آزاد را در نظر بگیریم، حرکتهای کاتوره ای آنها به طور میانگین صفر است و سهمی در تندی سوقی ندارند. بنابراین، تندی سوقی فقط ناشی از اثر میدان الکتریکی روی الکترونهاست.

اگر الکترونی به جرم  $m$  در میدان الکتریکی به بزرگی  $E$  قرار گیرد، الکترون شتابی پیدا می کند که با قانون دوم نیوتون داده می شود

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} \quad (23-22)$$

طبیعت برخوردهای انجام شده به وسیله الکترونها چنان است که پس از هر برخورد نوعی، گویی الکترون تمام خاطره خود از تندی سوقی قبلی را فراموش می کند. از این رو، هر یک از الکترونها پس از هر برخورد تازه در جهتی کاتوره ای شروع به حرکت می کند. در میانگین زمانی  $\tau$  بین برخوردها، یک الکترون به طور میانگین تندی سوقی  $v_d = \alpha\tau$  را به دست می آورد.



شکل ۲۲-۱۴ باتری B جریان  $i$  را در مدار که شامل یک وسیله رسانای نامعلوم است برقرار می‌کند.

اصل پایستگی انرژی بیان می‌کند که کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی از  $a$  تا  $b$  با تبدیل انرژی به صورتی دیگر همراه است. توان  $P$  مربوط به این تبدیل عبارت است از آهنگ تبدیل  $dU/dt$  که برابر است با

$$P = iV \quad (22-26) \quad (\text{آهنگ تبدیل انرژی الکتریکی})$$

افزون بر این، توان  $P$  آهنگ انتقال انرژی از باتری به وسیله نامعلوم نیز هست. اگر این وسیله موتوری باشد که به یک بار مکانیکی متصل است، این انرژی به صورت کار به بار مورد نظر انتقال می‌یابد. اگر این وسیله یک باتری ذخیره کننده باشد که باید باردار شود، این انرژی به صورت انرژی شیمیایی به باتری ذخیره کننده انتقال می‌یابد. اگر این وسیله یک مقاومت باشد، انرژی به انرژی گرمایی درونی آن تبدیل می‌شود و دمای مقاومت افزایش می‌یابد.

یکای توان که از معادله ۲۲-۲۶ به دست می‌آید ولت-آمپر (V.A) است. آن را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$1 \text{ V.A} = \left(1 \frac{\text{J}}{\text{C}}\right) \left(1 \frac{\text{C}}{\text{s}}\right) = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ W}$$

وقتی الکترونی در یک مقاومت با تندی سوقی ثابت حرکت می‌کند، میانگین انرژی جنبشی آن ثابت می‌ماند، و کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی آن به صورت انرژی گرمایی در مقاومت و محیط اطراف ظاهر می‌شود. در مقیاس میکروسکوپی، این تبدیل انرژی به خاطر برخوردهای میان الکترون و مولکولهای ماده مقاومت است که به افزایش دمای شبکه مقاومت می‌انجامد. انرژی مکانیکی که به این ترتیب به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود از بین می‌رود (تلف می‌شود) چون این تبدیل به طور معکوس صورت نمی‌گیرد.

در مورد یک مقاومت یا هر وسیله دیگر با مقاومت  $R$ ، می‌توان معادله‌های ۲۲-۸ ( $R = V/i$ ) و ۲۲-۲۶ را با هم ترکیب کرد، تا آهنگ اتلاف انرژی الکتریکی ناشی از مقاومت به دست آید

$$P = i^2 R \quad (22-27) \quad (\text{اتلاف مقاومتی})$$

که یکاها به صورت زیر به هم تبدیل شده‌اند

$$\frac{C^2 \cdot \Omega}{m^2} = \frac{C^2 \cdot V}{m^2 \cdot A} = \frac{C^2 \cdot J/C}{m^2 \cdot C/s} = \frac{kg \cdot m^2/s^2}{m^2/s} = \frac{kg}{s}$$

با استفاده از این نتیجه‌ها و قرار دادن  $m$  جرم الکترون، خواهیم داشت

$$\tau = \frac{9/1 \times 10^{-31} \text{ kg}}{3/67 \times 10^{-17} \text{ kg/s}} = 2/5 \times 10^{-14} \text{ s} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) پوشش آزاد میانگین  $\lambda$  برای الکترونهای رسانش در رسانا عبارت است از میانگین مسافت پیموده شده به وسیله یک الکترون در بین برخوردها. (این تعریف نظیر تعریف پوشش آزاد میانگین مولکولهای یک گاز در بخش ۱۵-۶ است.) مقدار  $\lambda$  برای الکترونهای رسانش مس چقدر است؟ فرض کنید تندی مؤثر آنها  $v_{\text{eff}}$  برابر با  $1/6 \times 10^6 \text{ m/s}$  است.

**نکته کلیدی** مسافت  $d$  که هر ذره در زمان معین  $t$  با تندی ثابت  $v$  می‌پیماید عبارت است از  $d = vt$ . در مورد الکترونها در مس داریم

$$\lambda = v_{\text{eff}} \tau = (1/6 \times 10^6 \text{ m/s})(2/5 \times 10^{-14} \text{ s}) = 4/0 \times 10^{-8} \text{ m} = 4/0 \text{ nm} \quad (\text{پاسخ})$$

این مسافت تقریباً  $150$  برابر فاصله بین نزدیکترین اتمهای مجاور در یک شبکه مس است. بنابراین، به طور متوسط هر الکترون رسانش پیش از برخورد با دیگری از کنار چندین اتم مس می‌گذرد.

## ۲۲-۷ توان در مدارهای الکتریکی

شکل ۲۲-۱۴، مداری را نشان می‌دهد که در آن باتری  $B$  با سیمهایی با مقاومت ناچیز، به یک وسیله رسانای نامعلوم متصل شده است. این وسیله می‌تواند مقاومت، باتری ذخیره کننده (یک باتری قابل باردار شدن مجدد)، موتور، یا هر وسیله الکتریکی دیگر باشد. این باتری دارای اختلاف پتانسیل  $V$  در دو سر پایانه‌هایش و در نتیجه (به علت سیمهای رابط) در دو سر پایانه‌های وسیله نامعلوم است به طوری که پتانسیل پایانه  $a$  نسبت به پایانه  $b$  بیشتر است.

چون بین دو پایانه باتری یک مسیر رسانای بیرونی وجود دارد و از آنجا که اختلاف پتانسیل برقرار شده به وسیله باتری ثابت است، یک جریان پایای  $i$  در مدار به وجود می‌آید که جهت آن از پایانه  $a$  به پایانه  $b$  است. مقدار بار  $dq$  که در یک بازه زمانی  $dt$  بین این پایانه‌ها جاری می‌شود برابر با  $idt$  است. این بار  $dq$  در جهت کاهش پتانسیل به بزرگی  $V$  حرکت می‌کند و در نتیجه انرژی پتانسیل الکتریکی آن به مقدار زیر کاهش می‌یابد

$$dU = dq V = i dt V$$

## ۲۲-۸ نیمرساناها

وسایل نیمرسانا قلب تحول میکروالکترونیک هستند که بر زندگی ما تأثیر زیادی داشته‌اند. در جدول ۲۲-۲ خواص سیلیسیوم - یک نیمرسانای نوعی - و مس - یک رسانای فلزی نوعی - با هم مقایسه شده‌اند. می‌توان دید که سیلیسیوم دارای حاملهای بار خیلی کمتر، مقاومت ویژه خیلی بیشتر و ضریب دمایی مقاومت ویژه بزرگ و منفی است. بنابراین، اگر چه مقاومت ویژه مس بالا رفتن دما افزایش می‌یابد، مقاومت ویژه سیلیسیوم خالص کاهش می‌یابد.

مقاومت ویژه سیلیسیوم خالص به قدری زیاد است که در واقع یک عایق به شمار می‌رود و به همین خاطر به طور مستقیم در مدارهای میکرو الکترونیکی مورد استفاده قرار نمی‌گیرد. ولی مقاومت ویژه آن را می‌توان با روشی کنترل شده با افزودن مقدار کمی از اتمهای «ناخالصی» معلوم در فرایندی به نام آلایش به مقدار قابل توجهی کاهش داد. جدول ۲۲-۱ مدارهای نوعی مقاومت ویژه سیلیسیوم را پیش از آلایش و پس از آن با دو ناخالصی مختلف نشان می‌دهد.

تفاوت در مقاومت ویژه (و در نتیجه در رسانایی ویژه) بین نیمرساناها، عایقها و رساناهای فلزی را می‌توان برحسب انرژی الکترونهاى آنها توضیح داد. (جهت توضیح دقیقتر به فیزیک کوانتومی نیاز داریم). در یک رسانای فلزی مانند سیم مسی، بسیاری از الکترونها در داخل اتمها در جایی محکم شده‌اند؛ انرژی زیادی لازم است تا آنها آزاد شوند و بتوانند با حرکت کردن در جریان الکتریکی شرکت کنند. با وجود این، با بیان تقریبی، تعدادی الکترون وجود دارد که در جای خود ضعیف‌اند و به انرژی کمتری نیاز دارند، تا به صورت آزاد درآیند. انرژی گرمایی می‌تواند این انرژی را فراهم کند، همان‌طور که میدان الکتریکی اعمال شده به دو سر رسانا می‌تواند این کار را انجام دهد. میدان الکتریکی نه تنها این الکترونهاى با پیوند ضعیف را آزاد می‌کند، بلکه آنها را در راستای سیم به جلو می‌راند؛ در نتیجه، میدان الکتریکی جریانی را در رسانا برقرار می‌کند.

در عایق، انرژی خیلی زیادی برای آزاد کردن الکترونها لازم است تا بتوانند در ماده حرکت کنند. نه انرژی گرمایی می‌تواند انرژی کافی اعمال کند و نه هیچ میدان الکتریکی معقولی که بر عایق اعمال شود می‌تواند این انرژی را فراهم کند. بنابراین هیچ الکترونی وجود ندارد که در عایق حرکت کند و در نتیجه هیچ جریانی حتی با اعمال میدان الکتریکی برقرار نخواهد شد.

جدول ۲۲-۲

برخی خواص الکتریکی مس و سیلیسیوم

خواص	مس	سیلیسیوم
نوع ماده	فلز	نیمرسانا
چگالی حاملهای بار، $m^{-3}$	$8.49 \times 10^{28}$	$1 \times 10^{16}$
مقاومت ویژه، $\Omega.m$	$1.69 \times 10^{-8}$	$2.5 \times 10^3$
ضریب دمایی مقاومت ویژه، $K^{-1}$	$4.3 \times 10^{-3}$	$-70 \times 10^{-3}$

$$P = \frac{V^2}{R} \quad (\text{اتلاف مقاومتی}) \quad (22-28)$$

هشدار: باید به تفاوت این دو معادله با معادله ۲۲-۲۶ توجه کرد: معادله  $P = iV$  برای تبدیل انرژی الکتریکی به همه انواع دیگر به کار می‌رود؛ ولی  $P = iR$  و  $P = V^2/R$  فقط برای تبدیل انرژی پتانسیل الکتریکی به انرژی گرمایی در یک وسیله مقاومت دار به کار می‌روند.

**نکته وارسی:** اختلاف پتانسیل  $V$  به دو سیر وسیله‌ای با مقاومت  $R$  وصل و جریان  $i$  در آن برقرار شده است. تغییرات زیر را به ترتیب بزرگی تغییر در آهنگی که انرژی الکتریکی به انرژی گرمایی در مقاومت تبدیل می‌شود بنویسید: (الف)  $V$  دو برابر شود ولی  $R$  بدون تغییر بماند، (ب)  $i$  دو برابر شود ولی  $R$  بدون تغییر بماند، (پ)  $R$  دو برابر شود و  $V$  بدون تغییر بماند، (ت)  $R$  دو برابر شود ولی  $i$  بدون تغییر بماند.

## مسئله نمونه ۲۲-۷

طولی از یک سیم یکنواخت گرمکن از آلیاژ نیکل - کروم - آهن به نام نیکروم با مقاومت  $72 \Omega$  در دست است. با چه آهنگی انرژی در هر یک از وضعیتهای زیر تلف می‌شود؟ (۱) اختلاف پتانسیل  $120V$  به دو سر تمام طول سیم اعمال شود. (۲) سیم از وسط بریده شده و اختلاف پتانسیل  $120V$  به دو سر هر نیمه اعمال شود.

**نکته کلیدی:** جریان الکتریکی در یک ماده مقاومت دار موجب تبدیل انرژی الکتریکی به انرژی گرمایی می‌شود؛ آهنگ تبدیل (اتلاف) انرژی با معادله‌های ۲۲-۲۶ تا ۲۲-۲۸ داده می‌شود. محاسبه‌ها: چون پتانسیل  $V$  و مقاومت  $R$  معلوم است، از معادله ۲۲-۲۸ استفاده می‌کنیم که برای وضعیت ۱ خواهیم داشت

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(120V)^2}{72\Omega} = 200W \quad (\text{پاسخ})$$

در وضعیت ۲، مقاومت هر نیمه سیم برابر با  $72\Omega/2$  یا  $36\Omega$  است. پس، آهنگ اتلاف برای هر نیمه سیم عبارت است

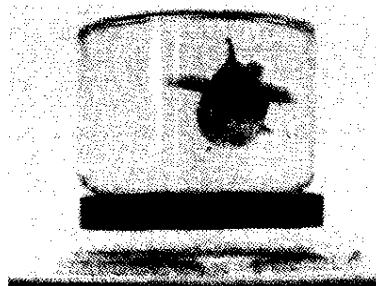
$$P' = \frac{(120V)^2}{36\Omega} = 400W$$

و برای دو نیمه سیم، داریم

$$P = 2P' = 800W \quad (\text{پاسخ})$$

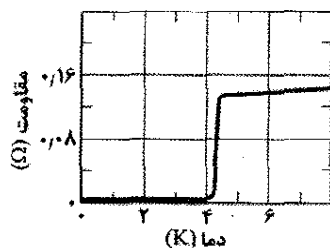
این مقدار چهار برابر آهنگ اتلاف انرژی در سیم با طول کامل است. بنابراین، ممکن است بتوان نتیجه گرفت که پس از خرید یک پیچه گرمکن می‌توان آن را نصف کرد و برای به دست آوردن گرمای خروجی چهار برابر، آن را دوباره به هم وصل کرد. چرا این کار عاقلانه نیست؟ (برای مقدار مربوط به جریان در پیچه چه پیش می‌آید؟)

زمان آغاز حرکت به نیرو و منبع انرژی نیاز دارند ولی پس از آن نیازی به آنها نیست.



آهنربایی به شکل قرص که در بالای یک ماده ابر رسانا که با نیتروژن مایع سرد شده شناور مانده است. یک ماهی قرمز در امتداد آن است.

تا پیش از سال ۱۹۸۶/۱۳۶۵ توسعه فناوری ابررسانایی به خاطر هزینه ایجاد دماهای فوق العاده پایین که برای رسیدن به این اثر مورد نیاز است متوقف مانده بود. ولی در این سال مواد سرمایی جدیدی کشف شدند که در دماهای خیلی بالاتری (و در نتیجه ارزاتر از جهت ایجاد) به صورت ابررسانا در می آمدند. کاربردهای عملی وسایل ابررسانا در دمای اتاق سرانجام امکان پذیر خواهند شد.



شکل ۲۲-۱۵ مقاومت جیوه در دمای تقریباً ۴ K به صفر سقوط می کند.

ابر رسانایی پدیده ای است که با رسانایی تفاوت زیادی دارد. در واقع، بهترین رساناهای معمولی، مانند نقره و مس در هیچ دمایی به صورت ابررسانا در نمی آیند، و ابر رساناهای سرمایی جدید نیز وقتی در دماهای به قدر کافی پایین نباشند که در حالت ابر رسانایی قرار گیرند، در واقع عایق خوب اند.

یکی از توصیفهای ابر رسانایی این است که الکترونهاي ایجاد کننده جریان به صورت زوجهای هماهنگ حرکت می کنند. یکی از الکترونهاي این زوج در حین حرکت ممکن است ساختار مولکولی ماده ابر رسانا را از نظر الکتریکی تغییر شکل دهد و در نزدیکی خود تراکم بارهای مثبت با عمر کوتاه را افزایش دهد. الکترون دیگر این زوج ممکن است جذب این بار مثبت شود. بنابر این نظریه، چنین هماهنگی بین الکترونها از برخورد آنها با مولکولها جلوگیری می کند و در نتیجه مقاومت الکتریکی از بین می رود. این نظریه در مورد ابر رساناهای دمای پایین پیش از سال ۱۹۸۶/۱۳۶۵ کاملاً نتیجه بخش بود ولی برای ابر رساناهای با دمای بالاتر و جدید نظریه های جدیدی مورد نیاز

نیمرسانا مانند عایق است با این تفاوت که انرژی لازم برای آزاد کردن الکترونها خیلی بزرگ نیست. مهمتر اینکه آرایش می تواند الکترونها یا حاملهای بار مثبت را که خیلی ضعیف در ماده وجود دارند و به آسانی می توانند حرکت کنند فراهم آورد. افزون بر این، با کنترل کردن میزان آرایش در یک نیمرسانا، می توان چگالی حاملهای بار سهمیم در برقراری جریان و در نتیجه برخی از خواص الکتریکی را کنترل کرد. بسیاری از وسایل نیمرسانا، مانند ترانزیستورها و دیودهای پیوندی با آرایش انتخابی ناحیه های مختلف سیلیسیوم با انواع اتمهای ناخالصی ساخته می شوند.

بار دیگر به معادله ۲۲-۲۵ در مورد مقاومت ویژه یک رسانا بر می گردیم

$$\rho = \frac{m}{e^2 n \tau} \quad (22-29)$$

که در آن  $n$  تعداد حاملهای بار بر یکای حجم و  $\tau$  زمان میانگین بین برخوردهای حاملهای بار است. (این معادله را برای رساناها به دست آوردیم ولی در مورد نیمرساناها نیز برقرار است). حال چگونگی تغییر متغیرهای  $n$  و  $\tau$  بر حسب افزایش دما را بررسی می کنیم.

در رسانا،  $n$  بزرگ است ولی با هر تغییری در دما تقریباً ثابت است. افزایش مقاومت ویژه با دما در مورد فلزها (شکل ۲۲-۱۰) به دلیل افزایش در آهنگ برخورد حاملهای بار است، که بنابر معادله ۲۲-۲۹ باعث کاهش میانگین زمان بین برخوردها یعنی  $\tau$  می شود.

در نیمرسانا،  $n$  کوچک است ولی با دما به علت اغتشاش گرمایی که باعث افزایش حاملهای بار بیشتر می شود خیلی سریع زیاد می شود. با افزایش دما مقاومت ویژه کاهش می یابد که با ضریب دمایی منفی مقاومت ویژه سیلیسیوم در جدول ۲۲-۲ نشان داده شده است. همین افزایش در آهنگ برخورد که در مورد فلزها گفتیم برای نیمرساناها رخ می دهد، ولی اثر آن با افزایش سریع در تعداد حاملهای بار از بین می رود.

## ۲۲-۹ ابر رساناها

در سال ۱۹۱۱/۱۲۹۰ کامرلینگ اونز<sup>۱</sup> فیزیکدان هلندی کشف کرد که مقاومت ویژه جیوه در دمای زیر تقریباً ۴ K به طور کامل از بین می رود (شکل ۲۲-۱۵). پدیده ابررسانایی از اهمیت بالقوه به سزایی در فناوری برخوردار است، چون آن بدان معناست که بار می تواند در یک رسانای ابررسانا بدون تلف کردن انرژی به صورت انرژی گرمایی، جریان یابد. برای مثال جریانهای ایجاد شده در یک حلقه ابررسانا بدون تضعیف چندین سال باقی می ماندند. الکترونهاي تشکیل دهنده جریان در



## بازنگری و خلاصه درس

**جریان** **جریان الکتریکی**  $i$  در یک رسانا به صورت زیر تعریف می‌شود

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-22)$$

در اینجا  $dq$  مقدار بار (مثبتی) است که در مدت زمان  $dt$  از یک سطح فرضی که رسانا را قطع می‌کند می‌گذرد. بنابر قرارداد، جهت جریان الکتریکی همان جهت حرکت حاملهای بار مثبت در نظر گرفته می‌شود. یکای SI جریان الکتریکی آمپر (A) است:  $1 \text{ A} = 1 \text{ C/S}$

**چگالی جریان** **جریان** (یک نرده‌ای) با رابطه

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (2-22)$$

به چگالی جریان  $\vec{J}$  (یک بردار) مربوط است، که برداری عمود بر عنصر سطح به مساحت  $dA$  است و انتگرال روی سطحی گرفته می‌شود که رسانا را قطع کند. اگر بارها مثبت باشند جهت  $\vec{J}$  در همان جهت سرعت حرکت بارها و برای بارهای منفی در خلاف جهت حرکت است.

**تندی سوقی و حاملهای بار** هرگاه میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در یک رسانا برقرار شود، حاملهای بار (با فرض مثبت بودن) تندی سوقی  $v_d$  را در جهت  $\vec{E}$  به دست می‌آورند؛ رابطه سرعت  $v_d$  با چگالی جریان چنین است

$$\vec{J} = (ne)\vec{v}_d \quad (7-22)$$

که در آن  $ne$  چگالی حامل بار است.

**مقاومت یک رسانا** مقاومت الکتریکی  $R$  یک رسانا به صورت زیر تعریف می‌شود

$$R = \frac{V}{i} \quad (\text{تعریف } R) \quad (8-22)$$

که در آن  $V$  اختلاف پتانسیل دو سر رسانا و  $i$  جریان است. یکای SI مقاومت اهم ( $\Omega$ ) است:  $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$ . معادله‌های مشابهی مقاومت ویژه  $\rho$  و رسانندگی  $\sigma$  مربوط به یک ماده را تعریف می‌کنند:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{E}{J} \quad (\text{تعریفهای } \rho \text{ و } \sigma) \quad (10-22, 12-22)$$

که در آن  $E$  بزرگی میدان اعمال شده است. یکای SI مقاومت ویژه اهم، متر ( $\Omega \cdot m$ ) است. معادله ۲۲-۱۰ متناظر با معادله برداری زیر است

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad (11-22)$$

مقاومت الکتریکی  $R$  یک سیم رسانا به طول  $L$  با سطح مقطع یکنواخت عبارت است از

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (16-22)$$

که در آن  $A$  مساحت سطح مقطع است.

**تغییر  $\rho$  با دما** مقاومت ویژه  $\rho$  برای اغلب مواد با دما تغییر می‌کند. در بسیاری از مواد، مانند فلزها، رابطه بین  $\rho$  و دمای  $T$  به صورت معادله تقریبی زیر است

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0) \quad (17-22)$$

در اینجا  $T_0$  یک دمای مرجع،  $\rho_0$  مقاومت ویژه در دمای  $T_0$  و  $\alpha$  ضریب دمایی مقاومت ویژه ماده است.

**قانون اهم** هر وسیله‌ای (رسانا، مقاومت یا هر وسیله الکتریکی) وقتی از قانون اهم پیروی می‌کند که مقاومت  $R$  آن، که با معادله ۲۲-۸ به صورت  $V/i$  تعریف می‌شود، مستقل از اختلاف پتانسیل  $V$  اعمال شده باشد. یک ماده معین زمانی از قانون اهم پیروی می‌کند که مقاومت ویژه آن که با معادله ۲۲-۱۰ تعریف می‌شود، مستقل از بزرگی و جهت میدان الکتریکی اعمال شده  $\vec{E}$  باشد.

**مقاومت ویژه فلز** با فرض اینکه الکترونها رسانش در فلز مانند مولکولهای گاز می‌توانند آزادانه حرکت کنند، برای مقاومت ویژه آن فلز می‌توان عبارت زیر را به دست آورد

$$\rho = \frac{m}{e^2 n \tau} \quad (25-22)$$

در اینجا  $n$  تعداد الکترونها آزاد بر یکای حجم و  $\tau$  متوسط زمان بین برخوردهای یک الکترون با اتمهای فلز است. با توجه به اینکه  $\tau$  اصولاً از بزرگی  $E$  میدان الکتریکی اعمال شده به یک فلز مستقل است، می‌توان علت پیروی کردن فلزها از قانون اهم را توضیح داد.

**توان** توان  $P$ ، یا آهنگ تبدیل انرژی، در یک وسیله الکتریکی که اختلاف پتانسیل  $V$  به دو سر آن اعمال شده برابر است با

$$P = iV \quad (\text{آهنگ تبدیل انرژی الکتریکی}) \quad (26-22)$$

**اتلاف مقاومتی توان** اگر وسیله مورد نظر مقاومت باشد، معادله ۲۲-۲۶ را می‌توان به این صورت نوشت

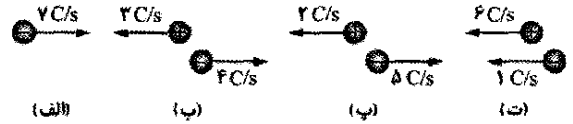
$$P = i^2 R = \frac{V^2}{R} \quad (\text{اتلاف مقاومتی}) \quad (27-22 \text{ و } 28-22)$$

در یک مقاومت، انرژی پتانسیل الکتریکی از طریق برخوردهای بین حاملهای بار و اتمها به انرژی گرمایی درونی تبدیل می‌شود. **نیمرساناها** نیمرساناها موادی هستند که الکترونها رسانش اندکی دارند ولی وقتی با اتمهای دیگری که دارای الکترونها آزاد هستند آلائیده شوند رسانا می‌شوند.

**ابر رساناها** ابر رساناها موادی هستند که تمام مقاومت الکتریکی خود را در دماهای پایین از دست می‌دهند. در پژوهشهای اخیر موادی کشف شده‌اند که با شگفتی در دماهای بالا ابر رسانا

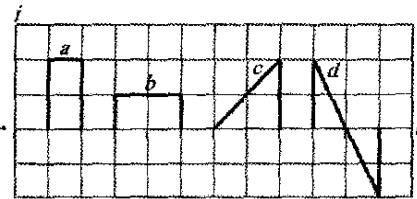
## پرسشها

۱- شکل ۲۲-۱۶ چهار وضعیت را که در آن بارهای مثبت و منفی به طور افقی حرکت می‌کنند و آهنگ حرکت هر بار را نشان می‌دهد. این وضعیتها را به ترتیب بزرگی جریان مؤثری که از این ناحیه‌ها می‌گذرد مرتب کنید.



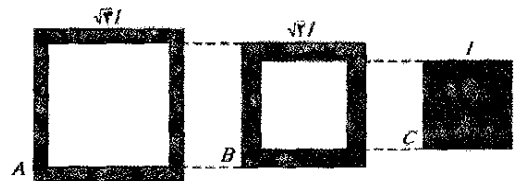
شکل ۲۲-۱۶ پرسش ۱

۲- شکل ۲۲-۱۷ نمودارهای جریان  $i$  را که از مقطع یک سیم می‌گذرد، در چهار دوره زمانی مختلف نشان می‌دهد. این دوره‌ها را به ترتیب بزرگی بار خالصی که در هر دوره از مقطع می‌گذرد مرتب کنید.



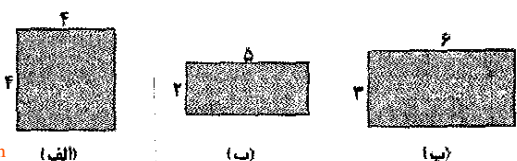
شکل ۲۲-۱۷ پرسش ۲

۳- شکل ۲۲-۱۸ سطح مقطع سه رسانای بلند مربعی شکل را با طول و جنس یکسان با مقدار طول ضلعها نشان می‌دهد. رسانای  $B$  به راحتی داخل رسانای  $A$  و رسانای  $C$  به راحتی داخل رسانای  $B$  جا می‌گیرد. مقاومت آنها تا انتهای تک تک رساناها و ترکیبهای  $A+B$  (در داخل  $B$ )،  $B+C$  (در داخل  $C$ ) و  $A+B+C$  (در داخل  $A$ ) را به ترتیب بزرگی مرتب کنید.



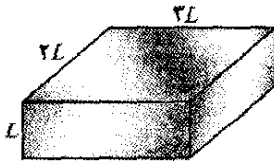
شکل ۲۲-۱۸ پرسش ۳

۴- شکل ۲۲-۱۹ مقطع سه سیم را با طول برابر و جنس یکسان نشان می‌دهد. در شکل طول هر ضلع برحسب میلی‌متر داده شده است. این سیمها را به ترتیب بزرگی مقاومتها آنها (که از یک سر تا سر دیگر سیم در راستای طول آن اندازه‌گیری می‌شود) مرتب کنید.



شکل ۲۲-۱۹ پرسش ۴

۵- شکل ۲۲-۲۰ یک رسانای مکعب مستطیلی توپر را به ضلعهای  $L$ ،  $2L$  و  $3L$  نشان می‌دهد. مانند شکل ۲۲-۸، ب، اختلاف پتانسیل  $V$  به جفت وجههای مقابل این رسانا به طور یکنواخت اعمال می‌شود. ابتدا  $V$  بین وجههای چپ-راست، سپس بین وجههای بالا-پایین، و سپس بین وجههای جلو-عقب اعمال می‌شود. این جفتها را به ترتیب (الف) بزرگی میدان الکتریکی درون رسانا، (ب) چگالی جریان درون رسانا، (پ) جریان عبوری از رسانا، (ت) تندی سوقی الکترونها، در رسانا مرتب کنید.

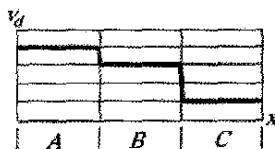


شکل ۲۲-۲۰ پرسش ۵

۶- جدول زیر طول سه میله مسی، قطر آنها و اختلاف پتانسیل بین دو سر آنها را نشان می‌دهد. میله‌ها را به ترتیب بزرگی (الف) میدان الکتریکی داخل آنها، (ب) چگالی جریان داخل آنها و (پ) تندی سوقی الکترونها که از آنها می‌گذرد، مرتب کنید.

میل	طول	قطر	اختلاف پتانسیل
۱	$L$	$3d$	$V$
۲	$2L$	$d$	$2V$
۳	$3L$	$2d$	$2V$

۷- شکل ۲۲-۲۱ تندی سوقی  $v_d$  الکترونها را نشان می‌دهد. سیم مسی را برحسب مکان  $x$  در طول سیم نشان می‌دهد. سیم سه بخش دارد که شعاع آنها متفاوت است. این سه بخش را به ترتیب بزرگی کمیت‌های زیر مرتب کنید: (الف) شعاع، (ب) تعداد الکترونها را نشان بر متر مکعب، (پ) بزرگی میدان الکتریکی، (ت) رسانایی.



شکل ۲۲-۲۱ پرسش ۷

۸- سه سیم با قطر یکسان به نوبت بین دو نقطه با اختلاف پتانسیل ثابت بسته می‌شوند. مقاومت ویژه و طول (سیم  $A$ ) برابر با  $\rho$  و  $L$  و (سیم  $B$ ) برابر با  $1/2\rho$  و  $1/2L$  و (سیم  $C$ ) برابر با  $9/5\rho$  و  $L$  است. این سیمها را به ترتیب بزرگی آهنگ تبدیل انرژی گرمایی در داخل آنها مرتب کنید.

۲۲-۲۲ پتانسیل الکتریکی  $V(x)$  را برحسب مکان  $x$  در مرجع دانشجویان و مهندسان یک سیم مسی حامل جریان نشان می‌دهد. این سیم سه

تسمه بار را با آهنگ  $100 \mu A$  به داخل کره منتقل می‌کند. چگالی سطحی بار روی تسمه را محاسبه کنید.

### بخش ۲۲-۳ چگالی جریان

۴۰ جریان کوچک ولی قابل اندازه‌گیری  $A \times 10^{-10} \times 1/2$  در یک سیم مسی به قطر  $2/5 \text{ mm}$  برقرار است. تعداد حاملهای بار بر یکای حجم  $m^{-3} \times 10^{28} \times 8/49$  است. با فرض اینکه جریان یکنواخت باشد، (الف) چگالی جریان و (ب) تندی سوقی الکترون را محاسبه کنید.

۵۰ فیوز یک مدار الکتریکی سیمی است که چنان طراحی شده که اگر جریان از یک مقدار پیش‌بینی شده بیشتر شود ذوب می‌شود و مدار را باز می‌کند. فرض کنید که وقتی چگالی جریان به بیش از  $440 \text{ A/cm}^2$  می‌رسد ماده به کار رفته در فیوز ذوب می‌شود. قطر یک سیم استوانه‌ای که برای محدود کردن جریان به  $50 \text{ A}$  در فیوز به کار می‌رود، باید چقدر باشد؟

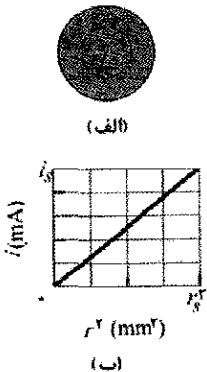
۶۰ سازمان ملی کدگذاری الکتریکی (امریکا)، بیشینه جریانه‌های مجاز برای سیمهای مسی با روکش لاستیکی با قطرهای مختلف را تعیین می‌کند، که در جدول زیر (بخشی) از آن داده شده است. چگالی جریان مجاز را برحسب تابعی از قطر رسم کنید. کدام شماره سیم دارای بیشترین چگالی جریان مجاز است؟ (شماره سیستم نشان دهنده قطر سیم و  $1 \text{ mil} = 10^{-3} \text{ in}$  است)

شماره سیم	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
قطر، میل	۲۰۴	۱۶۲	۱۲۹	۱۰۲	۸۱	۶۴	۵۱	۴۰
جریان مجاز، A	۷۰	۵۰	۳۵	۲۵	۲۰	۱۵	۶	۳

۷۰- باریکه‌ای شامل  $2/0 \times 10^8$  یون مثبت دو بار یونیده در هر سانتی متر مکعب است که همگی آنها با تندی  $1/0 \times 10^6 \text{ m/s}$  به سوی شمال حرکت می‌کنند. (الف) بزرگی و (ب) جهت چگالی جریان  $\vec{J}$  چیست؟ (پ) به چه کمیت دیگری برای محاسبه جریان کل  $I$  در این باریکه یونی نیاز دارید؟ SSM WWW

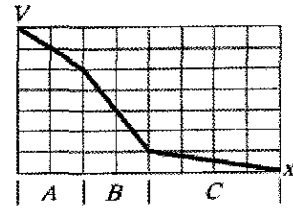
۸۰- یک سیم استوانه‌ای معین حامل جریان است. دایره‌ای به شعاع  $r$  نسبت به محور مرکزی آن در شکل ۲۲-۲۴ الف رسم می‌کنیم و می‌خواهیم جریان  $i$  داخل دایره را تعیین کنیم. شکل ۲۲-۲۴ ب جریان  $i$  را برحسب تابعی از  $r^2$  نشان می‌دهد.

مقیاس محور قائم با  $i_s = 4/0 \text{ mA}$  و  $i_s = 4/0 \text{ mm}$  مشخص شده است. (الف) آیا چگالی جریان یکنواخت است؟ (ب) اگر این طور است بزرگی آن چقدر است؟



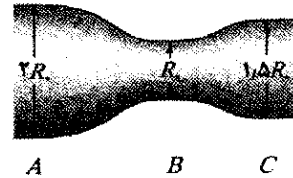
شکل ۲۲-۲۴ مسئله ۸

بخش دارد که شعاع آنها متفاوت است. این سه بخش را به ترتیب بزرگی (الف) میدان الکتریکی و (ب) چگالی جریان، مرتب کنید.



شکل ۲۲-۲۲ پرسش ۹

۱۰- در شکل ۲۲-۲۳ سیم حامل جریان سه بخش دارد که شعاعهای آنها متفاوت است. این بخشها را به ترتیب بزرگی کمیت‌های زیر مرتب کنید: (الف) جریان، (ب) بزرگی چگالی جریان و (پ) بزرگی میدان الکتریکی.



شکل ۲۲-۲۳ پرسش ۱۰

## مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها  
WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.  
••••• تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرنده فیزیک و در [flyingcircusofphysics.com](http://www.flyingcircusofphysics.com) قابل دسترس است.

### بخش ۲۲-۲ جریان الکتریکی

۱۰- در مدت  $4/0 \text{ min}$  جریان  $5/0 \text{ A}$  در سیمی برقرار می‌شود، در این مدت از هر مقطع سیم (الف) چند کولن و (ب) چند الکترون، می‌گذرد؟

۲۰۰- شعاع کره‌ای رسانا و منزوی  $100 \text{ cm}$  است. سیمی جریان  $20 \text{ A}$  را به کره می‌رساند و سیم دیگری یک جریان  $10 \text{ A}$  را از آن خارج می‌کند. افزایش پتانسیل به اندازه  $1000 \text{ V}$  چقدر طول می‌کشد؟ SSM

۳۰۰- تسمه باردار به پهنای  $50 \text{ cm}$ ، در بین مولد بار

الکتریکی و کره‌ای با سرعت  $30 \text{ m/s}$  حرکت می‌کند. [www iran-mavad.com](http://www iran-mavad.com)  
مرجع دانشجویان و مهندسی مواد

اعمال می‌شود. (الف) جریان در سیم چقدر است؟ (ب) بزرگی چگالی جریان چقدر است؟ (پ) مقاومت ویژه ماده سیم را محاسبه کنید. (ت) با استفاده از جدول ۱-۲۲ جنس سیم را مشخص کنید.

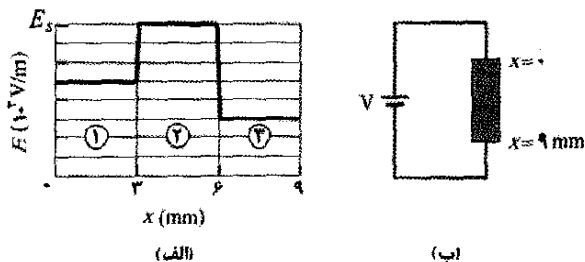
۱۷۰- قطر یک سیم رسانا  $1/5 \text{ mm}$ ، طول آن  $2/5 \text{ m}$  و مقاومت آن  $50 \text{ m}\Omega$  است. مقاومت ویژه ماده آن چقدر است؟  
۱۸۰- مقاومت سیمی برابر با  $R$  است. مقاومت سیم دیگری که از همان جنس ساخته شده و طول و قطر آن نصف شده باشد، چقدر است؟

۱۹۰- پیچهای از  $250$  دور سیم مسی نمره ۱۶ (قطر  $1/3 \text{ mm}$ ) به صورت یک لایه دور استوانه‌ای به شعاع  $12 \text{ cm}$  تشکیل شده است. مقاومت این پیچه چقدر است؟ ضخامت عایق بندی قابل چشمپوشی است (از جدول ۱-۲۲ استفاده کنید). SSM

۲۰۰- اگر جریانی به کوچکی  $50 \text{ mA}$  از نزدیکی قلب انسان عبور کند باعث مرگ ناشی از برق گرفتگی می‌شود. یک برقکار با دستهای عرق کرده با دو رسانایی که هریک را با یک دست نگهداشته است تماس کامل پیدا می‌کند. اگر مقاومت او برابر با  $2000 \Omega$  باشد، ولتاژ مرگبار چقدر است؟

۲۱۰۰- سیمی با مقاومت  $6/5 \Omega$  با دستگاه حدیده کشیده می‌شود به طوری که طول آن به سه برابر طول اولیه برسد. با فرض اینکه مقاومت ویژه و چگالی ماده تغییر نکند، مقاومت سیم بلندتر را پیدا کنید. ILW SSM

۲۲۰۰- شکل ۲۲-۲۵ الف بزرگی  $E(x)$  میدانهای الکتریکی را نشان می‌دهد که توسط یک باتری در میله‌ای مقاومت‌دار به طول  $9/00 \text{ mm}$  (شکل ۲۲-۲۴) برقرار شده است. مقیاس محور قائم با  $E_s = 4/00 \times 10^2 \text{ V/m}$  مشخص شده است. میله شامل سه بخش از یک جنس ولی با شعاعهای متفاوت است. (نمودار طرحوار شکل ۲۲-۲۴ ب شعاعهای متفاوت را مشخص نمی‌کند). شعاع بخش ۳ برابر  $2/50 \text{ mm}$  است. شعاع (الف) بخش ۱ و (ب) بخش ۲ چقدر است؟



شکل ۲۲-۲۵ مسئله ۲۲

۲۳۰۰- دو رسانا از یک جنس‌اند و طول آنها برابر است. رسانای  $A$  یک سیم توپر به قطر  $1/5 \text{ mm}$  است. رسانای  $B$  یک لوله تو خالی به قطر خارجی  $2/50 \text{ mm}$  و قطر داخلی  $1/5 \text{ mm}$  است. نسبت  $R_A/R_B$  که بین دو سر هریک اندازه‌گیری می‌شود چقدر است؟ WWW SSM

۹۰۰- چقدر طول می‌کشد تا الکترون‌ها از باتری اتومبیل به استارت موتور برسند؟ فرض کنید که جریان  $300 \text{ A}$  و الکترون‌ها از طریق سیم مسی با مساحت مقطع  $0.21 \text{ cm}^2$  و به طول  $0.85 \text{ m}$  حرکت می‌کنند. تعداد حاملهای بار بر یکای حجم  $10^{28} \text{ m}^{-3}$  است. ILW

۱۰۰۰- در نزدیکی سطح زمین، چگالی پروتون‌ها در باد خورشیدی (جریانی از ذره‌های گسیل شده از خورشید)  $8/70 \text{ cm}^{-3}$  و تندی آنها  $470 \text{ km/s}$  است. (الف) چگالی جریان این پروتون‌ها را پیدا کنید. (ب) اگر میدان مغناطیسی زمین اینها را منحرف نکند و پروتون‌ها به زمین برخورد کنند، در این صورت کل جریانی که زمین دریافت می‌کند چقدر است؟

۱۱۰۰- بزرگی  $J(r)$  چگالی جریان در یک سیم استوانه‌ای معین برحسب تابعی از فاصله شعاعی از مرکز مقطع سیم به صورت  $J(r) = Br$  است، که در آن  $r$  برحسب متر،  $J$  برحسب آمپر بر متر مربع و  $B = 2/00 \times 10^5 \text{ A/m}^2$  است. این تابع در خارج از شعاع  $2/50 \text{ mm}$  سیم برقرار است. اگر پهنای شعاعی حلقه  $10/5 \mu\text{m}$  و در فاصله شعاعی  $1/20 \text{ mm}$  واقع باشد، چقدر جریان در پهنای این حلقه هم مرکز با سیم وجود دارد؟

۱۲۰۰- بزرگی  $J$  چگالی جریان در سیم معینی با مقطع دایره‌ای به شعاع  $R = 2/50 \text{ mm}$  با  $J = (3/00 \times 10^8) r^2$  داده می‌شود، که در آن  $J$  برحسب آمپر بر متر مربع و  $r$  فاصله شعاعی برحسب متر است. چه جریانی از بخش بیرونی محدود شده به  $r = R$  و  $r = 9/00 R$  می‌گذرد؟

۱۳۰۰- اگر بزرگی چگالی جریان با (الف)  $J_a = J_0 r/R$  و (ب)  $J_b = J_0 (1 - r/R)$  داده شود، جریان در سیمی به شعاع  $R = 3/40 \text{ mm}$  چقدر است،  $r$  فاصله شعاعی و  $J_0 = 5/50 \times 10^4 \text{ A/m}^2$  است؟ (پ) چه عملکردی چگالی جریان را در نزدیکی سطح سیم بیشینه می‌کند؟

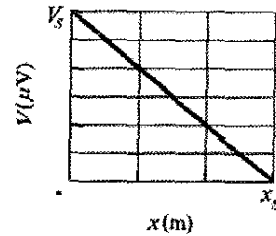
## بخش ۲۲-۴ مقاومت و مقاومت ویژه

۱۴۰- مس و آلومینیوم در خط انتقال ولتاژ بالا که باید حامل جریان  $60/5 \text{ A}$  باشد به کار گرفته می‌شوند. مقاومت بر یکای طول  $0.150 \Omega/\text{km}$  است. چگالیهای مس و آلومینیوم به ترتیب  $8960 \text{ kg/m}^3$  و  $2600 \text{ kg/m}^3$  است. (الف) بزرگی  $J$  چگالی جریان و (ب) جرم بر یکای طول  $\lambda$  را برای کابل مسی و (پ)  $J$  و (ت)  $\lambda$  را برای کابل آلومینیومی محاسبه کنید.

۱۵۰- طول سیمی از نیکروم (آلیاژی از نیکل-کروم-آهن که معمولاً در سیمهای گرم کننده به کار می‌رود)  $1/5 \text{ m}$  و مساحت مقطع آن  $1/5 \text{ mm}^2$  است. هرگاه اختلاف پتانسیل اعمال شده بین دو سر آن  $2/5 \text{ V}$  باشد، جریان  $4/5 \text{ A}$  از آن می‌گذرد. رسانندگی  $\sigma$  نیکروم را محاسبه کنید.

۱۶۰- مقاومت سیمی به طول  $4/50 \text{ m}$  و قطر  $6/50 \text{ mm}$  برابر با  $15/5 \text{ m}\Omega$  است. اختلاف پتانسیل  $23/5 \text{ V}$  به دو سر آن

۲۴۰۰- شکل ۲۲-۲۶ پتانسیل الکتریکی  $V(x)$  را در راستای یک سیم مسی حامل جریان یکنواخت، از نقطه با پتانسیل بالای  $V_s = 12/0 \mu V$  در  $x=0$  تا نقطه با پتانسیل صفر در  $x_s = 3/0 m$  نشان می‌دهد. شعاع سیم  $2/00 mm$  است. جریان در سیم چقدر است؟



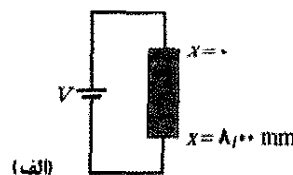
شکل ۲۶-۲۲ مسئله ۲۲

۲۵۰۰- یک لامپ فلاش معمولی در  $0/30 A$  و  $2/9 V$  (مقدارهای جریان و ولتاژ در شرایط کاری) کار می‌کند. اگر مقاومت رشته تنگستن در دمای اتاق ( $20^\circ C$ )  $1/1 \Omega$  باشد، دمای رشته در هنگام روشن بودن چقدر است؟

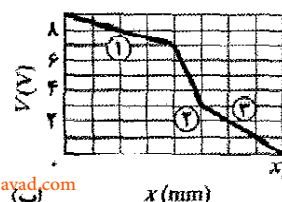
۲۶۰۰- پرواز بادبادک در توفان، این کار برجسته که بنیامین فرانکلین بادبادکی را موقع شروع توفان به پرواز درآورد فقط کاری بزرگ است- او نه احمق بود و نه می‌خواست خودکشی کند. فرض کنید شعاع نخ بادبادک  $2/00 mm$  و به طور مستقیم تا  $0/800 km$  امتداد داشته و با لایه‌ای از آب به ضخامت  $0/500 mm$  که مقاومت ویژه آن  $150 \Omega \cdot m$  است پوشیده شده باشد. اگر اختلاف پتانسیل بین دو انتهای نخ  $160 MV$  باشد، چه جریانی از لایه آب می‌گذرد؟ خطر در این جریان نیست ولی احتمال دارد این نخ آذرخشی را که می‌تواند جریانی به بزرگی  $500000 A$  را داشته باشد به خود بکشد. (ورای آن است که فقط مرگبار باشد)

۲۷۰۰- یک اختلاف پتانسیل  $3/00 nV$  در دو سر یک سیم مسی به طول  $2/00 cm$  و شعاع  $2/00 mm$  برقرار می‌شود. چقدر بار از طریق مقطع سیم در  $3/00 ms$  سوق داده می‌شود؟

۲۸۰۰- در شکل ۲۲-۲۷ الف، یک باتری  $9/00 V$  به یک مقاومت به شکل نوار متصل شده است که دارای سه بخش با



(الف)

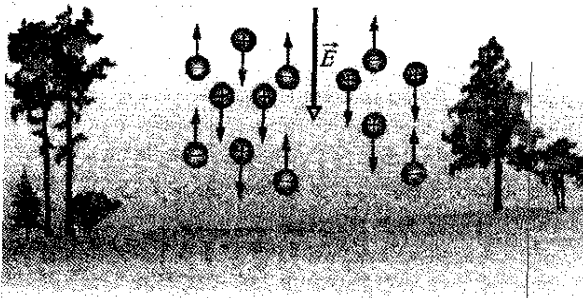


(ب)

شکل ۲۷-۲۲ مسئله ۲۸

۲۹۰۰- هرگاه  $115 V$  به سیمی که طول آن  $10 m$  و شعاع آن  $0/30 mm$  است اعمال شود، چگالی جریان برابر با  $1/4 \times 10^4 A/m^2$  می‌شود. مقاومت ویژه سیم را پیدا کنید.

۳۰۰۰- در جو نزدیک سطح زمین یونهای منفی و مثبت وجود دارند که به وسیله عنصرهای پرتوزای موجود در خاک و پرتوهای کیهانی فضا ایجاد شده‌اند. در یک ناحیه معین جو، شدت میدان الکتریکی  $120 V/m$  و در جهت قائم رو به پایین است. این میدان سبب می‌شود یونهای مثبت یک بار یونیده، با چگالی  $620 cm^{-3}$  رو به پایین و یونهای منفی یک بار یونیده، با چگالی  $550 cm^{-3}$  رو به بالا رانده شوند (شکل ۲۲-۲۸). رسانندگی ویژه اندازه‌گیری شده هوا در این ناحیه برابر با  $(\Omega \cdot m)^{-1} 2/70 \times 10^{-14}$  است. (الف) بزرگی چگالی جریان و (ب) تندی سوقی یونها را با فرض اینکه برای یونهای مثبت و منفی یکسان است محاسبه کنید.



شکل ۲۸-۲۲ مسئله ۳۰

۳۱۰۰- مساحت مقطع عرضی قطعه‌ای به شکل مستطیل توپر برابر با  $3/50 cm^2$ ، و طول از جلو تا عقب  $15/8 cm$  و مقاومت آن  $935 \Omega$  است. این قطعه از ماده‌ای است که  $5/33 \times 10^{22}$  الکترون رسانشی بر متر مکعب دارد. بین عقب و جلو آن اختلاف پتانسیل  $35/8 V$  برقرار شده است. (الف) جریان در قطعه چقدر است؟ (ب) اگر چگالی جریان یکنواخت باشد، مقدار آن چقدر است؟ (پ) تندی سوقی الکترونهای رسانشی چقدر است؟ (ت) بزرگی میدان الکتریکی در قطعه چقدر است؟

۳۲۰۰- اگر شماره سیمی ۶ عدد زیاد شود، قطر آن نصف می‌شود؛ اگر شماره سیم به اندازه ۱ افزایش یابد، قطر با ضریب  $2^{1/6}$  کم می‌شود، (به جدول مسئله ۴ نگاه کنید). با دانستن این، و با دانستن اینکه  $1000 ft$  از یک سیم شماره ۱۰ دارای مقاومت تقریبی  $1/00 \Omega$  است، مقاومت  $25 ft$  از سیم مسی با شماره ۲۲ را برآورد کنید.

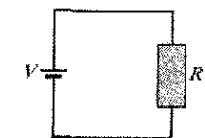
۳۳۰۰- یک کابل الکتریکی  $125$  رشته سیم نازک دارد که مقاومت هر یک  $2/65 \mu \Omega$  است. اختلاف پتانسیل یکسانی بین سر همه رشته‌ها اعمال و جریان کل  $0/750 A$  حاصل می‌شود. (الف) جریان در هر رشته چقدر است؟ (ب) اختلاف

### بخش ۲۲-۶ تگرش میکروسکوپی قانون اهم

۳۷۰۰- بر اساس مدل الکترون آزاد رسانش الکتریکی در فلزها و فیزیک کلاسیک، نشان دهید که مقاومت ویژه فلزها با  $\sqrt{T}$  متناسب است، که  $T$  دما برحسب کلوین است. (به معادله ۱۵-۳۱ نگاه کنید.)

### بخش ۲۲-۷ توان در مدارهای الکتریکی

۳۸۰- دانشجویی رادیوی  $9.0V$  و  $7.0W$  خود را از ساعت  $9.00$  صبح تا  $2.00$  بعد از ظهر با بلندترین صدا روشن نگه می‌دارد. در این مدت چقدر بار وارد رادیو شده است؟  
 ۳۹۰- اختلاف پتانسیل  $120V$  به یک بخاری برقی که در حالت روشن مقاومت آن  $14\Omega$  است اعمال می‌شود. (الف) با چه آهنگی انرژی الکتریکی به گرما تبدیل می‌شود؟ (ب) به ازای هر کیلو وات ساعت (kW.h) برابر با  $0.05$  دلار، کارکرد وسیله به مدت  $5.0h$  چه هزینه‌ای خواهد داشت؟ SSM  
 ۴۰۰- در شکل ۲۲-۳۲، باتری با اختلاف پتانسیل  $V = 12V$  به نواری با مقاومت  $R = 6.0\Omega$  متصل شده است. وقتی الکترونی از یک سر نوار به سر دیگر آن حرکت کند، (الف) در چه جهتی در شکل الکترونها حرکت می‌کنند، (ب) توسط میدان الکتریکی داخل نوار چقدر کار روی الکترون انجام می‌گیرد و (پ) توسط الکترون چقدر انرژی به انرژی گرمایی نوار تبدیل می‌شود؟



شکل ۲۲-۳۲ مسئله ۴۰

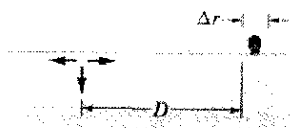
۴۱۰- مقاومت نامعلومی به پایانه‌های یک باتری  $3.00$  ولتی بسته شده است. انرژی با آهنگ  $0.540W$  در مقاومت تلف می‌شود. سپس همین مقاومت به یک باتری  $1.50$  ولتی بسته می‌شود. اکنون انرژی با چه آهنگی تلف می‌شود؟ ILW  
 ۴۲۰- انرژی گرمایی در یک مقاومت با آهنگ  $100W$  به هنگام عبور جریان  $3.00A$  از آن ایجاد می‌شود. مقاومت آن چقدر است؟

۴۳۰- یک بخاری تابشی  $1250$  واتی برای عمل در  $115V$  ساخته شده است. (الف) جریان در بخاری موقع کار چقدر خواهد بود؟ (ب) مقاومت پیچ بخاری چقدر است؟ (پ) چقدر انرژی گرمایی در  $1.0h$  توسط بخاری ایجاد می‌شود؟ ILW SSM

۴۴۰- در شکل ۲۲-۳۳ الف مقاومت  $20\Omega$  به باتری وصل شده است. شکل ۲۲-۳۵ ب افزایش انرژی گرمایی  $E_{th}$  در مقاومت را برحسب تابعی از زمان  $t$  نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با  $E_{th,0} = 2.50mJ$  و مقیاس محور افقی با  $t_s = 4.0s$  مشخص شده است. اختلاف پتانسیل دو سر باتری چقدر است؟

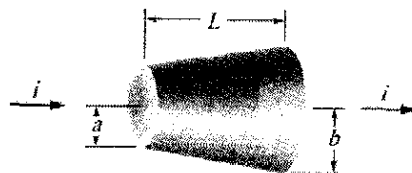
پتانسیل اعمال شده چقدر است؟ (پ) مقاومت کابل چقدر است؟

۳۴۰۰- شنا در توفان. شکل ۲۲-۲۹ شناگری را در فاصله  $D = 35.0m$  از محل آذرخش با آب را نشان می‌دهد که جریان آن  $78kA$  است. مقاومت ویژه آب  $30\Omega.m$ ، پهنای شناگر در راستای خط شعاعی از محل اصابت  $0.70m$  و مقاومت او در این پهنای  $400K\Omega$  است. فرض کنید جریان روی آب در کره‌ای به مرکز محل اصابت پخش می‌شود. چه جریانی از شناگر می‌گذرد؟



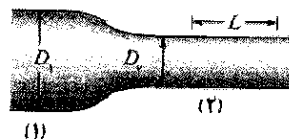
شکل ۲۲-۲۹ مسئله ۳۴

۳۵۰۰۰- در شکل ۲۲-۳۰، در مخروط ناقصی با مقطع دایره‌ای و با مقاومت ویژه  $731\Omega.m$  جریانی برقرار شده است. شعاع سمت چپ  $a = 2.00mm$  و شعاع سمت راست  $b = 2.30mm$  و طول آن  $L = 1.94cm$  است. فرض کنید که چگالی جریان در هر مقطعی عمود بر طول یکنواخت باشد. مقاومت مخروط چقدر است؟ WWW SSM



شکل ۲۲-۳۰ مسئله ۳۵

۳۶۰۰۰- شکل ۲۲-۳۱ در بخش ۱ سیمی به قطر  $D_1 = 4.00R$  و در بخش ۲ سیمی به قطر  $D_2 = 2.00R$  را نشان می‌دهد که با باریک شدن تدریجی به هم متصل شده‌اند. سیم از مس است و جریانی از آن می‌گذرد. فرض کنید که جریان به طور یکنواخت در هر سطح مقطعی در پهنای سیم توزیع شده است. اختلاف پتانسیل الکتریکی  $V$  در طول  $L = 2.00m$  نشان داده شده در بخش ۲ برابر با  $10.0\mu V$  است. تعداد حاملهای بار بریکای حجم برابر با  $8.49 \times 10^{28} m^{-3}$  است. تندی سوقی الکترونهاي بخش ۱ چقدر است؟



شکل ۲۲-۳۱ پرسش ۳۶



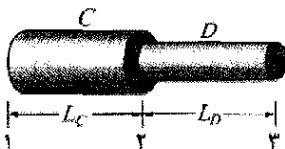
۴۹۰۰- یک عنصر گرم کننده با قراردادن اختلاف پتانسیل  $75/0\text{ V}$  در دو سر طولی از یک سیم نیکرومی با مقطع  $2/60 \times 10^{-6}\text{ m}^2$  ایجاد شده است. مقاومت ویژه نیکروم برابر با  $5/00 \times 10^{-7}\text{ }\Omega\cdot\text{m}$  است. (الف) اگر توان تلف شده در این عنصر  $5000\text{ W}$  باشد، طول آن چقدر است؟ (ب) اگر  $100\text{ V}$  برای به دست آوردن همان آهنگ توان تلف شده به کار رود، طول آن باید چقدر باشد؟

۵۰۰۰- بزرگی چگالی جریان در یک سیم دایره‌ای معین  $r^2 J = (2/75 \times 10^{10}\text{ A/m}^2) r^2$  است، که در آن  $r$  فاصله شعاعی رو به بیرون سیم به شعاع  $3/00\text{ mm}$  است. پتانسیل اعمال شده بر سیم (در دو سر)  $60/0\text{ V}$  است. در مدت  $1/00\text{ h}$  چقدر انرژی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود؟

۵۱۰۰- یک لامپ روشنایی  $100\text{ W}$  به برق استاندارد  $120\text{ V}$  وصل شده است. (الف) در مدت  $31$  روز یک ماه در صورت روشن ماندن پیوسته لامپ چقدر هزینه آن می‌شود؟ فرض کنید یک کیلووات ساعت انرژی الکتریکی  $0/06$  دلار قیمت دارد. (ب) مقاومت لامپ چقدر است؟ (پ) جریان لامپ چقدر است؟

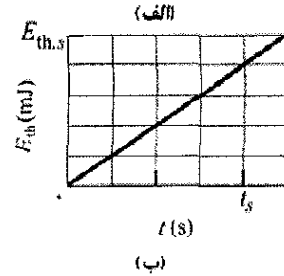
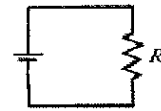
۵۲۰۰- جریان  $2/00\text{ A}$  به طور یکنواخت در مساحت مقطع یک سیم مسی با سطح مقطع  $2/00 \times 10^{-6}\text{ m}^2$  و طول  $4/00\text{ m}$  توزیع شده است. (الف) بزرگی میدان الکتریکی و طول سیم چقدر است؟ (ب) در مدت  $30\text{ min}$  چقدر انرژی الکتریکی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود؟ SSM

۵۳۰۰- سیم  $C$  و سیم  $D$  از مواد مختلف ساخته شده‌اند و طول آنها  $L_C = L_D = 1/0\text{ m}$  است. مقاومت ویژه و قطر سیم  $C$ ،  $1/0 \times 10^{-6}\text{ }\Omega\cdot\text{m}$  و  $2/0 \times 10^{-6}\text{ }\Omega\cdot\text{m}$  و برای سیم  $D$ ،  $5/0\text{ mm}$  و  $0/50\text{ mm}$  است. این سیمها مانند شکل ۲۲-۳۵ به هم وصل شده‌اند و جریان  $2/0\text{ A}$  از آنها می‌گذرد. اختلاف پتانسیل الکتریکی بین (الف) نقطه‌های ۱ و ۲ و (ب) نقطه‌های ۲ و ۳ چقدر است؟ آهنگ اتلاف انرژی بین (پ) نقطه‌های ۱ و ۲ و (ت) نقطه‌های ۲ و ۳ چقدر است؟



شکل ۲۲-۳۵ مسئله ۵۳

۵۴۰۰۰- شکل ۲۲-۳۶ الف میله مقاومت داری را نشان می‌دهد. مقاومت بریکای طول میله در جهت مثبت محور  $x$  افزایش می‌یابد. در هر نقطه  $x$  در طول میله، مقاومت  $dR$  قسمت باریکی (دیفرانسیالی) با پهنای  $dx$  با  $dR = 5/00 \times dx$  داده می‌شود که  $dR$  برحسب اهم و  $x$  برحسب متر است. شکل ۲۲-۳۶ ب این قسمت باریک را نشان می‌دهد. طولی از میله از



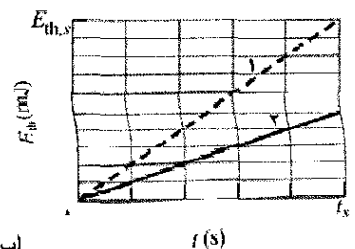
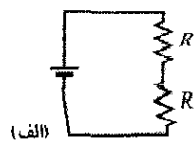
شکل ۲۲-۳۳ مسئله ۴۴

۴۵۰۰- در یک اجاق داغ برای پخت سوسیس با اعمال یک اختلاف پتانسیل  $120\text{ V}$  به دو سر اجاق و به کمک انرژی گرمایی ایجاد شده در آن، سوسیس می‌پزد. جریان  $10/0\text{ A}$  و انرژی لازم برای پختن یک سوسیس  $60/0\text{ kJ}$  است. اگر آهنگ انرژی اعمال شده تغییر نکند، چقدر طول می‌کشد تا سه سوسیس به طور همزمان بپزد؟

۴۶۰۰- از هم پاشیدن کفشها، کفشهای باران جذب کرده شخصی ممکن است بر اثر عبور جریان از نزدیکی بخار آب حاصل از آذرخش از هم بپاشد. تبدیل ناگهانی آب به بخار آب موجب می‌شود که انبساط بسیار زیادی رخ دهد و کفشها از هم بپاشند. چگالی آب  $1000\text{ kg/m}^3$  است و به  $233\text{ kJ/kg}$  انرژی برای تبخیر نیاز دارد. اگر جریان افقی  $2/00\text{ ms}$  طول بکشد و با آب با مقاومت ویژه  $150\text{ }\Omega\cdot\text{m}$  به طول  $12/0\text{ cm}$  و مقطع عمودی با مساحت  $15 \times 10^{-5}\text{ m}^2$  مواجه شود، میانگین جریان لازم برای تبخیر آب چقدر است؟

۴۷۰۰- اختلاف پتانسیل  $120\text{ V}$  به یک بخاری برقی که در ضمن کار  $500\text{ W}$  مصرف می‌کند اعمال می‌شود. (الف) مقاومت بخاری در موقع کار کردن چقدر است؟ (ب) با چه آهنگی الکترونها از هر مقطعی از عنصر گرم کننده می‌گذرند؟

۴۸۰۰- جریانی که از باتری و مقاومت‌های ۱ و ۲ در شکل ۲۲-۳۴ الف می‌گذرد برابر با  $2/00\text{ A}$  است. انرژی از جریان به صورت انرژی گرمایی  $E_{th}$  در دو مقاومت تبدیل می‌شود. منحنیهای ۱ و ۲ در شکل ۲۲-۳۴ ب انرژی گرمایی  $E_{th}$  را به ترتیب برای مقاومت‌های ۱ و ۲ برحسب تابعی از زمان  $t$  نشان می‌دهند. مقیاس محور قائم با  $E_{th,s} = 40/0\text{ mJ}$  و مقیاس محور افقی با  $t_s = 5/00\text{ s}$  مشخص شده است. توان باتری چقدر است؟



شکل ۲۲-۳۴ مسئله ۴۸

گرد در کجاست: در گرد داخل پاتیل در حال تخلیه (مسئله ۵۰ فصل ۲۱)، در داخل لوله، یا در خروجی لوله درون مخزن؟

۵۷- یک بخاری  $500\text{ W}$  طوری طراحی شده است که با اختلاف پتانسیل اعمالی  $115\text{ V}$  کار کند. (الف) اگر اختلاف پتانسیل اعمال شده به  $110\text{ V}$  برسد، خروجی گرما چند درصد کاهش می‌یابد؟ فرض کنید مقاومت تغییر نمی‌کند. (ب) اگر تغییر مقاومت با دما را در نظر بگیرید، آیا کاهش در خروجی گرما بیشتر از مقدار محاسبه شده در (الف) می‌شود یا کمتر؟

۵۸- اختلاف پتانسیل  $1/20\text{ V}$  به طول  $33/0\text{ m}$  از سیم مسی شماره ۱۸ (به قطر  $0/0400\text{ in}$ ) اعمال می‌شود. مطلوب است (الف) جریان، (ب) بزرگی چگالی جریان، (پ) بزرگی میدان الکتریکی داخل سیم و (ت) آهنگ انرژی گرمایی که در سیم ظاهر می‌شود.

۵۹- یک گرمکن نیکرومی به هنگام اعمال اختلاف پتانسیل  $110\text{ V}$  و وقتی دمای سیم  $800^\circ\text{C}$  است  $500\text{ W}$  تلف می‌کند. اگر با فرو بردن سیم در یک حمام روغن سرد کننده دمای آن در  $200^\circ\text{C}$  نگهداشته شود، آهنگ اتلاف چقدر می‌شود؟ اختلاف پتانسیل اعمال شده یکسان و  $\alpha$  برای نیکروم در  $800^\circ\text{C}$  برابر با  $4/0 \times 10^{-2}\text{ K}^{-1}$  است.

۶۰- طول یک میله آلومینیومی با مقطع مربعی  $1/3\text{ m}$  و طول ضلع آن  $5/2\text{ mm}$  است. (الف) مقاومت دو سر آن چقدر است؟ (ب) اگر مقاومت یک میله استوانه‌ای مسی به طول  $1/3\text{ m}$  یکسان با میله آلومینیومی باشد، قطر آن باید چقدر باشد؟

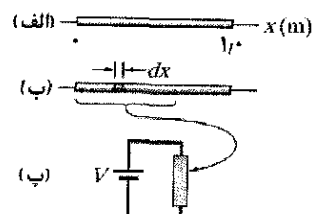
۶۱- طول یک میله استوانه‌ای فلزی  $1/60\text{ m}$  و قطر آن  $5/50\text{ mm}$  است. مقاومت بین دو سر آن (در  $20^\circ\text{C}$ )  $1/09 \times 10^{-3}\ \Omega$  است. (الف) ماده میله چیست؟ (ب) قرص گردی به قطر  $2/00\text{ cm}$  و ضخامت  $1/00\text{ mm}$  از همان ماده ساخته شده است. با فرض اینکه هر صفحه یک سطح هم پتانسیل است، مقاومت بین صفحه‌های گرد چقدر است؟

۶۲- یک مقاومت استوانه‌ای به شعاع  $5/0\text{ mm}$  و طول  $2/0\text{ cm}$  از ماده‌ای با مقاومت ویژه  $3/5 \times 10^{-5}\ \Omega \cdot \text{m}$  ساخته شده است. وقتی آهنگ اتلاف انرژی در مقاومت  $1/0\text{ W}$  باشد، (الف) بزرگی چگالی جریان و (ب) اختلاف پتانسیل چقدر است؟

۶۳- اختلاف پتانسیل  $V$  بر سیمی با مساحت مقطع  $A$ ، طول  $L$  و مقاومت ویژه  $\rho$  اعمال شده است. اگر بخواهید اختلاف پتانسیل اعمال شده را تغییر دهید و سیم را بکشید به طوری که آهنگ اتلاف انرژی  $3/0$  برابر و جریان  $4/00$  برابر شود، با فرض اینکه چگالی سیم تغییر نکند، (الف) نسبت طول جدید به  $L$  و (ب) نسبت مساحت مقطع جدید به  $A$  چقدر است؟

۶۴- چراغهای یک ماشین در حال حرکت نیازمند تقریباً  $10\text{ A}$  از یک مولد  $12$  ولتی است که توسط موتور تأمین می‌شود.

$x=0$  تا  $x=L$  را می‌بریم و این طول را به یک باتری با اختلاف پتانسیل  $V=5/0\text{ V}$  وصل می‌کنیم (شکل ۲۲-۳۱ پ). اگر جریان را در طولی از میله خواسته باشیم که انرژی را با آهنگ  $200\text{ W}$  به انرژی گرمایی تبدیل کند، در چه نقطه‌ای از  $x=L$  باید میله را ببریم؟



شکل ۲۲-۳۶ مسئله ۵۴

### مسئله‌های اضافی

۵۵- باریکه یکنواختی از ذره‌های آلفا ( $q=+2e$ ) که با انرژی جنبشی ثابت  $20\text{ MeV}$  حرکت می‌کند حامل جریان  $0/25\ \mu\text{A}$  است. (الف) اگر باریکه در راستای عمود بر یک سطح صاف باشد، در مدت  $3/0\text{ s}$  چند ذره آلفا به این سطح برخورد می‌کند؟ (ب) در یک طول  $20\text{ cm}$  از باریکه، در هر لحظه چند ذره آلفا وجود دارد؟ (پ) چه اختلاف پتانسیلی لازم است تا هر ذره آلفا را از حالت سکون شتاب دهد تا به انرژی  $20\text{ MeV}$  برسد؟

۵۶- رمز خورده شکلات. این داستان با مسئله ۵۶ در فصل ۱۹ شروع شد و در فصلهای ۲۰ و ۲۱ ادامه پیدا کرده است. گرد ریز شکلات از طریق لوله‌ای به شعاع  $R$  با تندی یکنواخت  $v$  و چگالی بار یکنواخت  $\rho$  وارد مخزن می‌شود. (الف) رابطه‌ای برای جریان  $i$  (آهنگی که بار روی گرد حرکت می‌کند) که عمود بر مقطع لوله می‌گذرد پیدا کنید. (ب)  $i$  را برای شرایط کارخانه محاسبه کنید: شعاع لوله  $R=5/0\text{ cm}$ ، تندی  $v=2/0\text{ m/s}$  و چگالی بار  $\rho=1/1 \times 10^{-2}\text{ C/m}^2$ .

اگر گرد بر اثر تغییر پتانسیل الکتریکی به اندازه  $V$  حرکت می‌کرد، انرژی آن با آهنگ  $P=iV$  به جرقه تبدیل می‌شد. (پ) آیا چنین تبدیلی در داخل لوله به واسطه اختلاف پتانسیل شعاعی بحث شده در مسئله ۶۰ فصل ۲۰ صورت می‌گیرد؟

وقتی گرد از لوله به داخل مخزن جریان می‌یابد، پتانسیل الکتریکی گرد تغییر می‌کند. بزرگی این تغییر دست کم برابر با اختلاف پتانسیل شعاعی در لوله است (همان‌طور که در مسئله ۶۴ فصل ۲۰ محاسبه شد). (ت) با فرض این مقدار برای اختلاف پتانسیل و با استفاده از جریان محاسبه شده در (ب)، آهنگ انرژی تبدیل شده از گرد به جرقه را وقتی که گرد لوله را تحریک می‌کند، پیدا کنید. (ث) اگر جرقه در خروجی گرد به مدت  $0/2\text{ s}$  رخ می‌دهد (مقدار مورد انتظار معقول)، چقدر انرژی به جرقه تبدیل می‌شود؟

از مسئله ۵۶ فصل ۱۹ کمینه انرژی تبدیل شده جهت ایجاد انفجار را  $150\text{ mJ}$  در نظر بگیرید. (ج) محتمل‌ترین محل انفجار

یا منفی؟ (ب) اگر خزیدن آن با تندی سوقی الکترونها انجام گیرد، چقدر طول می کشد تا هزار یا  $1/0\text{ cm}$  را طی کند؟ (تعداد حاملهای بار بر یکای حجم  $m^{-3} \times 10^{28} \times 8/49$  است.)

۷۵- (الف) در چه دمایی مقاومت یک رسانای مسی دو برابر مقاومت آن در  $20^\circ\text{C}$  می شود؟ ( $20/0^\circ\text{C}$  را به عنوان نقطه مرجع در معادله  $22-17$  در نظر بگیرید؛ پاسخ خود را با شکل  $22-10$  مقایسه کنید.) (ب) آیا این «دمای دو برابر» برای همه رساناهای مسی بدون توجه به شکل یا اندازه برقرار است؟

۷۶- مساحت مقطع یک ریل فولادی واگن شهری  $56/0\text{ cm}^2$  است. مقاومت  $10/0\text{ km}$  ریل چقدر است؟ مقاومت ویژه فولاد  $3/0 \times 10^{-7}\ \Omega\cdot\text{m}$  است.

فرض کنید کارایی مولد  $80\%$  است (توان الکتریکی خروجی آن  $80\%$  توان مکانیکی ورودی آن است). مقداراسب بخار موتور را که باید برای کار چراغها اعمال شود محاسبه کنید.

۶۵- ولتاژ دو سر وسیله ای با  $18/0\text{ W}$  برابر با  $9/00\text{ V}$  است. در مدت  $4/00\text{ h}$  چقدر بار از وسیله می گذرد؟

۶۶- اختلاف پتانسیل  $12\text{ V}$  بر یک سیم مسی (دایره ای) به طول  $45\text{ m}$  و شعاع  $2/0\text{ mm}$  اعمال می شود. چه مقدار انرژی گرمایی به وسیله جریان در مدت  $40\text{ s}$  تولید می شود؟

۶۷- چقدر انرژی در مدت  $2/00\text{ h}$  توسط یک مقاومت الکتریکی  $400\ \Omega$  به هنگام اعمال پتانسیل  $90/0\text{ V}$  مصرف می شود؟

۶۸- مقاومتی با اختلاف پتانسیل  $200\text{ V}$  در دو سر آن انرژی الکتریکی را با آهنگ  $3000\text{ W}$  به انرژی گرمایی تبدیل می کند. مقاومت آن چقدر است؟

۶۹- پیچهای از سیم نیکروم در مایعی غوطه ور شده است و جریانی از آن می گذرد (نیکروم آلیاژ نیکل - کروم - آهن است که عموماً در عنصرهای گرم کننده استفاده می شود). وقتی اختلاف پتانسیل پیچه  $12\text{ V}$  و جریانی که از آن می گذرد  $5/2\text{ A}$  باشد، مایع با آهنگ پایای  $21\text{ mg/s}$  تبخیر می شود. گرمای تبخیر مایع را محاسبه کنید. (به بخش  $14-8$  نگاه کنید.)

۷۰- وقتی یک اختلاف پتانسیل به قدر کافی زیاد به دو الکتروند یک لامپ تخلیه گازی اعمال شود، جریانی در آن برقرار می شود. گاز یونیده می شود؛ الکترونها به طرف پایانه مثبت و یونهای مثبت باردار به طرف پایانه منفی حرکت می کنند. (الف) در یک لامپ تخلیه هیدروژن که در آن  $3/1 \times 10^{18}$  الکترون و  $1/1 \times 10^{18}$  پروتون از مساحت مقطع هر بخش لوله می گذرند، جریان چقدر است؟ (ب) جهت چگالی جریان  $\vec{j}$  به طرف پایانه منفی است یا از آن دور می شود؟

۷۱- طول عنصر گرمکن  $2/0\text{ kW}$  یک خشک کننده  $80\text{ cm}$  است. اگر  $10\text{ cm}$  از آن برداشته شود، در  $120\text{ V}$  چه توانی توسط عنصر کوتاه شده مصرف می شود؟

۷۲- مقاومت سیم پیچهای مسی موتوری در  $20^\circ\text{C}$  وقتی که کار نمی کند  $30\ \Omega$  است. پس از اینکه موتور چند ساعت کار کند، مقاومت آن به  $58\ \Omega$  می رسد. اکنون دمای سیم پیچها چقدر است؟ از تغییرات در ابعاد سیم پیچها چشمپوشی کنید. (به جدول  $22-1$  نگاه کنید.)

۷۳- یک لامپ پرتو ایکس با جریان  $7/00\text{ mA}$  و اختلاف پتانسیل  $80/0\text{ kV}$  کار می کند. توان آن برحسب وات چقدر است؟

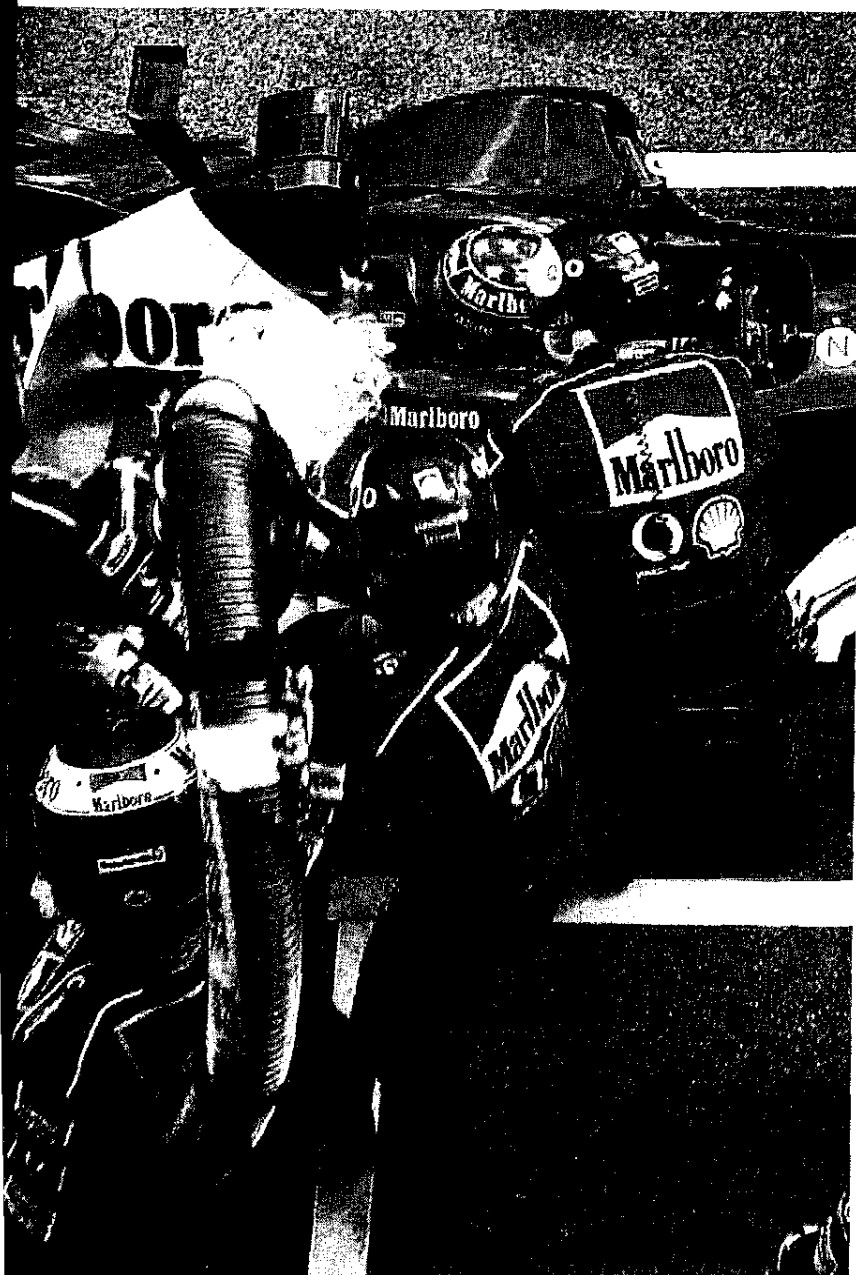
۷۴- هزارپایی به طول  $4/0\text{ cm}$  در جهت سوق الکترون در طول یک سیم مسی لخت به قطر  $5/2\text{ mm}$  که حامل جریان یکنواخت  $12\text{ A}$  است می خزد. (الف) اختلاف پتانسیل بین دو

سر هزارپا چقدر است؟ (ب) دم آن نسبت به سر آن مثبت است یا منفی؟

وقتی اتومبیل مسابقه برای خدمت رسانی از مسیر خارج می‌شود و در محل مخصوص توقف می‌کند، خدمهٔ بازدید کننده تمام تنظیمهای مورد نیاز اتومبیل و سوخت رسانی مجدد به آن را با سرعت انجام می‌دهند. خدمه به سرعت عمل خود می‌بالند چون حتی کسری از یک ثانیه تاخیر در حین این بازدید می‌تواند موجب شکست راننده در مسابقه شود. با این وجود، کار سریع سوخت رسانی می‌تواند خطر آفرین باشد، چون وقتی اتومبیل برای بازدید توقف می‌کند ممکن است تا پتانسیل  $30\text{ kV}$  باردار شده باشد، اگر جرقه‌ای از اتومبیل به بخار سوخت برسد آتش می‌تواند شعله‌ور شود.

چه احتیاطی جهت جلوگیری از چنین آتش‌سوزی باید انجام گیرد؟

پاسخ در همین فصل.



## ۲۳-۱ فیزیک چیست؟

ما با مدارهای الکتریکی احاطه شده‌ایم. شاید به تعداد وسایل برقی خود مباحث کنید و ممکن است حتی در ذهن خود فهرستی از وسایلی که می‌خواهید داشته باشید آماده کرده باشید. هر یک از این وسایل و هم چنین برقی که از شبکه به منزل شما می‌رسد، به مهندسی برق نوین وابسته است. به آسانی نمی‌توان ارزش مالی جریان الکتریکی در مهندسی برق و محصولات آن را تخمین زد، ولی می‌توان یقین داشت که ارزش مالی جهت رشد سالیانه و رو به افزایش خدماتی که در حوزه برق صورت می‌گیرد ادامه خواهد یافت. اکنون رادیوها به جای تنظیم دستی به طور الکترونیکی تنظیم می‌شوند. پیامها به جای ارسال با سامانه پستی توسط پست الکترونیکی ارسال می‌شوند. مجله‌های پژوهشی به جای مطالعه در ساختمان کتابخانه با رایانه مطالعه می‌شوند، و مقاله‌های پژوهشی به جای کپی برداری و نگهداری در قفسه‌ها به طور الکترونیکی کپی و نگهداری می‌شوند.

پایه علمی مهندسی برق فیزیک است. در این فصل فیزیک مدارهای الکتریکی را که به صورت ترکیبیهایی از مقاومتها و باتریها (و در بخش ۲۳-۹ خازنها) هستند، بررسی می‌کنیم. بحث خود را به مدارهایی محدود می‌کنیم که بار در یک جهت جریان می‌یابد، که مدارهای جریان مستقیم یا مدارهای DC نامیده می‌شوند. با این پرسش آغاز می‌کنیم: چگونه می‌توان بارها را به جریان واداشت؟

## ۲۳-۲ «پمپ کردن» بارهای الکتریکی

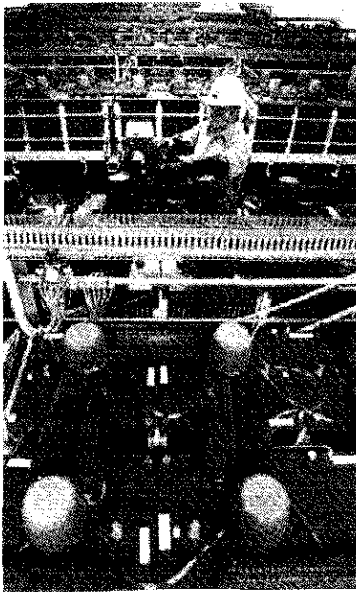
اگر بخواهیم حاملهای بار را وادار کنیم تا در یک مقاومت جریان یابند، باید بین دو سر این وسیله یک اختلاف پتانسیل برقرار کنیم. یک راه برای انجام این کار اتصال هر یک از سرهای مقاومت به یک صفحه خازن باردار است. مشکل این روش در این است که شارش بارها باعث تخلیه خازن می‌شود، و صفحه‌ها به سرعت به یک پتانسیل می‌رسند. هرگاه این کار رخ دهد، دیگر در مقاومت میدان الکتریکی وجود ندارد و شارش بار متوقف می‌شود.

برای ایجاد یک شارش پایا از بارهای الکتریکی، به یک «پمپ بار»، وسیله‌ای که - با انجام کار روی حاملهای بار - اختلاف پتانسیل بین دو پایانه را حفظ کند، نیاز داریم. چنین وسیله‌ای یک منبع  $emf$  نام دارد، و گفته می‌شود که این وسیله  $emf$  را ایجاد می‌کند، که معنی آن این است که روی حاملهای بار کار انجام می‌دهد. منبع  $emf$  گاهی جایگاه  $emf$  نامیده می‌شود. اصطلاح  $emf$  از عبارت منسوخ شده نیروی محرکه الکتریکی گرفته شده است که دانشمندان گذشته آن را به عمل یک وسیله  $emf$  در نظر می‌گرفتند.

در فصل ۲۲ درباره حرکت حاملهای بار در مدار بر اثر میدان الکتریکی برقرار شده در مدار بحث کردیم. این میدان نیروهایی را ایجاد می‌کند که حاملهای بار را به حرکت وادار می‌کند. در این فصل رویکرد دیگری را در پیش می‌گیریم. درباره حرکت حاملهای بار با توجه به انرژی مورد نیاز یعنی منبع  $emf$  که انرژی لازم را جهت حرکت از طریق انجام کار تأمین می‌کند، بحث می‌کنیم.

یک منبع  $emf$  متداول باتری است، که به عنوان وسیله‌ای برای توان دادن به یک ساعت مچی تا یک زیر دریایی به کار می‌رود. منبع  $emf$  که بیشترین تأثیر را در زندگی روزمره ما دارد، مولد الکتریکی است، که به کمک خطوط انتقال برق از یک نیروگاه، اختلاف پتانسیلی را در منازل و محل کار ما ایجاد می‌کند. منبعهای  $emf$  معروف به سلولهای خورشیدی به صورت صفحه‌هایی بال مانند در سفینه‌های فضایی و نیز در روستاها برای کاربردهای خانگی، آشنای همه هستند. با سلولهای سوخت به عنوان تأمین کننده توان سفینه‌های فضایی و پیلهای گرمایی که توان الکتریکی بعضی سفینه‌ها و ایستگاههای دوردست در قطب جنوب و جاهای دیگر را فراهم می‌کنند آشنایی کمتری داریم. یک منبع  $emf$  الزاماً یک ابزار نیست، بلکه می‌تواند یک سامانه زنده باشد - از مار ماهیهایی الکتریکی و انسان گرفته تا گیاهان همه دارای منابع  $emf$  فیزیولوژیکی هستند.

اگرچه منابعی که در بالا نام بردیم شیوه‌های عملکردی مختلف دارند، ولی کار اساسی همه آنها یکسان است. آنها روی حاملهای بار کار انجام می‌دهند و بنابراین، اختلاف پتانسیلی را بین پایانه‌های خود نگه می‌دارند.



بزرگترین باتری نیروگامی ذخیره انرژی در جهان (که در سال ۱۹۹۶/۱۳۷۵ برپایه شد) ۸۰۰۰ باتری بزرگ سرب-اسید در ۸ ردیف به هم داشت که هر یک در ۷۰۰۰ ولت قابلیت ۱۰ MW توان برای ۴ ساعت کار بودند. باتریها در شب باردار می‌شدند و سپس در وقت مصرف زیاد در سامانه الکتریکی قرار می‌گرفتند.

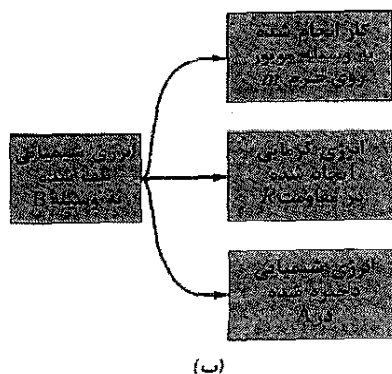
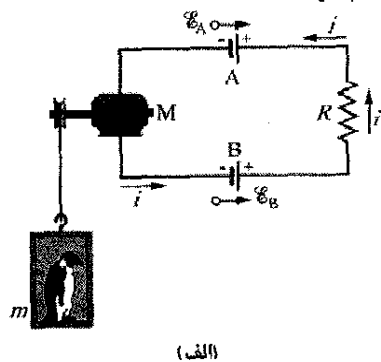
پتانسیل پایین منبع  $\mathcal{E}$  وارد و از انتهای پتانسیل بالا خارج شود. منبع برای وادار کردن بار  $dq$  به حرکت در همین راستا باید کار  $dW$  را روی آن انجام دهد.  $\mathcal{E}$  این منبع را برحسب کار به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq} \quad (\text{تعریف } \mathcal{E}) \quad (1-23)$$

به بیان دیگر،  $\mathcal{E}$  این منبع عبارت است از کار بر یکای باری که منبع روی بار متحرک در هنگام رفتن از پایانه با پتانسیل کمتر به پایانه با پتانسیل بیشتر انجام می‌دهد. یکای SI برای  $\mathcal{E}$  ژول بر کولن است؛ در فصل ۲۰ این یکا را به صورت ولت تعریف کردیم.

**منبع  $\mathcal{E}$  آرمانی** منبعی است که در برابر حرکت داخلی بار از پایانه‌ای به پایانه دیگر هیچ مقاومت درونی نداشته باشد. اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های یک منبع  $\mathcal{E}$  آرمانی برابر است با  $\mathcal{E}$  آن منبع. برای مثال، یک باتری آرمانی با  $\mathcal{E}$  برابر با ۱۲/۰۷ همواره بین دو سر پایانه‌هایش اختلاف پتانسیل دارد.

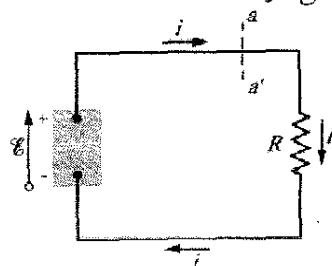
**منبع  $\mathcal{E}$  واقعی**، مانند یک باتری واقعی، در برابر حرکت داخلی بارها مقاومت درونی دارد. وقتی منبع  $\mathcal{E}$  واقعی به مدار متصل نیست و در نتیجه جریانی از آن نمی‌گذرد، اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های آن برابر با  $\mathcal{E}$  آن است. ولی، هرگاه جریانی از این منبع بگذرد، اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های آن با  $\mathcal{E}$  آن تفاوت دارد. چنین باتریهای واقعی را در بخش ۵-۲۳ بررسی خواهیم کرد.



شکل ۲۳-۲ (الف) در این مدار  $\mathcal{E}_B > \mathcal{E}_A$  است؛ پس باتری B در هر بازه زمانی  $dt$ ، بار  $dq$  از هر مقطع  $aa'$  می‌گذرد. همین مقدار بار باید از انتهای  $aa'$  به مدار، مانند  $aa'$  می‌گذرد. در هر بازه زمانی  $dt$ ، بار  $dq$  از هر مقطع  $aa'$  می‌گذرد. در هر بازه زمانی  $dt$ ، بار  $dq$  از هر مقطع  $aa'$  می‌گذرد. در هر بازه زمانی  $dt$ ، بار  $dq$  از هر مقطع  $aa'$  می‌گذرد.

## ۲۳-۳ کار، انرژی و $\mathcal{E}$

شکل ۲۳-۱ یک منبع  $\mathcal{E}$  (مانند یک باتری) را نشان می‌دهد که بخشی از یک مدار ساده شامل یک مقاومت تنهای  $R$  است (نماد مقاومت به صورت  $\text{zigzag}$  است). در منبع  $\mathcal{E}$  یکی از پایانه‌ها (به نام پایانه مثبت و با علامت  $+$ ) در پتانسیل الکتریکی بالاتری نسبت به پایانه دیگر (به نام پایانه منفی با علامت  $-$ ) قرار دارد. این منبع را با پیکانی می‌توان نشان داد که مانند شکل ۲۳-۱ جهت آن از پایانه منفی به طرف پایانه مثبت است. دایره کوچک روی پیکان  $\mathcal{E}$  آن را از پیکانهایی که جریان را نشان می‌دهند متمایز می‌سازد.



شکل ۲۳-۱ یک مدار الکتریکی ساده که در آن یک منبع  $\mathcal{E}$  با مقدار  $\mathcal{E}$  روی حاملهای بار کار انجام می‌دهد و جریان پایای  $i$  را در مقاومت  $R$  برقرار می‌کند.

وقتی منبع  $\mathcal{E}$  به مدار متصل نیست، واکنشهای شیمیایی داخل منبع هیچ جریان خاصی از حاملهای بار را در درون آن موجب نمی‌شوند. اما، هرگاه واکنشهای شیمیایی داخل آن موجب متصل شود، واکنشهای شیمیایی داخل آن موجب جریان خاصی از حاملهای بار مثبت از پایانه منفی به پایانه مثبت در جهت پیکان  $\mathcal{E}$  می‌شوند. این شارش بخشی از جریانی است که به دور مدار در همان جهت برقرار می‌شود، (جهت ساعتگرد در شکل ۲۳-۱).

در داخل منبع  $\mathcal{E}$  حاملهای بار مثبت از ناحیه با پتانسیل الکتریکی کم و بنابراین، انرژی پتانسیل الکتریکی کم (در پایانه منفی) به سوی ناحیه با انرژی پتانسیل بیشتر (در پایانه مثبت) حرکت می‌کنند. این حرکت درست در خلاف جهت میدان الکتریکی بین پایانه‌هاست، (که از پایانه مثبت به طرف پایانه منفی است) و موجب حرکت حاملهای بار می‌شود.

پس، درون این منبع باید چشمه‌ای از انرژی وجود داشته باشد، تا با به حرکت درآوردن بارها بتواند روی آنها کار انجام دهد. این چشمه انرژی، مانند یک باتری یا پیل سوختی می‌تواند شیمیایی باشد، یا ممکن است مانند یک مولد الکتریکی، نیروهای مکانیکی در آن دخالت داشته باشند، ممکن است مانند یک پیل گرمایی، اختلافهای دمایی انرژی ایجاد کند؛ یا مانند یک سلول خورشیدی، خورشید آن را فراهم کند.

اکنون مدار شکل ۲۳-۱ را از دید تبدیلهای کار و انرژی



بخش ۲۲-۷ خاطرنشان کردیم، گفته می‌شود که این انرژی تلف شده است. (چون فرض کردیم که مقاومت سیمها ناچیز است، هیچ انرژی گرمایی در آنها ظاهر نمی‌شود.) در ضمن همین بازه، بار الکتریکی  $dq = i dt$  از باتری B حرکت می‌کند و باتری مطابق با معادله ۲۳-۱ روی این بار کار انجام می‌دهد که برابر است با

$$dW = \mathcal{E} dq = \mathcal{E} i dt$$

از اصل پایستگی انرژی، کار انجام شده توسط باتری (آرمانی) باید برابر با انرژی گرمایی ظاهر شده در مقاومت باشد.

$$\mathcal{E} i dt = i^2 R dt$$

و از اینجا خواهیم داشت

$$\mathcal{E} = iR$$

نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E}$  انرژی یکای بار است که توسط باتری به بارهای الکتریکی در حال حرکت داده می‌شود. کمیت  $iR$  عبارت است از انرژی یکای بار که از بارهای در حال حرکت به انرژی گرمایی در مقاومت تبدیل می‌شود. بنابراین، این معادله بدان معناست که انرژی یکای بار منتقل شده به بارهای در حال حرکت برابر با انرژی یکای بار گرفته شده از آنهاست. از حل این معادله برحسب  $i$ ، خواهیم داشت

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad (2-23)$$

### روش پتانسیل

فرض کنید در مدار شکل ۲۳-۳ از یک نقطه شروع کنیم و به طور ذهنی در یکی از دو جهت دلخواه به دور مدار حرکت کنیم، و هر جا با اختلاف پتانسیلها روبه‌رو شدیم آنها را به طور جبری جمع کنیم. سپس، وقتی به نقطه شروع می‌رسیم باید به پتانسیلی که از آنجا شروع کرده بودیم برسیم. پیش از انجام چنین کاری، این نظر را در بیانی فرمول‌بندی می‌کنیم که نه تنها در مورد مدارهای تک حلقه‌ای مانند شکل ۲۳-۳، بلکه برای هر حلقه کاملی از یک مدار چند حلقه‌ای که در بخش ۲۳-۷ خواهیم دید برقرار است.

**قاعده حلقه:** جمع جبری تغییرات پتانسیل‌های موجود در یک دور کامل، در هر حلقه‌ای از مدار باید صفر باشد.

به افتخار فیزیکدان آلمانی گوستاو روبرت کیرشهف<sup>۱</sup> این بیان را به نام **قاعده حلقه کیرشهف** (یا **قانون ولتاژ کیرشهف**) می‌نامند. این قاعده معادل با این است که گفته شود هر نقطه روی یک کوه فقط دارای یک بلندی از سطح دریاست. اگر از نقطه‌ای شروع کنیم و پس از پیاده‌روی دور کوه به همانجا برگردیم، جمع جبری تغییر بلندی‌هایی که با آنها رو به رو بودیم باید صفر باشد.

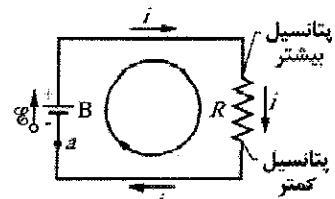
www.iran-mava.com

وقتی یک منبع emf به مداری وصل شود، منبع انرژی را به حاملهای باری که از مدار می‌گذرند منتقل می‌کند. این انرژی سپس می‌تواند از حاملهای بار به وسایل دیگر مدار انتقال یابد و مثلاً لامپی را روشن کند. شکل ۲۳-۲ الف، مداری را با دو باتری (نباره) آرمانی A و B با قابلیت دوباره پرشدن، مقاومت R و موتور الکتریکی M نشان می‌دهد که می‌تواند با استفاده از انرژی حاصل از حاملهای بار در مدار جسمی را بلند کند. توجه کنید که باتریها طوری به هم وصل شده‌اند که می‌خواهند بارها را در مدار در جهتهای مخالف بفرستند. جهت واقعی جریان در مدار با باتری با emf بیشتر مشخص می‌شود، که در اینجا باتری B است، پس، انرژی شیمیایی درون باتری B با انتقال انرژی به حاملهای باری که از آن می‌گذرند کاهش می‌یابد. ولی، انرژی شیمیایی درون باتری A افزایش می‌یابد چون جریان در آن از پایانه مثبت به پایانه منفی است. بنابراین، باتری B باتری A را باردار می‌کند. باتری B انرژی لازم برای موتور M و انرژی تلف شده در مقاومت R را تأمین می‌کند. شکل ۲۳-۲ ب هر سه انتقال انرژی از باتری B را نشان می‌دهد؛ که هر یک انرژی شیمیایی باتری را کاهش می‌دهند.

## ۲۳-۴ محاسبه جریان الکتریکی در مدار تک

### حلقه‌ای

در اینجا دو روش معادل را برای محاسبه جریان در مدار ساده تک حلقه‌ای شکل ۲۳-۳ مورد بحث قرار می‌دهیم؛ یک روش بر پایه مفاهیم مربوط به پایستگی انرژی و روش دیگر بر مفهوم پتانسیل مبتنی است. این مدار شامل باتری آرمانی B با emf برابر با  $\mathcal{E}$ ، مقاومت R و دو سیم رابط است. (غیر از مواردی که اشاره می‌شود، فرض می‌کنیم که سیمهای مدار مقاومت ناچیزی دارند. بنابراین، کار آنها فقط فراهم کردن راهی برای حرکت حاملهای بار است.)



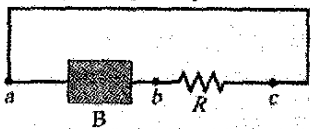
شکل ۲۳-۳ مدار تک حلقه‌ای که در آن مقاومت R به دو سر باتری آرمانی B با emf برابر با  $\mathcal{E}$  وصل شده است. جریان  $i$  در سراسر مدار یکسان است.

### روش انرژی

از معادله ۲۲-۲۷ ( $P = i^2 R$ ) معلوم است که در یک بازه زمانی  $dt$  مقدار انرژی که با رابطه  $i^2 R$  داده می‌شود در مقاومت

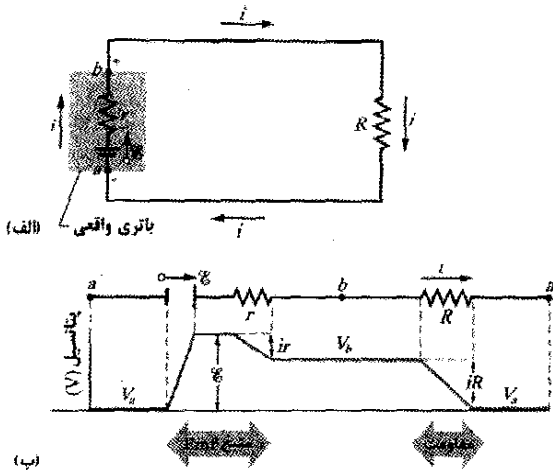
۲۳-۳ به صورت انرژی گرمایی ظاهر می‌شود. همان‌طور که دانشجویان و مهندسين مواد

✓ **نکته واریسی ۱** شکل جریان  $i$  را در یک مدار تک حلقه‌ای با باتری  $B$  و مقاومت  $R$  (و سیمهای با مقاومت ناچیز) نشان می‌دهد. (الف) آیا جهت پیکان  $\mathcal{E}$  در  $B$  به سمت چپ است یا به سمت راست؟ (ب) بزرگی جریان، (پ) پتانسیل الکتریکی و (ت) انرژی پتانسیل الکتریکی حاملهای بار را در نقطه‌های  $a$ ،  $b$  و  $c$  به ترتیب بزرگی بنویسید.



## ۲۳-۵ مدارهای تک حلقه‌ای دیگر

در این بخش مدار ساده شکل ۲۳-۳ را با دو طریق بسط می‌دهیم.



شکل ۲۳-۴ (الف) مدار تک حلقه‌ای شامل یک باتری واقعی با مقاومت درونی  $r$  و  $\mathcal{E}$  برابر با  $\mathcal{E}$ . (ب) همان مدار در حالت باز شده در یک خط. پتانسیلهایی که در هنگام دورزدن ساعتگرد مدار از نقطه  $a$  با آنها روبه‌رو می‌شویم نیز نشان داده شده‌اند. پتانسیل  $V_a$  به طور اختیاری صفر اختیار شده است و سایر پتانسیلها در مدار نسبت به  $V_a$  رسم شده‌اند.

## مقاومت درونی

شکل ۲۳-۴ (الف) یک باتری واقعی با مقاومت درونی  $r$  را نشان می‌دهد که به سیمی با مقاومت خارجی  $R$  وصل شده است. مقاومت درونی باتری عبارت است از مقاومت الکتریکی مواد رسانای باتری و بنابراین، نمی‌توان آن را حذف کرد. ولی در شکل ۲۳-۴ (الف)، باتری طوری رسم شده که به یک باتری آرمانی با  $\mathcal{E}$  برابر با  $\mathcal{E}$  و مقاومت  $r$  تجزیه شده است. ترتیب نمادهای نشان داده شده اهمیتی ندارد.

اگر قاعده حلقه را با شروع از نقطه  $a$  به طور ساعتگرد به

در شکل ۲۳-۳، از نقطه  $a$  که پتانسیل آن  $V_a$  است شروع می‌کنیم و به طور ذهنی و در حالی که حساب تغییرات پتانسیل را موقع حرکت کردن نگه می‌داریم به طور ساعتگرد مدار را دور می‌زنیم تا به نقطه  $a$  برگردیم. نقطه شروع حرکت از پایانه با پتانسیل کمتر باتری است. چون باتری آرمانی است، اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های آن برابر  $\mathcal{E}$  است. وقتی در باتری از پایانه با پتانسیل بیشتر می‌گذریم تغییر در پتانسیل  $\mathcal{E} +$  خواهد بود.

وقتی در قسمت بالایی سیم به انتهای بالایی مقاومت حرکت می‌کنیم، تغییر پتانسیلی وجود ندارد چون مقاومت سیم ناچیز است؛ در واقع پتانسیل سیم همان پتانسیل پایانه بالاتر باتری است. پتانسیل انتهای بالایی مقاومت نیز همین مقدار را دارد. ولی، وقتی از مقاومت می‌گذریم، پتانسیل مطابق با معادله ۲۲-۸ (که می‌توان آن را به صورت  $V = iR$  نوشت) تغییر می‌کند. افزون بر این، پتانسیل در طول مقاومت کاهش می‌یابد چون، از انتهای با پتانسیل بالاتر مقاومت دور می‌شویم. بنابراین، تغییر در پتانسیل عبارت است از  $-iR$ .

حال با حرکت کردن در طول سیم پایینی به نقطه  $a$  برمی‌گردیم. چون مقاومت این سیم نیز ناچیز است، پس باز هیچ تغییر پتانسیلی وجود ندارد. در برگشت به نقطه  $a$ ، پتانسیل دوباره برابر  $V_a$  است. چون حلقه را یک دور کامل پیموده‌ایم، پتانسیل اولیه، با تغییرات در امتداد مسیر، باید برابر با پتانسیل پایانی باشد؛ یعنی

$$V_a + \mathcal{E} - iR = V_a$$

مقدار  $V_a$  از دو طرف این معادله حذف می‌شود، پس

$$\mathcal{E} - iR = 0$$

با حل این معادله برحسب  $i$  همان نتیجه روش انرژی (معادله ۲۳-۲) یعنی  $i = \mathcal{E} / R$  به دست می‌آید.

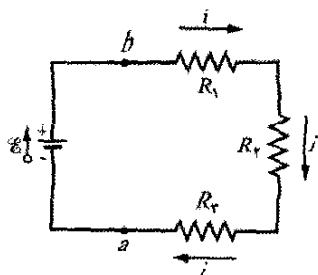
اگر قاعده حلقه را با دورزدن کامل به طور پاد ساعتگرد به کار ببریم، خواهیم داشت

$$-\mathcal{E} + iR = 0$$

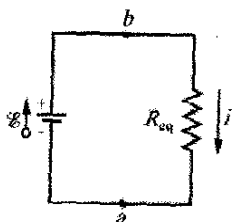
که دوباره  $i = \mathcal{E} / R$  به دست می‌آید. بنابراین، برای به کار بردن قاعده حلقه می‌توان حلقه را به طور ذهنی در هر جهتی دور زد. جهت آمادگی در مدارهای خیلی پیچیده‌تر از شکل ۲۳-۳، از دو قاعده زیر برای پیدا کردن اختلاف پتانسیل در حین حرکت دور حلقه استفاده می‌کنیم:

**قاعده مقاومت:** در حین حرکت کردن در طول مقاومت در جهت جریان، تغییر در پتانسیل  $-iR$  و در خلاف جهت جریان  $+iR$  است.

**قاعده EMF:** در حین حرکت کردن در داخل یک منبع آرمانی  $\mathcal{E}$ ، در جهت پیکان  $\mathcal{E}$ ، تغییر پتانسیل  $\mathcal{E} +$  و در خلاف جهت پیکان  $\mathcal{E} -$  است.



(الف)



(ب)

شکل ۵-۲۳ (الف) سه مقاومت به طور متوالی بین نقطه‌های  $a$  و  $b$  به هم وصل شده‌اند. (ب) مدار معادل، که در آن یک مقاومت معادل  $R_{eq}$  به جای سه مقاومت قرار داده شده است.

توجه داشته باشید که  $R_{eq}$  و همهٔ مقاومت‌های متوالی واقعی دارای جریان یکسان  $i$  هستند. شکل ۵-۲۳ ب مقاومت معادل  $R_{eq}$  را نشان می‌دهد که می‌توان آن را به جای سه مقاومت شکل ۵-۲۳ الف قرار داد.

برای به دست آوردن عبارتی برای  $R_{eq}$  در شکل ۵-۲۷ ب، قاعدهٔ حلقه را در هر دو مدار به کار می‌بریم. در مورد شکل ۵-۲۳ الف، با شروع از نقطهٔ  $a$  و حرکت در دور مدار به طور ساعتگرد، خواهیم داشت

$$\mathcal{E} - iR_1 - iR_r - iR_T = 0$$

یا

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_r + R_T} \quad (5-23)$$

در مورد شکل ۵-۲۳ ب، با قراردادن سه مقاومت توسط یک مقاومت معادل  $R_{eq}$  خواهیم داشت

$$\mathcal{E} - iR_{eq} = 0$$

یا

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad (6-23)$$

با مقایسهٔ معادله‌های ۵-۲۳ و ۶-۲۳ می‌توان نشان داد که

$$R_{eq} = R_1 + R_r + R_T$$

با تعمیم آن به  $n$  مقاومت، خواهیم داشت

$$R_{eq} = \sum_{j=1}^n R_j \quad (7-23) \quad (n \text{ مقاومت متوالی})$$

توجه کنید که هرگاه مقاومت‌ها در حالت متوالی باشند، معادل آنها از تک تک مقاومت‌ها بزرگتر است.

$$\mathcal{E} - ir - iR = 0 \quad (3-23)$$

از حل این معادله برای جریان خواهیم داشت

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \quad (4-23)$$

توجه کنید که اگر باتری آرمانی باشد، یعنی  $r=0$ ، این معادله به معادلهٔ ۲-۲۳ تبدیل می‌شود.

شکل ۴-۲۳ ب تغییرات پتانسیل الکتریکی دور مدار را به طور نموداری نشان می‌دهد. (برای ارتباط بهتر شکل ۴-۲۳ ب به مدار بستهٔ شکل ۴-۲۳ الف، تصور کنید که نمودار را دور یک استوانه طوری می‌پیچیم که نقطهٔ  $a$  در سمت چپ با نقطهٔ  $a$  در سمت راست روی هم بیفتند.) توجه کنید که حرکت در مدار چگونه با پیاده‌روی دور یک کوه (پتانسیل) و برگشتن به نقطهٔ شروع مشابه است - به ارتفاع شروع برمی‌گردیم.

در این کتاب، هرگاه گفته شده باشد که باتری واقعی است یا مقاومت درونی مشخص نشده باشد، آن را یک باتری آرمانی در نظر می‌گیریم. البته در دنیای واقعی باتری‌ها همگی واقعی و دارای مقاومت درونی‌اند.

### مقاومت‌های متوالی

شکل ۵-۲۳ الف سه مقاومت را نشان می‌دهد که به طور متوالی به یک باتری آرمانی با  $\mathcal{E}$  برابر با  $\mathcal{E}$  وصل شده‌اند. این روش ارتباطی با ترتیب رسم شده برای مقاومت‌ها ندارد. البته «متوالی بودن» بدان معناست که مقاومت‌ها یکی پس از دیگری به هم وصل شده‌اند و اختلاف پتانسیل  $V$  به دو انتهای مجموعه اعمال می‌شود. در شکل ۵-۲۳ الف، مقاومت‌ها یکی پس از دیگری بین  $a$  و  $b$  به هم وصل شده‌اند، و یک اختلاف پتانسیل توسط باتری بین  $a$  و  $b$  برقرار شده است. در نتیجه، اختلاف پتانسیل‌های موجود در دو سر مقاومت‌ها در حالت متوالی جریانهای یکسان  $i$  ایجاد می‌کند. در حالت کلی

هرگاه اختلاف پتانسیل  $V$  به دو سر مقاومت‌های متصل به هم متوالی اعمال شود، مقاومت‌ها دارای جریان یکسان  $i$  خواهند بود. مجموع اختلاف پتانسیل‌ها در دو سر مقاومت‌ها برابر است با اختلاف پتانسیل اعمال شدهٔ  $V$ .

توجه کنید باری که از طریق مقاومت‌های متوالی می‌گذرد، می‌تواند فقط از یک مسیر بگذرد. اگر راه‌های دیگری وجود داشته باشند، در آن صورت، جریان‌ها در مقاومت‌های مختلف، متفاوت خواهند بود، و مقاومت‌ها به طور متوالی وصل نشده‌اند.

مقاومت‌های وصل شده به طور متوالی را می‌توان با یک مقاومت معادل  $R_{eq}$  جایگزین کرد به طوری که همان جریان  $i$  بگذرد و همان اختلاف پتانسیل  $V$  متوسط به مقاومت‌های واقعی به دو سر آن اعمال شود.

یا

$$V_b - V_a = iR \quad (۱۲-۲۳)$$

با قراردادن  $i$  از معادله ۹-۲۳، دوباره به معادله ۱۰-۲۳ می‌رسیم. بنابراین، قراردادن داده‌های شکل ۶-۲۳ همان نتیجه  $V_b - V_a = ۸/۵ V$  را به دست می‌دهد. در حالت کلی،

برای یافتن پتانسیل بین هر دو نقطه از یک مدار، از یک نقطه شروع می‌کنیم و مدار را با هر راهی تا نقطه دیگر می‌پیماییم، و تغییرات پتانسیلهای مواجه شده را به طور جبری با هم جمع می‌کنیم.

### اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری واقعی

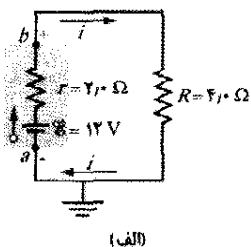
در شکل ۶-۲۳ نقطه‌های  $a$  و  $b$  در پایانه‌های باتری واقع‌اند. بنابراین، اختلاف پتانسیل  $V_b - V_a$  اختلاف پتانسیل پایانه به پایانه  $V$  در دو سر باتری است. از معادله ۸-۲۳ می‌توان دید که

$$V = \mathcal{E} - ir \quad (۱۳-۲۳)$$

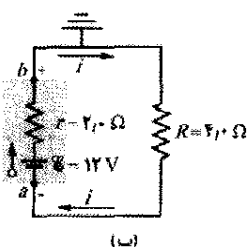
اگر مقاومت درونی  $r$  باتری در شکل ۶-۲۳ صفر باشد، معادله ۱۳-۲۳ نشان می‌دهد که  $V$  برابر با نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E}$  باتری یعنی ۱۲V خواهد بود. ولی چون  $r = ۲/۵ \Omega$  است، از معادله ۱۳-۲۳ پیدا است که  $V$  کمتر از  $\mathcal{E}$  خواهد بود. از معادله ۱۱-۲۳، می‌دانیم که  $V$  فقط  $۸/۵ V$  است. توجه کنید که این نتیجه به مقدار جریانی که از باتری می‌گذرد بستگی دارد. اگر همین باتری در مدار دیگری باشد و جریان دیگری از آن بگذرد،  $V$  مقدار دیگری خواهد داشت.

### اتصال به زمین یک مدار

شکل ۷-۲۳ الف همان مدار شکل ۶-۲۳ را نشان می‌دهد با این تفاوت که نقطه  $a$  به طور مستقیم به زمین وصل شده است، این کار با نماد عمومی  $\perp$  نشان داده می‌شود. اتصال به زمین یک مدار معمولاً به معنای ارتباط مدار از طریق یک مسیر رسانا به سطح زمین است (در واقع به مواد و خاکهای مرطوب زیرزمین از طریق ارتباط الکتریکی). در اینجا، چنین ارتباطی فقط بدان معناست که پتانسیل در نقطه اتصال مدار به زمین صفر تعریف می‌شود. بنابراین، در شکل ۷-۲۳ الف، پتانسیل در  $a$  به صورت  $V_a = 0$  تعریف می‌شود. معادله ۱۱-۲۳ حالا نشان می‌دهد که پتانسیل در  $b$  برابر با  $V_b = ۸/۵ V$  است.



(الف)



(ب)

شکل ۷-۲۳ الف) نقطه  $a$  به طور مستقیم به زمین وصل است. (ب) نقطه  $b$  به طور مستقیم به زمین وصل است.

✓ نکته وارسی ۲ در شکل ۵-۲۳ الف، اگر  $R_1 > R_2 > R_3$  باشد، این سه مقاومت را به ترتیب بزرگی (الف) جریانی که از آنها می‌گذرد و (ب) اختلاف پتانسیل دو سر آنها مرتب کنید.

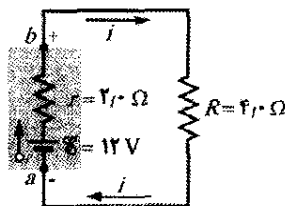
### ۶-۲۳ اختلاف پتانسیل بین دو نقطه

اغلب می‌خواهیم اختلاف پتانسیل بین دو نقطه را در یک مدار پیدا کنیم. برای مثال، در شکل ۶-۲۳ اختلاف پتانسیل  $V_b - V_a$  بین نقطه‌های  $a$  و  $b$  چقدر است؟ برای یافتن آن، از نقطه  $a$  (در پتانسیل  $V_a$ ) شروع می‌کنیم و با حرکت از باتری در حالی که با تغییرات پتانسیل روبه‌رو می‌شویم به نقطه  $b$  (در پتانسیل  $V_b$ ) می‌رسیم. وقتی از emf باتری می‌گذریم، پتانسیل به اندازه  $\mathcal{E}$  افزایش می‌یابد. وقتی از مقاومت داخلی  $r$  باتری می‌گذریم، در جهت جریان حرکت می‌کنیم پس اختلاف پتانسیل به اندازه  $ir$  کاهش می‌یابد. بنابراین، به پتانسیل نقطه  $b$  می‌رسیم و داریم

$$V_a + \mathcal{E} - ir = V_b$$

یا

$$V_b - V_a = \mathcal{E} - ir \quad (۸-۲۳)$$



شکل ۶-۲۳ نقطه‌های  $a$  و  $b$  که در پایانه‌های یک باتری واقعی واقع‌اند، اختلاف پتانسیل دارند.

برای محاسبه این عبارت، به جریان  $i$  نیاز داریم. توجه کنید که مدار همانند مدار شکل ۴-۲۳ الف است، که برای آن معادله ۴-۲۳ جریان را به صورت زیر به دست می‌دهد

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \quad (۹-۲۳)$$

با قراردادن این معادله در معادله ۸-۲۳ خواهیم داشت

$$\begin{aligned} V_b - V_a &= \mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{R + r} r \\ &= \frac{\mathcal{E}}{R + r} R \end{aligned} \quad (۱۰-۲۳)$$

اکنون با قراردادن داده‌ها در شکل ۶-۲۳ خواهیم داشت

$$V_b - V_a = \frac{12V}{4/5 \Omega + 2/5 \Omega} \times 4/5 \Omega = 8/5 V \quad (۱۱-۲۳)$$

فرض کنید با عبور از مقاومت  $R$  به جای باتری به طور پاد ساعتگرد از  $a$  به  $b$  حرکت کنیم. چون در خلاف جهت جریان حرکت می‌کنیم، پتانسیل به اندازه  $iR$  افزایش می‌یابد. بنابراین

$$V_a + iR = V_b$$

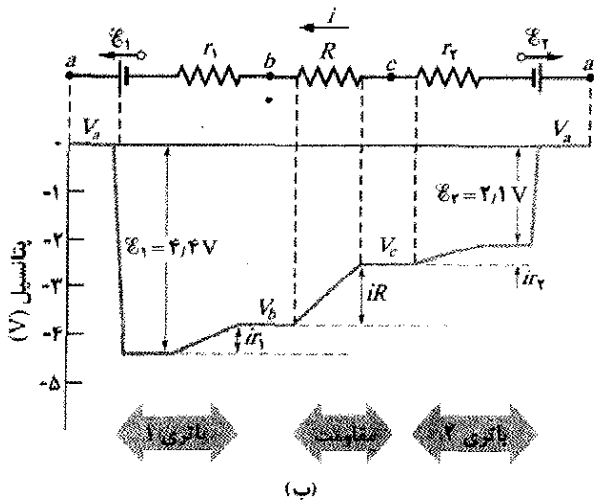
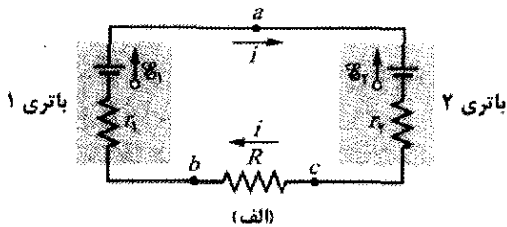
## مسئله نمونه ۲۳-۱

مقدار emf ها و مقاومتها در مدار شکل ۲۳-۸ الف عبارت‌اند از

$$\mathcal{E}_1 = 4/4 \text{ V}, \quad \mathcal{E}_2 = 2/1 \text{ V}$$

$$r_1 = 2/3 \Omega, \quad r_2 = 1/8 \Omega, \quad R = 5/5 \Omega$$

(الف) جریان  $i$  در این مدار چقدر است؟



شکل ۲۳-۸ (الف) یک مدار تک حلقه‌ای شامل دو باتری واقعی و یک مقاومت. باتریها با یکدیگر مخالفت می‌کنند؛ یعنی می‌خواهند جریان را در جهت‌های مخالف در مقاومت برقرار کنند. (ب) نمودار پتانسیلهایی که در هنگام دورزدن این مدار به طور پاد ساعتگرد از نقطه  $a$ ، با در نظر گرفتن پتانسیل نقطه  $a$  برابر با صفر، به دست می‌آید. (برای ارتباط بهتر مدار با نمودار، مدار را از نقطه  $a$  به طور فرضی قطع و سپس سمت چپ مدار را به طرف چپ و سمت راست مدار را به طرف راست باز کنید.)

**نکته کلیدی** با استفاده از قاعده حلقه می‌توان عبارتی را که در آن جریان  $i$  وجود داشته باشد به دست آورد.

**محاسبه‌ها:** اگرچه، دانستن جهت  $i$  ضرورتی ندارد ولی به آسانی می‌توان آن را از emf های دوباتری به دست آورد. چون  $\mathcal{E}_1$  بزرگتر از  $\mathcal{E}_2$  است، باتری ۱ جهت  $i$  را کنترل می‌کند، پس جهت ساعتگرد است. سپس، قاعده حلقه را با حرکت پادساعتگرد یعنی مخالف جریان و با شروع از نقطه  $a$  آغاز می‌کنیم. داریم

$$-\mathcal{E}_1 + i r_1 + i R + i r_2 + \mathcal{E}_2 = 0$$

بررسی کنید که هرگاه قاعده حلقه را ساعتگرد اعمال می‌کردیم یا از هر نقطه دیگر  $a$  شروع می‌کردیم به همین معادله

شکل ۲۳-۷ ب همان مدار است با این تفاوت که نقطه  $b$  اکنون به طور مستقیم به زمین وصل شده است. بنابراین، پتانسیل در اینجا به صورت  $V_b = 0$  تعریف می‌شود. از معادله ۲۳-۱۱ معلوم است که پتانسیل در  $a$  برابر با  $V_a = -8/5 \text{ V}$  است.

## توان، پتانسیل و emf

هرگاه باتری یا هر نوع منبع emf دیگر روی حاملهای بار برای برقراری جریان  $i$  کار انجام دهد، این منبع انرژی را از چشمه خود (مثلاً به طور شیمیایی در یک باتری) به حاملهای بار منتقل می‌کند. چون مقاومت درونی یک منبع emf برابر با  $r$  است، از طریق اتلاف مقاومتی، انرژی را به انرژی گرمایی درونی تبدیل می‌کند (بخش ۲۲-۷). اکنون ارتباط این تبدیله را پیدا می‌کنیم. آهنگ خالص  $P$  انتقال انرژی از منبع emf به حاملهای بار

با معادله ۲۲-۲۶ داده می‌شود

$$P = iV \quad (23-14)$$

که در آن  $V$  پتانسیل دو سر پایانه‌های منبع emf است. از معادله ۲۳-۱۳ عبارت  $V = \mathcal{E} - ir$  را در معادله ۲۳-۱۴ قرار می‌دهیم و به دست می‌آوریم

$$P = i(\mathcal{E} - ir) = i\mathcal{E} - i^2 r \quad (23-15)$$

از معادله ۲۲-۲۷ دیده می‌شود که جمله  $i^2 r$  در معادله ۲۳-۱۵ آهنگ  $P_r$  انرژی تبدیل شده به انرژی گرمایی در داخل منبع emf است

$$P_r = i^2 r \quad (23-16) \text{ (آهنگ اتلاف درونی)}$$

بنابراین، جمله  $i\mathcal{E}$  در معادله ۲۳-۱۵ باید آهنگ  $P_{\text{emf}}$  باشد که منبع emf با آن انرژی را هم به حاملهای بار و هم به انرژی گرمایی درونی منتقل می‌کند. پس،

$$P_{\text{emf}} = i\mathcal{E} \quad (23-17) \text{ (توان منبع emf)}$$

اگر بخواهیم یک باتری را با جریانی که «به طور نادرست» از آن می‌گذرد دوباره پر کنیم، آنگاه انتقال انرژی از حاملهای بار به باتری خواهد بود- هم به انرژی شیمیایی باتری و هم به انرژی تلف شده در مقاومت درونی  $r$ . آهنگ تغییر انرژی شیمیایی با معادله ۲۳-۱۷ داده می‌شود، آهنگ اتلاف با معادله ۲۳-۱۶ و آهنگ تأمین انرژی حاملها با معادله ۲۳-۱۴ داده می‌شود.

**نکته وارسی ۳** emf یک باتری ۱۲V و مقاومت درونی آن  $2\Omega$  است. اگر جریان در باتری (الف) از پایانه منفی به پایانه مثبت، (ب) از پایانه مثبت به پایانه منفی و (پ) صفر باشد، آیا اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های باتری بزرگتر از، کوچکتر از یا مساوی ۱۲V است؟

## ۲۳-۷ مدارهای چند حلقه‌ای

شکل ۲۳-۹ مداری را با بیش از یک حلقه نشان می‌دهد. برای ساده شدن، فرض می‌کنیم که باتریها آرمانی‌اند. دو انشعاب در  $b$  و  $d$  و سه شاخه مربوط به این انشعابها در این مدار وجود دارد. شاخه‌ها عبارت‌اند از شاخه سمت چپ ( $bad$ )، شاخه سمت راست ( $bcd$ ) و شاخه مرکزی ( $bd$ ). جریان در این سه شاخه چقدر است؟

با استفاده از زیرنویسهای مختلف برای هر شاخه، جریانها را به اختیار نشانه گذاری می‌کنیم. جریان  $i_1$  در همه جای شاخه  $bad$ ؛ جریان  $i_2$  در همه جای شاخه  $bcd$  و جریان  $i_3$  در همه جای شاخه  $bd$  مقدار ثابتی دارد. جهت جریانها اختیاری‌اند.

انشعاب در نقطه  $d$  را در نظر می‌گیریم: بارها از طریق جریانهای  $i_1$  و  $i_2$  به این انشعاب وارد و از طریق جریان  $i_3$  از آن خارج می‌شوند. چون در این انشعاب هیچ تغییری در بار وجود ندارد، جریان ورودی کل باید با جریان خروجی کل برابر باشد

$$i_1 + i_2 = i_3 \quad (18-23)$$

با اعمال این شرط برای انشعاب  $b$  می‌توانید به آسانی بررسی کنید که دقیقاً همین معادله به دست می‌آید. پس معادله ۲۳-۱۸ یک اصل کلی را پیشنهاد می‌کند:

**قاعده انشعاب:** مجموع جریانهای ورودی به هر انشعاب باید برابر با مجموع جریانهای باشد که آنجا را ترک می‌کنند.

این قاعده را اغلب *قاعده انشعاب کیرشهف* (یا *قانون جریان کیرشهف*) می‌نامند. این قاعده بیانی ساده از اصل پایستگی بار الکتریکی در یک شارش پایاست، یعنی در یک انشعاب، بار نه ایجاد می‌شود و نه از بین می‌رود. بنابراین، ابزار اصلی در حل مدارهای الکتریکی پیچیده *قاعده حلقه* (استوار بر پایستگی انرژی) و *قاعده انشعاب* (استوار بر پایستگی بار) است.

معادله ۲۳-۱۸ یک معادله با سه مجهول است. برای حل کامل این مدار (یعنی برای پیدا کردن هر سه جریان)، به دو معادله دیگر که شامل همین سه مجهول باشند نیاز داریم. با دو بار به کارگیری قاعده حلقه دو معادله دیگر به دست می‌آید. در مدار شکل ۲۳-۹، سه حلقه وجود دارد که از میان آنها باید انتخاب کرد: حلقه چپ ( $badb$ )، حلقه راست ( $bcd b$ ) و حلقه بزرگ ( $badeb$ ). فرقی نمی‌کند که کدام دو حلقه را انتخاب کنیم، در اینجا حلقه چپ و حلقه راست را انتخاب می‌کنیم.

اگر حلقه سمت چپ را به طور پادساعتگرد از نقطه  $b$  دور

بزنیم، از قاعده حلقه خواهیم داشت

$$\mathcal{E}_1 - i_1 R_1 + i_3 R_3 = 0 \quad (19-23)$$

می‌رسیدیم. هم چنین این معادله را جمله به جمله با شکل ۲۳-۸ ب مقایسه کنید که تغییرات پتانسیل را به طور نموداری نشان می‌دهد. (پتانسیل در نقطه  $a$  به طور اختیاری صفر در نظر گرفته شده است).

با حل معادله حلقه بالا برحسب جریان  $i$ ، خواهیم داشت

$$i = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{4/47 - 2/17}{5/5\Omega + 2/3\Omega + 1/8\Omega}$$

$$= 0/2396A \approx 240mA \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های باتری ۱ در شکل ۲۳-۸ الف چقدر است؟

**نکته کلیدی** لازم است که اختلاف پتانسیلهای بین نقطه‌های  $a$  و  $b$  را جمع کنیم.

*محاسبه‌ها:* فرض کنید که از نقطه  $b$  (پایانه منفی باتری ۱) شروع و از باتری ۱ تا نقطه  $a$  (پایانه مثبت) را با در نظر گرفتن تغییرات پتانسیل به طور ساعتگرد طی کنیم. خواهیم داشت

$$V_b - i r_1 + \mathcal{E}_1 = V_a$$

که به دست می‌دهد

$$V_a - V_b = -i r_1 + \mathcal{E}_1$$

$$= -(0/2396A)(2/3\Omega) + 4/47$$

$$= +3/847V \approx 3/8V \quad (\text{پاسخ})$$

که کمتر از emf باتری است. بررسی کنید که با شروع از نقطه  $b$  در شکل ۲۳-۸ الف و پیمودن مدار به طور پادساعتگرد تا نقطه  $a$  همین نتیجه حاصل می‌شود.

## تدبیرهای حل مسئله

**تدبیر ۱:** فرض کردن جهت برای جریان می‌تواند

*اختیاری باشد*

در حل مسئله‌های مدار، نیازی نیست که جهت جریان را از قبل بدانید. بلکه فقط جهتی را برای جریان در نظر بگیرید، اگر چه از نظر فیزیکی صحیح نباشد. برای اثبات این فرض کنید جریان در شکل ۲۳-۸ الف پاد ساعتگرد؛ یعنی عکس جهت پیکانه‌های جریان نشان داده شده باشد. با استفاده از قاعده حلقه از نقطه  $a$  به طور پاد ساعتگرد خواهیم داشت

$$-\mathcal{E}_1 - i r_1 - i R - i r_2 + \mathcal{E}_2 = 0$$

یا

$$i = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2}$$

با قراردادن مقدارهای عددی مسئله نمونه ۲۳-۱ مقدار

$$i = -240mA$$

این است که جریان در خلاف جهتی است که در آغاز فرض می‌شد. علامت منفی نشان می‌دهد که جهت واقعی جریان برعکس جهت فرضی است. این مسئله را می‌توان به روش دیگری حل کرد. بودیم.



به خاطر داشته باشید که  $R_{eq}$  و همه مقاومت‌های موازی واقعی اختلاف پتانسیل یکسان  $V$  را دارند.

برای یافتن عبارتی برای  $R_{eq}$  در شکل ۲۳-۱۰ ب، ابتدا جریان هر مقاومت واقعی را در شکل ۲۳-۱۰ الف به صورت زیر می‌نویسیم

$$i_1 = \frac{V}{R_1}, \quad i_r = \frac{V}{R_r}, \quad i_r = \frac{V}{R_r}$$

که  $V$  اختلاف پتانسیل بین  $a$  و  $b$  است. اگر از قاعده انشعاب در نقطه  $a$  شکل ۲۳-۱۰ الف استفاده کنیم و سپس این مقادارها را جایگزین کنیم، خواهیم داشت

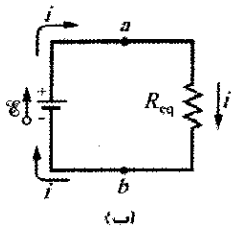
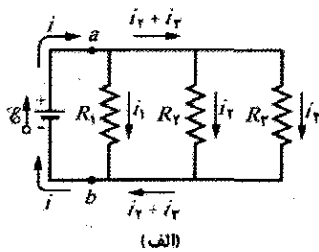
$$i = i_1 + i_r + i_r = V \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_r} + \frac{1}{R_r} \right) \quad (21-23)$$

اگر مقاومت معادل  $R_{eq}$  ترکیب موازی را قرار دهیم (شکل ۲۳-۱۰ ب)، خواهیم داشت

$$i = \frac{V}{R_{eq}} \quad (22-23)$$

از مقایسه معادله‌های ۲۳-۲۱ و ۲۳-۲۲ خواهیم داشت

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_r} + \frac{1}{R_r} \quad (23-23)$$



شکل ۲۳-۱۰ (الف) سه مقاومت به طور موازی به دو سر  $a$  و  $b$  بسته شده‌اند. (ب) مدار معادل که در آن مقاومت  $R_{eq}$  به جای آن سه مقاومت بسته شده است.

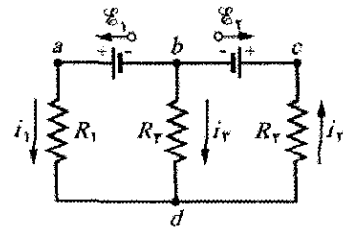
با تعمیم این نتیجه به حالتی که  $n$  مقاومت وجود دارد، خواهیم داشت

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j} \quad (24-23) \quad (n \text{ مقاومت موازی})$$

در حالت وجود دو مقاومت، مقاومت معادل عبارت است از حاصلضرب آنها بخش بر مجموع آنها؛ یعنی

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_r}{R_1 + R_r} \quad (25-23)$$

اگر به طور اتفاقی مقاومت معادل را مجموع بخش بر حاصلضرب به دست آورید، توجه داشته باشید که این نتیجه از نظر ابعادی نادرست است.



شکل ۲۳-۹ یک مدار چند حلقه‌ای که شامل سه شاخه است: شاخه چپ  $bad$ ، شاخه راست  $bcd$ ، و شاخه مرکزی  $bd$ . این مدار همچنین دارای سه حلقه است: حلقه چپ  $hadh$ ، حلقه راست  $bcdh$  و حلقه بزرگ  $badcb$ .

اگر حلقه سمت راست را به طور پادساعتگرد از نقطه  $b$  دور بزنیم، از قاعده حلقه خواهیم داشت

$$-i_r R_r - i_r R_r - \mathcal{E}_r = 0 \quad (20-23)$$

اکنون سه معادله (معادله‌های ۲۳-۱۸، ۲۳-۱۹ و ۲۳-۲۰) و سه جریان مجهول داریم که با روشهای مختلف می‌توان آنها را حل کرد.

اگر قاعده حلقه را برای حلقه بزرگ به کار ببریم (با حرکت پادساعتگرد از  $b$ ) معادله زیر را به دست می‌آوریم

$$\mathcal{E}_1 - i_1 R_1 - i_r R_r - \mathcal{E}_r = 0$$

این معادله شاید جدید به نظر برسد، ولی این فقط مجموع معادله‌های ۲۳-۱۹ و ۲۳-۲۰ است. (البته اگر با معادله ۲۳-۱۸ یا یکی از معادله‌های ۲۳-۱۹ یا ۲۳-۲۰ به کار برده شود نتایج مناسب را به دست می‌دهد.)

### مقاومت‌های موازی

شکل ۲۳-۱۰ الف سه مقاومت موازی را نشان می‌دهد که به یک باتری آرمانی با emf برابر با  $\mathcal{E}$  بسته شده‌اند. عبارت «موازی بودن» بدان معناست که یک سر مقاومتها به طور مستقیم به یکدیگر و سر دیگر آنها نیز به طور مستقیم به یکدیگر وصل شده‌اند و اختلاف پتانسیل  $V$  به سرهای متصل شده به یکدیگر اعمال شده است. بنابراین، هر سه مقاومت دارای یک اختلاف پتانسیل  $V$  در دو سر هستند که جریانی را در هر مقاومت به وجود می‌آورد. در حالت کلی،

هرگاه یک اختلاف پتانسیل  $V$  به دو سر مقاومت‌های با اتصال موازی اعمال شود، همه مقاومتها دارای اختلاف پتانسیل  $V$  یکسانی خواهند بود.

در شکل ۲۳-۱۰ الف، اختلاف پتانسیل اعمال شده  $V$  توسط باتری برقرار می‌شود. در شکل ۲۳-۱۰ ب سه مقاومت موازی با یک مقاومت معادل  $R_{eq}$  جایگزین شده‌اند.

مقاومتها با اتصال موازی را می‌توان با یک مقاومت معادل  $R_{eq}$  جایگزین کرد به طوری که همان اختلاف پتانسیل  $V$  و جریان کل  $i$  مقاومت‌های واقعی را داشته باشد.

## جدول ۱-۲۳

مقاومتها و خازنهای متوالی و موازی

موازی	متوالی	موازی	متوالی
مقاومتها	خازنها	مقاومتها	خازنها
$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j} \quad (\text{معادله } ۲۳-۲۴)$	$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{C_j} \quad (\text{معادله } ۲۱-۲۰)$	$R_{eq} = \sum_{j=1}^n R_j \quad (\text{معادله } ۲۳-۷)$	$C_{eq} = \sum_{j=1}^n C_j \quad (\text{معادله } ۲۱-۱۹)$
اختلاف پتانسیل در دو سر تمام مقاومتها یکسان است.	اختلاف پتانسیل در دو سر تمام خازنها یکسان است.	اختلاف پتانسیل در دو سر تمام مقاومتها یکسان است.	اختلاف پتانسیل در دو سر تمام خازنها یکسان است.

از  $R_4$  می‌گذرد از باتری و سپس از  $R_1$  نیز باید بگذرد بدون آنکه مقدار آن تغییر کند. ولی، جریان در نقطه  $b$  تقسیم می‌شود و فقط بخشی از آن از  $R_4$  می‌گذرد و بقیه از  $R_4$  عبور می‌کند. روش بی‌نتیجه: برای متمایز کردن چند جریان در مدار، مانند شکل ۱۱-۲۳ ب، آنها را شماره‌گذاری می‌کنیم. بنابراین، با حرکت ساعتگرد از  $a$ ، قاعده حلقه را برای حلقه سمت چپ به صورت زیر می‌نویسیم

$$+ \mathcal{E} - i_1 R_1 - i_4 R_4 - i_4 R_4 = 0$$

متأسفانه این معادله دو مجهول  $i_1$  و  $i_4$  دارد و برای پیدا کردن آنها حداقل به یک معادله دیگر نیز نیاز داریم.

روش موفق: گزینه بسیار ساده‌تر عبارت است از ساده‌سازی مدار شکل ۱۱-۲۳ ب به کمک پیدا کردن مقاومت معادل. توجه کنید که  $R_1$  و  $R_4$  متوالی نیستند و در نتیجه نمی‌توان یک مقاومت معادل را جایگزین آنها کرد. ولی،  $R_4$  و  $R_4$  موازی‌اند، پس می‌توان از معادله ۲۳-۲۴ یا از معادله ۲۳-۲۵ برای پیدا کردن مقاومت معادل آنها  $R_{44}$  استفاده کرد. از معادله اخیر داریم

$$R_{44} = \frac{R_4 R_4}{R_4 + R_4} = \frac{(20\Omega)(30\Omega)}{50\Omega} = 12\Omega$$

حال مدار را می‌توان به صورت شکل ۱۱-۲۳ پ دوباره رسم کرد؛ توجه کنید که جریان عبوری از  $R_{44}$  باید  $i_4$  باشد، چون باری که از  $R_1$  و  $R_4$  می‌گذرد از  $R_{44}$  نیز باید بگذرد. برای چنین مدار تک حلقه‌ای، از قاعده حلقه (به طور ساعتگرد از نقطه  $a$ ) خواهیم داشت

$$+ \mathcal{E} - i_1 R_1 - i_1 R_{44} - i_1 R_4 = 0$$

با قرار دادن این داده‌ها، خواهیم داشت

$$12V - i_1(20\Omega) - i_1(12\Omega) - i_1(8/5\Omega) = 0$$

که از آن، داریم

$$i_1 = \frac{12V}{40\Omega} = 0.3A \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) جریان  $i_4$  عبوری از  $R_4$  چقدر است؟

**نکته کلیدی** (۱) در اینجا باید از مدار معادل شکل ۱۱-۲۳ پ به عقب برگردیم، که در آن  $R_{44}$  به جای  $R_4$  و  $R_4$  گذاشته شده است. (۲) چون  $R_4$  و  $R_4$  موازی‌اند، اختلاف پتانسیل دو جریان در مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_4$  یکسان است، چون جریانی که از  $R_4$  می‌گذرد و  $R_4$  برابر با اختلاف پتانسیل  $R_{44}$  است.

توجه کنید که هرگاه دو یا چند مقاومت به طور موازی به هم وصل شوند، مقاومت معادل از همه مقاومت‌های موجود در ترکیب کوچکتر است. در جدول ۱-۲۳ رابطه‌های معادل مقاومتها و خازنها در حالت متوالی و موازی به طور خلاصه آمده است.

**نکته واریسی ۴** یک باتری با اختلاف پتانسیل  $\mathcal{E}$  در دو سر آن به ترکیب دو مقاومت یکسان متصل شده است و جریان  $i$  از آن عبور می‌کند. اگر مقاومتها (الف) متوالی و (ب) موازی باشند، اختلاف پتانسیل دو سر و جریانی که از هر مقاومت می‌گذرد چقدر است؟

## مسئله نمونه ۲-۲۳

شکل ۱۱-۲۳ الف یک مدار چند حلقه‌ای شامل یک باتری آرمانی و چهار مقاومت با مقدارهای زیر را نشان می‌دهد

$$R_1 = 20\Omega, R_2 = 20\Omega, \mathcal{E} = 12V$$

$$R_3 = 30\Omega, R_4 = 8/5\Omega$$

(الف) چه جریانی از باتری می‌گذرد؟

**نکته کلیدی** ابتدا توجه کنید که جریانی که از باتری می‌گذرد باید جریانی باشد که از  $R_1$  می‌گذرد. مشاهده می‌کنیم که جریان را با به کار بردن قاعده حلقه در مورد حلقه‌ای که شامل  $R_1$  است می‌توان به دست آورد، چون جریان در اختلاف پتانسیل دو سر  $R_1$  به حساب می‌آید.

روش نادرست: این کار می‌تواند در حلقه سمت چپ یا در حلقه بزرگ انجام گیرد. با توجه به اینکه پیکان emf باتری به سمت بالاست، پس جریان حاصل از باتری ساعتگرد است و می‌توان قاعده حلقه را برای حلقه سمت چپ، به طور ساعتگرد و با شروع از نقطه  $a$  به کار برد. اگر  $i$  جریان عبوری از باتری باشد، خواهیم داشت

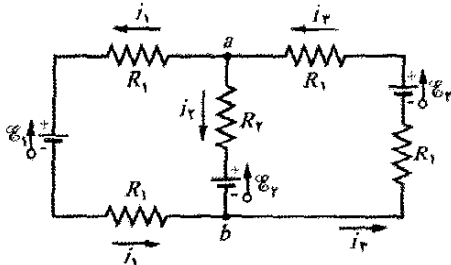
$$+ \mathcal{E} - iR_1 - iR_2 - iR_4 = 0 \quad (\text{نادرست})$$

ولی این معادله نادرست است، چون در آن فرض شده است که همه مقاومت‌های  $R_1$ ،  $R_2$  و  $R_4$  دارای یک جریان  $i$  هستند. در مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  یکسان است، چون جریانی که از  $R_1$  می‌گذرد و  $R_2$  برابر با اختلاف پتانسیل  $R_{22}$  است.

**نکته‌های کلیدی** درست نیست که سعی کنیم مدار را ساده کنیم، چون در آن هیچ دو مقاومتی موازی نیستند، و مقاومت‌هایی که متوالی‌اند (در شاخه راست یا شاخه چپ) مشکلی به وجود نمی‌آورند. پس هدف ما به کار بردن قاعده‌های مربوط به انشعاب و حلقه است.

**قاعده انشعاب:** با انتخاب جهت‌های اختیاری برای جریان‌ها مانند شکل ۲۳-۱۲، و به کار بردن قاعده انشعاب در نقطه  $a$  داریم

$$i_r = i_1 + i_2 \quad (23-26)$$



شکل ۲۳-۱۲ یک مدار چند حلقه‌ای با سه باتری آرمانی و پنج مقاومت.

به کارگیری قاعده انشعاب در نقطه  $b$  نیز همین معادله را به دست می‌دهد، بنابراین، قاعده حلقه را برای دو حلقه از سه حلقه به کار می‌بریم.

**حلقه سمت چپ:** ابتدا به طور اختیاری حلقه سمت چپ را انتخاب می‌کنیم و به طور اختیاری از نقطه  $b$  شروع و مدار را در جهت ساعتگرد طی می‌کنیم تا رابطه زیر به دست آید

$$-i_1 R_1 + \mathcal{E}_1 - i_2 R_1 - (i_1 + i_2) R_2 - \mathcal{E}_2 = 0$$

که در مدار میانی  $(i_1 + i_2)$  را به جای  $i_r$  جایگزین کرده‌ایم. با قرار دادن داده‌ها و ساده کردن خواهیم داشت

$$i_1 (1/0.5 \Omega) - i_2 (4/0.5 \Omega) = -3/0.5 \text{ V} \quad (23-27)$$

**حلقه سمت راست:** در مورد دومین کاربرد قاعده حلقه، در حلقه سمت راست به طور اختیاری و پادساعتگرد از نقطه  $b$  حرکت می‌کنیم، داریم

$$-i_2 R_1 - \mathcal{E}_2 - i_r R_1 - (i_1 + i_2) R_2 - \mathcal{E}_1 = 0$$

با قرار دادن داده‌ها و ساده کردن داریم

$$i_1 (4/0.5 \Omega) + i_2 (1/0.5 \Omega) = 0 \quad (23-28)$$

**ترکیب معادله‌ها:** اکنون دستگاهی از دو معادله (معادله‌های ۲۳-۲۷ و ۲۳-۲۸) با دو مجهول  $(i_1, i_2)$  برای حل در اختیار داریم (که حل آن بسیار آسان است) چه با دست و چه با ماشین حساب. (یک روش حل قاعده کرامر است که در پیوست ۳ داده شده است.) داریم

$$i_1 = -0.25 \text{ A}$$

(علامت منفی بدان معناست که جهت اختیاری انتخاب شده برای  $i_1$  در شکل ۲۳-۱۲ درست نبوده است و باید آن را اصلاح کنیم.) با قرار دادن  $i_1 = -0.25 \text{ A}$  در معادله ۲۳-۲۸ و حل آن برای  $i_2$  خواهیم داشت

$$i_2 = 0.25 \text{ A}$$

**بازنگری:** می‌دانیم که جریان عبوری از  $R_{23}$  برابر با  $i_1 = 0.30 \text{ A}$  است. بنابراین، برای پیدا کردن اختلاف پتانسیل  $V_{23}$  دو سر  $R_{23}$  از معادله ۲۲-۸ ( $R = V/i$ ) استفاده می‌کنیم

$$R_{23} = i_1 R_{23} = (0.30 \text{ A})(12 \Omega) = 3.6 \text{ V}$$

پس اختلاف پتانسیل دو سر  $R_2$  برابر با  $3.6 \text{ V}$  است، بنابراین، از معادله ۲۲-۸ جریان  $i_2$  در  $R_2$  باید برابر با مقدار زیر باشد

$$i_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{3.6 \text{ V}}{20 \Omega} = 0.18 \text{ A} \quad (\text{پاسخ})$$

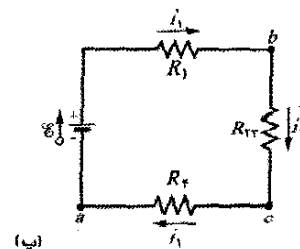
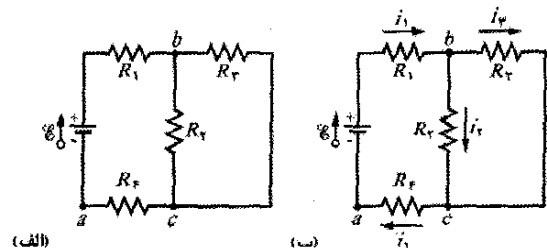
(پ) جریان عبوری  $i_2$  از  $R_2$  چقدر است؟

**نکته کلیدی** از روش مشابهی مانند (ب) یا این نکته می‌توان استفاده کرد: از قاعده انشعاب معلوم است که در نقطه  $b$  شکل ۲۳-۱۱، جریان ورودی  $i_1$  و جریان خروجی  $i_2$  و  $i_r$  با رابطه زیر به هم مربوط اند

$$i_1 = i_2 + i_r$$

**محاسبه:** بازنویسی قاعده انشعاب به دست می‌دهد

$$i_r = i_1 - i_2 = 0.30 \text{ A} - 0.18 \text{ A} = 0.12 \text{ A} \quad (\text{پاسخ})$$



شکل ۲۳-۱۱ (الف) یک مدار چند حلقه‌ای با یک باتری آرمانی با emf برابر با  $\mathcal{E}$  و چهار مقاومت. (ب) جریان‌های فرض شده از مقاومت‌ها می‌گذرند. (پ) ساده‌سازی مدار با جایگزینی مقاومت‌های  $R_2$  و  $R_r$  با مقاومت معادل  $R_{23}$ . جریانی که از  $R_{23}$  می‌گذرد برابر با جریانی است که از  $R_1$  و  $R_2$  می‌گذرد.

### مسئله نمونه ۲۳-۳

شکل ۲۳-۱۲ مداری را نشان می‌دهد که عنصرهای آن دارای مقادیر زیرند

$$\mathcal{E}_1 = 3.0 \text{ V}, \quad \mathcal{E}_2 = 6.0 \text{ V}$$

$$R_1 = 2.0 \Omega, \quad R_2 = 4.0 \Omega$$

سه باتری آرمانی‌اند. بزرگی و جهت جریان را در هر یک از سه شاخه پیدا کنید.

اکنون، می‌توان هر یک از ۱۴۰ ردیف مشابه را به این صورت نمایش داد که دارای یک emf برابر با  $\mathcal{E}_{row}$  و یک مقاومت  $R_{row}$  هستند، (شکل ۲۳-۱۳ ب).

در شکل ۲۳-۱۳ ب، emf بین نقطه  $a$  و نقطه  $b$  در هر ردیف  $\mathcal{E}_{row} = 750\text{ V}$  است. چون ردیف‌ها مشابه‌اند و چون همه آنها در سمت چپ شکل ۲۳-۱۳ ب به یکدیگر متصل‌اند، همه نقطه‌های  $b$  در این شکل در پتانسیل الکتریکی یکسانی هستند. پس اینها را می‌توان متصل به هم در نظر گرفت به طوری که گویی فقط یک نقطه  $b$  وجود دارد. emf بین نقطه  $a$  و این تک نقطه  $b$  برابر است با  $\mathcal{E}_{row} = 750\text{ V}$ ، پس مدار را می‌توان به صورت نشان داده شده در شکل ۲۳-۱۳ پ رسم کرد.

میان نقطه‌های  $b$  و  $c$  در شکل ۲۳-۱۳ پ، ۱۴۰ مقاومت  $R_{row} = 1250\Omega$  وجود دارد که همه آنها با هم موازی‌اند. مقاومت معادل  $R_{eq}$  این ترکیب با استفاده از معادله ۲۳-۲۴ به صورت زیر داده می‌شود

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{140} \frac{1}{R_j} = 140 \cdot \frac{1}{R_{row}}$$

یا

$$R_{eq} = \frac{R_{row}}{140} = \frac{1250\Omega}{140} = 8.93\Omega$$

با قراردادن  $R_{eq}$  به جای ترکیب موازی مقاومتها می‌توان مدار ساده شده شکل ۲۳-۱۳ ت را به دست آورد. با به کار بردن قاعده حلقه به طور پاد ساعتگرد از نقطه  $b$  در این مدار، خواهیم داشت

$$\mathcal{E}_{row} - iR_w - iR_{eq} = 0$$

با حل این معادله برای  $i$  و قراردادن داده‌ها داریم

$$i = \frac{\mathcal{E}_{row}}{R_w + R_{eq}} = \frac{750\text{ V}}{800\Omega + 8.93\Omega}$$

$$= 0.927\text{ A} \approx 0.93\text{ A} \quad (\text{پاسخ})$$

اگر سر یا دم مار ماهی نزدیک به یک ماهی دیگر قرار گیرد، بخش زیادی از این جریان از مسیر باریکی از بدن ماهی می‌گذرد که باعث بی‌حسی یا مرگ آن می‌شود.

(ب) چقدر جریان  $i_{row}$  از هر ردیف شکل ۲۳-۱۳ الف می‌گذرد؟

**نکته کلیدی** در اینجا چون ردیفها مشابه‌اند، جریان وارد شده به مار ماهی و خارج شده از آن بین ردیفها به تساوی تقسیم

می‌شود

محاسبه: پس داریم:

$$i_{row} = \frac{i}{140} = \frac{0.927\text{ A}}{140} = 6.6 \times 10^{-3}\text{ A} \quad (\text{پاسخ})$$

www.iran-mavad.com  
مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

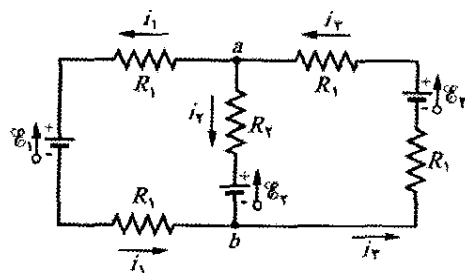
از معادله ۲۳-۲۶ خواهیم داشت

$$i_r = i_1 + i_r = -0.50\text{ A} + 0.25\text{ A} = -0.25\text{ A} \quad (\text{پاسخ})$$

پاسخ مثبت برای  $i_r$  به معنای درست بودن جهت انتخاب شده برای این جریان است. ولی پاسخهای منفی برای  $i_1$  و  $i_r$  به معنای این است که انتخاب ما برای جهت این جریانها درست نبوده است. بنابراین، به عنوان آخرین مرحله در اینجا، با تعویض جهت  $i_1$  و  $i_r$  در شکل ۲۳-۱۲، جهت جریانها را اصلاح می‌کنیم و در نتیجه داریم

$$i_1 = 0.50\text{ A} \quad \text{و} \quad i_r = 0.25\text{ A} \quad (\text{پاسخ})$$

توجه: این اصلاح جهت جریان را در آخرین مرحله انجام دهید و پیش از محاسبه تمام جریانها انجام ندهید.



شکل ۲۳-۱۲ یک مدار چند حلقه‌ای با سه باتری آرمانی و پنج مقاومت.

#### مسئله نمونه ۲۳-۴

ماهی برقدار که سلولهای زیست شناختی آن جریان برق تولید می‌کنند و الکتروپلاک نام دارند، یک منبع emf فیزیولوژیکی است. الکتروپلاکهای نوعی مارماهی آمریکای جنوبی به صورت ۱۴۰ ردیف آرایش یافته‌اند که هر ردیف در طول بدن ماهی به طور افقی کشیده شده و ۵۰۰۰ الکتروپلاک دارد. این آرایش در شکل ۲۳-۱۳ الف نشان داده شده است؛ emf هر الکتروپلاک برابر با ۰/۱۵ V و مقاومت درونی آن ۰/۲۵  $\Omega$  است. آب اطراف ماهی مدار بین دو انتهای آرایه الکتروپلاک را، یکی در دم و دیگری در سر حیوان، کامل می‌کند. (الف) اگر مقاومت آب اطراف ماهی  $R_w = 800\Omega$  باشد، مار ماهی چقدر جریان در آب ایجاد می‌کند؟

**نکته کلیدی** در اینجا می‌توانیم مدار شکل ۲۳-۱۳ الف را با قراردادن ترکیب emfها و مقاومتهای درونی، با emf و مقاومت معادل ساده کنیم.

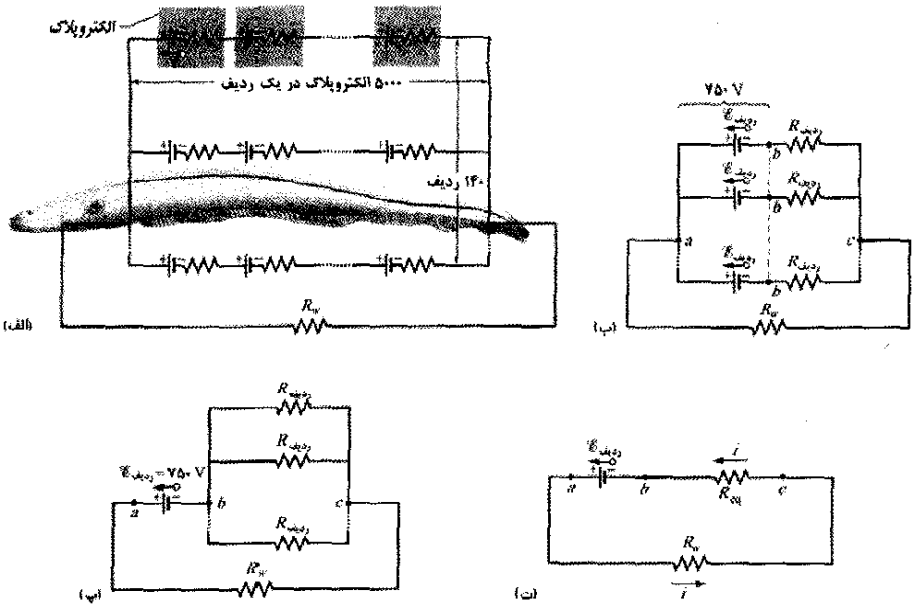
محاسبه‌ها: ابتدایک ردیف تنها را در نظر می‌گیریم. emf کل  $\mathcal{E}_r$  در طول یک ردیف از ۵۰۰۰ الکتروپلاک عبارت است از مجموع emfها:

$$\mathcal{E}_{row} = 5000\mathcal{E} = (5000)(0.15\text{ V}) = 750\text{ V}$$

مقاومت کل  $R_{row}$  در طول یک ردیف عبارت است از مجموع مقاومتهای درونی ۵۰۰۰ الکتروپلاک:

$$R_{row} = 5000r = (5000)(0.25\Omega) = 1250\Omega$$

شکل ۲۳-۱۳ (الف) مدلی از مدار الکتریکی یک مارماهی در آب.  $\mathcal{E}$  هر الکتروپلک و مقاومت درونی آن  $r$  است. در راستای هر یک از ۱۴۰ ردیف که از سر تا دم مارماهی امتداد دارد، ۵۰۰۰ الکتروپلک وجود دارد. مقاومت آب اطراف  $R_w$  است. (ب)  $\mathcal{E}_{row}$  هر ردیف و  $R_{row}$  مقاومت آن است. (پ)  $\mathcal{E}_{row}$  بین نقطه‌های  $a$  و  $b$  برابر  $\mathcal{E}_{row}$  است. بین نقطه‌های  $a$  و  $b$ ،  $140 R_{row}$  مقاومت موازی  $R_{row}$  وجود دارد. (ت) مدار ساده شده با مقاومت  $R_{eq}$  که جایگزین ترکیب موازی مقاومتها شده است.



بنابراین، جریانی که از هر ردیف می‌گذرد کم است، و از جریانی که از آب می‌گذرد حدود دو مرتبه بزرگی کوچکتر است، این بدان معناست که جریان الکتریکی در بدن مارماهی بخش می‌شود و مارماهی برقرار در هنگام بی‌حس کردن یا کشتن ماهی خود بی‌حس و کشته نمی‌شود.

## تدبیرهای حل مسئله

### تدبیر ۲: حل مدارهای شامل باتریها و مقاومتها

برای حل مدارها به منظور به دست آوردن جریانه‌ها یا اختلاف پتانسیلهای مجهول دو روش کلی وجود دارد.

۱- اگر مدار را بتوان با جایگزینی مقاومت‌های متوالی یا موازی با معادل آنها ساده کرد، این کار را باید انجام داد. اگر بتوان مدار را به یک حلقه تبدیل کرد، آنگاه مانند مسئله نمونه ۲۳-۲ الف، می‌توان جریانی را که از باتری و آن حلقه می‌گذرد پیدا کرد. ممکن است مجبور باشید به عقب برگردید و مانند مسئله نمونه ۲۳-۲ ب برای پیدا کردن جریان یا اختلاف پتانسیل برای هر مقاومت موردنظر، فرایند ساده‌سازی مدار را کنار بگذارید.

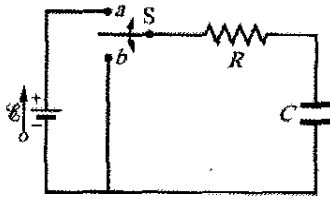
۲- اگر نتوان مدار را به یک حلقه ساده کرد، آنگاه باید مانند مسئله نمونه ۲۳-۳ از قاعده انشعاب و قاعده حلقه برای نوشتن مجموعه معادله‌های همزمان استفاده کرد. شما فقط به تعداد مجهول‌هایی که در معادله هستند به معادله‌های مستقل نیاز دارید. اگر بخواهید جریان یا اختلاف پتانسیل مقاومت خاصی را پیدا کنید، باید اطمینان یابید که جریان یا اختلاف پتانسیل آن دست کم در یکی از معادله‌های یک حلقه که مقاومت در آن واقع شده، ظاهر می‌شود.

### تدبیر ۳: گزینه‌های اختیاری در حل مسئله‌های مدار

در مسئله نمونه ۲۳-۳، چند گزینه اختیاری داشتیم. (۱) جهت جریانه‌ها در شکل ۲۳-۱۲ را اختیاری در نظر گرفتیم. (۲) برای نوشتن معادله‌ها هر یک از سه حلقه را اختیاری انتخاب کردیم. (۳) جهت گردش را در مدار اختیاری در نظر گرفتیم. (۴) نقطه شروع و نقطه پایان برای هر گردش را اختیاری انتخاب کردیم. چنین اختیاراتی برای مبتدیان ممکن است نگران کننده باشد، ولی برای با تجربه‌ها در حل مدار مشکلی ایجاد نمی‌کند. فقط دو قاعده را حتماً به خاطر بسپارید. نخست اطمینان یابید که هر حلقه انتخابی را به طور کامل طی کرده‌اید. دوم، هرگاه جهتی را برای جریان انتخاب کردید، همان را حفظ کنید تا مقادیرهای مربوط به همه جریانه‌ها به دست آید. اگر جهت را اشتباه انتخاب کرده باشید، نتیجه با علامت منفی به دست خواهد آمد. آنگاه با حذف علامت منفی و معکوس کردن پیکان نمایش جریان در نمودار مدار، به سادگی تصحیح را انجام دهید. به هر حال، همان‌طور که در مسئله نمونه ۲۳-۳ دیدیم، تا همه محاسبه‌های مورد نیاز را برای مدار کامل نکرده‌اید این تصحیح را انجام ندهید.

## ۲۳-۸ آمپرسنج و ولت‌سنج

دستگاهی که برای اندازه‌گیری جریان به کار می‌رود، آمپرسنج نامیده می‌شود. برای اندازه‌گیری جریان در یک سیم، سیم را قطع می‌کنند و آمپرسنج را طوری در مدار قرار می‌دهند که جریان مورد اندازه‌گیری از آن بگذرد. (در شکل ۲۳-۱۴ آمپرسنج A برای اندازه‌گیری جریان  $i$  قرار داده شده است.)



شکل ۲۳-۱۵ وقتی کلید S در وضعیت a بسته شود، خازن از طریق مقاومت باردار می‌شود. هرگاه کلید در وضعیت b قرار گیرد، خازن از طریق مقاومت تخلیه می‌شود.

باتری در هر طرف خازن می‌کند. این جریان بار  $q$  روی صفحه‌ها و اختلاف پتانسیل  $V_C$  (برابر با  $q/C$ ) بین دو سر خازن را زیاد می‌کند. هرگاه این اختلاف پتانسیل برابر با اختلاف پتانسیل دو سر باتری (که برابر با  $\mathcal{E}$  است) شود، جریان صفر می‌شود. از معادله ۲۱-۱  $(q = CV)$ ، بار (نهایی) تعادل در وقتی که خازن به طور کامل باردار شود برابر با  $C\mathcal{E}$  است.

در اینجا فرایند باردار شدن را بررسی می‌کنیم. به ویژه می‌خواهیم بدانیم که به هنگام باردار شدن خازن بار  $q(t)$  روی صفحه‌های خازن، اختلاف پتانسیل  $V_C(t)$  دو سر خازن، و جریان  $i(t)$  در مدار چگونه با زمان تغییر می‌کنند. از قاعده حلقه در مدار استفاده می‌کنیم و با حرکت ساعتگرد از پایانه منفی باتری شروع به حرکت می‌کنیم. داریم

$$\mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0 \quad (23-30)$$

جمله آخر در سمت چپ اختلاف پتانسیل دو سر خازن را نشان می‌دهد. چون صفحه بالایی خازن که به پایانه مثبت باتری وصل شده نسبت به صفحه پایینی آن در پتانسیل بالاتری قرار دارد، این جمله منفی است. پس، در هنگام گذشتن از خازن از بالا به پایین یک افت پتانسیل وجود دارد.

بی‌درنگ نمی‌توان معادله ۲۳-۳۰ را حل کرد، چون دو متغیر  $i$  و  $q$  در آن وجود دارد. با وجود این متغیرها مستقل از یکدیگر نیستند و با رابطه زیر به هم مربوطاند

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (23-31)$$

با قرار دادن این مقدار  $i$  در معادله ۲۳-۳۰ و مرتب کردن آن، خواهیم داشت

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E} \quad (23-32) \quad (\text{معادله باردار شدن})$$

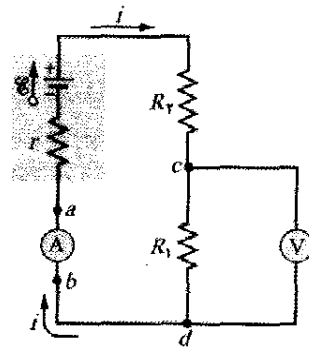
این معادله دیفرانسیل، تغییر زمانی بار  $q$  خازن را در شکل ۲۳-۱۵ توصیف می‌کند. برای حل آن نیاز به تابع  $q(t)$  داریم که در این معادله صدق کند و شرایط اولیه خازن بدون بار را برآورده سازد: یعنی در  $t=0$  داشته باشیم  $q=0$ .

به زودی نشان خواهیم داد که پاسخ معادله ۲۳-۳۲ به صورت زیر است

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad (23-33) \quad (\text{باردار شدن خازن})$$

(در اینجا  $e$  برابر با  $2.718$  پایه نمایی است نه بار بنیادی). توجه

کنید که معادله ۲۳-۳۳ در شرایط اولیه موردنظر صدق می‌کند، چون در  $t=0$  جمله  $e^{-t/RC}$  برابر با یک است و از معادله



شکل ۲۳-۱۴ یک مدار تک حلقه‌ای که نشان می‌دهد آمپرسنج (A) و ولت‌سنج (V) چگونه در مدار قرار می‌گیرند.

ضروری است که مقاومت  $R_A$  آمپرسنج در مقایسه با مقاومت‌های دیگر مدار خیلی کوچک باشد. در غیر این صورت، حضور آمپرسنج جریان مورد اندازه‌گیری را تغییر می‌دهد. وسیله‌ای که برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل به کار می‌رود ولت‌سنج نامیده می‌شود. برای یافتن اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از مدار، بدون آنکه سیم مدار قطع شود، پایانه‌های ولت‌سنج بین آن دو نقطه وصل می‌شود. (در شکل ۲۳-۱۴، ولت‌سنج V برای اندازه‌گیری ولتاژ دو سر  $R_1$  به کار رفته است.)

ضروری است که مقاومت  $R_V$  ولت‌سنج در مقایسه با مقاومت هر عنصری که ولت‌سنج به دو سر آن وصل می‌شود خیلی بزرگ باشد. در غیر این صورت خود ولت‌سنج به صورت یک عنصر مهم مدار درمی‌آید و اختلاف پتانسیل مورد اندازه‌گیری را تغییر می‌دهد.

اغلب یک دستگاه اندازه‌گیری طوری ساخته می‌شود، که با کلیدی می‌توان آن را در وضعیت آمپرسنج یا ولت‌سنج قرار داد و چنان طراحی می‌شود که بتوان مقاومت هر عنصر بین دو پایانه آن را نیز اندازه‌گیری کرد، به این وسیله اهم‌سنج می‌گویند. یک چنین مجموعه‌ای مولتی متر نام دارد.

## ۲۳-۹ مدارهای RC

در بخش‌های گذشته فقط با مدارهایی سروکار داشتیم که در آنها جریان‌ها نسبت به زمان تغییر نمی‌کردند. در اینجا درباره جریان‌های متغیر با زمان بحث می‌کنیم.

### باردار شدن یک خازن

خازن با ظرفیت C در شکل ۲۳-۱۵ در آغاز بدون بار است. برای باردار کردن آن، کلید S را در نقطه a قرار می‌دهیم. این کار مدار متوالی RC شامل خازن، باتری آرمانی با emf برابر با  $\mathcal{E}$  و مقاومت R را کامل می‌کند.

از بخش ۲۱-۲، می‌دانیم که با کامل شدن مدار، بار شروع به شارش (جریان به وجود می‌آید) بین صفحه خازن و پایانه



## ثابت زمانی

بعد حاصلضرب  $RC$  که در معادله‌های ۲۳-۳۳، ۲۳-۳۴ و ۲۳-۳۵ ظاهر می‌شود، زمان است (هم به این دلیل که شناسه یک تابع نمایی باید بدون بعد باشد و هم به این دلیل که در واقع  $1/10\Omega \times 1/10F = 1/10s$ ). حاصلضرب  $RC$  ثابت زمانی خازنی مدار نام دارد و با نماد  $\tau$  نشان داده می‌شود

$$\tau = RC \quad (23-36) \quad (\text{ثابت زمانی})$$

از معادله ۲۳-۳۳، می‌توان دید که در مدت زمان  $t = \tau (= RC)$ ، بار در خازن بدون بار اولیه در شکل ۲۳-۱۵ از صفر به مقدار زیر افزایش می‌یابد

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-1}) = 0.63 C\mathcal{E} \quad (23-37)$$

به عبارتی، در ضمن اولین ثابت زمانی  $\tau$  بار خازن از صفر به ۶۳٪ مقدار نهایی  $C\mathcal{E}$  افزایش می‌یابد. در شکل ۲۳-۱۶، مثالهای کوچک در راستای محور زمان بازه‌های پیاپی یک ثابت زمانی را در ضمن باردار شدن خازن نشان می‌دهند. زمانهای باردار شدن خازن در مدارهای  $RC$  اغلب برحسب  $\tau$  بیان می‌شود؛ هر چقدر  $\tau$  بیشتر باشد، زمان باردار شدن خازن بیشتر است.

## تخلیه خازن

حال فرض کنید که خازن شکل ۲۳-۱۵ تا پتانسیل  $V_0$  برابر با emf باتری یعنی  $\mathcal{E}$  به طور کامل پر شود. در لحظه جدید  $t = 0$ ، کلید  $S$  از وضعیت  $a$  به وضعیت  $b$  قرار داده می‌شود به طوری که خازن بتواند از طریق مقاومت  $R$  تخلیه شود. بار  $q(t)$  روی خازن و جریان  $i(t)$  عبوری در تخلیه حلقه خازن و مقاومت به چه صورت برحسب زمان تغییر می‌کنند؟

معادله دیفرانسیل توصیف کننده  $q(t)$  مانند معادله ۲۳-۳۲ است با این تفاوت که باتری در حلقه تخلیه وجود ندارد،  $\mathcal{E} = 0$ . پس

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (\text{معادله تخلیه خازن}) \quad (23-38)$$

جواب این معادله دیفرانسیل عبارت است از

$$q = q_0 e^{-t/RC} \quad (\text{تخلیه خازن}) \quad (23-39)$$

که در آن  $q_0 (= CV_0)$  بار اولیه روی خازن است. با جایگذاری می‌توان ثابت کرد که معادله ۲۳-۳۹ در واقع جواب معادله ۲۳-۳۸ است.

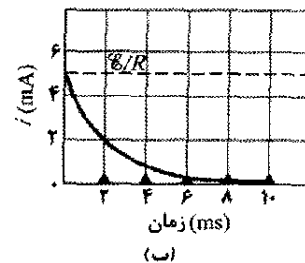
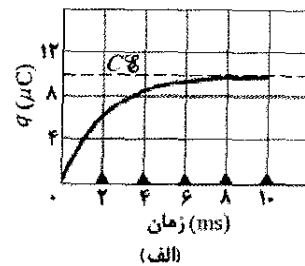
از معادله ۲۳-۳۹ معلوم است که  $q$  به طور نمایی و با آهنگ ثابت زمانی خازن یعنی  $\tau = RC$  نسبت به زمان کاهش می‌یابد. در زمان  $t = \tau$ ، بار خازن به مقدار  $q_0 e^{-1}$  یا تقریباً ۳۷٪ مقدار اولیه کاهش یافته است. توجه کنید که  $\tau$  بیشتر به معنای بیشتر شدن

$q = 0$  حاصل می‌شود. همچنین توجه کنید که وقتی  $t$  به سمت بینهایت میل می‌کند (یعنی پس از یک مدت زمان طولانی) جمله  $e^{-t/RC}$  صفر می‌شود، این معادله مقدار مناسبی را برای تمام (تعادل) بار خازن، یعنی  $q = C\mathcal{E}$  به دست می‌دهد. نمودار  $q(t)$  برای فرایند باردار شدن در شکل ۲۳-۱۶ الف نشان داده شده است.

مشتق  $q(t)$  عبارت است از جریان  $i(t)$  که خازن را باردار می‌کند

$$i = \frac{dq}{dt} = \left(\frac{\mathcal{E}}{R}\right) e^{-t/RC} \quad (\text{باردار شدن خازن}) \quad (23-40)$$

نمودار  $i(t)$  برای فرایند باردار شدن در شکل ۲۳-۱۶ ب نشان داده شده است. توجه کنید که مقدار اولیه جریان  $\mathcal{E}/R$  است و با پر شدن کامل خازن به صفر نزدیک می‌شود.



شکل ۲۳-۱۶ (الف) نمودار معادله ۲۳-۳۳، که باردار شدن خازن شکل ۲۳-۱۵ را نشان می‌دهد. (ب) نمودار معادله ۲۳-۳۴، که کاهش جریان در مدار شکل ۲۳-۱۵ را نشان می‌دهد. این نمودارها به ازای  $\mathcal{E} = 10V$  و  $C = 1\mu F$ ،  $R = 2000\Omega$  رسم شده‌اند؛ مثلثهای کوچک نشان دهنده بازه‌های پیاپی مساوی با ثابت زمانی  $\tau$  هستند.

خازنی که باید باردار شود در آغاز مانند یک سیم رابط معمولی در مقابل جریان باردار کننده عمل می‌کند. پس از مدت زمان طولانی، خازن مانند یک سیم قطع شده عمل می‌کند.

با ترکیب معادله ۲۱-۱  $(q = CV)$  و معادله ۲۳-۳۳، معلوم می‌شود که اختلاف پتانسیل  $V_C(t)$  دو سر خازن در ضمن فرایند باردار شدن عبارت است از

$$V_C = \frac{q}{C} = \mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad (\text{باردار شدن خازن}) \quad (23-41)$$

از این معادله معلوم است که در لحظه  $t = 0$  داریم  $V_C = 0$  و در  $t \rightarrow \infty$  خازن کاملاً باردار می‌شود و داریم  $V_C = \mathcal{E}$  و مرجع دانشجویان و مهندسين نهاد مشتق گرفتن از معادله ۲۳-۳۹ جریان  $i(t)$  به دست می‌آید

## مسئله نمونه ۲۳-۵

وقتی اتومبیلی در راستای سنگفرش حرکت می کند، الکترونها از سنگفرش به چرخها منتقل و سپس به بدنه اتومبیل وارد می شوند. اتومبیل این بار اضافی و انرژی پتانسیل الکتریکی مربوط را گویی بدنه اتومبیل یک صفحه خازن و سنگفرش صفحه دیگر آن است، ذخیره می کند (شکل ۲۳-۱۷ الف). وقتی اتومبیل متوقف می شود، بار اضافی و انرژی از طریق چرخها، درست مانند تخلیه خازن از طریق یک مقاومت، تخلیه می شود. اگر پیش از اینکه اتومبیل تخلیه شود جسم رسانایی در چند سانتی متری آن قرار گیرد، انرژی باقیمانده می تواند به طور ناگهانی به جرقه ای بین اتومبیل و جسم تبدیل شود. فرض کنید جسم رسانا یک مخزن سوخت باشد. اگر انرژی جرقه کمتر از مقدار بحرانی  $U_{\text{آتش}} = 50 \text{ mJ}$  باشد جرقه نمی تواند سوخت را آتش زده و موجب آتش سوزی شود.

وقتی اتومبیل شکل ۲۳-۱۷ الف در لحظه  $t=0$  متوقف شود، اختلاف پتانسیل اتومبیل - زمین  $V_0 = 30 \text{ kV}$  است. ظرفیت خازن زمین - اتومبیل  $C = 500 \text{ pF}$  و مقاومت هر چرخ  $R_{\text{چرخ}} = 100 \text{ G}\Omega$  است. چقدر طول می کشد تا تخلیه از طریق چرخها به زیر مقدار بحرانی آتش  $U_{\text{آتش}}$  افت کند؟

**نکته کلیدی (۱)** در هر لحظه  $t$ ، انرژی پتانسیل الکتریکی  $U$  ذخیره شده در خازن مطابق با معادله ۲۱-۲۱  $(U = q^2 / 2C)$  به بار ذخیره شده  $q$  مربوط است، (۲) وقتی خازن تخلیه می شود، بار مطابق با معادله ۲۳-۳۹  $(q = q_0 e^{-t/RC})$  کاهش می یابد. **محاسبه ها:** چرخها را به عنوان مقاومت هایی که از طریق بدنه اتومبیل از بالا و سنگفرش از پایین به هم وصل شده اند در نظر می گیریم. شکل ۲۳-۱۷ ب چگونگی اتصال چهار مقاومت موازی به خازن اتومبیل، و شکل ۲۳-۱۷ پ مقاومت معادل  $R$  آنها را نشان می دهد. از معادله ۲۳-۲۴ داریم

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{\text{چرخ}} + R_{\text{چرخ}}} + \frac{1}{R_{\text{چرخ}} + R_{\text{چرخ}}} + \frac{1}{R_{\text{چرخ}} + R_{\text{چرخ}}} + \frac{1}{R_{\text{چرخ}} + R_{\text{چرخ}}}$$

یا

$$R = \frac{R_{\text{چرخ}}}{4} = \frac{100 \times 10^9 \Omega}{4} = 25 \times 10^9 \Omega \quad (24-23)$$

وقتی اتومبیل متوقف شود، بار اضافی و انرژی از طریق  $R$  تخلیه می شود.

حال برای تحلیل تخلیه از دو نکته کلیدی استفاده می کنیم. با قرارداد معادله ۲۳-۳۹ در معادله ۲۱-۲۱ خواهیم داشت

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{(q_0 e^{-t/RC})^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} e^{-2t/RC} \quad (25-23)$$

از معادله ۲۱-۲۱  $(q = CV)$ ، می توان بار اولیه  $q_0$  روی اتومبیل را به اختلاف پتانسیل اولیه داده شده  $V_0$  ارتباط داد:  $q_0 = CV_0$

مرجع دانشجویان و مهندسیان قرارداد این معادله در معادله ۲۳-۲۵ خواهیم داشت

$$i = \frac{dq}{dt} = -\left(\frac{q_0}{RC}\right) e^{-t/RC} \quad (\text{تخلیه خازن}) \quad (23-24)$$

از این معادله پیداست که جریان نیز با آهنگی که با  $i$  مشخص می شود به طور نمایی نسبت به زمان کاهش می یابد. جریان اولیه  $i_0$  برابر با  $q_0 / RC$  است. توجه کنید که  $i_0$  را با اعمال قاعده حلقه در مدار در  $t=0$  به سادگی می توان به دست آورد؛ درست پس از اتصال خازن به دو سر مقاومت  $R$  پتانسیل اولیه خازن  $V_0$  است، به طوری که جریان باید برابر  $i_0 = V_0 / R = (q_0 / C) / R = q_0 / RC$  باشد. علامت منفی را در معادله ۲۳-۴۰ می توان حذف کرد؛ این علامت فقط نشان می دهد که بار  $q$  خازن در حال کاهش است.

## به دست آوردن معادله ۲۳-۲۳

برای حل معادله ۲۳-۲۳، نخست آن را به صورت زیر می نویسیم

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad (23-24)$$

جواب عمومی این معادله دیفرانسیل به شکل زیر است

$$q = q_p + K e^{-at} \quad (23-25)$$

که در آن  $q_p$  یک جواب خاص معادله دیفرانسیل،  $K$  مقدار ثابتی است که از شرایط اولیه به دست می آید، و  $a = 1/RC$  ضریب  $q$  در معادله ۲۳-۴۱ است. برای پیدا کردن  $q_p$ ، در معادله ۲۳-۴۱، مقدار  $dq/dt = 0$  را قرار می دهیم (مطابق با شرط نهایی نداشتن بار بیشتر)، فرض می کنیم  $q = q_p$  و آن را حل می کنیم، داریم

$$q_p = C\mathcal{E} \quad (23-26)$$

برای محاسبه  $K$ ، نخست این مقدار را در معادله ۲۳-۴۲ قرار می دهیم تا رابطه زیر به دست آید

$$q = C\mathcal{E} + K e^{-at}$$

سپس، با قراردادن شرایط اولیه  $q=0$  و  $t=0$  خواهیم داشت

$$0 = C\mathcal{E} + K$$

یا  $K = -C\mathcal{E}$ . سرانجام، با توجه به مقادیرهای  $q_p$ ،  $a$  و  $K$ ، معادله ۲۳-۴۲ به صورت زیر درمی آید

$$q = C\mathcal{E} - C\mathcal{E} e^{-t/RC}$$

که با اندک تغییری همان معادله ۲۳-۲۳ است.

✓ **نکته وارسی ۵** جدول زیر چهار گروه مقدار را برای عنصرهای مدار شکل ۲۳-۱۵ نشان می دهد. این گروه ها را به ترتیب بزرگی (الف) جریان اولیه (وقتی کلید در وضعیت  $a$  است) و (ب) زمان لازم برای اینکه جریان به نصف مقدار اولیه اش برسد، مرتب کنید

	۱	۲	۳	۴
$\mathcal{E}(\text{V})$	۱۲	۱۲	۱۰	۱۰
$R(\Omega)$	۲	۳	۱۰	۵
$C(\mu\text{F})$	۳	۲	۰/۵	۲

مدت طولانی منتظر بمانند. بلکه، چرخهای ماشین مسابقه دارای نوعی مواد رسانا (مانند کربن سیاه) هستند که مقاومت چرخها را کاهش می دهد و در نتیجه آهنگ تخلیه افزایش می یابد. شکل ۲۳-۱۷ انرژی ذخیره شده  $U$  را برحسب زمان  $t$  به ازای مقاومت چرخ برابر  $R = 100 \text{ G}\Omega$  (مقداری که در محاسبه استفاده کردیم) نشان می دهد. توجه داشته باشید که با مقدار کمتر  $R$  تخلیه چقدر سریعتر به سطح آتش  $U$  می رسد.

## بازنگری و خلاصه درس

**Emf** یک منبع emf برای برقراری اختلاف پتانسیل در پایانه های خروجی خود روی بارها کار انجام می دهد. اگر  $dW$  کاری باشد که این منبع برای بردن بار مثبت  $dq$  از پایانه منفی به پایانه مثبت انجام می دهد، آنگاه emf این منبع (کار انجام شده بر یکای بار) عبارت است از

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq} \quad (23-1) \quad (\text{تعریف})$$

مانند اختلاف پتانسیل یکای SI emf ولت است. منبع emf آرمانی وسیله ای است که مقاومت درونی ندارد. اختلاف پتانسیل میان پایانه های آن برابر با emf است. منبع emf واقعی مقاومت درونی دارد. فقط اگر هیچ جریانی از منبع نگذرد، اختلاف پتانسیل میان پایانه های آن برابر با emf خواهد بود.

**تحلیل مدارها** تغییر پتانسیل موقع حرکت در مقاومت  $R$  در جهت جریان برابر  $-iR$  و در جهت مخالف آن  $+iR$  است (قاعده مقاومت). تغییر پتانسیل منبع emf آرمانی در جهت پیکان emf برابر با  $+\mathcal{E}$  و در جهت مخالف آن  $-\mathcal{E}$  است. (قاعده emf). پایداری انرژی به قاعده حلقه می انجامد:

**قاعده حلقه:** مجموع جبری تغییرات پتانسیل در گردش کامل در هر حلقه از مدار باید صفر باشد.

پایداری بار الکتریکی به قاعده انشعاب می انجامد:

**قاعده انشعاب:** مجموع جبری جریانهایی که وارد هر انشعاب می شوند برابر است با مجموع جریانهایی که از آن خارج می شوند.

**مدارهای تک حلقه ای** جریان در یک مدار تک حلقه ای شامل مقاومت  $R$  و منبع emf برابر با  $\mathcal{E}$  و مقاومت درونی  $r$ ، عبارت است از

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \quad (23-4)$$

این معادله برای منبع emf آرمانی با  $r=0$  به شکل  $i = \mathcal{E}/R$  ساده می شود.

**توان** هرگاه یک باتری واقعی با emf برابر با  $\mathcal{E}$  و

مقاومت درونی  $r$  روی حاملهای بار در جریان  $i$  عبوری از برای کار انجام دهد، آهنگ انتقال انرژی  $P$  به حاملهای بار

$$U = \frac{(CV_0)^2}{2C} e^{-\tau t/RC} = \frac{CV_0^2}{2} e^{-\tau t/RC}$$

یا

$$e^{-\tau t/RC} = \frac{2U}{CV_0^2} \quad (23-46)$$

با گرفتن لگاریتم طبیعی از دو طرف، داریم

$$-\frac{\tau t}{RC} = \ln\left(\frac{2U}{CV_0^2}\right)$$

یا

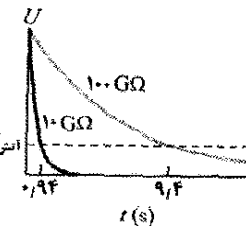
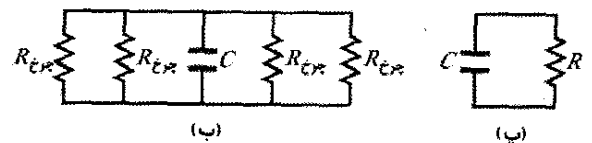
$$t = -\frac{RC}{\tau} \ln\left(\frac{2U}{CV_0^2}\right) \quad (23-47)$$

با قراردادن داده ها، معلوم می شود که زمان لازم برای تخلیه به سطح انرژی  $U = 50 \text{ mJ}$  عبارت است از

$$t = -\frac{(25 \times 10^{-9} \text{ s})(50 \times 10^{-3} \text{ J})}{2 \times \ln\left(\frac{2(50 \times 10^{-3} \text{ J})}{(500 \times 10^{-12} \text{ F})(30 \times 10^3 \text{ V})^2}\right)} = 9/4 \text{ s} \quad (\text{پاسخ})$$



(الف)

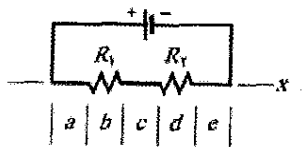


(ت)

شکل ۲۳-۱۷ (الف) اتومبیل باردار و سنگفرش مانند خازنی عمل می کنند که می تواند از طریق چرخها تخلیه شود. (ب) مدار مؤثر خازن اتومبیل - سنگفرش، با چهار چرخ به مقاومت چرخ  $R$  که موازی اند. (پ) مقاومت معادل  $R$  چرخها. (ت) انرژی پتانسیل الکتریکی  $U$  در خازن اتومبیل - سنگفرش در ضمن تخلیه کاهش می یابد.

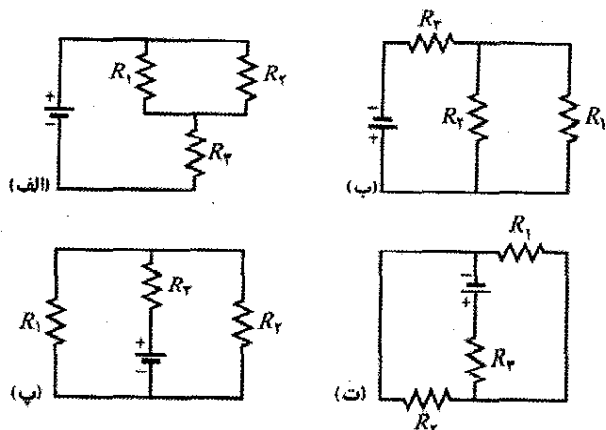
**آتش سوزی داریم یا خیر:** پیش از آنکه سوخت یا مخزن سوخت به طور ایمن به اتومبیل نزدیک شود حداقل زمان لازم ۹/۴ s است. در ضمن یک مسابقه، خدمه نمی توانند این مرجع دانشجویان و مهندسان است از

۲- در شکل ۲۳-۱۹، مداری شامل یک باتری، دو مقاومت و بخشهایی در راستای محور  $x$  است که به پنج قسمت با طول مساوی تقسیم شده است. (الف) فرض کنید که  $R_1 = R_2$  باشد، این بخشها را به ترتیب بزرگی میدان الکتریکی متوسط در آنها مرتب کنید. (ب) حال فرض کنید که  $R_1 > R_2$  باشد، دوباره این بخشها را مرتب کنید. (پ) جهت میدان الکتریکی در راستای محور  $x$  چگونه است؟



شکل ۲۳-۱۹ پرسش ۲

۳- (الف) در شکل ۲۳-۲۰، الف، با  $R_1 > R_2$ ، آیا اختلاف پتانسیل دو سر  $R_2$  از اختلاف پتانسیل دو سر  $R_1$  بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟ (ب) آیا جریانی که از مقاومت  $R_2$  می‌گذرد از جریانی که از مقاومت  $R_1$  می‌گذرد بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟



شکل ۲۳-۲۰ پرسشهای ۳ و ۴

۴- (الف) در شکل ۲۳-۲۰، الف، آیا مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  متوالی‌اند؟ (ب) آیا مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  موازی‌اند؟ (پ) مقاومت معادل چهار مدار نشان داده شده در شکل ۲۳-۲۰ را به ترتیب بزرگی بنویسید.

۵- مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$ ، با  $R_1 > R_2$  را ابتدا به طور جداگانه، سپس به طور متوالی و در آخر به طور موازی به یک باتری می‌بندیم. آرایشهای آنها را به ترتیب مقدار جریانی که از باتری می‌گذرد از بزرگ به کوچک مرتب کنید.

۶- هزارتوی کاپ- مونستر. در شکل ۲۳-۲۱ ظرفیت تمام خازنها برابر با  $6.0 \mu F$  و  $emf$  تمام باتریها  $1.0 V$  است. بار روی خازن  $C$  چقدر است؟ (اگر بتوان حلقه مناسبی را از میان این هزارتو پیدا کرد، در چند ثانیه می‌توان با محاسبه ذهنی جواب را به دست آورد.)

www.iran-mavad.com  
مرجع دانشجویان و مهندسی مواد

$$P = iV \quad (۲۴-۱۴)$$

که  $V$  پتانسیل میان دو سر پایانه‌های باتری است. آهنگ اتلاف انرژی  $P_r$  به صورت انرژی گرمایی در باتری عبارت است از

$$P_r = i^2 r \quad (۲۳-۱۶)$$

آهنگ  $P_{emf}$  که انرژی شیمیایی در باتری تغییر می‌کند عبارت است از

$$P_{emf} = i\mathcal{E} \quad (۲۳-۱۷)$$

**مقاومت‌های متوالی** هرگاه مقاومت‌ها متوالی باشند، جریان در آنها یکسان است. مقاومت معادل که جایگزین یک ترکیب متوالی مقاومت‌ها می‌شود عبارت است از

$$R_{eq} = \sum_{j=1}^n R_j \quad (۲۳-۷) \quad (n \text{ مقاومت متوالی})$$

**مقاومت‌های موازی** هرگاه مقاومت‌ها موازی باشند، اختلاف پتانسیل آنها یکسان است. مقاومت معادل که جایگزین یک ترکیب موازی مقاومت‌ها می‌شود عبارت است از

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j} \quad (۲۳-۲۴) \quad (n \text{ مقاومت موازی})$$

**مدارهای RC** هرگاه  $emf$  برابر با  $\mathcal{E}$  به مقاومت  $R$  و

خازن  $C$  که مانند شکل ۲۳-۱۵ در وضعیت  $a$  کلید به طور متوالی قرار دارند اعمال شود، بار خازن مطابق با رابطه زیر افزایش می‌یابد

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad (۲۳-۳۳) \quad (\text{باردار شدن یک خازن})$$

که در آن  $C\mathcal{E} = q_0$  بار (نهایی) در حال تعادل و  $RC = \tau$  ثابت زمانی خازنی مدار است. در ضمن باردار شدن جریان عبارت است از

$$i = \frac{dq}{dt} = \left(\frac{\mathcal{E}}{R}\right)e^{-t/RC} \quad (۲۳-۳۴) \quad (\text{باردار شدن خازن})$$

هرگاه خازنی از طریق یک مقاومت تخلیه شود، بار مطابق با رابطه زیر کاهش می‌یابد

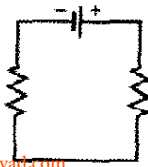
$$q = q_0 e^{-t/RC} \quad (۲۳-۳۹) \quad (\text{تخلیه خازن})$$

در ضمن تخلیه، جریان عبارت است از

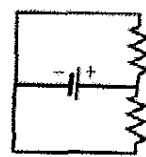
$$i = \frac{dq}{dt} = -\left(\frac{q_0}{RC}\right)e^{-t/RC} \quad (۲۳-۴۰) \quad (\text{تخلیه خازن})$$

## پرسشها

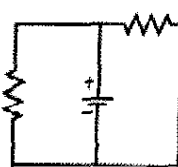
۱- در مورد هر مدار در شکل ۲۳-۱۸، آیا مقاومت‌ها متوالی‌اند یا موازی یا هیچ کدام؟



(الف)

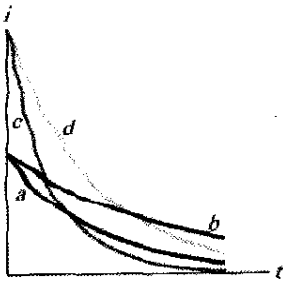


(ب)



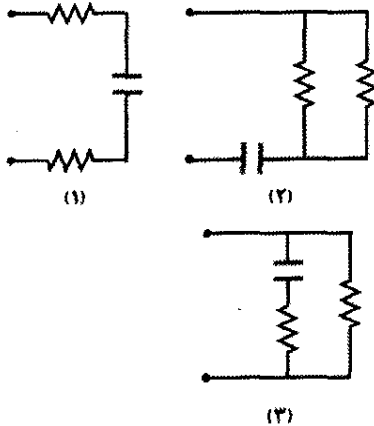
(پ)

شکل ۲۳-۱۸ پرسش ۱



شکل ۲۳-۲۳ پرسش ۱۰

۱۱- شکل ۲۳-۲۳ سه بخش از مدار را نشان می‌دهد که باید به نوبت با کلیدی مانند شکل ۲۳-۱۵ به باتری یکسانی وصل شوند. همه خازنها و همه مقاومتها یکسان هستند. این سه بخش را به ترتیب بزرگی (الف) بار (نهایی) تعادلی روی خازن و (ب) زمان لازم برای اینکه خازن به ۵۰٪ بار نهایی خود برسد از بزرگ به کوچک مرتب کنید.



شکل ۲۳-۲۴ پرسش ۱۱

### مسئله‌ها

۵۵ مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

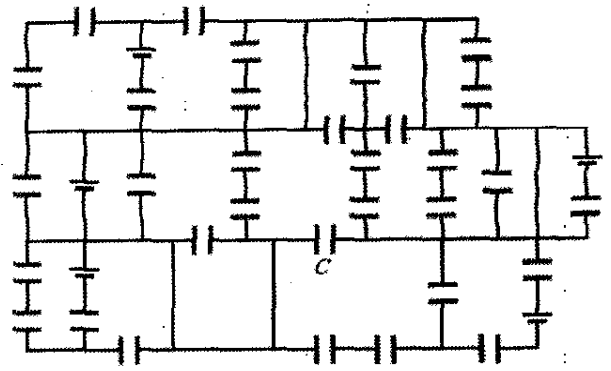
<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

•••• تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرند فیزیک و در [flyingcircusofphysics.com](http://flyingcircusofphysics.com) قابل دسترس است.

### بخش ۲۳-۶ اختلاف پتانسیل میان دو نقطه

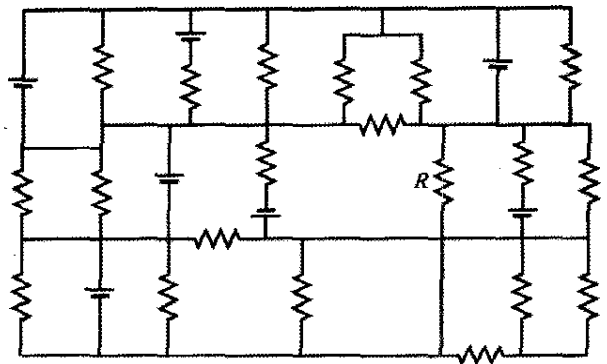
۱۰- سیمی با مقاومت  $5.0\ \Omega$  به یک باتری با  $\text{emf}$  برابر با  $2.0\ \text{V}$  و مقاومت درونی  $1.0\ \Omega$  وصل شده است. در مدت  $2.0\ \text{min}$ ، (الف) چه مقدار انرژی شیمیایی به الکتریکی تبدیل می‌شود؟ (ب) چه مقدار انرژی به صورت انرژی گرمایی در



شکل ۲۳-۲۱ پرسش ۶

۷- در ابتدا، مقاومت  $R_1$  با سیمی به یک باتری وصل شده است. سپس مقاومت  $R_2$  به طور موازی به آن اضافه می‌شود. آیا (الف) اختلاف پتانسیل دو سر  $R_1$  و (ب) جریان  $i_1$  که از  $R_1$  می‌گذرد از مقدار قبلی بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟ (پ) آیا مقاومت معادل  $R_{eq}$  مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  از  $R_1$  بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟ (ت) آیا جریان کل عبوری از  $R_1$  و  $R_2$  بیشتر از، کمتر از یا مساوی با جریانی است که قبلاً از  $R_1$  می‌گذشت؟

۸- هزارتوی رس-مونستر در شکل ۲۳-۲۲، همه مقاومتها  $4.0\ \Omega$  و  $\text{emf}$  همه باتریها  $4.0\ \text{V}$  است. جریانی که از مقاومت  $R$  می‌گذرد چقدر است؟ (اگر بتوان یک حلقه مناسب را در میان این هزارتو پیدا کرد، در چند ثانیه می‌توان با محاسبه ذهنی جواب را به دست آورد.)

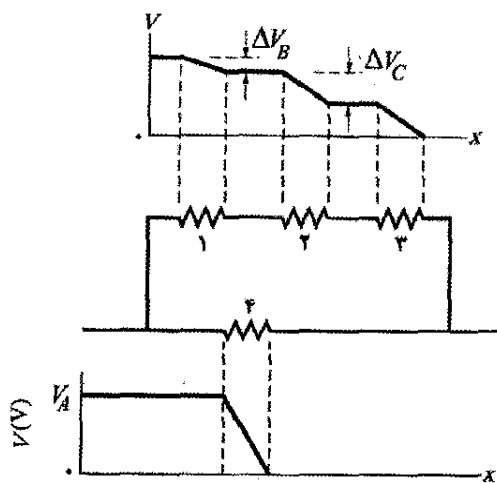


شکل ۲۳-۲۲ پرسش ۸

۹- مقاومت  $R_1$  به یک باتری وصل شده است، سپس مقاومت  $R_2$  به طور متوالی به آنها اضافه می‌شود. آیا (الف) اختلاف پتانسیل دو سر  $R_1$  و (ب) جریان  $i_1$  عبوری از  $R_1$  از مقدار قبلی بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟ (پ) آیا مقاومت معادل  $R_{eq}$  مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  از  $R_1$  بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟

۱۰- بعد از آنکه کلید در شکل ۲۳-۱۵ در نقطه  $a$  بسته می‌شود، جریان  $i$  از مقاومت  $R$  عبور می‌کند. شکل ۲۳-۲۳ این جریان را برای چهار مقدار  $R$  و خازن  $C$  نشان می‌دهد. کدام منحنی مربوط به کدام حالت است: (۱)  $R$  و  $C$ ، (۲)  $2R$  و  $C$ ، (۳)  $R$  و  $2C$  و (۴)  $2R$  و  $2C$ ؟

۸۰- شکل ۲۳-۲۷ مداری شامل چهار مقاومت را نشان می‌دهد که به مدار بزرگتری وصل شده است. نمودار زیر مدار پتانسیل الکتریکی  $V(x)$  را بر حسب تابعی از مکان  $x$  در طول شاخه پایینی مدار از طریق مقاومت ۴ نشان می‌دهد. نمودار بالای مدار پتانسیل الکتریکی  $V(x)$  را بر حسب مکان  $x$  در طول شاخه بالایی مدار از طریق مقاومت‌های ۱، ۲ و ۳ به دست می‌دهد، اختلاف پتانسیلها عبارت‌اند از  $\Delta V_B = 2/00V$  و  $\Delta V_C = 5/00V$ . مقاومت ۳ برابر با  $200\Omega$  است. مقاومت (الف) ۱ و (ب) ۲، چقدر است؟



شکل ۲۷-۲۳ مسئله ۸

۹۰- مقاومت کل  $3/00$  اهمی از اتصال یک مقاومت نامعلوم به مقاومت  $12/0$  اهمی به دست آمده است. (الف) مقاومت نامعلوم باید چقدر باشد و (ب) آیا اتصال باید متوالی باشد یا موازی؟

۱۰۰- (الف) چقدر کار برحسب الکترون ولت باید انجام گیرد تا باتری آرمانی با emf برابر با  $12/0V$  الکترونی را از پایانه مثبت باتری به پایانه منفی آن از طریق باتری انتقال دهد؟ (ب) اگر در هر ثانیه  $3/40 \times 10^{18}$  الکترون عبور کند، توان باتری برحسب وات چقدر است؟

۱۱۰۰- ناحیه ایمن از رعد و برق. شکل ۲۳-۲۸ بیانگر این است که چرا موقع آذرخش نباید زیر درخت ایستاد. اگر آذرخش از کناره درخت پایین بیاید قسمتی از آن ممکن است وقتی به قسمت خشکی در پوسته درخت برسد جهش کند و از طریق بدن شخص به داخل زمین برود. در شکل قسمتی از آذرخش فاصله  $d$  را در هوا جهش کرده و سپس از بدن شخص گذشته است (که مقاومت آن نسبت به هوا قابل چشمپوشی است). بقیه جریان فاصله  $h$  را از طریق هوای مجاور درخت به زمین رفته است. اگر  $d/h = 0/400$  و جریان کل  $I = 5000A$  باشد، جریانی که از بدن شخص می‌گذرد چقدر

سیم تلف می‌شود و (پ) چه مقدار انرژی به صورت گرما در باتری تلف می‌شود؟

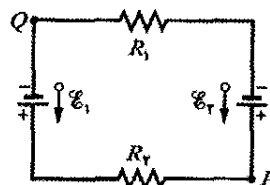
۲۰- بار اولیه یک باتری اتومبیل  $12/0$  ولتی  $120Ah$  است. با فرض اینکه پتانسیل دو سر پایانه‌ها تا زمان تخلیه کامل باتری ثابت بماند، باتری چند ساعت انرژی با آهنگ  $100W$  می‌تواند تحویل دهد؟

۳۰- یک جریان  $5/0$  آمپری به وسیله یک باتری با قابلیت باردارشدن دوباره با emf برابر با  $6/0V$  در مدت  $6min$  در مداری برقرار می‌شود. انرژی شیمیایی باتری چقدر کاهش می‌یابد؟

۴۰- باتری استاندارد لامپ فلاش پیش از آنکه از کار بیفتد تقریباً  $2/0W.h$  انرژی تولید می‌کند. (الف) اگر قیمت باتری ۸ سنت باشد، هزینه روشن کردن یک لامپ  $100$  واتی به مدت  $8/0h$  با استفاده از این باتری چقدر است؟ (ب) هزینه توان فراهم شده به وسیله شرکت خدمات برق به ازای ۶ سنت برای هر کیلووات ساعت چقدر است؟

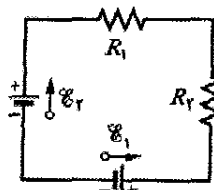
۵۰- باتری اتومبیلی با emf برابر با  $12V$  و مقاومت درونی برابر با  $0/040\Omega$  با جریان  $50A$  باردار می‌شود. (الف) اختلاف پتانسیل  $V$  دو سر پایانه‌ها چقدر است؟ (ب) آهنگ  $P$  اتلاف انرژی در داخل باتری و (پ) آهنگ  $P_{emf}$  تبدیل انرژی به شکل شیمیایی، چقدر است؟ هرگاه این باتری برای استارت اتومبیل با جریان  $50A$  مورد استفاده قرار گیرد، (ث)  $V$  و (ج)  $P$  چقدر است؟

۶۰- در شکل ۲۳-۲۵، emf باتریهای آرمانی برابر با  $150V$  و  $50V$  و مقاومتها  $R_1 = 3/0\Omega$  و  $R_2 = 2/0\Omega$  است. اگر پتانسیل در نقطه  $P$ ،  $100V$  تعریف شود، پتانسیل در نقطه  $Q$  چقدر است؟



شکل ۲۵-۲۳ مسئله ۶

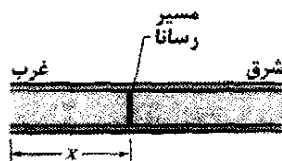
۷۰- در شکل ۲۳-۲۶، emf باتریهای آرمانی برابر با  $12V$  و  $6/0V$  و مقاومتها برابر  $R_1 = 4/0\Omega$  و  $R_2 = 8/0\Omega$  است. (الف) جریان، آهنگ اتلاف در (ب) مقاومت ۱ و (پ) مقاومت ۲ و آهنگ تبدیل انرژی در (ت) باتری ۱ و (ث) باتری ۲ چقدر است؟ آیا انرژی توسط (ج) باتری ۱ و (ج) باتری ۲ تولید می‌شود یا گرفته می‌شود؟



شکل ۲۶-۲۳ مسئله ۷

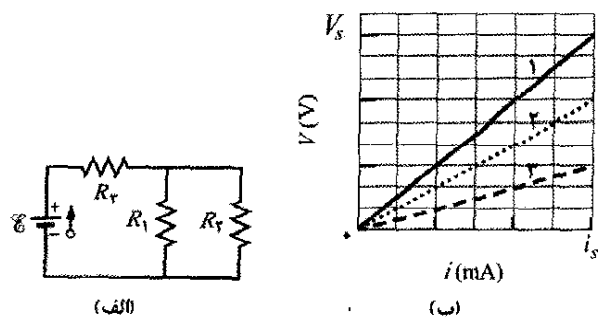


۱۵۰۰- کابل زیرزمینی طویلی به طول  $10\text{ km}$  که از شرق به غرب کشیده شده شامل دو سیم موازی است که مقاومت هر یک  $13\ \Omega/\text{km}$  است. در فاصله  $x$  از انتهای غربی، با یک رسانا به مقاومت  $R$  که دو سیم را به هم وصل می‌کند یک اتصال کوتاه الکتریکی انجام می‌گیرد (شکل ۲۳-۲۲). مقاومت سیمها و اتصال کوتاه وقتی که از انتهای شرقی آن اندازه‌گیری شود برابر با  $100\ \Omega$  و وقتی از انتهای غربی آن اندازه‌گیری شود برابر با  $200\ \Omega$  است. (الف)  $x$  و (ب)  $R$  چقدرند؟



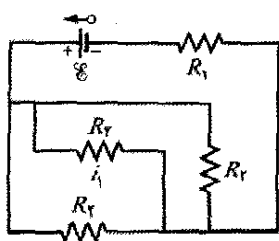
شکل ۲۳-۲۲ مسئله ۱۵

۱۶۰۰- emf باتری آرمانی در شکل ۲۳-۲۳ الف  $\mathcal{E} = 6.0\text{ V}$  است. نمودار ۱ در شکل ۲۳-۲۳ ب جریان  $i$  در مقاومت  $1\ \Omega$  مدار را برحسب اختلاف پتانسیل الکتریکی  $V$  برقرار شده در دو سر آن مقاومت به دست می‌دهد. مقیاس محور  $V$  با  $V_s = 18.0\text{ V}$ ، و مقیاس محور  $i$  با  $i_s = 3.00\text{ mA}$  مشخص شده است. نمودارهای ۲ و ۳ نمودارهای مشابهی را به ترتیب برای مقاومت‌های ۲ و ۳ نشان می‌دهند. جریان در مقاومت ۲ چقدر است؟



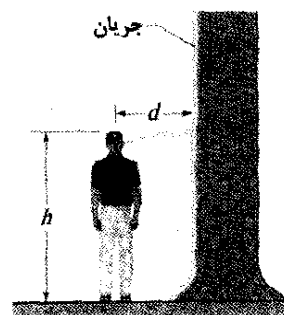
شکل ۲۳-۲۳ مسئله ۱۶

۱۷۰۰- در شکل ۲۳-۲۴،  $R_1 = 6.00\ \Omega$ ،  $R_2 = 18.0\ \Omega$  و emf باتری آرمانی  $\mathcal{E} = 12.0\text{ V}$  است. (الف) اندازه و (ب) جهت (چپ یا راست) جریان  $i_1$  چیست؟ (ب) چقدر انرژی در چهار مقاومت در  $1.00\text{ min}$  مصرف می‌شود؟



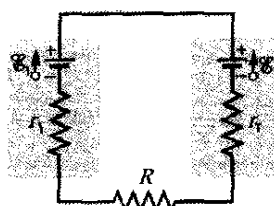
شکل ۲۳-۲۴ مسئله ۱۷

۱۸۰۰- شکل ۲۳-۲۵ مقاومت  $R = 6.00\ \Omega$  را نشان می‌دهد که به باتری آرمانی با emf برابر  $\mathcal{E} = 12.0\text{ V}$  به کمک سیمهای مرجع دانشجویان و مهندسين مواد



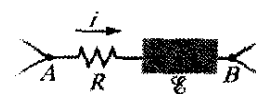
شکل ۲۳-۲۸ مسئله ۱۱

۱۲۰۰- (الف) در شکل ۲۳-۲۹، اگر جریان در مدار  $1.0\text{ mA}$  باشد مقدار  $R$  باید چقدر باشد؟  $\mathcal{E}_1 = 2.0\text{ V}$ ،  $\mathcal{E}_2 = 3.0\text{ V}$  و  $r_1 = r_2 = 3.0\ \Omega$  است. (ب) آهنگ ایجاد انرژی گرمایی در  $R$  چقدر است؟



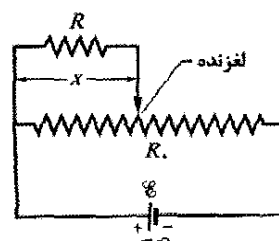
شکل ۲۳-۲۹ مسئله ۱۲

۱۳۰۰- در شکل ۲۳-۳۰ بخش  $AB$  از مدار، وقتی جریان  $i = 1.0\text{ A}$  در جهت نشان داده شده از آن می‌گذرد، انرژی را با آهنگ  $50\text{ W}$  جذب می‌کند. مقاومت  $R = 2.0\ \Omega$  است. (الف) اختلاف پتانسیل میان  $A$  و  $B$  چقدر است؟ منبع نیروی محرکه الکتریکی  $X$  مقاومت درونی ندارد. (ب) emf چقدر است؟ (پ) نقطه  $B$  به پایانه مثبت  $X$  وصل شده است یا پایانه منفی آن؟ SSM



شکل ۲۳-۳۰ مسئله ۱۳

۱۴۰۰- شکل ۲۳-۳۱ یک باتری را نشان می‌دهد که به دو سر مقاومت بکنواخت  $R_0$  وصل شده است. لغزنده‌ای از  $x = 0$  تا  $x = 10\text{ cm}$  از چپ به راست روی مقاومت حرکت می‌کند. حرکت لغزنده میزان مقاومت سمت چپ و مقاومت سمت راست نقطه تماس را تغییر می‌دهد. آهنگ مصرف انرژی در مقاومت  $R$  را برحسب تابعی از  $x$  پیدا کنید. این تابع را به ازای  $\mathcal{E} = 5.0\text{ V}$ ،  $R = 2000\ \Omega$  و  $R_0 = 100\ \Omega$  رسم کنید.

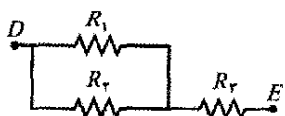


شکل ۲۳-۳۱ مسئله ۱۴

۲۲۰۰۰- وقتی مقاومت  $500\Omega$  به دو سر یک سلول خورشیدی وصل شود اختلاف پتانسیل  $0.10V$  تولید می‌شود، و هرگاه مقاومت  $1000\Omega$  جایگزین شود اختلاف پتانسیل  $0.15V$  تولید می‌شود. (الف) مقاومت درونی و (ب)  $emf$  سلول خورشیدی چقدر است؟ (پ) مساحت سلول خورشیدی  $50cm^2$  و آهنگ دریافت انرژی از نور بر یکای مساحت برابر با  $20mW/cm^2$  است. بازده سلول برای تبدیل انرژی نوری به انرژی گرمایی در مقاومت خارجی  $1000\Omega$  چقدر است؟

### بخش ۲۳-۲ مدارهای چند حلقه‌ای

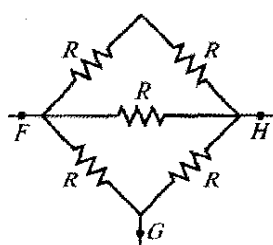
۲۳۰- در شکل ۲۳-۳۸،  $R_1 = R_2 = 400\Omega$  و  $R_3 = 250\Omega$  است. مقاومت معادل میان نقطه‌های  $D$  و  $E$  را پیدا کنید. (راهنمایی: فرض کنید که یک باتری به این دو نقطه وصل است).



شکل ۲۳-۳۸ مسئله ۲۳

۲۴۰- وقتی مقاومت‌های ۱ و ۲ به طور متوالی به یکدیگر وصل شوند، مقاومت معادل  $160\Omega$  است. هرگاه به طور موازی وصل شوند، مقاومت معادل  $30\Omega$  است. (الف) مقاومت کوچکتر و (ب) مقاومت بزرگتر چقدر است؟

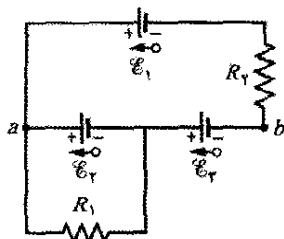
۲۵۰- چهار مقاومت  $180\Omega$  به طور موازی به دو سر یک باتری آرمانی  $250V$  وصل شده‌اند. جریانی که از باتری می‌گذرد چقدر است؟



۲۶۰- شکل ۲۳-۳۹ پنج مقاومت  $500\Omega$  اهمی را نشان می‌دهد. مقاومت معادل بین نقطه‌های (الف)  $F$  و  $H$  و (ب)  $F$  و  $G$  را پیدا کنید. (راهنمایی: برای هر زوج نقطه، فرض کنید که یک باتری به دو سر زوج متصل است).

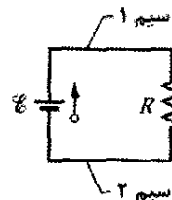
شکل ۲۳-۳۹ مسئله ۲۶

۲۷۰- در شکل ۲۳-۴۰،  $R_1 = 100\Omega$ ،  $R_2 = 50\Omega$  و در باتری‌های آرمانی  $\mathcal{E}_1 = 60V$ ،  $\mathcal{E}_2 = 50V$  و  $\mathcal{E}_3 = 40V$  است. (الف) جریان در مقاومت ۱، (ب) جریان در مقاومت ۲ و (پ) اختلاف پتانسیل بین نقطه‌های  $a$  و  $b$  را پیدا کنید.



شکل ۲۳-۴۰ مسئله ۲۷

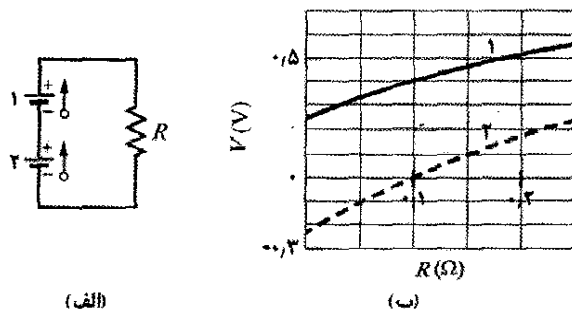
مسی متصل شده است. طول هر سیم  $20cm$  و شعاع آن  $1mm$  است. در چنین مدارهایی در این فصل از اختلاف پتانسیل در طول سیمها و تبدیل انرژی به انرژی گرمایی در آنها چشمپوشی کردیم. اعتبار این چشمپوشی را در مدار شکل ۲۳-۲۹ بررسی کنید. اختلاف پتانسیل دو سر (الف) مقاومت و (ب) هر یک از دو بخش سیم چقدر است؟ با چه آهنگی انرژی به انرژی گرمایی در (پ) مقاومت و (ت) هر بخش سیم تبدیل می‌شود؟



شکل ۲۳-۳۵ مسئله ۱۸

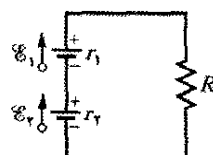
۱۹۰۰- جریان در یک مدار تک حلقه‌ای با مقاومت  $R$  برابر است با  $50A$ . وقتی مقاومت اضافی  $20\Omega$  به صورت متوالی با  $R$  در مدار قرار داده شود، جریان به  $40A$  می‌رسد. چقدر است  $ILW$ ؟

۲۰۰۰- در شکل ۲۳-۳۶ الف هر دو باتری دارای  $emf$  برابر با  $\mathcal{E} = 1.20V$  هستند و مقاومت خارجی  $R$  متغیر است. شکل ۲۳-۳۶ ب پتانسیل‌های الکتریکی  $V$  بین پایانه‌های هر باتری را برحسب تابعی از  $R$  به دست می‌دهد: منحنی ۱ مربوط به باتری ۱ و منحنی ۲ مربوط به باتری ۲ است. مقاومت درونی (الف) باتری ۱ و (ب) باتری ۲ چقدر است؟

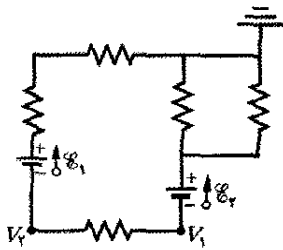


شکل ۲۳-۳۶ مسئله ۲۰

۲۱۰۰۰- در شکل ۲۳-۳۷،  $emf$  باتری ۱ برابر با  $\mathcal{E}_1 = 120V$  و مقاومت درونی  $r_1 = 0.016\Omega$  و  $emf$  باتری ۲ برابر با  $\mathcal{E}_2 = 120V$  و مقاومت درونی آن  $r_2 = 0.012\Omega$  است. باتریها به طور متوالی به مقاومت خارجی  $R$  وصل شده‌اند. (الف) چه مقدار  $R$  اختلاف پتانسیل پایانه به پایانه یکی از باتریها را صفر می‌کند؟ (ب) این کدام باتری است؟  $SSM$

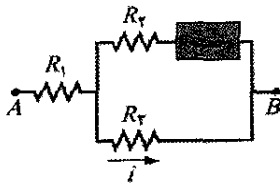


شکل ۲۳-۳۷ مسئله ۲۱



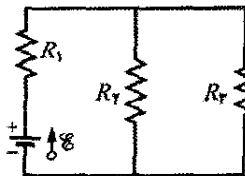
شکل ۲۳-۴۴ مسئله ۳۳

۳۴۰۰- شکل ۲۳-۴۵ بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد. مقاومت‌های عبارت‌اند از  $R_1 = 2/0 \Omega$ ،  $R_2 = 4/0 \Omega$ ،  $R_3 = 6/0 \Omega$  و جریان نشان داده شده  $i = 6/0 A$  است. اختلاف پتانسیل الکتریکی میان نقطه‌های  $A$  و  $B$  که این بخش مدار را به بقیه مدار وصل می‌کند برابر  $V_A - V_B = 78 V$  است. (الف) آیا وسیله‌ای که با «جعبه» نشان داده شده است انرژی را از مدار می‌گیرد یا به مدار می‌دهد و (ب) با چه آهنگی؟



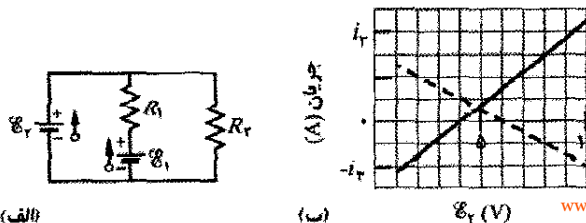
شکل ۲۳-۴۵ مسئله ۳۴

۳۵۰۰- در شکل ۲۳-۴۶،  $R_1 = 2/00 \Omega$ ،  $R_2 = 5/00 \Omega$  و باتری آرمانی است. چه مقداری از  $R_3$  آهنگ اتلاف در مقاومت ۳ را بیشینه می‌کند؟



شکل ۲۳-۴۶ مسئله‌های ۳۵، ۳۶، ۳۷ و ۱۰۷

۳۶۰۰- هر دو باتری در شکل ۲۳-۴۷ آرمانی‌اند. مقدار emf باتری ۱ ثابت است ولی emf باتری ۲ می‌تواند میان مقدار  $1/0 V$  و  $10 V$  تغییر کند. نمودار شکل ۲۳-۴۷ ب جریانهایی عبوری از دو باتری را برحسب تابعی از  $E_2$  نشان می‌دهد. مقیاس قائم با  $i_2 = 0/20 A$  مشخص شده است. باید تصمیم بگیرید که کدام نمودار متناظر با کدام باتری است، ولی در مورد هر دو نمودار، وقتی جهت جریان در باتری خلاف جهت emf باتری باشد، علامت جریان منفی می‌شود. (الف) emf مربوط به  $E_1$ ، (ب) مقاومت  $R$  و (ب) مقاومت  $R_2$  چقدر است؟



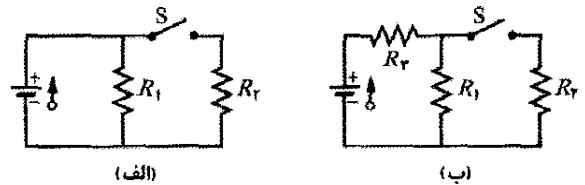
(الف)

(ب)

شکل ۲۳-۴۷ مسئله ۳۶

۲۸۰- در شکل ۲۳-۹، اگر  $E_1 = 4/0 V$ ،  $E_2 = 1/0 V$ ،  $R_1 = R_2 = 10 \Omega$  و  $R_3 = 5/0 \Omega$  و باتری آرمانی باشد، اختلاف پتانسیل  $V_d - V_c$  میان نقطه‌های  $d$  و  $c$  چقدر است؟  
 ۲۹۰- نه سیم مسی به طول  $l$  و قطر  $d$  به طور موازی به هم وصل شده و یک رسانای مرکب با مقاومت  $R$  را به وجود آورده‌اند. اگر سیم مسی به طول  $l$  به تنهایی همان مقاومت را داشته باشد، قطر  $D$  آن باید چقدر باشد؟ SSM

۳۰۰۰- مقاومتها در شکل‌های ۲۳-۴۱ و ب همگی  $6/0 \Omega$  و emf باتریهای آرمانی  $12 V$  است. (الف) وقتی کلید  $S$  در شکل ۲۳-۴۱ الف بسته شود، آیا پتانسیل الکتریکی  $V_1$  دو سر مقاومت ۱ تغییر می‌کند یا یکسان می‌ماند؟ (ب) وقتی کلید در شکل ۲۳-۴۱ ب بسته شود، آیا  $V_1$  دو سر مقاومت ۱ تغییر می‌کند یا یکسان می‌ماند؟

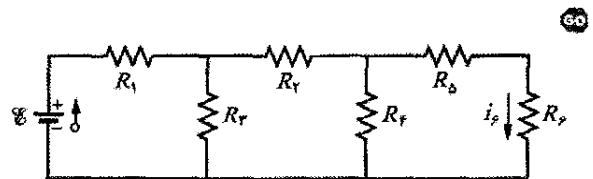


(الف)

(ب)

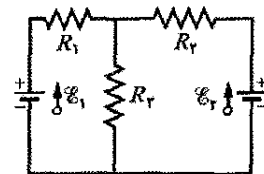
شکل ۲۳-۴۱ مسئله ۳۰

۳۱۰۰- در شکل ۲۳-۴۲ جریان در مقاومت ۶ برابر  $i_6 = 1/40 A$  و مقاومت‌های عبارت‌اند از  $R_1 = R_2 = R_3 = 2/00 \Omega$ ،  $R_4 = 16/0 \Omega$ ،  $R_5 = 4/00 \Omega$  و  $R_6 = 8/00 \Omega$  emf باتری آرمانی چقدر است؟



شکل ۲۳-۴۲ مسئله ۳۱

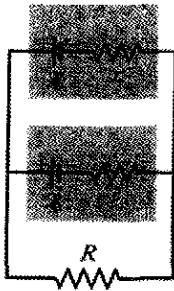
۳۲۰۰- در شکل ۲۳-۴۳ emf باتریهای آرمانی  $E_1 = 10/0 V$  و  $E_2 = 0/500 E_1$  و هر یک از مقاومتها  $4/00 \Omega$  است. جریان در (الف) مقاومت ۲ و (ب) مقاومت ۳ چقدر است؟



شکل ۲۳-۴۳ مسئله‌های ۳۲، ۴۳ و ۹۸

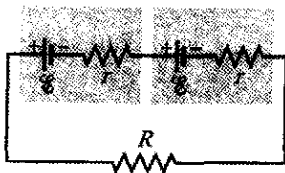
۳۳۰۰- در شکل ۲۳-۴۴، emf باتریهای آرمانی  $E_1 = 5/0 V$  و  $E_2 = 12 V$ ، و هر یک از مقاومتها  $2/0 \Omega$  و پتانسیل در نقطه اتصال به زمین مدار صفر تعریف می‌شود. پتانسیلهای (الف)  $V_1$  و (ب)  $V_2$  در نقطه‌های نشان داده شده چقدر است؟ SSM

۴۱۰۰- در شکل ۲۳-۵۲، دو باتری با emf برابر با  $\mathcal{E} = 12/0\text{ V}$  و مقاومت درونی  $r = 0/300\ \Omega$  به طور موازی به دو سر مقاومت  $R$  بسته شده‌اند. (الف) به ازای چه مقدار  $R$  آهنگ مصرف در مقاومت بیشینه است؟ (ب) این بیشینه چقدر است؟



شکل ۲۳-۵۲ مسئله‌های ۴۱ و ۴۲

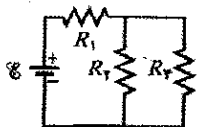
۴۲۰۰- می‌خواهیم دو باتری مشابه با emf برابر با  $\mathcal{E} = 12/0\text{ V}$  و مقاومت درونی  $r = 0/200\ \Omega$  را به یک مقاومت خارجی  $R$ ، به صورت موازی (شکل ۲۳-۵۲) یا به صورت متوالی (شکل ۲۳-۵۳) ببندیم. اگر  $R = 2/00\text{ r}$  باشد، جریان  $i$  در مقاومت خارجی در آرایشهای (الف) موازی و (ب) متوالی چقدر است؟ (پ) در کدام آرایش جریان  $i$  بیشتر است؟ اگر  $R = r/2/00$  باشد،  $i$  در مقاومت خارجی در آرایشهای (ت) موازی و (ث) متوالی چقدر است؟ (ج) برای کدام آرایش  $i$  بیشتر است؟



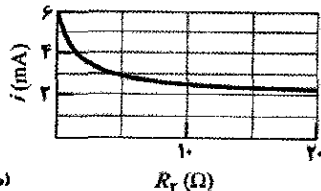
شکل ۲۳-۵۳ مسئله ۴۲

۴۳۰۰- در شکل ۲۳-۴۳،  $\mathcal{E}_1 = 3/00\text{ V}$ ،  $\mathcal{E}_2 = 1/00\text{ V}$ ،  $R_1 = 4/00\ \Omega$ ،  $R_2 = 2/00\ \Omega$ ،  $R_3 = 5/00\ \Omega$  و هر دو باتری آرمانی‌اند. آهنگ مصرف انرژی در (الف)  $R_1$ ، (ب)  $R_2$  و (پ)  $R_3$  چقدر است؟ توان (ت) باتری ۱ و (ث) باتری ۲ چقدر است؟

۴۴۰۰- در شکل ۲۳-۵۴، الف مقاومت ۳ متغیر و emf باتری آرمانی  $\mathcal{E} = 12\text{ V}$  است. شکل ۲۳-۵۴ ب جریان عبوری  $i$  از باتری را بر حسب تابعی از  $R_3$  به دست می‌دهد. وقتی  $R_3 \rightarrow \infty$  میل کند، منحنی دارای مجانب  $2/0\text{ mA}$  است. (الف) مقاومت  $R_1$  و (ب) مقاومت  $R_2$  چقدر است؟



(الف)

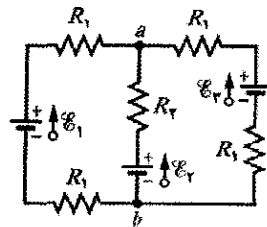


(ب)

شکل ۲۳-۵۴ مسئله ۴۴

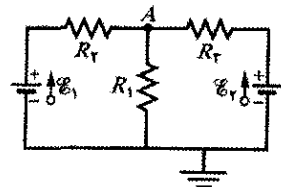
۴۵۰۰- تعدادی مقاومت ۱۰ اهمی در اختیار است که توان مصرفی هر کدام بدون سوختن  $1/0\text{ W}$  است. کمترین تعداد

۳۷۰۰- در شکل ۲۳-۴۸، مقاومتها عبارت‌اند از  $R_1 = 1/0\ \Omega$  و  $R_2 = 2/0\ \Omega$  و emf باتریهای آرمانی  $\mathcal{E}_1 = 2/0\text{ V}$  و  $\mathcal{E}_2 = 4/0\text{ V}$  است. (الف) اندازه و (ب) جهت (بالا یا پایین) جریان در باتری ۱، (پ) اندازه و (ت) جهت جریان در باتری ۲ و (ث) اندازه و (ج) جهت جریان در باتری ۳، چیست؟ (ج) اختلاف پتانسیل  $V_a - V_b$  چقدر است؟ ILW



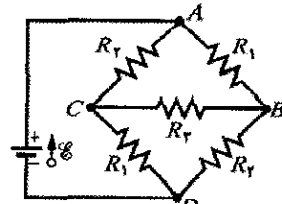
شکل ۲۳-۴۸ مسئله ۳۷

۳۸۰۰- در شکل ۲۳-۴۹،  $\mathcal{E}_1 = 6/00\text{ V}$ ،  $\mathcal{E}_2 = 12/0\text{ V}$ ،  $R_1 = 100\ \Omega$ ،  $R_2 = 200\ \Omega$  و  $R_3 = 300\ \Omega$  است. یک نقطه مدار به زمین متصل شده است. ( $V = 0$ ). (الف) اندازه و (ب) جهت (بالا یا پایین) جریان در مقاومت ۱، (پ) اندازه و (ت) جهت (چپ یا راست) جریان در مقاومت ۲ و (ث) اندازه و (ج) جهت جریان در مقاومت ۳ چیست؟ (ج) پتانسیل الکتریکی در نقطه A چقدر است؟ GO



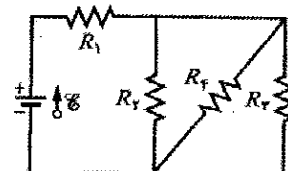
شکل ۲۳-۴۹ مسئله ۳۸

۳۹۰۰- در شکل ۲۳-۵۰،  $\mathcal{E} = 12/0\text{ V}$ ،  $R_1 = 2000\ \Omega$ ،  $R_2 = 3000\ \Omega$  و  $R_3 = 4000\ \Omega$  است. اختلاف پتانسیل (الف)  $V_A - V_B$ ، (ب)  $V_B - V_C$ ، (پ)  $V_C - V_D$  و (ت)  $V_A - V_C$  چقدر است؟



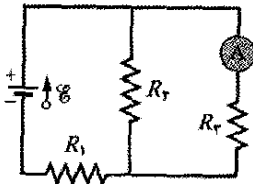
شکل ۲۳-۵۰ مسئله ۳۹

۴۰۰۰- در شکل ۲۳-۵۱،  $R_1 = 100\ \Omega$ ،  $R_2 = 50/0\ \Omega$ ،  $R_3 = 75/0\ \Omega$  و emf باتری آرمانی  $\mathcal{E} = 6/00\text{ V}$  است. (الف) مقاومت معادل چقدر است؟  $i$  در (ب) مقاومت ۱، (پ) مقاومت ۲، (ت) مقاومت ۳ و (ث) مقاومت ۴، چقدر است؟



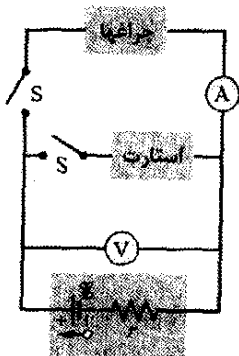
شکل ۲۳-۵۱ مسئله‌های ۴۰ و ۴۸

۵۱۰۰- (الف) در شکل ۲۳-۵۷، اگر  $\mathcal{E} = 5/0V$  (باتری آرمانی)  $R_1 = 2/0\Omega$ ،  $R_2 = 4/0\Omega$  و  $R_3 = 6/0\Omega$  باشد، آمپرسنج چه عددی را نشان می‌دهد. (ب) حال جای آمپرسنج و باتری را عوض می‌کنیم. نشان دهید که عدد آمپرسنج تغییر نمی‌کند. ILW



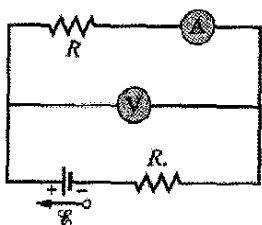
شکل ۲۳-۵۷ مسئله ۵۱

۵۲۰۰- وقتی چراغهای اتومبیلی روشن شود، آمپرسنج متوالی با آنها  $10/0A$  و ولت‌سنج متصل به دو سر آنها  $12/0V$  را نشان می‌دهند (شکل ۲۳-۵۸). وقتی استارت زده شود آمپرسنج به عدد  $8/00A$  کاهش می‌یابد و نور چراغها اندکی کم می‌شود. اگر مقاومت درونی باتری  $0/0500\Omega$  و مقاومت آمپرسنج ناچیز باشد، (الف)  $emf$  باتری و (ب) جریانی که در هنگام روشن شدن چراغها از استارت می‌گذرد، چقدر است؟



شکل ۲۳-۵۸ مسئله ۵۲

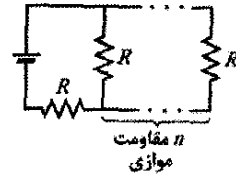
۵۳۰۰- در شکل ۲۳-۵۹، ولت‌سنجی با مقاومت  $R_V = 300\Omega$  و آمپرسنجی با مقاومت  $R_A = 3/00\Omega$  برای اندازه‌گیری مقاومت  $R$  در مدار که هم‌چنین شامل یک مقاومت  $R_0 = 100\Omega$  و یک باتری آرمانی با  $\mathcal{E} = 12/0V$  است، به کار برده می‌شوند. مقاومت  $R$  با رابطه  $R = V/i$  داده می‌شود که  $V$  اختلاف پتانسیل دو سر  $R$  و  $i$  مقدار خوانده شده توسط آمپرسنج است. ولت‌سنج عدد  $V'$  را نشان می‌دهد که عبارت است از  $V$  بعلاوه اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج. بنابراین، نسبت دو مقدار خوانده شده  $R$  نیست بلکه مقاومت ظاهری  $R = V'/i$  است. اگر  $R = 85/0\Omega$  باشد، (الف) مقدار خوانده شده توسط آمپرسنج، (ب) مقدار خوانده شده توسط ولت‌سنج و (پ)  $R'$  چقدر است؟ (ت) اگر  $R_A$  کم شود، آیا اختلاف میان  $R$  و  $R'$  افزایش می‌یابد یا کاهش یا یکسان می‌ماند؟



شکل ۲۳-۵۹ مسئله ۵۳

این گونه مقاومتها چقدر باید باشد تا ترکیبی از آنها به طور متوالی یا موازی با مقاومت  $10\Omega$  ایجاد شود و دست کم توان مصرفی  $5/0W$  را داشته باشد؟

۴۶۰۰- در شکل ۲۳-۵۵، آرایه‌ای شامل  $n$  مقاومت موازی به طور متوالی به یک باتری آرمانی و یک مقاومت بسته شده‌اند. اندازه همه مقاومتها یکسان است. اگر مقاومت یکسانی به طور موازی به این آرایش افزوده شود، جریان باتری به اندازه  $1/25\%$  تغییر می‌کند. مقدار  $n$  چیست؟



شکل ۲۳-۵۵ مسئله ۴۶

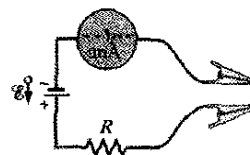
۴۷۰۰- یک سیم مسی به شعاع  $a = 0/250mm$  دارای یک پوشش آلومینیومی به شعاع خارجی  $b = 0/380mm$  است. در سیم مرکب جریان  $i = 2/00A$  وجود دارد. با استفاده از جدول ۲۲-۱، جریان در (الف) مس و (ب) آلومینیوم را محاسبه کنید. (پ) اگر اختلاف پتانسیل  $V = 12/0V$  میان دو سر جریان را ثابت نگهدارد، طول سیم مرکب چقدر است؟ SSM

۴۸۰۰- در شکل ۲۳-۵۱،  $R_1 = 7/00\Omega$ ،  $R_2 = 12/0\Omega$ ،  $R_3 = 4/00\Omega$  و  $emf$  باتری آرمانی  $\mathcal{E} = 24/0V$  است. به ازای چه مقدار  $R_4$  آهنگ انتقال انرژی باتری به مقاومتها برابر با (الف)  $60/0W$ ، (ب) بیشینه آهنگ ممکن  $P_{max}$  و (پ) کمینه آهنگ ممکن  $P_{min}$  است؟ (ب)  $P_{max}$  و (ت)  $P_{min}$  چقدرند؟

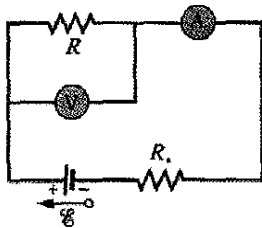
### بخش ۲۳-۸ آمپرسنج و ولت‌سنج

۴۹۰۰- در شکل ۲۳-۱۴، فرض کنید که  $\mathcal{E} = 3/0V$ ،  $R_V = 100\Omega$ ،  $R_A = 250\Omega$  و  $R_0 = 300\Omega$  باشد. اگر مقاومت ولت‌سنج برابر با  $5/0k\Omega$  باشد، به هنگام اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل دو سر  $R_1$  چند درصد خطا وجود خواهد داشت؟ از وجود آمپرسنج چشمپوشی کنید.

۵۰۰۰- همان‌طور که در شکل ۲۳-۵۶ نشان داده شده است، یک اهم‌سنج ساده با اتصال یک باتری  $1/50V$  ولتی به طور متوالی با یک مقاومت  $R$  و آمپرسنجی که از  $0$  تا  $1/00mA$  را می‌تواند بخواند ساخته شده است. مقاومت  $R$  طوری تنظیم می‌شود که هرگاه گیره‌ها به هم وصل شوند، اهم‌سنج با تمام مقیاس  $1/00mA$  منحرف می‌شود. اندازه مقاومت خارجی که باعث انحراف (الف)  $10\%$  و (ب)  $50\%$  و (پ)  $90\%$  تمام مقیاس می‌شود چقدر است؟ (ت) اگر مقاومت آمپرسنج  $20/0\Omega$  و مقاومت درونی باتری ناچیز باشد، مقدار  $R$  چقدر است؟



شکل ۲۳-۵۶ مسئله ۵۰



شکل ۲۳-۶۲ مسئله ۵۶

### بخش ۲۳-۹ مدارهای RC

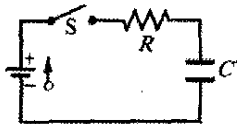
۵۷• - برحسب ثابت زمانی  $\tau$ ، زمان لازم برای باردار شدن یک خازن بدون بار در یک مدار متوالی RC به اندازه ۹۹٪ بار اولیه آن چقدر است؟ SSM

۵۸• - خازنی با بار اولیه  $q_0$  از طریق مقاومتی تخلیه می‌شود. برحسب ثابت زمانی  $\tau$  چقدر زمان نیاز است تا خازن (الف) نخست یک سوم از بار خود و (ب) دو سوم بار خود را از دست بدهد؟

۵۹• - مقاومت  $15/0 \text{ k}\Omega$  و خازنی به طور متوالی به هم وصل شده‌اند و سپس اختلاف پتانسیل  $12/0 \text{ V}$  به طور ناگهانی به دو سر آنها اعمال می‌شود. اختلاف پتانسیل دو سر خازن در مدت  $1/30 \mu\text{s}$  به  $5/00 \text{ V}$  افزایش می‌یابد. (الف) ثابت زمانی مدار را محاسبه کنید. (ب) ظرفیت خازن را پیدا کنید. ILW

۶۰• - در یک مدار متوالی RC،  $E = 12/0 \text{ V}$ ،  $R = 1/40 \text{ M}\Omega$  و  $C = 1/80 \mu\text{F}$  است. (الف) ثابت زمانی را محاسبه کنید. (ب) بیشینه باری را که روی خازن در ضمن باردار شدن ظاهر می‌شود پیدا کنید. (پ) چقدر طول می‌کشد تا خازن تا  $16/0 \mu\text{C}$  باردار شود؟

۶۱• - کلید S در شکل ۲۳-۶۳ در لحظه  $t = 0$  بسته می‌شود تا خازن خالی با ظرفیت  $C = 15/0 \mu\text{F}$  از طریق مقاومت  $R = 20/0 \Omega$  باردار شود. در چه زمانی پتانسیل دو سر خازن برابر با پتانسیل دو سر مقاومت می‌شود؟



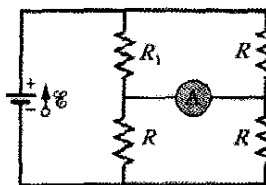
شکل ۲۳-۶۳ مسئله‌های ۶۱ و ۷۶

۶۲•• - خازنی با اختلاف پتانسیل اولیه  $100 \text{ V}$  از طریق مقاومتی وقتی که در لحظه  $t = 0$  کلید میان آنها بسته شود شروع به تخلیه می‌کند. در  $t = 10/0 \text{ s}$ ، اختلاف پتانسیل دو سر خازن  $1/00 \text{ V}$  می‌شود. (الف) ثابت زمانی مدار چقدر است؟ (ب) اختلاف پتانسیل دو سر خازن در  $t = 17/0 \text{ s}$  چقدر است؟

۶۳•• - اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های یک خازن نشتی  $2/0 \mu\text{F}$  (بدان معنا که بار از یک صفحه به صفحه دیگر نشت می‌کند) در مدت  $2/0 \text{ s}$  به یک چهارم مقدار اولیه آن می‌رسد.

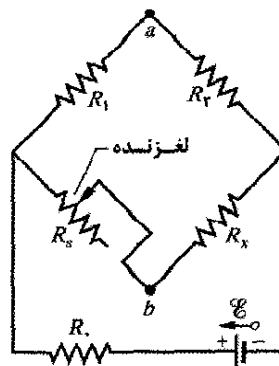
www.iran-malek.com مرجع دانشجویان و مهندسیان

۵۴- در شکل ۲۳-۶۰،  $R_1 = 2/00 \text{ R}$ ، مقاومت آمپرسنج صفر و باتری آرمانی است. چه مضربی از  $E/R$  جریان آمپرسنج را به دست می‌دهد؟



شکل ۲۳-۶۰ مسئله ۵۴

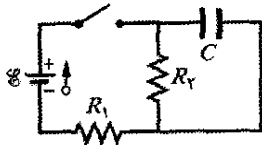
۵۵•• - در شکل ۲۳-۶۱، مقدار  $R_0$  طوری تنظیم می‌شود که با حرکت دادن لغزنده روی آن پتانسیل نقطه‌های  $a$  و  $b$  برابر شود. (این شرط را با بستن یک آمپرسنج حساس بین نقطه  $a$  و نقطه  $b$  می‌توان برقرار کرد؛ اگر این نقطه‌ها در یک پتانسیل باشند، آمپرسنج منحرف نمی‌شود.) نشان دهید که هرگاه این تنظیم انجام شود، این رابطه برقرار است:  $R_x = R_0 R_1 / R_2$ . مقاومت مجهول ( $R_x$ ) را با استفاده از این دستگاه که پل و تستون نامیده می‌شود می‌توان برحسب مقاومت استاندارد ( $R_0$ ) اندازه‌گیری کرد.



شکل ۲۳-۶۱ مسئله‌های ۵۵ و ۱۱۱

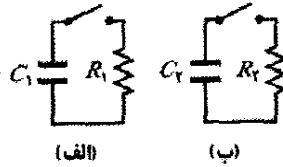
۵۶•• - در شکل ۲۳-۶۲، ولت‌سنجی با مقاومت  $R_V = 300 \Omega$  و آمپرسنجی با مقاومت  $R_A = 3/00 \Omega$  برای اندازه‌گیری مقاومت  $R$  در مداری که در آن یک مقاومت  $R_0 = 100 \Omega$  و یک باتری آرمانی با  $E = 12/0 \text{ V}$  نیز وجود دارد، به کار برده می‌شوند. مقاومت  $R$  با رابطه  $R = V/i$  داده می‌شود که  $V$  مقدار نشان داده شده توسط ولت‌سنج و  $i$  جریان در مقاومت  $R$  است. ولی، آمپرسنج مقدار  $i$  را نشان نمی‌دهد بلکه مقدار  $i'$  را نشان می‌دهد، که عبارت است از  $i$  بعلاوه جریانی که از ولت‌سنج می‌گذرد. بنابراین، نسبت دو مقدار خوانده شده  $R$  نیست بلکه فقط یک مقاومت ظاهری  $R' = V/i'$  است. اگر  $R = 85/0 \Omega$  باشد، (الف) مقدار نشان داده شده آمپرسنج، (ب) مقدار نشان داده شده ولت‌سنج و (پ)  $R'$  چقدر است؟ (ت) اگر  $R_V$  افزایش یابد، آیا اختلاف میان  $R$  و  $R'$  افزایش می‌یابد؟ کاهش یا یکسان می‌ماند؟





شکل ۶۶-۲۳ مسئله‌های ۶۷ و ۹۷

۶۸۰۰۰- شکل ۶۷-۲۳ دو مدار با یک خازن باردار را نشان می‌دهد که باید از طریق مقاومتی در حالت بسته بودن کلید تخلیه شود. در شکل ۵۶-۲۳ الف،  $R_1 = 200\ \Omega$  و  $C_1 = 5000\ \mu F$  است. در شکل ۵۶-۲۳ ب،  $R_2 = 100\ \Omega$  و  $C_2 = 8000\ \mu F$  است. نسبت بارهای اولیه روی دو خازن  $q_{01}/q_{02} = 1/50$  است. در لحظه  $t=0$  هر دو کلید بسته می‌شوند. در چه زمان  $t$  بار دو خازن برابر خواهد شد؟

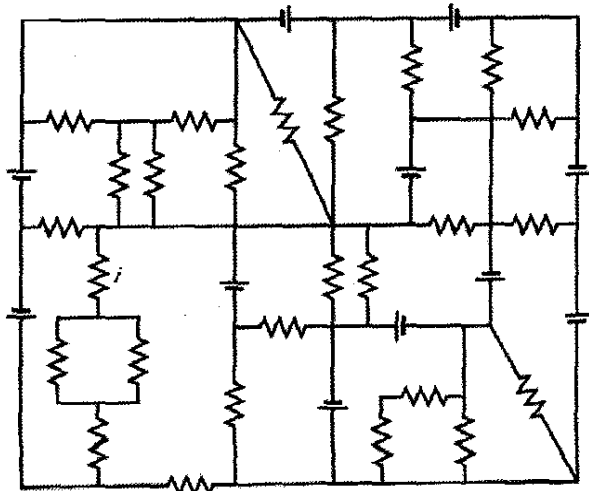


شکل ۶۷-۲۳ مسئله ۶۸

۶۹۰۰۰- مقاومت  $300\ M\Omega$  و خازن  $1000\ \mu F$  با باتری آرمانی  $\mathcal{E} = 400\ V$  به طور متوالی بسته شده‌اند. در زمان  $100\ s$  پس از اتصال، آهنگ (الف) افزایش بار خازن (ب) انرژی ذخیره شده در خازن، (پ) اتلاف انرژی گرمایی به وجود آمده در مقاومت و (ت) انرژی تولید شده توسط باتری، چقدر است؟

## مسئله‌های اضافی

۷۰- (الف) اندازه و (ب) جهت (بالا یا پایین) جریان  $i$  در شکل ۶۸-۲۳، که مقدار همه مقاومتها  $40\ \Omega$  و همه باتریها آرمانی و  $emf$  آنها  $10\ V$  است، چیست؟



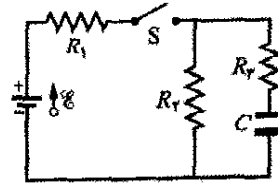
شکل ۶۸-۲۳ مسئله ۷۰

۷۱- فرض کنید در حالی که روی صندلی نشسته‌اید، جدایی بار بین لباسهایتان و صندلی شما را در پتانسیل  $200\ V$  قرار دهد و مرجع دانشجویان و مهندسیان و فیزیک

۶۴۰۰- خازن  $1\ \mu F$  با انرژی اولیه ذخیره شده  $0.5\ J$  از طریق مقاومت  $1\ M\Omega$  تخلیه می‌شود. (الف) بار اولیه روی خازن چقدر است؟ (ب) وقتی تخلیه شروع شد جریان در مقاومت چقدر است؟ عبارتی پیدا کنید که تابعی برحسب زمان بدهد، (پ) اختلاف پتانسیل  $V_C$  دو سر خازن، (ت) اختلاف پتانسیل  $V_R$  دو سر مقاومت و (ث) آهنگی را که در آن انرژی گرمایی در مقاومت ایجاد می‌شود، پیدا کنید.

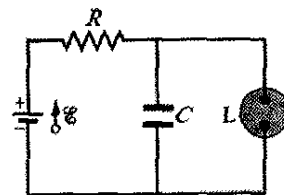
۶۵۰۰- در مدار شکل ۶۴-۲۳،  $\mathcal{E} = 12\ kV$ ،  $C = 615\ \mu F$ ،  $R_1 = R_2 = R_3 = 0.72\ M\Omega$  با خازن کاملاً خالی (در  $t=0$ ) کلید S ناگهان بسته می‌شود. در  $t=0$  (الف) جریان  $i_1$  در مقاومت ۱، (ب) جریان  $i_2$  در مقاومت ۲ و (پ) جریان  $i_3$  در مقاومت ۳ چقدر است؟ در  $t=\infty$  (یعنی پس از ثابتهای زمانی زیاد)، (ت)  $i_1$ ، (ث)  $i_2$  و (ج)  $i_3$  چقدرند؟ اختلاف پتانسیل  $V_2$  در دو سر مقاومت ۱ در (ج)  $t=0$  و (ح)  $t=\infty$  چقدر است؟ (خ)  $V_2$  را برحسب  $t$  میان این دو زمان حدی رسم کنید.

SSM WWW



شکل ۶۴-۲۳ مسئله ۶۵

۶۶۰۰- شکل ۶۵-۲۳ مدار یک لامپ چشمک‌زن را، مانند لامپی که در محلی در بزرگراهها بسته می‌شود، نشان می‌دهد. لامپ فلورسنت L (با ظرفیت ناچیز) به طور موازی به خازن C در یک مدار RC وصل شده است. فقط هنگامی که اختلاف پتانسیل دو سر لامپ به ولتاژ فروریزش  $V_L$  می‌رسد جریانی از لامپ می‌گذرد. در این حال خازن به طور کامل از طریق لامپ تخلیه می‌شود و لامپ برای مدت کوتاهی چشمک می‌زند. در مورد لامپی با ولتاژ فروریزش  $V_L = 720\ V$  که به باتری آرمانی  $950\ V$  و خازن  $0.150\ \mu F$  وصل شده است، چه مقاومت R برای دو چشمک در ثانیه لازم است.



شکل ۶۵-۲۳ مسئله ۶۶

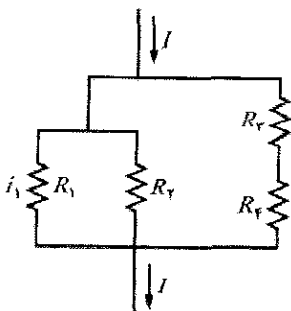
۶۷۰۰- در شکل ۶۶-۲۳،  $R_1 = 100\ k\Omega$ ،  $R_2 = 150\ k\Omega$ ،  $C = 0.400\ \mu F$  و  $emf$  باتری آرمانی  $\mathcal{E} = 200\ V$  است. نخست کلید بسته می‌شود و زمانی طولانی می‌گذرد تا حالت پایا برقرار شود. سپس کلید در لحظه  $t=0$  باز می‌شود. جریان در مقاومت ۲ در  $t = 400\ ms$  چقدر است؟

۷۵- سیمهای  $A$  و  $B$  با طولهای مساوی  $400\text{ m}$  و قطرهای مساوی  $2/60\text{ mm}$  به طور متوالی به هم وصل شده‌اند. اختلاف پتانسیل  $600\text{ V}$  به دو انتهای سیم مرکب اعمال می‌شود. مقاومت سیمها عبارت‌اند از  $R_A = 0/127\Omega$  ،  $R_B = 0/729\Omega$  . در مورد سیم  $A$  ، (الف) بزرگی  $J$  چگالی جریان و (ب) اختلاف پتانسیل  $V$  ، چقدر است؟ (پ) جنس سیم  $A$  از چه ماده‌ای است (به جدول ۲۲-۱ نگاه کنید)؟ در مورد سیم  $B$  ، (ت)  $J$  و (ث)  $V$  چقدر است؟ (ج) جنس سیم  $B$  از چه ماده‌ای است؟ SSM

۷۶- شکل ۲۳-۶۳ یک باتری آرمانی را با  $\mathcal{E} = 12\text{ V}$  ، مقاومت  $R = 4/0\Omega$  و خازن بدون بار  $C = 4/0\mu\text{F}$  نشان می‌دهد. پس از بسته شدن کلید، جریان عبوری از مقاومت، پس از باردار شدن خازن به اندازه  $8/0\mu\text{C}$  چقدر است؟

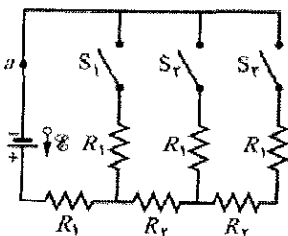
۷۷- استارت اتومبیلی خیلی آهسته می‌چرخد و تعمیرکار باید درباره تعویض آن، کابل یا باتری تصمیم بگیرد. از کتابچه راهنمای اتومبیل معلوم می‌شود که مقاومت استارت درونی باتری ۱۲ ولتی نباید بیشتر از  $0/20\Omega$  ، مقاومت استارت نباید بیشتر از  $0/200\Omega$  و مقاومت کابل نباید بیشتر از  $0/40\Omega$  باشد. تعمیرکار موتور را روشن می‌کند و ولتاژ دو سر باتری را  $11/4\text{ V}$  ، ولتاژ دو سر کابل را  $3/0\text{ V}$  و جریان را  $50\text{ A}$  اندازه‌گیری می‌کند. کدام قطعه معیوب است؟ SSM

۷۸- شکل ۲۳-۷۰ قسمتی از مداری را نشان می‌دهد که جریان  $I = 6/00\text{ A}$  از آن می‌گذرد. مقاومتها عبارت‌اند از  $R_1 = R_2 = 2/00R_3 = 2/00R_4 = 4/00\Omega$  . جریان  $i_1$  در مقاومت ۱ چقدر است؟



شکل ۲۳-۷۰ مسئله ۷۸

۷۹- در شکل ۲۳-۷۱ ،  $R_1 = 20/0\Omega$  ،  $R_2 = 10/0\Omega$  و  $\mathcal{E}$  و  $\mathcal{E}_1$  باتری آرمانی  $\mathcal{E} = 120\text{ V}$  است. اگر (الف) فقط کلید  $S_1$  ، (ب) فقط کلید  $S_1$  و  $S_2$  و (پ) هر سه کلید، بسته شوند، جریان در نقطه  $a$  چقدر است؟



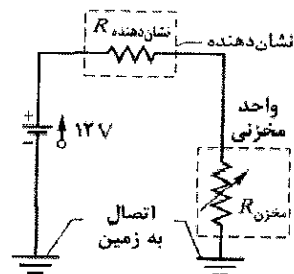
شکل ۲۳-۷۱ مسئله ۷۹

۸۰- در شکل ۲۳-۷۲،  $\mathcal{E}_1 = 20/0\text{ V}$  ،  $\mathcal{E}_2 = 50/0\text{ V}$  و  $\mathcal{E}_3 = 50/0\text{ V}$  ،  $\mathcal{E}_4 = 10/0\text{ V}$  .

جدایی بین بدن شما و صندلی زیاد می‌شود و ظرفیت تا  $10\text{ pF}$  کاهش می‌یابد. (الف) حالا پتانسیل بدن شما چقدر است؟ وقتی بار از طریق بدن و کفشها خارج می‌شود (شما خازنی هستید که از طریق یک مقاومت تخلیه انجام می‌گیرد) پتانسیل در طول زمان کاهش می‌یابد. فرض کنید که مقاومت در طول این راه  $300\text{ G}\Omega$  باشد. اگر وقتی پتانسیل شما بیشتر از  $100\text{ V}$  است و قطعه‌ای الکتریکی را لمس کنید، به آن قطعه آسیب خواهد رسید. (ب) چقدر باید منتظر بمانید تا پتانسیل شما به مقدار ایمن  $100\text{ V}$  برسد؟

اگر لباس رسانایی به تن داشته باشید که به زمین متصل باشد، پتانسیل شما تا وقتی که ایستاده‌اید افزایش نمی‌یابد؛ همچنین ممکن است خیلی سریع تخلیه انجام گیرد چون مقاومت از راه اتصال به زمین خیلی کمتر از بدن و کفشهای شماست. (پ) فرض کنید وقتی ایستاده‌اید پتانسیل شما  $1400\text{ V}$  و ظرفیت صندلی با بدن شما  $10\text{ pF}$  باشد. مقاومت لباس رسانا تا زمین چقدر باید باشد تا تخلیه در  $100\text{ V}$  در مدت  $0/30\text{ s}$  انجام گیرد، که کمتر از زمانی است که مثلاً بخواهید به رایانه برسید.

۷۲- طرحوار دستگاه اندازه‌گیری بنزین یک اتومبیل در شکل ۲۳-۶۹ نشان داده شده است. مقاومت دستگاه نشان دهنده (خط چین)  $10\Omega$  است. واحد مخزنی وصل شده است که مقاومت آن به طور خطی برحسب حجم بنزین تغییر می‌کند. وقتی مخزن خالی است مقدار این مقاومت  $140\Omega$  و وقتی مخزن پر است مقدار آن  $20\Omega$  است. وقتی که مخزن (الف) خالی و (ب) نیمه خالی و (پ) پر است، جریان در مدار را پیدا کنید. باتری را آرمانی فرض کنید.

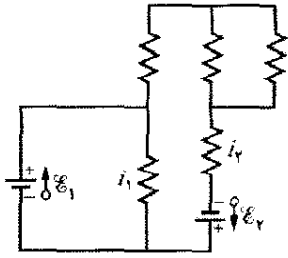


شکل ۲۳-۶۹ مسئله ۷۲

۷۳- کنترل کننده روی یک اسباب بازی الکترونیکی دارای یک مقاومت متغیر است که به دو سر یک خازن  $0/220\mu\text{F}$  وصل شده است. خازن تا  $5/00\text{ V}$  باردار و سپس از طریق یک مقاومت تخلیه می‌شود. زمان کاهش اختلاف پتانسیل دو سر صفحه‌ها به  $0/800\text{ V}$  با ساعت داخل وسیله اندازه‌گیری می‌شود. اگر گستره زمان تخلیه که به طور مؤثر می‌تواند تغییر داده شود از  $10/0\mu\text{s}$  تا  $6/00\text{ ms}$  باشد، (الف) مقدار پایین و (ب) مقدار بالای گستره مقاومت باید چقدر باشد؟ SSM

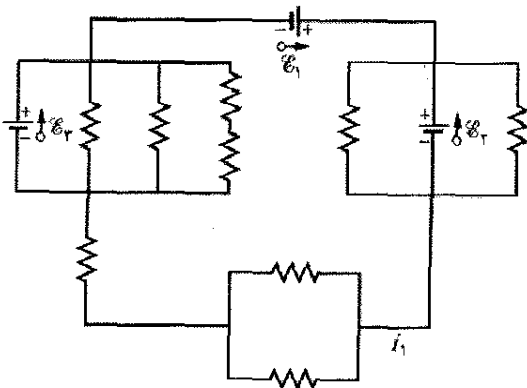
۷۴- (الف) در شکل ۲۳-۴ الف نشان دهید که آهنگ مصرف انرژی در  $R$  به صورت انرژی گرمایی، در  $R = r$  بیشینه است. (ب) نشان دهید که این توان بیشینه برابر است با  $P = \mathcal{E}^2/4r$  .

(ج) آیا باتری ۲ انرژی تولید می‌کند یا جذب و (ح) آهنگ انتقال انرژی آن چقدر است؟



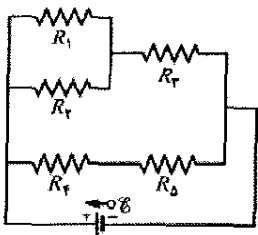
شکل ۲۳-۷۵ مسئله ۸۳

۸۴- در شکل ۲۳-۷۶، emf باتریهای آرمانی  $\mathcal{E}_1 = 20.0\text{ V}$  و  $\mathcal{E}_2 = 10.0\text{ V}$  و  $\mathcal{E}_3 = 5.00\text{ V}$  و اندازه هر یک از مقاومتها  $2.00\Omega$  است. (الف) اندازه و (ب) جهت (چپ یا راست) جریان  $i_1$  چیست؟ (پ) آیا باتری ۱ انرژی تولید می‌کند یا جذب، و (ت) توان آن چقدر است؟ (ث) آیا باتری ۲ انرژی تولید می‌کند یا جذب و (ج) توان آن چقدر است؟ (ح) آیا باتری ۳ انرژی تولید می‌کند یا جذب و (ح) توان آن چقدر است؟



شکل ۲۳-۷۶ مسئله ۸۴

۸۵- یک مقاومت دمایی - پایدار از یک مقاومت ساخته شده از سیلیسیم و یک مقاومت ساخته شده از آهن تشکیل شده است که به طور متوالی به هم متصل‌اند. اگر در گستره دمایی وسیعی حول  $20^\circ\text{C}$  مقاومت کل  $1000\Omega$  مورد نیاز باشد، (الف) مقاومت سیلیسیمی و (ب) مقاومت آهنی چقدر است؟ (به جدول ۱-۲۲ نگاه کنید.) SSM

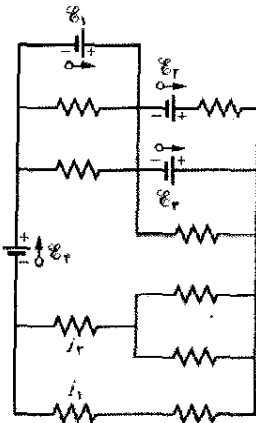


شکل ۲۳-۷۷ مسئله ۸۶

۸۶- در شکل ۲۳-۷۷، یک باتری آرمانی با  $\mathcal{E} = 12.0\text{ V}$  به شبکه مقاومتی ای  $R_1 = 6.00\Omega$ ،  $R_2 = 4.00\Omega$ ،  $R_3 = 12.0\Omega$ ،  $R_4 = 5.00\Omega$  و  $R_5 = 3.00\Omega$  بسته شده است. اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵ چقدر است؟

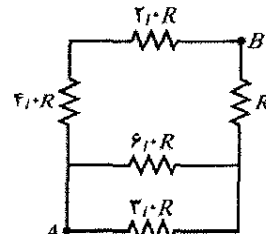
۸۷- در یک مقاومت  $0.10\Omega$  که به یک باتری  $1.5\text{ V}$  متصل است، انرژی گرمایی با آهنگ  $10\text{ W}$  ظاهر می‌شود، (الف) چه اختلاف پتانسیلی باید در دوسر مقاومت برقرار باشد؟ (ب) مقاومت داخلی باتری باید چقدر باشد؟

از مقاومتها برابر با  $2.00\Omega$  است. (الف) اندازه و (ب) جهت (چپ یا راست) جریان  $i_1$  و (پ) اندازه و (ت) جهت جریان  $i_2$  چیست؟ (این را فقط با یک محاسبه ذهنی می‌توان پاسخ داد.) (ث) با چه آهنگی انرژی به باتری ۴ منتقل می‌شود و آیا (ج) انرژی توسط باتری تولید می‌شود یا جذب؟



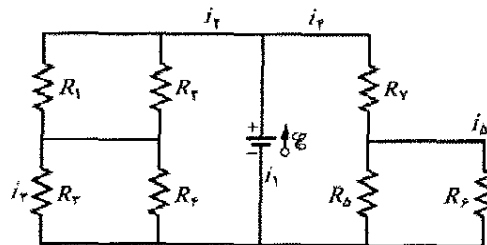
شکل ۲۳-۷۲ مسئله ۸۰

۸۱- در شکل ۲۳-۷۳،  $R = 10\Omega$  است. مقاومت معادل میان نقطه‌های A و B چقدر است؟ (راهنمایی: اگر در ابتدا فرض کنیم که نقطه‌های A و B به یک باتری وصل شده‌اند این مدار ساده‌تر خواهد شد.)



شکل ۲۳-۷۳ مسئله ۸۱

۸۲- در شکل ۲۳-۷۴، emf باتری آرمانی  $\mathcal{E} = 30.0\text{ V}$  و مقاومتها عبارت‌اند از  $R_1 = R_2 = 14\Omega$ ،  $R_3 = R_4 = R_5 = 6.0\Omega$ ،  $R_6 = 2.0\Omega$  و  $R_7 = 1.5\Omega$ . جریانهایی (الف)  $i_1$ ، (ب)  $i_2$ ، (پ)  $i_3$ ، (ت)  $i_4$  و (ث)  $i_5$  چقدرند؟



شکل ۲۳-۷۴ مسئله ۸۲

۸۳- در شکل ۲۳-۷۵، emf های باتریهای آرمانی  $\mathcal{E}_1 = 12.0\text{ V}$  و  $\mathcal{E}_2 = 4.00\text{ V}$  و اندازه هر یک از مقاومتها  $4.00\Omega$  است. (الف) اندازه و (ب) جهت (بالا یا پایین)  $i_1$  چیست؟ (پ) اندازه و (ت) جهت  $i_2$  چیست؟ (ث) آیا باتری ۱ انرژی تولید می‌کند یا جذب؟ و (ج) آهنگ انتقال انرژی آن چقدر است؟

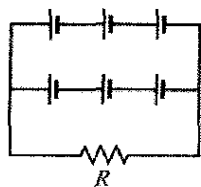
۹۶- دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  می‌توانند به طور متوالی یا به طور موازی به باتری با  $\mathcal{E}$  برابر وصل شوند. می‌خواهیم آهنگ مصرف انرژی ترکیب موازی پنج برابر مقدار آن در ترکیب متوالی باشد. اگر  $R_1 = 100\ \Omega$  باشد، (الف) کمترین و (ب) بیشترین دو مقدار  $R_2$  باید چقدر باشد تا این آهنگ مصرف حاصل شود؟

۹۷- در شکل ۲۳-۶۶،  $\mathcal{E} = 30\text{ V}$ ، مقاومتها  $R_1 = 20\text{ k}\Omega$  و  $R_2 = 10\text{ k}\Omega$  و خازن بدون بار است. وقتی در لحظه  $t = 0$  کلید بسته شود، جریان در (الف) مقاومت ۱ و (ب) مقاومت ۲ چقدر است؟ (ب) پس از زمان طولانی جریان در مقاومت ۲ چقدر است؟ SSM

۹۸- در شکل ۲۳-۲۳،  $R_1 = 100\ \Omega$ ،  $R_2 = 200\ \Omega$  و  $\mathcal{E} = 50\text{ V}$  است. به ازای باتریهای آرمانی  $\mathcal{E}_1 = 200\text{ V}$  و  $\mathcal{E}_2 = 500\text{ V}$  چه مقدار از  $R_2$  هیچ جریانی از باتری ۱ نمی‌گذرد؟

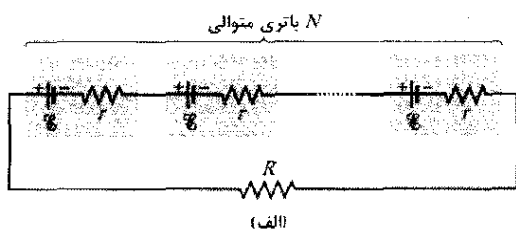
۹۹- در شکل ۲۳-۴۶،  $R_1 = R_2 = 100\ \Omega$  و  $\mathcal{E}$  باتری آرمانی  $\mathcal{E} = 120\text{ V}$  است. (الف) چه مقداری از  $R_2$  آهنگ تولید انرژی در باتری را بیشینه می‌کند و (ب) این آهنگ بیشینه چقدر است؟ SSM

۱۰۰-  $\mathcal{E}$  هر یک از شش باتری واقعی شکل ۲۳-۸۱ برابر با  $20\text{ V}$  و مقاومت آن  $40\ \Omega$  است. (الف) چه جریانی از مقاومت (خارجی)  $R = 40\ \Omega$  می‌گذرد؟ (ب) اختلاف پتانسیل دو سر هر باتری چقدر است؟ (پ) توان هر باتری چقدر است؟ (ت) با چه آهنگی هر باتری انرژی را به انرژی گرمایی درونی تبدیل می‌کند؟

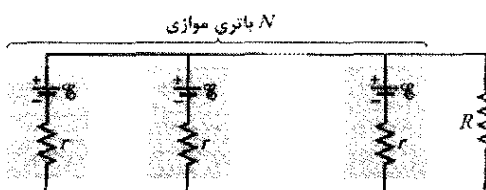


شکل ۲۳-۸۱ مسئله ۱۰۰

۱۰۱- فرض کنید دسته‌ای شامل  $N$  باتری مشابه با  $\mathcal{E}$  برابر با  $\mathcal{E}$  و مقاومت درونی  $r$ ، همه به طور متوالی (شکل ۲۳-۸۲ الف) یا همه به طور موازی (شکل ۲۳-۸۲ ب) بسته شده و به دو سر مقاومت  $R$  متصل‌اند. نشان دهید که اگر  $R = r$  باشد هر دو آرایش در  $R$  جریان یکسانی به دست می‌دهند.



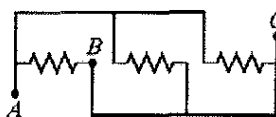
(الف)



(ب)

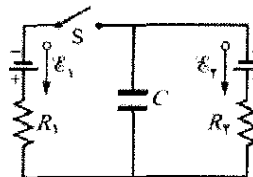
شکل ۲۳-۸۲ مسئله ۱۰۱

۸۸- شکل ۲۳-۷۸ سه مقاومت  $200\ \Omega$  اهمی را نشان می‌دهد. مقاومت معادل میان نقطه‌های (الف)  $A$  و  $B$ ، (ب)  $A$  و  $C$  و (پ)  $B$  و  $C$  را پیدا کنید. (راهنمایی: تصور کنید که به هر زوج نقطه داده شده یک باتری متصل است.)



شکل ۲۳-۷۸ مسئله ۸۸

۸۹- مدار شکل ۲۳-۷۹ یک خازن، دو باتری آرمانی، دو مقاومت و یک کلید را نشان می‌دهد. در آغاز  $S$  به مدت طولانی باز است. اگر سپس این کلید به مدت طولانی بسته شود، تغییر در بار خازن چقدر می‌شود؟



فرض کنید که  $C = 30\text{ V}$ ،  $R_1 = 0.20\ \Omega$  و  $R_2 = 0.40\ \Omega$ .

شکل ۲۳-۷۹ مسئله ۸۹

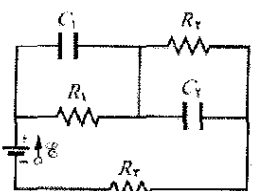
۹۰- در شکل ۲۳-۸ الف، با در نظر گرفتن مسیری که شامل  $R$ ،  $r_1$  و  $\mathcal{E}$  است، اختلاف پتانسیل میان  $a$  و  $c$  را محاسبه کنید.

۹۱- در شکل ۲۳-۵ الف، اگر  $\mathcal{E} = 12\text{ V}$ ،  $R_1 = 30\ \Omega$ ،  $R_2 = 40\ \Omega$  و  $R_3 = 50\ \Omega$  باشد، اختلاف پتانسیل دو سر  $R_2$  را پیدا کنید.

۹۲- در شکل ۲۳-۱۴، فرض کنید که  $\mathcal{E} = 50\text{ V}$ ،  $r = 20\ \Omega$ ،  $R_1 = 50\ \Omega$  و  $R_2 = 40\ \Omega$  است. اگر مقاومت آمپرسنج  $R_A$  برابر  $0.10\ \Omega$  باشد، در اندازه‌گیری جریان چه درصد خطایی وارد می‌شود؟ فرض کنید که ولت سنج وجود ندارد.

۹۳- یک خط قدرت  $120\text{ V}$  با یک فیوز  $15\text{ A}$  حفاظت می‌شود. بیشینه تعداد لامپ  $500\text{ W}$  اتی که به طور همزمان و به طور موازی در این خط می‌توانند کار کنند بدون آنکه فیوز بر اثر اضافه جریان بسوزد، چقدر است؟

۹۴- در شکل ۲۳-۸۰،  $R_1 = 500\ \Omega$ ،  $R_2 = 100\ \Omega$ ،  $C_1 = 500\ \mu\text{F}$ ،  $R_3 = 150\ \Omega$  و  $C_2 = 100\ \mu\text{F}$  است.  $\mathcal{E}$  باتری آرمانی  $\mathcal{E} = 200\text{ V}$  است. با فرض اینکه مدار در حالت پایا باشد، انرژی کل ذخیره شده در دو خازن چقدر است؟



شکل ۲۳-۸۰ مسئله ۹۴

۹۵- خازن  $C$  که در ابتدا بدون بار است توسط وسیله‌ای با  $\mathcal{E}$  ثابت که به طور متوالی توسط مقاومت  $R$  به آن وصل شده است کاملاً باردار می‌شود. (الف) نشان دهید که انرژی ذخیره شده نهایی در خازن نصف انرژی تولید شده توسط منبع  $\mathcal{E}$  است. (ب) با انتگرال‌گیری مستقیم از  $i^2 R$  روی زمان باردار شدن، نشان دهید که انرژی گرمایی مصرف شده به وسیله مقاومت  $R$  نصف انرژی تولید شده توسط منبع  $\mathcal{E}$  است. SSM

مرجع دانشجویان و مهندسين مواد



اگر در شب تاریکی در نیمه عرضهای جغرافیایی بالا در بیرون باشید، ممکن است بتوانید چه چیزی باعث این چشم‌انداز شفق قطبی را ببینید، یک «پرده» وهم آلودی از نور که از آسمان به پایین آویزان است. این عظیم شده و چه چیزی آن را پرده فقط محلی نیست؛ بلکه ممکن است  $200\text{ km}$  ارتفاع و  $4000\text{ km}$  طول داشته باشد که این قدر نازک کرده است؟ به صورت قوسی به دور زمین کشیده شده است. با این وجود، ضخامت آن فقط حدود  $100\text{ m}$  است.

پاسخ در همین فصل.



## ۲۴-۱ فیزیک چیست؟

همان‌طور که قبلاً بحث کردیم، یک هدف مهم فیزیک مطالعه این است که میدان الکتریکی چگونه نیروی الکتریکی وارد بر یک ذره باردار را ایجاد می‌کند. هدف تقریباً نزدیک به آن عبارت است از مطالعه چگونگی ایجاد یک نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار (متحرک) توسط یک میدان مغناطیسی یا وارد بر جسم مغناطیسی مانند یک آهنربا. اگر قبلاً با یک آهنربا یادداشتی را به در یخچال متصل کرده باشید یا به طور اتفاقی یک کارت اعتباری را با نزدیک کردن به آهنربا پاک کرده باشید نشانه‌ای از اینکه میدان مغناطیسی چیست، به دست آورده‌اید. آهنربا به وسیله میدان مغناطیسی خود روی در یا کارت اعتباری اثر می‌گذارد.

کاربردهای میدانهای مغناطیسی و نیروهای مغناطیسی بی‌شمار است و هر سال به طور سریع تغییر می‌کنند. در اینجا فقط چند مثال می‌آوریم. چندین دهه صنعت سرگرمی به ضبط مغناطیسی موسیقی و تصویر روی نوارهای صوتی و تصویری وابسته بود. هر چند فناوری دیجیتال به طور وسیعی جایگزین ضبط مغناطیسی شده است، این صنعت هنوز به آهنرباهایی که دستگاههای پخش دیسک فشرده صوتی و تصویری و دیسک سخت رایانه‌ها را کنترل می‌کنند وابسته است؛ آهنرباها هم‌چنین در گوشیه‌ها، تلویزیونها، رایانه‌ها و تلفن‌ها کاربرد دارند. اتومبیل‌های جدید به دهها آهنربا مجهزند، زیرا برای روشن شدن موتور، کنترل خودکار شیشه‌ها، کنترل سقف آفتابی و کنترل برف پاک کن به آنها نیاز دارند. بیشتر سامانه‌های هشدار ایمنی، زنگ درها و درهای خودکار از آهنرباها بهره می‌گیرند. خلاصه با آهنرباها محاصره شده‌ایم.



شکل ۲۴-۱ استفاده از یک آهنربای الکتریکی برای جمع آوری و انتقال آهن قراضه‌ها در یک کارخانه فولاد.

علم میدانهای مغناطیسی فیزیک است؛ کاربرد میدانهای مغناطیسی مهندسی است. علم و کاربری با این پرسش شروع می‌شود «چه چیزی میدان مغناطیسی را ایجاد می‌کند؟»

## ۲۴-۲ چه چیزی میدان مغناطیسی را ایجاد می‌کند؟

چون میدان الکتریکی  $\vec{E}$  توسط بار الکتریکی ایجاد می‌شود، به طور معقول می‌توان انتظار داشت که میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  توسط بار مغناطیسی ایجاد شود. اگرچه بارهای مغناطیسی مجزا (به نام تک قطبیهای مغناطیسی) با نظریه‌های معینی پیش‌بینی شده‌اند، ولی وجود آنها تا کنون تأیید نشده است، پس میدانهای مغناطیسی چگونه ایجاد می‌شوند؟ دو روش وجود دارد.

یک روش. برای ایجاد آهنربای الکتریکی عبارت است از به‌کارگیری ذره‌های باردار الکتریکی متحرک، مانند جریان در یک سیم. این جریان یک میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند که برای مثال می‌تواند برای کنترل دیسک‌ران سخت افزاری رایانه یا جمع‌آوری آهن قراضه‌ها (شکل ۲۴-۱) مورد استفاده قرار گیرد. در فصل ۲۵ درباره میدان مغناطیسی ناشی از جریان بحث می‌کنیم. روش دیگر برای ایجاد میدان مغناطیسی عبارت است از به‌کارگیری ذره‌های بنیادی مانند الکترونها، چون این ذره‌ها دارای میدان مغناطیسی ذاتی در اطراف خود هستند. یعنی، میدان مغناطیسی یک مشخصه اصلی چنین ذره‌هایی محسوب می‌شود درست مانند جرم و بار الکتریکی (یا نبود بار الکتریکی) که مشخصه‌های اصلی هستند. همان‌طور که در فصل ۲۸ بحث می‌کنیم، میدانهای مغناطیسی الکترونها در مواد معینی به هم افزوده می‌شوند تا یک میدان مغناطیسی خالص در اطراف ماده به دست آید. چنین افزایشی دلیلی بر این است که چرا یک آهنربای دائمی از نوعی که برای آویزان کردن یادداشت به در یخچال به کار می‌رود دارای میدان مغناطیسی دائمی است. در مواد دیگر، میدانهای مغناطیسی الکترونها یکدیگر را خنثی می‌کنند، و هیچ میدان مغناطیسی خالصی در اطراف ماده وجود ندارد. به دلیل این خنثی کردن است که بدن انسان در اطراف خود میدان مغناطیسی دائمی ندارد، البته این خوب است چون اگر چنین نبود هر وقت از کنار در یخچال می‌گذشتیم به طرف آن کشیده می‌شدیم.

اولین کار ما در این فصل این است که میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  را تعریف کنیم. این کار را با استفاده از این واقعیت تجربی که هرگاه یک ذره باردار در میدان مغناطیسی حرکت کند، یک

نیروی مغناطیسی  $\vec{F}_B$  بر آن ذره وارد می‌شود، انجام می‌دهیم. مرجع دانشجویان و مهندسان مواد

## ۲۴-۳ تعریف $\vec{B}$

### تعیین نیروی مغناطیسی وارد بر یک ذره

از معادله ۲۴-۳ معلوم است که بزرگی نیروی  $\vec{F}_B$  که بر ذره‌ای در یک میدان مغناطیسی اثر می‌کند متناسب با بار  $q$  و تندی  $v$  ذره است. بنابراین، اگر بار صفر یا ذره در حال سکون باشد، نیروی وارد بر ذره صفر است. از معادله ۲۴-۳ هم چنین پیداست که هرگاه  $\vec{v}$  و  $\vec{B}$  با هم موازی ( $\phi = 0^\circ$ ) یا پاد موازی ( $\phi = 180^\circ$ ) باشند، نیرو برابر با صفر و هرگاه  $\vec{v}$  و  $\vec{B}$  بر یکدیگر عمود باشند نیرو بیشینه است.

معادله ۲۴-۲ همه این نتایج به اضافه جهت  $\vec{F}_B$  را به دست می‌دهد. از بخش ۳-۸، می‌دانیم که حاصلضرب برداری  $\vec{v} \times \vec{B}$  در معادله ۲۴-۲ برداری است که بر دو بردار  $\vec{v}$  و  $\vec{B}$  عمود است. قانون دست راست (شکل ۲۴-۲ الف) حاکی از آن است که وقتی انگشتها از  $\vec{v}$  به سمت  $\vec{B}$  خم شوند، شست دست

میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در یک نقطه را با قراردادن ذره آزمون با بار  $q$  به حالت سکون در آن نقطه و اندازه‌گیری نیروی الکتریکی  $\vec{F}_E$  که بر آن وارد می‌شود معین کردیم. بنابراین،  $\vec{E}$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} \quad (1-24)$$

اگر تک قطبی مغناطیسی وجود داشته باشد، می‌توانیم  $\vec{B}$  را به همین روش تعریف کنیم. ولی چون چنین ذره‌هایی پیدا نشده‌اند،  $\vec{B}$  را باید با روش دیگری یعنی برحسب نیروی مغناطیسی  $\vec{F}_B$  وارد بر ذره آزمون باردار الکتریکی متحرک تعریف کنیم.

در اصل، برای این کار یک ذره باردار را به نقطه‌ای که می‌خواهیم  $\vec{B}$  را تعریف کنیم پرتاب می‌کنیم، و جهت‌ها و تندیهای ذره را تغییر می‌دهیم و نیروی  $\vec{F}_B$  وارد بر ذره در آن نقطه را تعیین می‌کنیم. پس از چند آزمایش از این قبیل، معلوم خواهد شد که هرگاه سرعت  $\vec{v}$  ذره در راستای محور خاصی باشد که از آن نقطه می‌گذرد، نیروی  $\vec{F}_B$  صفر خواهد بود. در مورد همه جهت‌های دیگر  $\vec{v}$ ، بزرگی  $\vec{F}_B$  همیشه با  $v \sin \phi$  متناسب است، که در آن  $\phi$  زاویه بین محور نیروی صفر و جهت  $\vec{v}$  است. افزون بر این، جهت  $\vec{F}_B$  همیشه بر جهت  $\vec{v}$  عمود است. (اینها نشان می‌دهند که پای یک ضرب برداری در میان است.)

حال میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  را به صورت کمیتی برداری که در راستای محور نیروی صفر قرار دارد تعریف می‌کنیم. پس از آن بزرگی  $\vec{F}_B$  را در وقتی که  $\vec{v}$  در راستای عمود بر آن محور باشد اندازه‌گیری کرده و بزرگی  $\vec{B}$  را بر حسب بزرگی این نیرو تعریف می‌کنیم:

$$B = \frac{F_B}{|q|v}$$

که در آن  $q$  بار ذره است.

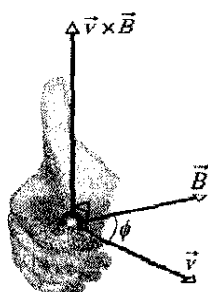
همه این نتایج را می‌توان در معادله برداری زیر خلاصه کرد:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (2-24)$$

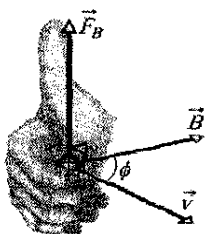
یعنی، نیروی  $\vec{F}_B$  وارد بر ذره برابر است با حاصلضرب بار  $q$  در ضرب برداری سرعت  $\vec{v}$  ذره و میدان  $\vec{B}$  (همه اینها در یک چارچوب مرجع اندازه‌گیری می‌شوند). با استفاده از معادله ۲۷-۳ در مورد ضرب برداری، می‌توان بزرگی  $\vec{F}_B$  را به صورت زیر نوشت

$$F_B = |q|vB \sin \phi \quad (3-24)$$

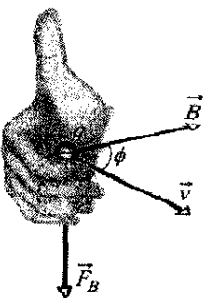
که در آن  $\phi$  زاویه بین جهت‌های سرعت  $\vec{v}$  و میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  است.



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۲۴-۲ (الف) قانون دست راست (که در آن  $\vec{v}$  با زاویه کوچکتر  $\phi$  بین  $\vec{v}$  و  $\vec{B}$ ، به سمت  $\vec{B}$  خم می‌شود) جهت  $\vec{v} \times \vec{B}$  را در جهت انگشت شست به دست می‌دهد. (ب) اگر  $q$  مثبت باشد، آنگاه جهت  $\vec{F}_B$  در جهت  $q\vec{v} \times \vec{B}$  خواهد بود. (پ) اگر  $q$  منفی باشد، آنگاه  $\vec{F}_B$  در خلاف جهت  $\vec{v} \times \vec{B}$  خواهد بود.

شکل است، قرار دارد. یک ذره گامای فرودی- که به دلیل نداشتن بار ردی ندارد- با خارج کردن یک الکترون از اتم هیدروژن (رد طولی که با  $\bar{e}$  نشان داده شده است) به یک الکترون (رد ماریچ نشان داده شده با  $\bar{e}$ ) و یک پوزیترون (رد نشان داده شده با  $e^+$ ) تبدیل شده است. با معادله ۲-۲۴ و شکل ۲-۲۴ بررسی کنید که هر سه رد حاصل از این دو ذره منفی و یک ذره مثبت در جهت‌های مناسب خم می‌شوند. یکای SI میدان  $\vec{B}$  از معادله‌های ۲-۲۴ و ۳-۲۴ به دست می‌آید و عبارت است از نیوتون بر کولن- متر بر ثانیه. بنابراین قرارداد این یکا را تسلا (T) می‌نامند:

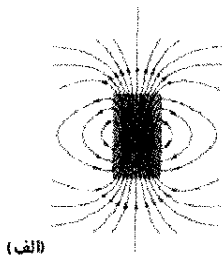
$$1 \text{ T} = 1 \frac{\text{نیوتون}}{(\text{ثانیه/متر}) (\text{کولن})}$$

به یاد آورید که یک کولن بر ثانیه همان آمپر است، پس داریم

$$1 \text{ T} = 1 \frac{\text{نیوتون}}{(\text{متر}) (\text{ثانیه/کولن})} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A.m}} \quad (۴-۲۴)$$

یکای قبلی  $\vec{B}$  (غیر SI) که هنوز هم استفاده می‌شود، گاوس (G) است و داریم

$$10^4 \text{ گاوس} = 1 \text{ تسلا} \quad (۵-۲۴)$$



(الف)



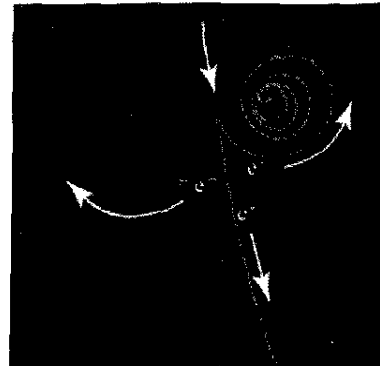
(ب)

شکل ۲-۲۴ (الف) خط‌های میدان مغناطیسی یک آهنربای میلادی. (ب) یک «آهنربای گاوی»- یک آهنربای میلادی که داخل شکمبه گاو سُر داده می‌شود تا از رسیدن خرده قراضه آهن‌ها، که به طور اتفاقی بلعیده شده‌اند به روده گاو جلوگیری کند. براده آهن‌های موجود در دو انتهای آن خط‌های میدان مغناطیسی را آشکار می‌کند.

راست در جهت  $\vec{v} \times \vec{B}$  خواهد بود. اگر  $q$  مثبت باشد، آنگاه (مطابق با معادله ۲-۲۴) نیروی  $\vec{F}_B$  همان علامت  $\vec{v} \times \vec{B}$  را دارد و در نتیجه باید در همان جهت باشد: یعنی در مورد  $q$  مثبت،  $\vec{F}_B$  در جهت انگشت شست است، (شکل ۲-۲۴ ب). اگر  $q$  منفی باشد، آنگاه نیروی  $\vec{F}_B$  و حاصلضرب برداری  $\vec{v} \times \vec{B}$  دارای علامت مخالف یکدیگرند و در نتیجه باید در جهت عکس یکدیگر باشند. در مورد  $q$  منفی،  $\vec{F}_B$  در خلاف جهت انگشت شست است، (شکل ۲-۲۴ پ). در هر حال، بدون توجه به علامت بار الکتریکی،

نیروی  $\vec{F}_B$  وارد بر ذره باردار که با سرعت  $\vec{v}$  در یک میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  در حال حرکت است همواره بر  $\vec{v}$  و  $\vec{B}$  عمود است.

بنابراین،  $\vec{F}_B$  هرگز مؤلفه‌ای موازی با  $\vec{v}$  ندارد. این بدان معناست که  $\vec{F}_B$  نمی‌تواند تنیدی  $\vec{v}$  ذره را تغییر دهد (و بنابراین، نمی‌تواند انرژی جنبشی ذره را تغییر دهد). این نیرو فقط می‌تواند جهت  $\vec{v}$  (و بنابراین، جهت حرکت) را تغییر دهد؛ به این ترتیب  $\vec{F}_B$  فقط می‌تواند به ذره شتاب دهد.



شکل ۳-۲۴ مسیر دو الکترون ( $e^-$ ) و یک پوزیترون ( $e^+$ ) در اتاقک حباب واقع در میدان مغناطیسی یکنواخت که به طرف خارج از صفحه کاغذ است.

#### جدول ۱-۲۴

چند میدان مغناطیسی تقریبی

$10^8 \text{ T}$	در سطح یک ستاره نوترونی
$1/5 \text{ T}$	در نزدیکی یک آهنربای الکتریکی بزرگ
$10^{-2} \text{ T}$	در نزدیکی آهنربای میلادی کوچک
$10^{-4} \text{ T}$	در سطح زمین
$10^{-10} \text{ T}$	در فضای بین ستاره‌ای
$10^{-12} \text{ T}$	کوچکترین مقدار در اتاقی که به طور مغناطیسی حفاظت شده است

برای اینکه درک خود را از معادله ۲-۲۴ افزایش دهیم، شکل ۳-۲۴ را در نظر می‌گیریم، که ردهای بر جای مانده ذره‌های باردار را که به سرعت در اتاقک حباب حرکت کرده‌اند نشان می‌دهد. این اتاقک که با هیدروژن مایع پر شده به طرف خارج از صفحه کاغذ و مهندسی مواد

**شکل ۲۴-۴** الف نشان می‌دهد که چطور میدان مغناطیسی در مجاورت یک میله مغناطیسی (آهنربای دائمی به شکل میله) می‌تواند به وسیله خطهای میدان نمایش داده شود. تمام خطها از آهنربا می‌گذرند، و حلقه‌های بسته‌ای را تشکیل می‌دهند (حتی آنها که در شکل بسته نشان داده نشده‌اند). اثرهای مغناطیسی خارجی یک آهنربای میله‌ای در مجاورت دو سر آن قویترین مقدار را دارد، جایی که خطهای میدان کمترین فاصله را دارند. بنابراین، میدان مغناطیسی آهنربای میله‌ای در شکل ۲۴-۴ ب، براده‌های آهن را به طور عمده نزدیک دو سر آهنربا جمع می‌کند.

خطهای (بسته) مغناطیسی از یک طرف وارد آهنربا و از یک طرف خارج می‌شوند. آن طرف که خطهای میدان از آن خارج می‌شوند قطب شمال آهنربا، و طرف دیگر که خطهای میدان وارد می‌شوند، قطب جنوب آهنربا نامیده می‌شود. چون یک آهنربا دو قطب دارد، به آن **دوقطبی مغناطیسی** می‌گویند. آهنرباهایی که برای نگه داشتن یادداشت روی یخچال به کار می‌روند میله‌های مغناطیسی کوتاهی هستند. شکل ۲۴-۵ دو شکل متداول دیگر آهنرباها را نشان می‌دهد: یک آهنربای نعلی شکل و دیگری آهنربایی که آن را به صورت C خم کرده‌اند به طوری که وجه‌های دو قطب در مقابل یکدیگر قرار گرفته‌اند. (پس میدان مغناطیسی بین وجه‌های قطبها تقریباً یکنواخت است.) بدون توجه به شکل آهنرباها، اگر دو آهنربا را در مجاورت یکدیگر قرار دهیم درمی‌یابیم که:

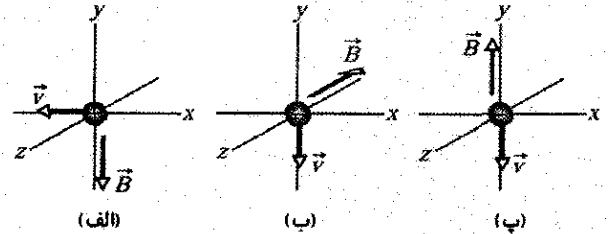
قطب‌های ناهمنام مغناطیسی یکدیگر را می‌ریانند و قطبهای مغناطیسی همنام یکدیگر را می‌رانند.

زمین یک میدان مغناطیسی دارد که با سازوکاری که هنوز ناشناخته‌است در هسته آن تولید می‌شود. در سطح زمین می‌توانیم به وسیله یک قطب نما که در اصل یک آهنربای میله‌ای باریک است که روی تکیه‌گاه کم اصطکاکی قرار دارد، میدان مغناطیسی را آشکار کنیم. این آهنربای میله‌ای، یا این سوزن، به این دلیل می‌چرخد، چون سر قطب شمال آن به طرف ناحیه شمالگان زمین جذب می‌شود. بنابراین، قطب جنوب میدان مغناطیسی زمین باید به طرف ناحیه شمالگان واقع باشد. در این صورت به طور منطقی باید قطبی را که در آنجاست قطب جنوب بنامیم. با وجود این، چون آن جهت را شمال می‌نامیم، مجبوریم بگوییم که زمین دارای قطب شمال ژئومغناطیسی در آن جهت است.

با اندازه‌گیریهای خیلی دقیق درمی‌یابیم که در نیمکره شمالی، خطهای میدان مغناطیسی زمین به طور کلی به سمت پایین به داخل زمین و به طرف ناحیه شمالگان است. در نیمکره جنوبی آنها به طور کلی به سمت بالا از زمین خارج و از ناحیه جنوبگان یعنی، قطب جنوب ژئومغناطیسی زمین دور می‌شوند.

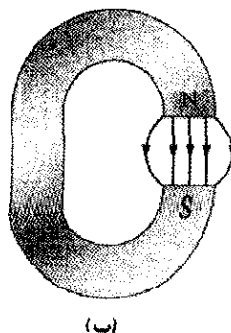
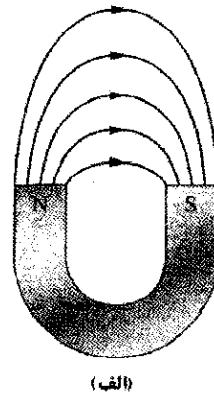
در جدول ۲۴-۱ میدان به وجود آمده در چند وضعیت فهرست شده‌اند. توجه کنید که میدان مغناطیسی زمین در نزدیکی سطح زمین تقریباً ( $1\text{ G}$  یا  $100\mu\text{T}$ )  $(= 10^{-4}\text{ T})$  است.

**نکته واریسی ۱** شکل سه وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها ذره باردار با سرعت  $\vec{v}$  در یک میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  حرکت می‌کند. در هر وضعیت، جهت نیروی مغناطیسی  $\vec{F}_B$  وارد بر ذره چگونه است؟



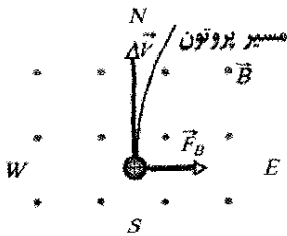
### خطهای میدان مغناطیسی

همان‌طور که برای میدان الکتریکی انجام دادیم، می‌توانیم میدان مغناطیسی را نیز با خطهای میدان نمایش دهیم. در اینجا نیز قاعده‌های مشابهی اعمال می‌شوند: (۱) راستای مماس بر خط میدان مغناطیسی در هر نقطه راستای  $\vec{B}$  را در آن نقطه به دست می‌دهد، و (۲) فاصله میان خطها بیانگر بزرگی  $B$  است. جایی که خطها به هم نزدیک‌ترند، میدان مغناطیسی قویتر است و بر عکس.



**شکل ۲۴-۵** (الف) یک آهنربای نعلی شکل و (ب) یک آهنربای حلقه‌ای. (فقط تعدادی از خطهای میدان خارجی نشان داده شده است.)

## مسئله نمونه ۱-۲۴



شکل ۲۴-۶ نمای از بالای پروتونی که از جنوب به شمال با سرعت  $\vec{v}$  در اتاقک حرکت می‌کند. میدان مغناطیسی در اتاقک همان‌طور که توسط آرایه‌ای از نقطه‌ها نشان داده شده است (و شبیه نوک پیکانه‌هاست) به طور عمود به سمت بالاست. پروتون به طرف شرق منحرف شده است.

اگر بار ذره منفی باشد، نیروی مغناطیسی منحرف کننده در جهت مخالف خواهد بود، یعنی به طور افقی از شرق به غرب. اگر مقدار منفی برای  $q$  قرار دهیم، این به طور خودکار توسط معادله ۲-۲۴ پیش‌بینی شده است.

## ۲-۲۴ میدانهای عمود برهم: کشف الکترون

هم میدان الکتریکی  $\vec{E}$  و هم میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  می‌توانند نیرویی بر یک ذره باردار وارد کنند. هرگاه دو میدان بر یکدیگر عمود باشند، آنها را میدانهای چلیپایی نیز می‌نامند. در اینجا بررسی می‌کنیم که وقتی ذره‌های باردار، مانند الکترون‌ها، در میدانهای عمود بر هم حرکت کنند چه پیش می‌آید. به عنوان مثال تجربه‌ای را که در سال ۱۸۹۷/۱۲۷۶ توسط جی.جی. تامسون<sup>۱</sup> در دانشگاه کمبریج به کشف الکترون انجامید در نظر می‌گیریم.

شکل ۲۴-۷ صورت ساده شده یک دستگاه تجربی امروزی تامسون را نشان می‌دهد - یک لامپ پرتو کاتودی (که مشابه لامپ تصویر در تلویزیونهای معمولی است). ذره‌های باردار (که اکنون آنها را به عنوان الکترون می‌شناسیم) توسط یک رشته داغ در قسمت انتهایی لامپ تخلیه شده گسیل می‌شوند و به وسیله اختلاف پتانسیل  $V$  شتاب می‌گیرند. پس از اینکه آنها از شکافی در پرده C عبور کردند، باریکه نازکی را تشکیل می‌دهند. سپس آنها از ناحیه میدانهای عمود بر هم  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  عبور می‌کنند و به طرف پرده فلورسان S می‌روند و در آنجا یک لکه نوری ایجاد می‌کنند (روی پرده تلویزیون لکه قسمتی از تصویر است). نیروهای وارد بر ذره‌های باردار در ناحیه میدانهای عمود بر هم می‌توانند آنها را از مرکز پرده منحرف کنند. با تنظیم بزرگی و جهت میدانها، تامسون توانست جای لکه نوری به وجود آمده روی پرده را تنظیم کند. به یاد بیاورید که نیروی وارد بر یک ذره باردار منفی از طرف میدان الکتریکی در خلاف جهت میدان است. بنابراین، در مورد ترتیب شکل ۲۴-۷، به الکترونها نیرویی به سمت بالای صفحه توسط میدان الکتریکی  $E$  و نیرویی به سمت پایین صفحه توسط میدان مغناطیسی  $B$  وارد می‌شود؛

میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  به بزرگی  $1/2 \text{ mT}$  به طور عمود به سمت بالا در حجم یک اتاقک آزمایشگاهی برقرار است. پروتونی با انرژی جنبشی  $5/3 \text{ MeV}$  وارد اتاقک می‌شود و به طور افقی از جنوب به شمال حرکت می‌کند. وقتی پروتون وارد اتاقک می‌شود، نیروی مغناطیسی منحرف کننده وارد بر آن چقدر است؟ جرم پروتون  $1/67 \times 10^{-27} \text{ kg}$  است. (از میدان مغناطیسی زمین چشمپوشی کنید.)

**نکته‌های کلیدی** چون پروتون باردار است و در میدان مغناطیسی حرکت می‌کند، یک نیروی مغناطیسی  $\vec{F}_B$  بر آن اثر خواهد کرد. چون جهت اولیه سرعت پروتون در راستای یک خط میدان مغناطیسی نیست،  $\vec{F}_B$  به سادگی برابر صفر نیست. بزرگی: برای یافتن بزرگی  $\vec{F}_B$ ، از معادله ۳-۲۴ ( $F_B = |q|vB \sin \phi$ ) استفاده می‌کنیم، مشروط بر آنکه اول تندی  $v$  پروتون را به دست آوریم.  $v$  را از انرژی جنبشی داده شده پیدا می‌کنیم، چون  $K = \frac{1}{2}mv^2$  است. از حل آن برای  $v$ ، خواهیم داشت

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{(2)(5/3 \text{ MeV})(1/60 \times 10^{-12} \text{ J/MeV})}{1/67 \times 10^{-27} \text{ kg}}} \\ = 3/2 \times 10^7 \text{ m/s}$$

سپس از معادله ۳-۲۴ داریم

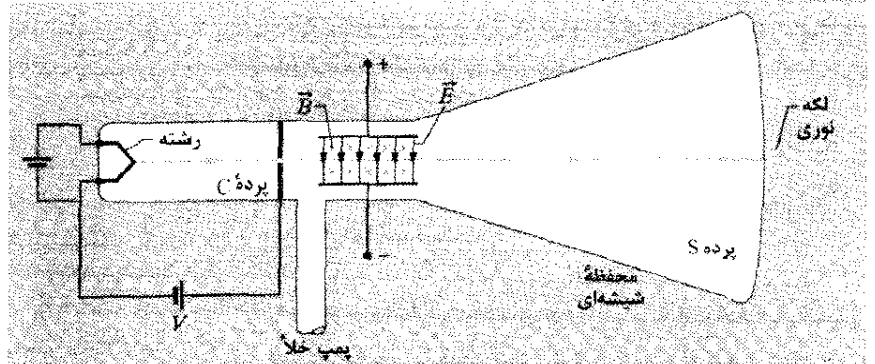
$$F_B = |q|vB \sin \phi \\ = (1/60 \times 10^{-19} \text{ C})(3/2 \times 10^7 \text{ m/s})(1/2 \times 10^{-3} \text{ T})(\sin 90^\circ) \\ = 6/1 \times 10^{-15} \text{ N} \quad (\text{پاسخ})$$

شاید به نظر برسد که این نیروی کوچکی است، ولی این نیرو بر ذره‌ای به جرم کوچک وارد می‌شود، که شتاب زیادی را ایجاد می‌کند؛ یعنی،

$$a = \frac{F_B}{m} = \frac{6/1 \times 10^{-15} \text{ N}}{1/67 \times 10^{-27} \text{ kg}} = 3/7 \times 10^{12} \text{ m/s}^2$$

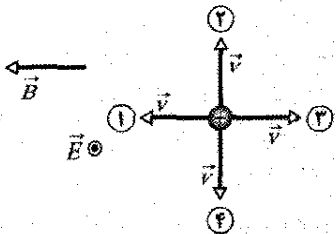
**جهت:** برای پیدا کردن جهت  $\vec{F}_B$ ، از این واقعیت که  $\vec{F}_B$  در جهت  $q\vec{v} \times \vec{B}$  قرار دارد استفاده می‌کنیم. چون بار  $q$  مثبت است،  $\vec{F}_B$  باید در همان جهت  $\vec{v} \times \vec{B}$  باشد، که با قاعده دست راست برای ضرب برداری تعیین می‌شود (مانند شکل ۲۴-۲۴ ب). می‌دانیم که  $\vec{v}$  به طور افقی در جهت جنوب به شمال و  $\vec{B}$  به طور قائم به سوی بالاست. قاعده دست راست نشان می‌دهد که نیروی منحرف کننده  $\vec{F}_B$  همان‌طور که شکل ۲۴-۶ نشان می‌دهد، به طور افقی از غرب به شرق است. (آرایه‌ای از نقطه‌ها در شکل نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی به طرف خارج صفحه شکل است. آرایه‌ای از  $\times$ ها نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی به طرف داخل صفحه شکل است.)

شکل ۲۴-۷ نوع امروزی از دستگاه جی.جی. تامسون برای اندازه‌گیری نسبت جرم به بار الکترون. میدان الکتریکی  $E$  با اتصال باتری به پایانه‌های صفحه‌ی منحرف کننده برقرار می‌شود. میدان مغناطیسی  $B$  توسط جریان در مجموعه‌ای از پیچ‌ها (نشان داده نشده است) به وجود می‌آید. میدان مغناطیسی نشان داده شده به سمت داخل صفحه‌ی شکل است که با آرایه‌ای از xها (شبه به انتهای پردار یک پیکان نمایش داده شده است).



تامسون مدعی بود که این ذره‌ها در همه موارد یافت می‌شوند. او همچنین بر این باور بود که آنها با ضریب ۱۰۰۰ سبکترین اتم شناخته شده (هیدروژن) سبکترند. (بعداً ثابت شد که نسبت دقیق ۱۸۳۶/۱۵ است.) اندازه‌گیری  $m/q$  توسط او، همراه با جسارت او در دو ادعایش به عنوان «کشف الکترون» به حساب می‌آید.

✓ نکته واریسی ۲ شکل چهار جهت را برای بردار سرعت  $v$  یک ذره باردار مثبت که در میدان الکتریکی یکنواخت  $E$  (به سمت خارج صفحه که با یک نقطه دایره‌ای نمایش داده شده است) و میدان مغناطیسی یکنواخت  $B$  حرکت می‌کند نشان می‌دهد. (الف) جهت‌های ۱، ۲ و ۳ را به ترتیب بزرگی نیروی خالص وارد بر ذره مرتب کنید. (ب) از این چهار جهت کدامیک به نیروی خالص صفر می‌انجامد؟



## ۲۴-۵ میدانهای عمود بر هم: اثر هال

همان‌طور که بحث کردیم، باریکه‌ای از الکترون‌ها می‌توانند در خلأ توسط میدان مغناطیسی منحرف شوند. آیا الکترون‌های رسانش رانشی در یک سیم مسی نیز می‌توانند توسط میدان مغناطیسی منحرف شوند؟ در سال ۱۸۷۹/۱۲۵۸ ادوین اچ. هال<sup>۱</sup>، که در آن سال یک دانشجوی ۲۴ ساله دانشگاه جان هاپکینز بود، نشان داد که آنها می‌توانند منحرف شوند. این اثر هال امکان می‌دهد که دریابیم آیا حامل‌های بار در رسانا بار مثبت دارند یا منفی. علاوه بر آن، می‌توانیم تعداد چنین حامل‌هایی را در واحد حجم رسانا اندازه‌گیری کنیم.

یعنی این نیروها متقابل اند. روش تامسون با مرحله‌های زیر معادل است.

۱. قرار می‌دهیم  $E=0$  و  $B=0$  و وضعیت لکه را روی پرده  $S$  ناشی از باریکه منحرف نشده در نظر می‌گیریم.
۲. میدان  $E$  را برقرار می‌کنیم و انحراف حاصل از باریکه را اندازه می‌گیریم.
۳. با حفظ میدان  $E$ ، اکنون  $B$  را برقرار می‌کنیم و مقدار آن را چنان تنظیم می‌کنیم تا باریکه به وضع منحرف نشده برگردد. (با نیروهای متقابل می‌توان آنها را خنثی کرد).
- انحراف یک ذره باردار در میدان الکتریکی  $E$  بین دو صفحه (در اینجا مرحله ۲) را در مسئله نمونه ۱۸-۴ بررسی کردیم. دیدیم که انحراف ذره در انتهای صفحه‌ها برابر است با

$$y = \frac{|q|EL^2}{2mv^2} \quad (۲۴-۶)$$

که در آن  $v$  تندی ذره،  $m$  جرم و  $q$  بار آن و  $L$  طول صفحه‌هاست. می‌توان همین معادله را برای باریکه الکترون‌های شکل ۲۴-۷ به کار برد؛ اگر نیاز باشد می‌توان انحراف را با اندازه‌گیری انحراف باریکه روی صفحه  $S$  محاسبه کرد و سپس انحراف  $y$  را در انتهای صفحه‌ها به دست آورد. (چون جهت انحراف با علامت ذره مشخص می‌شود، تامسون توانست نشان دهد که ذره‌هایی که پرده را روشن می‌کنند بار منفی دارند.)

هرگاه دو میدان در شکل ۲۴-۷ به گونه‌ای تنظیم شوند که دو نیروی منحرف کننده خنثی شوند (مرحله ۳)، از معادله‌های ۲۴-۱ و ۲۴-۳ خواهیم داشت

$$|q|E = |q|vB \sin(90^\circ) = |q|vB$$

یا

$$v = \frac{E}{B} \quad (۲۴-۷)$$

بنابراین، میدانهای عمود بر هم امکان می‌دهند که تندی ذره‌های بارداری را که از میان آنها می‌گذرند به دست آوریم. با قراردادن معادله ۲۴-۷ به جای  $v$  در معادله ۲۴-۶ و مرتب کردن آن خواهیم داشت

$$\frac{m}{|q|} = \frac{B^2 L^2}{2yE} \quad (۲۴-۸)$$

که در آن تمام کمیت‌های سمت راست می‌توانند اندازه‌گیری شوند. بنابراین، میدانهای عمود بر هم امکان می‌دهند تا  $m/q$  ذره‌هایی را که از دستگاه تامسون می‌گذرند اندازه‌گیری کنیم.



امتداد نوار با سرعت  $\vec{v}_d$  به طرف بالای صفحه حرکت می کنند بدون آنکه الکترونها در لبه سمت راست نوار تجمع کنند و از این رو میدان الکتریکی  $\vec{E}$  افزایش بیشتری نمی یابد.

اختلاف پتانسیل  $V$  به میدان الکتریکی در دو سر نوار به پهنای  $d$  مربوط است. از معادله  $42-20$ ، بزرگی این اختلاف پتانسیل عبارت است از

$$V = Ed \quad (9-24)$$

با اتصال یک ولت سنج به پهنای نوار، می توان اختلاف پتانسیل بین دو لبه نوار را اندازه گیری کرد. افزون بر این، ولت سنج نشان می دهد که کدام لبه در پتانسیل بیشتری است. در مورد وضعیت شکل ۸-۲۴ ب، درمی یابیم که لبه سمت چپ در پتانسیل بالاتری قرار دارد، که با این فرض که حاملهای بار به طور منفی بار دارند مطابقت دارد.

یک لحظه فرض مخالفی را در نظر می گیریم، و آن اینکه حاملهای بار در جریان  $i$  بار مثبت داشته باشند (شکل ۸-۲۴ پ). متقاعد شوید که وقتی این حاملهای بار از بالای نوار به پایین آن می روند، توسط نیروی  $\vec{F}_B$  به لبه سمت هل داده می شوند و بنابراین، پتانسیل لبه راست بالاتر خواهد بود. چون بیان آخر با چیزی که ولت سنج نشان می دهد مغایر است، پس حاملهای بار باید بار منفی داشته باشند.

اکنون از نظر کمی بحث را دنبال می کنیم. وقتی نیروهای الکتریکی و مغناطیسی در حالت موازنه هستند (شکل ۸-۲۴

ب)، از معادله های ۷-۲۲ و ۱-۲۴ خواهیم داشت

$$eE = ev_d B \quad (10-24)$$

از معادله ۷-۲۲، تندی رانشی  $v_d$  عبارت است از

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{i}{neA} \quad (11-24)$$

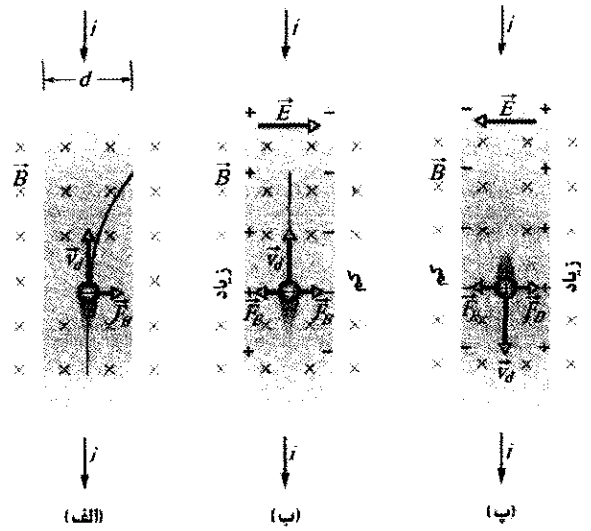
که در آن  $J (= i/A)$  چگالی جریان در نوار،  $A$  مساحت مقطع نوار، و  $n$  چگالی عددی حاملهای بار (تعداد بریکای حجم آنها) است.

در معادله ۱۰-۲۴ با قرار دادن  $E$  از معادله ۹-۲۴ و نیز قرار دادن  $v_d$  از معادله ۱۱-۲۴، خواهیم داشت

$$n = Bi / v_d e \quad (12-24)$$

که در آن  $l (= A/d)$  ضخامت نوار است. با این معادله می توان  $n$  را از کمیت های قابل اندازه گیری پیدا کرد.

هم چنین می توان با به کار بردن اثر هال تندی رانشی  $v_d$  حاملهای بار را به طور مستقیم اندازه گرفت، که یادآوری می شود از مرتبه سانتی متر بر ساعت است. در این تجربه هوشمندانه، نوار فلزی در میدان مغناطیسی به طور مکانیکی در جهت مخالف سرعت رانشی حاملهای بار، حرکت داده می شود. سپس تندی نوار متحرک چنان تنظیم می شود که اختلاف پتانسیل هال صفر شود. با این شرط، بدون اثر هال، سرعت حاملهای بار نسبت به چارچوب آزمایشگاهی باید صفر باشد، پس سرعت نوار از نظر بزرگی باید مساوی ولی در جهت مخالف با سرعت حاملهای بار منفی باشد.



شکل ۸-۲۴ یک نوار مسی که حامل جریان  $i$  است در میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  قرار داده شده است. (الف) وضعیت بلافاصله پس از برقراری میدان مغناطیسی. مسیر خمیده ای که توسط الکترون طی می شود نشان داده شده است. (ب) وضعیت موقع تعادل که به سرعت پیش می آید. توجه کنید که بارهای منفی در سمت راست نوار انباشته می شوند و بارهای مثبت خنثی نشده ای را در سمت چپ باقی می گذارند. بنابراین، سمت چپ نسبت به سمت راست پتانسیل بالاتری دارد. (پ) برای همان جهت جریان، اگر حاملهای بار به طور مثبت باردار باشند، آنها در سمت راست انباشته می شوند و سمت راست در پتانسیل بالاتری خواهد بود.

شکل ۸-۲۴ الف یک نوار مسی به پهنای  $d$  را نشان می دهد که حامل جریان  $i$  است و جهت قراردادی آن از بالای شکل به پایین آن اختیار شده است. این حاملهای بار الکترونها هستند و همان طور که می دانیم، در جهت مخالف از پایین به بالا (ب) تندی رانشی  $v_d$  سوق داده می شوند. در لحظه نشان داده شده در شکل ۸-۲۴ الف، یک میدان مغناطیسی خارجی به سمت داخل صفحه شکل برقرار شده است. از معادله ۲-۲۴ می بینیم که نیروی مغناطیسی منحرف کننده  $\vec{F}_B$  بر هر الکترون رانشی وارد می شود و آن را به طرف لبه راست نوار هل می دهد.

با گذشت زمان، الکترونها به سمت راست حرکت می کنند و بیشتر آنها در روی لبه سمت راست نوار انباشته می شوند، و بارهای مثبت خنثی نشده ای در محل های معینی در لبه سمت چپ باقی می ماند. جدایی بارهای مثبت و منفی در نوار یک میدان الکتریکی  $\vec{E}$  ایجاد می کند، که در شکل ۸-۲۴ ب از سمت چپ به سمت راست است. این میدان نیروی الکتریکی  $\vec{F}_E$  بر هر الکترون وارد می کند که می خواهد آن را به سمت چپ هل دهد.

تعادل به سرعت برقرار می شود که در آن نیروی الکتریکی روی هر الکترون تا وقتی افزایش می یابد تا اینکه درست نیروی مغناطیسی را خنثی کند. وقتی این رخ می دهد، همان طور که شکل ۸-۲۴ ب نشان می دهد، نیروی ناشی از  $\vec{B}$  و نیروی ناشی از  $\vec{E}$  در توازن خواهند بود. سپس الکترونهای رانشی دانه چوبان و مهندسی مواد

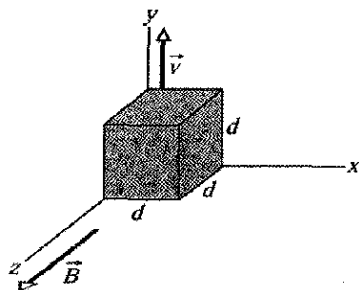
توسط  $\vec{F}_B$  صورت می‌گیرد، و با افزایش جدایی بارها الکترونها بیشتری را به سمت چپ مکعب حرکت می‌دهد.

۳- با وجود این، وقتی جدایی بارها بیشتر شود، سرانجام بزرگی  $F_E$  با بزرگی  $F_B$  برابر می‌شود. از این به بعد نیروی خالص وارد بر هر الکترون صفر می‌شود، و هیچ الکترون اضافی به سمت وجه چپ مکعب حرکت نمی‌کند. بنابراین، بزرگی نیروی  $\vec{F}_E$  از این بیشتر نمی‌شود و الکترونها در تعادل قرار می‌گیرند.

**محاسبه‌ها:** به دنبال اختلاف پتانسیل  $V$  میان وجه‌های سمت چپ و راست مکعب پس از رسیدن به حالت تعادل هستیم (که سریع رخ می‌دهد).  $V$  را از معادله ۲۴-۹ ( $V = Ed$ ) می‌توان به دست آورد مشروط بر آنکه ابتدا بزرگی  $E$  میدان الکتریکی را در وضعیت تعادل به دست آوریم. این کار را با استفاده از معادله مربوط به موازنه نیروها ( $F_E = F_B$ ) می‌توان انجام داد.

$|q|E$  را به جای  $F_E$  و سپس به جای  $F_B$  کمیت  $|q|vB \sin \phi$  را از معادله ۲۴-۳ قرار می‌دهیم. از شکل ۲۴-۹ می‌توان دید که زاویه  $\phi$  بین بردار  $\vec{v}$  و  $\vec{B}$  برابر  $90^\circ$  است، بنابراین، با توجه به اینکه  $\sin \phi = 1$  و  $F_E = F_B$ ، خواهیم داشت

$$|q|E = |q|vB \sin 90^\circ = |q|vB$$



شکل ۲۴-۹ یک مکعب فلزی توپر به ضلع  $d$  که با سرعت ثابت  $\vec{v}$  در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  حرکت می‌کند.

از این  $E = vB$  به دست می‌آید؛ پس از  $v = Ed$  خواهیم داشت

$$V = vBd \quad (۲۴-۱۳)$$

با قراردادن مقادیرهای معلوم داریم

$$V = (4/0 \text{ m/s})(0/050 \text{ T})(0/015 \text{ m}) \\ = 0/0030 \text{ V} = 3/0 \text{ mV} \quad (\text{پاسخ})$$

## ۲۴-۶ ذره باردار در حرکت دایره‌ای

اگر ذره‌ای با تندی ثابت روی دایره‌ای حرکت کند، می‌توان مطمئن شد که نیروی خالص وارد بر ذره دارای بزرگی ثابت و به طرف مرکز دایره و همیشه بر سرعت ذره عمود است. سنگی را که به انتهای ریسمانی بسته شده است و در سطح بدون اصطکاکی روی دایره‌ای حرکت می‌کند، یا ماهواره‌ای را که در یک مدار دایره‌ای دور زمین در گردش است، در نظر بگیرید. در

شکل ۲۴-۹ مکعب فلزی توپری به ضلع  $d = 1/5 \text{ cm}$  را نشان می‌دهد که در جهت مثبت  $y$  با سرعت ثابت  $\vec{v}$  به بزرگی  $4/0 \text{ m/s}$  حرکت می‌کند. حرکت مکعب در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  به بزرگی  $0/050 \text{ T}$  در جهت مثبت  $z$  صورت می‌گیرد.

(الف) به دلیل حرکت در میدان مغناطیسی کدام وجه مکعب در پتانسیل پایتتر و کدامیک در پتانسیل بالاتری قرار دارد؟

**نکته‌های کلیدی** چون مکعب در میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  حرکت می‌کند، نیروی مغناطیسی  $\vec{F}_B$  بر ذره‌های باردار آن از جمله الکترونها رسانش اثر می‌کند.

**استدلال:** وقتی که مکعب در آغاز شروع به حرکت در میدان مغناطیسی می‌کند، الکترونها نیز همین طور عمل می‌کنند. چون بار هر الکترون  $q$  است و با سرعت  $\vec{v}$  در میدان مغناطیسی حرکت می‌کند، نیروی مغناطیسی  $\vec{F}_B$  که بر الکترون اثر می‌کند با معادله ۲۴-۲ داده می‌شود. چون  $q$  منفی است، جهت  $\vec{F}_B$  در خلاف جهت  $\vec{v} \times \vec{B}$  است، که در شکل ۲۴-۹ در جهت مثبت محور  $x$  است. بنابراین،  $\vec{F}_B$  در جهت منفی محور  $x$  به طرف وجه سمت چپ مکعب (که در شکل ۲۴-۹ دیده نمی‌شود) عمل می‌کند.

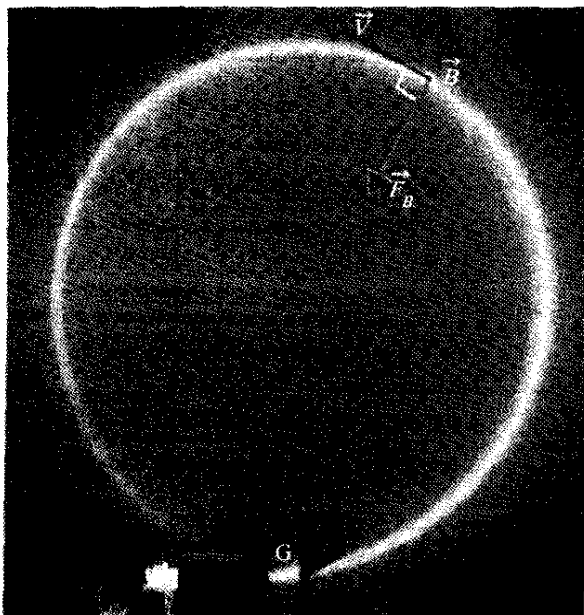
بیشتر الکترونها در مکانهایی در اتمهای مکعب ثابت هستند. اما چون مکعب فلزی است، دارای الکترونها رسانشی است که آزادانه حرکت می‌کنند. برخی از این الکترونها رسانش توسط  $\vec{F}_B$  به سمت وجه چپ مکعب منحرف می‌شوند، در نتیجه این وجه بار منفی پیدا می‌کند و وجه راست به طور مثبت باردار می‌شود. این جدایی بارها از هم میدان الکتریکی  $\vec{E}$  را ایجاد می‌کند که جهت آن از وجه سمت راست با بار مثبت به طرف وجه سمت چپ با بار منفی است. بنابراین، وجه سمت چپ در پتانسیل الکتریکی پایتتر و وجه سمت راست در پتانسیل الکتریکی بالاتری قرار دارند.

(ب) اختلاف پتانسیل بین وجه‌های با پتانسیل الکتریکی بالاتر و پایتتر چقدر است؟

## نکته‌های کلیدی

۱- میدان الکتریکی  $\vec{E}$  حاصل از جدایی بارها به هر الکترون نیروی الکتریکی  $\vec{F}_E = q\vec{E}$  وارد می‌کند. چون  $q$  منفی است، جهت این نیرو در خلاف جهت میدان  $\vec{E}$ ، یعنی به سمت راست، است. پس، بر هر الکترون  $\vec{F}_E$  به سمت راست و  $F_B$  به سمت چپ وارد می‌شود.

۲- وقتی مکعب شروع به حرکت در میدان مغناطیسی می‌کند و جدایی بارها شروع می‌شود، بزرگی  $\vec{E}$  از صفر شروع به افزایش می‌کند. بنابراین، بزرگی  $\vec{F}_E$  نیز از صفر شروع به افزایش می‌کند که در آغاز از بزرگی  $\vec{F}_B$  کوچکتر است. ضمن مرحله اخیر، نیروی خالص وارد بر هر الکترون بیشتر



شکل ۲۴-۱۰ الکترونها در یک اتاقک محتوی گاز در فشار پایین دارای حرکت دایره‌ای هستند (مسیر آنها دایره درخشان است). میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  به سمت خارج صفحه شکل در اتاقک برقرار است. به جهت نیروی مغناطیسی  $\vec{F}_B$  توجه کنید؛ برای اینکه حرکت دایره‌ای رخ دهد،  $\vec{F}_B$  باید به طرف مرکز دایره باشد. قانون دست راست را برای ضرب برداری به کار برید و مطمئن شوید که  $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$  جهت مناسب را برای  $\vec{F}_B$  به دست می‌دهد. (علامت  $q$  را فراموش نکنید.)

۲-۲۴ می‌توان نشان داد که اگر در جهت  $\vec{B}$  نگاه کنیم، جهت چرخش برای ذره مثبت همیشه پاد ساعتگرد، و برای ذره منفی همیشه ساعتگرد است.

### مسیرهای مارپیچی

اگر سرعت یک ذره باردار مؤلفه‌ای موازی با میدان مغناطیسی (یکنواخت) داشته باشد، این ذره در مسیری مارپیچی به دور بردار میدان حرکت خواهد کرد. برای مثال، شکل ۲۴-۱۱ الف بردار سرعت  $\vec{v}$  چنین ذره‌ای را که به دو مؤلفه، یکی موازی با  $\vec{B}$  و دیگری عمود بر آن تجزیه شده است نشان می‌دهد

$$v_{\parallel} = v \cos \phi, \quad v_{\perp} = v \sin \phi \quad (24-20)$$

مؤلفه موازی سرعت، گام  $p$  مارپیچ، یعنی فاصله بین دو دور مجاور (شکل ۲۴-۱۱ ب) را معین می‌کند. مؤلفه عمودی سرعت، شعاع مارپیچ را به دست می‌دهد و کمیتی است که باید به جای  $v$  در معادله ۲۴-۱۶ قرار داده شود.

شکل ۲۴-۱۱ پ ذره باردار را نشان می‌دهد که دارای حرکت مارپیچی در یک میدان مغناطیسی غیر یکنواخت است. هرچه خطهای میدان در سمت راست و چپ به هم نزدیکتر باشند بیانگر این است که میدان در آنجا قویتر است. وقتی میدان در یک انتها به قدر کافی قوی باشد، ذره از آن انتها «باز می‌تابد». اگر ذره از هر دو انتها بازتابد، می‌گویند ذره در بطری مغناطیسی به دام افتاده است.

حالت اول، کشش در ریزمان نیرو و شتاب رو به مرکز مورد نیاز را تأمین می‌کند. در حالت دوم، جاذبه گرانشی زمین، نیرو و شتاب را فراهم می‌آورد.

شکل ۲۴-۱۰، مثال دیگری را نشان می‌دهد: در اینجا تفنگ الکترونی، باریکه‌ای از الکترونها را به داخل یک اتاقک پرتاب کرده است. الکترونها در صفحه شکل با تندی  $v$  وارد می‌شوند و در ناحیه میدان مغناطیسی یکنواخت  $B$  که به سمت خارج صفحه شکل است حرکت می‌کنند. در نتیجه، نیروی مغناطیسی  $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$  پیوسته الکترونها را منحرف می‌کند و چون  $\vec{v}$  و  $B$  همیشه بر یکدیگر عمودند، این انحراف باعث می‌شود که الکترونها در یک مسیر دایره‌ای حرکت کنند. این مسیر در عکس قابل دیدن است، چون وقتی الکترونهایی که حرکت دایره‌ای دارند به اتمهای گاز داخل اتاقک برخورد کنند، آنها نور گسیل می‌کنند.

می‌خواهیم عاملهای مشخصه حرکت دایره‌ای این الکترونها یا هر ذره به بزرگی بار  $q$  و جرم  $m$  را که با تندی  $v$  عمود بر میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  حرکت می‌کند تعیین کنیم. از معادله ۲۴-۳ نیرویی که بر ذره وارد می‌شود دارای بزرگی  $|q|vB$  است. با توجه به قانون دوم نیوتون ( $\vec{F} = m\vec{a}$ ) برای حرکت دایره‌ای یکنواخت (معادله ۶-۱۸) خواهیم داشت

$$F = m \frac{v^2}{r} \quad (24-14)$$

و از آنجا، داریم

$$|q|vB = \frac{mv^2}{r} \quad (24-15)$$

از حل این معادله برای  $r$ ، شعاع مسیر دایره‌ای به دست می‌آوریم

$$r = \frac{mv}{|q|B} \quad (\text{شعاع}) \quad (24-16)$$

زمان تناوب  $T$  (زمان یک دور کامل) برابر است با محیط دایره تقسیم بر تندی

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \frac{mv}{|q|B} = \frac{2\pi m}{|q|B} \quad (\text{زمان تناوب}) \quad (24-17)$$

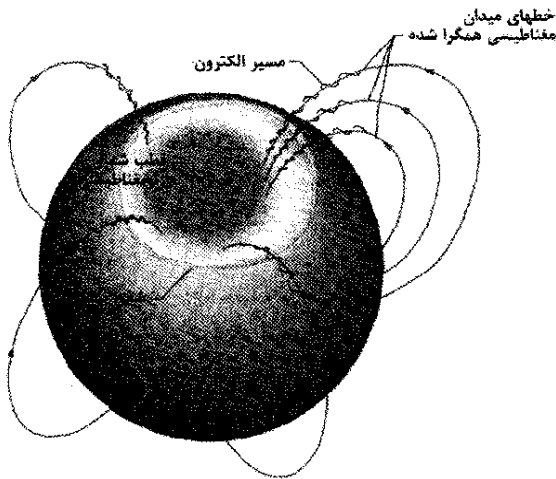
بسامد  $f$  (تعداد دور در یکای زمان) عبارت است از

$$f = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m} \quad (\text{بسامد}) \quad (24-18)$$

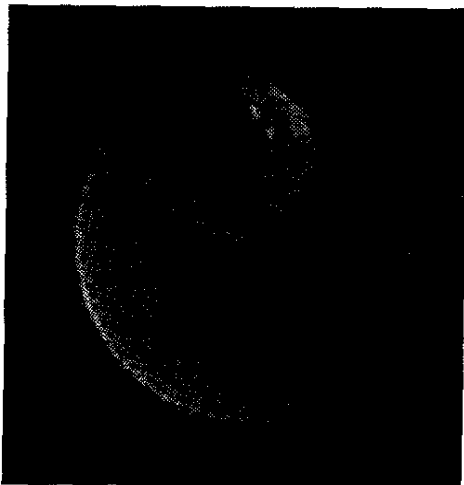
پس، بسامد زاویه‌ای  $\omega$  حرکت برابر است با

$$\omega = 2\pi f = \frac{|q|B}{m} \quad (\text{بسامد زاویه‌ای}) \quad (24-19)$$

کمیت‌های  $T$ ،  $f$  و  $\omega$  به تندی ذره بستگی ندارند (مشروط بر آنکه تندی ذره خیلی کمتر از تندی نور باشد). ذره‌های سریع روی دایره‌های بزرگتر و ذره‌های کند روی دایره‌های کوچکتر حرکت می‌کنند، اما همه آنها با نسبت بار به جرم یکسان،  $q/m$ ، در زمان  $T$  (زمان تناوب) یک دور کامل می‌چرخند. با استفاده از معادله

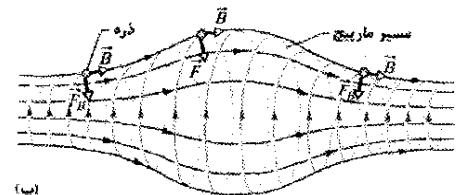
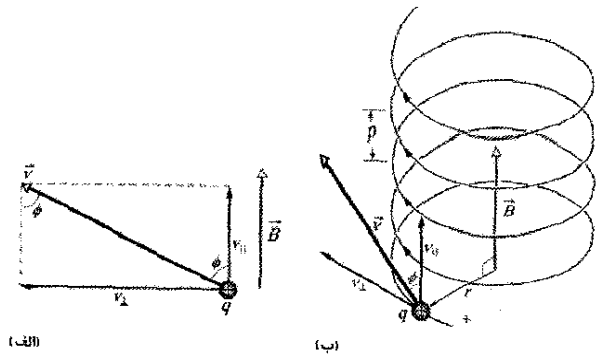


شکل ۲۴-۱۲ شفق بیضی‌سان که قطب شمال ژئومغناطیسی زمین را احاطه کرده است (در شمال غربی گرینلند). خطهای میدان مغناطیسی به طرف این قطب همگرا شده‌اند. الکترونهايي که به طرف زمین حرکت می‌کنند «گیر می‌افتند» و در حالی که در عرضهای جغرافیایی بالا وارد جو زمین می‌شوند، حول این خطهای میدان حرکت مارپیچی انجام می‌دهند و شفق را در این بیضی‌سان ایجاد می‌کنند.



شکل ۲۴-۱۳ تصویری با رنگ ساختگی از داخل شفق بیضی‌سان شمالی که توسط ماهواره کاشف دینامیک<sup>۱</sup> با استفاده از نور فرابنفش گسیل شده از اتمهای برانگیخته اکسیژن در شفق گرفته شده است. هلال سمت چپ قسمت روشن شده زمین با خورشید است.

✓ **نکته وارسی ۳** شکل مسیرهای دایره‌ای دو ذره را نشان می‌دهد که با تندی یکسان در میدان مغناطیسی یکنواخت  $B$  که به سمت داخل صفحه است، حرکت می‌کنند. یک ذره پروتون است و دیگری الکترون (که جرم کمتری دارد) (الف) کدام ذره دایره کوچکتر را طی می‌کند، و (ب) آیا آن ذره ساعتگرد حرکت می‌کند یا پاد ساعتگرد؟



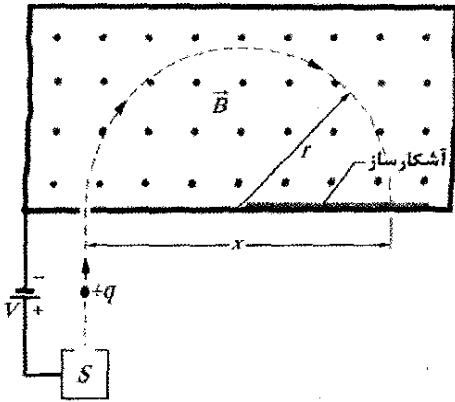
شکل ۲۴-۱۱ (الف) ذره بارداری در میدان مغناطیسی  $B$  حرکت می‌کند، سرعت آن  $\vec{v}$  با جهت میدان زاویه  $\phi$  می‌سازد. (ب) ذره یک مسیر مارپیچی به شعاع  $r$  و گام  $p$  را طی می‌کند. (پ) ذره بارداری به طور مارپیچ در میدان مغناطیسی غیر یکنواخت حرکت می‌کند. (ذره ممکن است به دام افتد و بین ناحیه‌های میدان قوی در هر یک از دو انتها، به طور مارپیچ رفت و برگشت کند.) توجه کنید که بردارهای نیروی مغناطیسی در سمت چپ و راست دارای مؤلفه‌ای به طرف مرکز شکل‌اند.

الکترون‌ها و پروتون‌ها توسط میدان مغناطیسی زمین به همین روش به دام می‌افتند؛ ذره‌های به دام افتاده کمربندهای تابشی وان آلن را تشکیل می‌دهند که بالای جو زمین بین قطبهای مغناطیسی شمال و جنوب زمین حلقه می‌زنند. ذره‌های به دام افتاده در عرض چند ثانیه از یک سر بطری مغناطیسی به سر دیگر آن، به جلو و عقب می‌جهند.

وقتی شراره‌های بزرگ خورشیدی، الکترون‌ها و پروتون‌های اضافی پراثری را به داخل کمربندهای تابشی پرتاب می‌کنند، یک میدان الکتریکی در ناحیه‌ای که الکترون‌ها معمولاً بازتاب می‌کنند ایجاد می‌شود. این میدان مانع بازتاب می‌شود و الکترون‌ها را به سمت پایین به داخل جو می‌راند. الکترون‌ها در آنجا با اتمها و مولکولهای هوا برخورد می‌کنند و باعث می‌شوند که هوا نور گسیل کند. این نور شفق قطبی را تشکیل می‌دهد - پرده‌ای از نور که تا ارتفاع تقریباً  $100\text{ km}$  به پایین آویزان است. نور سبز توسط اتمهای اکسیژن و نور صورتی توسط مولکولهای نیتروژن گسیل می‌شوند، ولی اغلب نور آنها چنان ضعیف است که فقط نور سفید را مشاهده می‌کنیم.

شفق قطبی به صورت کمانهایی در بالای زمین در ناحیه‌ای که شفق بیضی‌سان نامیده می‌شود، گسترش می‌یابد که در شکل‌های ۲۴-۱۲ و ۲۴-۱۳ به صورتی که از فضا دیده می‌شود نشان داده شده است. اگرچه شفق قطبی دراز است، اما ضخامت آن (شمال به جنوب) فقط حدود  $100\text{ m}$  است چون، وقتی الکترون‌ها به طور مارپیچ روی خطهای میدان مغناطیسی به طور همگرا پایین می‌آیند، مسیر الکترونهايي که شفق را به وجود می‌آورند، باریک می‌شود (شکل ۲۴-۱۲).

## مسئله نمونه ۲۴-۳



شکل ۲۴-۱۴ اساس طیف‌سنج جرم. یک یون مثبت، پس از خروج از چشمه S و شتاب گرفتن توسط اختلاف پتانسیل V وارد اتاقکی با میدان مغناطیسی یکنواخت B می‌شود. یون در آنجا یک نیم دایره به شعاع r طی می‌کند و به یک صفحه عکاسی در فاصله x از محل ورودش به اتاقک برخورد می‌کند.

با حل این معادله برای m و قراردادن داده‌ها خواهیم داشت

$$m = \frac{B^2 q x^2}{8V} = \frac{(0.08000 \text{ T})^2 (1/6022 \times 10^{-19} \text{ C}) (1/6254 \text{ m})^2}{8(10000 \text{ V})} = 3.3863 \times 10^{-25} \text{ kg} = 203/93 \text{ u} \quad (\text{پاسخ})$$

## مسئله نمونه ۲۴-۴

الکترونی با انرژی جنبشی ۲۲/۵ eV وارد ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی یکنواخت B به بزرگی  $4/55 \times 10^{-4} \text{ T}$  می‌شود. زاویه میان جهت B و سرعت الکترون  $\vec{v}$  برابر با  $65/5^\circ$  است. گام مسیر مارپیچ طی شده توسط الکترون چقدر است؟

**نکته‌های کلیدی** (۱) گام p عبارت است از مسافتی که الکترون موازی با میدان مغناطیسی B در مدت یک دوره تناوب دوران T می‌پیماید. (۲) دوره تناوب T، بدون توجه به زاویه میان جهت  $\vec{v}$  و B با معادله ۲۴-۱۷ داده می‌شود (به شرطی که این زاویه صفر نباشد، اگر صفر باشد الکترون نمی‌چرخد).

محاسبات: با استفاده از معادله‌های ۲۴-۲۰ و ۲۴-۱۷ خواهیم داشت

$$p = v_{\parallel} T = (v \cos \phi) \frac{2\pi m}{qB} \quad (22-24)$$

همان‌طور که در مورد پروتون در مسئله نمونه ۲۴-۱ دیدیم، تندی v الکترون را می‌توان از انرژی جنبشی آن محاسبه کرد، که برابر است با  $v = 2/81 \times 10^6 \text{ m/s}$ . با قراردادن این مقدار و داده‌های

معلوم در معادله ۲۴-۲۲ خواهیم داشت

$$p = (2/81 \times 10^6 \text{ m/s}) (\cos 65/5^\circ) \times \frac{2\pi (9/11 \times 10^{-31} \text{ kg})}{(1/60 \times 10^{-19} \text{ C}) (4/55 \times 10^{-4} \text{ T})}$$

$$= 9/16 \text{ cm}$$

شکل ۲۴-۱۴ اساس یک طیف‌سنج جرم را نشان می‌دهد که می‌تواند برای اندازه‌گیری جرم یک یون به کار برده شود؛ یونی به جرم m (که مورد اندازه‌گیری است) و بار q که در چشمه S تولید می‌شود. یون که در ابتدا ساکن است توسط میدان الکتریکی ناشی از اختلاف پتانسیل V شتاب می‌گیرد. یون چشمه را ترک می‌کند و وارد اتاقک جداکننده‌ای می‌شود که در آن میدان مغناطیسی یکنواخت B عمود بر مسیر یون وجود دارد. آشکارساز عریضی پایین دیواره اتاقک را پوشانده است، و B موجب می‌شود که یون در یک نیم دایره حرکت و به آشکارساز برخورد کند. فرض کنید که  $V = 10000 \text{ V}$ ،  $B = 80/000 \text{ mT}$  و یونهای با بار  $q = +1/6022 \times 10^{-19} \text{ C}$  به نقطه‌ای که در فاصله  $x = 1/6254 \text{ m}$  قرار دارد به آشکارساز برخورد کنند. جرم m یون برحسب یکای جرم اتمی (معادله ۱-۷):  $1 \text{ u} = 1/6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$  چقدر است؟

**نکته‌های کلیدی** (۱) چون میدان مغناطیسی (یکنواخت)

موجب می‌شود که یون (باردار) یک مسیر دایره‌ای را طی کند، می‌توان جرم m یون را به شعاع r مسیر از طریق معادله ۲۴-۱۶ ( $r = mv/qB$ ) ارتباط داد. از شکل ۲۴-۱۴ می‌توان دید که  $r = x/2$ ، و بزرگی B میدان مغناطیسی هم داده شده است. با این حال، تندی v یون در میدان مغناطیسی را پس از اینکه یون به دلیل اختلاف پتانسیل V شتاب می‌گیرد نداریم. (۲) برای ارتباط v و V از این نکته استفاده می‌کنیم که انرژی مکانیکی ( $E_{\text{mec}} = K + U$ ) در ضمن شتابدار شدن پایسته است.

یافتن تندی: وقتی یون از چشمه خارج می‌شود انرژی جنبشی آن آن تقریباً صفر است. در پایان شتاب گرفتن، انرژی جنبشی آن  $\frac{1}{2}mv^2$  است. هم‌چنین، حین شتاب گرفتن، یون مثبت بر اثر تغییر در پتانسیل -V حرکت می‌کند. بنابراین، چون بار q یون مثبت است، انرژی پتانسیل به اندازه -qV تغییر می‌کند. حال اگر پایستگی انرژی مکانیکی را به صورت زیر بنویسیم

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

خواهیم داشت

$$\frac{1}{2}mv^2 - qV = 0$$

و از آنجا

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \quad (21-24)$$

یافتن جرم: با قراردادن این مقدار در معادله ۲۴-۱۶ خواهیم داشت

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$$

بنابراین،

$$x = 2r = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$$



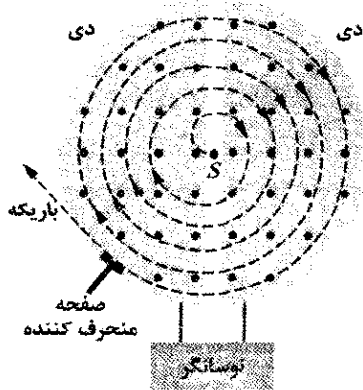
دی با بار منفی حرکت کند. پروتون به طرف این دی شتاب می‌گیرد و وارد آن می‌شود. وقتی وارد شد توسط دیواره‌های مسی دی از میدانهای الکتریکی حفاظت می‌شود، یعنی میدان الکتریکی وارد دی نمی‌شود. ولی، دی مسی (غیر مغناطیسی) مانع میدان مغناطیسی نمی‌شود، از این رو پروتون در یک مسیر دایره‌ای که شعاع آن به تندی پروتون بستگی دارد حرکت می‌کند، این شعاع با معادله  $r = mv/|q|B$  ۱۶-۲۴ داده می‌شود.

حال فرض می‌کنیم در لحظه‌ای که پروتون از شکاف مرکزی در دی اول خارج می‌شود، اختلاف پتانسیل بین دی‌ها معکوس شود. بنابراین، پروتون دوباره با دی با بار منفی روبه‌رو می‌شود و دوباره شتاب می‌گیرد. این فرایند ادامه می‌یابد و همواره پروتون در حال چرخش با نوسانهای پتانسیل دی همگام است تا آنکه با حرکت در مسیری مارپیچی از لبه دی خارج شود. در آنجا صفحه منحرف کننده‌ای وجود دارد که پروتون را از طریق یک خروجی به بیرون می‌فرستد.

کلید عملکرد سیکلوترون در این است که بسامد  $f$  که پروتون با آن در میدان مغناطیسی می‌چرخد (و بستگی به تندی هم ندارد) باید با بسامد ثابت  $f_{osc}$  نوسانگر الکتریکی برابر باشد، یعنی

$$f = f_{osc} \quad (23-24) \quad (\text{شرط تشدید})$$

این شرط تشدید حاکی از آن است که، اگر بخواهیم انرژی پروتون در حال چرخش افزایش یابد، لازم است در بسامد  $f_{osc}$ ، برابر با بسامد طبیعی  $f$  که با آن پروتون در میدان مغناطیسی می‌چرخد، به آن انرژی داده شود.



شکل ۱۵-۲۴ اجزای یک سیکلوترون، چشمه ذره  $S$  و دی‌ها نشان داده شده‌اند. میدان مغناطیسی یکنواخت از صفحه شکل خارج می‌شود. پروتونها در حال چرخش در مسیری مارپیچی داخل دی‌های توخالی به طرف خارج حرکت می‌کنند و هر بار که از شکاف میان دی‌ها می‌گذرند، انرژی می‌گیرند.

ترکیب معادله‌های ۱۸-۲۴  $(f = |q|B/2\pi m)$  و ۲۳-۲۴ به

$$|q|B = 2\pi m f_{osc} \quad (24-24)$$

## ۲۴-۷ سیکلوترون و سینکروترون

باریکه‌هایی از ذره‌های پر انرژی مانند الکترونها و پروتونها پراثری در بررسی آنها و هسته‌ها جهت آشکارسازی ساختار بنیادین ماده بینهایت مفید هستند. چنین باریکه‌هایی در کشف اینکه هسته‌های اتمی از پروتونها و نوترونها ساخته شده‌اند و نیز در کشف اینکه پروتونها و نوترونها از کوارکها و گلوئونها تشکیل شده‌اند ابزارهای مفیدی بوده‌اند. چالش در مورد چنین باریکه‌هایی این است که چگونه می‌توان آنها را ایجاد و کنترل کرد. چون الکترونها و پروتونها باردار هستند، اگر در اختلاف پتانسیلهای بزرگی حرکت کنند، تا انرژیهای مورد نیاز بالایی می‌توانند شتابدار شوند. چون جرم الکترونها کم است، شتابدار کردن آنها به این طریق می‌تواند در مسافت معقولی انجام گیرد. ولی چون پروتونها (و ذره‌های باردار دیگر) جرم بزرگتری دارند، مسافت مورد نیاز برای شتابدار کردن آنها خیلی زیاد است.

پاسخ زیرکانه برای این مسئله این است که ابتدا پروتونها و ذره‌های سنگین دیگر در یک اختلاف پتانسیل نسبتاً کم (به طوری که انرژی نسبتاً کمی به دست آورند) حرکت کنند و سپس با استفاده از یک میدان مغناطیسی در مسیری دایره‌ای به عقب بچرخند و دوباره در یک اختلاف پتانسیل نسبتاً کم حرکت کنند. اگر این کار هزاران بار تکرار شود، ذره‌ها انرژی خیلی زیادی پیدا می‌کنند.

در اینجا درباره دو شتابدهنده بحث می‌کنیم که در آنها به طور مکرر از میدان مغناطیسی برای آوردن ذره‌ها به ناحیه شتابدهی استفاده می‌شود، به این ترتیب ذره‌ها انرژی بیشتر و بیشتری به دست می‌آورند و سرانجام به صورت یک باریکه پراثری خارج می‌شوند.

### سیکلوترون

شکل ۱۵-۲۴ نمای از بالای ناحیه‌ای از سیکلوترون را نشان می‌دهد که در آن ذره‌ها (مانند پروتون) حرکت دایره‌ای انجام می‌دهند. دو قسمت  $D$  شکل توخالی (هر یک به طرف مستقیم خود باز می‌شود) از ورقه مسی شناخته شده‌اند. این قسمتها که دی نامیده می‌شوند، بخشی از یک نوسانگر الکتریکی را تشکیل می‌دهند که اختلاف پتانسیل الکتریکی متناوبی در دو طرف شکاف میان آنها برقرار است. علامت الکتریکی دی‌ها طوری عوض می‌شود که میدان الکتریکی در شکاف به تناوب تغییر جهت می‌دهد، ابتدا در جهت یک دی و سپس به طرف دی دیگر تغییر می‌کند. دی‌ها در میدان مغناطیسی بزرگی که به طرف خارج از صفحه کاغذ است قرار دارند. بزرگی  $B$  میدان از طریق آهنربای تولید کننده میدان کنترل می‌شود.

فرض کنید پروتونی، که توسط چشمه  $S$  واقع در مرکز چرخش و مهندسی مواد سیکلوترون در شکل ۱۵-۲۴ پرتاب شده است، در آغاز به طرف



مسئله به طور نسبی رفتار کنیم. بنابر نظریه نسبیت، وقتی تندی پروتون در حال چرخش به تندی نور نزدیک می شود بسامد چرخش پروتون به طور پیوسته کاهش می یابد. بنابراین، پروتونها از همگامی با نوسانگر سیکلوترون - که بسامدش در  $f_{osc}$  ثابت است باز می مانند و سرانجام انرژی پروتون در حال چرخش از افزایش باز می ایستد.

مسئله دیگری هم وجود دارد. برای یک پروتون  $500\text{ GeV}$  در میدان مغناطیسی  $1/5\text{ T}$ ، شعاع مسیر  $1/1\text{ km}$  است. در این شرایط آهنربای متناسب برای یک سیکلوترون معمولی با اندازه مناسب بسیار گران تمام می شود، و مساحت وجه قطبها تقریباً  $4 \times 10^6\text{ m}^2$  خواهد بود.

سینکروترون پروتون برای رفع این دو مشکل طراحی شده است. میدان مغناطیسی  $B$  و بسامد نوسانگر  $f_{osc}$ ، به جای اینکه مانند سیکلوترونهای معمولی مقادیر ثابتی داشته باشند به گونه ای هستند که در حین چرخه شتاب گرفتن نسبت به زمان تغییر می کنند. وقتی این امر به طور مناسبی انجام گیرد، (۱) بسامد پروتونهای در حال چرخش در تمام مدت همگام نوسانگر باقی می ماند، و (۲) پروتونها سیری دایره ای - نه مارپیچی - را طی می کنند. به این ترتیب، تنها لازم است که آهنربا در امتداد مسیر دایره ای، گسترش یابد نه روی سطح  $4 \times 10^6\text{ m}^2$ . با این وجود، اگر بخواهیم انرژی خیلی زیادی به دست آید، باید باز هم مسیر دایره ای را بزرگتر اختیار کنیم. پیرامون سینکروترون پروتون در آزمایشگاه ملی شتابدهنده فرمی (آزمایشگاه فرمی) در ایلینویز  $6/3\text{ km}$  است و می تواند پروتونهایی با انرژیهای تقریباً برابر با  $1\text{ TeV} (= 10^{12}\text{ eV})$  ایجاد کند.

### مسئله نمونه ۲۴-۵

فرض کنید سیکلوترونی در بسامد نوسانگر  $12\text{ MHz}$  کار می کند و شعاع دی آن  $R = 53\text{ cm}$  است. (الف) بزرگی میدان مغناطیسی برای اینکه دوترونها در سیکلوترون شتاب بگیرند چقدر است؟ جرم دوترون  $m = 3/34 \times 10^{-27}\text{ kg}$  است.

**نکته کلیدی** به ازای یک بسامد نوسانگر  $f_{osc}$  معین، بزرگی میدان مغناطیسی  $B$  مورد نیاز برای شتابدار کردن ذره ای در سیکلوترون، مطابق با معادله ۲۴-۲۴  $(|q|B = 2\pi m f_{osc})$  به نسبت جرم به بار  $m/|q|$  آن ذره بستگی دارد.

**محاسبه ها:** در مورد دوترونها و بسامد نوسانگری با  $f_{osc} = 12\text{ MHz}$ ، خواهیم داشت

$$B = \frac{2\pi m f_{osc}}{|q|} = \frac{(2\pi)(3/34 \times 10^{-27}\text{ kg})(12 \times 10^6\text{ s}^{-1})}{1/60 \times 10^{-19}\text{ C}}$$

$$= 1/52\text{ T} \approx 1/6\text{ T} \quad (\text{پاسخ})$$

توجه کنید که برای شتاب دادن به پروتونها، بزرگی  $B$  باید نصف شود به شرطی که بسامد نوسانگر در  $12\text{ MHz}$  ثابت

www.iran-mavad.com

تندیهای بیشتر پروتون (تقریباً بالاتر از ۱۰٪ تندی نور)، باید با مرجع دانشجویان و مهندسان انرژی جنبشی دوترونها چقدر است؟

در مورد پروتون  $q$  و  $m$  مقادیرهایی ثابت اند. (فرض می کنیم) نوسانگر به گونه ای طراحی شود که در تک بسامد ثابت  $f_{osc}$  کار کند. در این صورت، سیکلوترون با تغییر دادن «کوک» می شود تا معادله ۲۴-۲۴ برقرار باشد و پروتونهای زیادی با چرخیدن در میدان مغناطیسی به صورت یک باریکه خارج شوند.

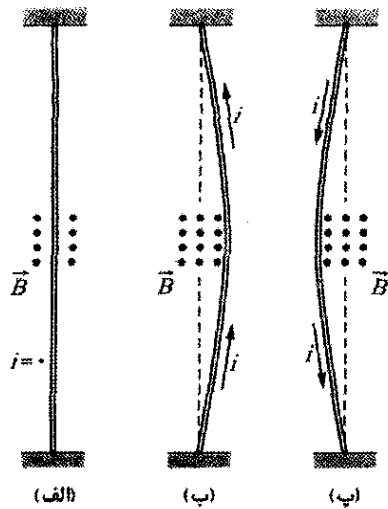
انواع دیگر ذره های باردار را می توان توسط یک سیکلوترون شتاب داد تا به صورت یک باریکه پراورزی خارج شوند. برای مثال، دوترونها (شامل یک پروتون و یک نوترون) می توانند شتابدار شوند، چون بار آنها مانند بار پروتون است. ولی، ذره های بدون بار الکتریکی، مانند نوترونها نمی توانند توسط سیکلوترون شتابدار شوند. باریکه ای از نوترونهای پراورزی را می توان با کوبیدن آنها به یک هدف برلیوم تولید کرد. این همان آرایشی است که در بیمارستانها برای فراهم کردن نوترونهای سریع جهت درمان سرطان مورد استفاده قرار می گیرد. باریکه دوترونی که از سیکلوترونی در بیمارستان خارج می شود به یک هدف برلیومی در جلوی ناحیه سرطانی بیمار فرستاده می شود. وقتی دوترون با هسته های برلیوم برخورد کند، نوترونها از هسته های برلیوم بیرون کشیده شده و وارد ناحیه سرطانی می شوند و بافتهای سرطانی را از بین می برند (شکل ۲۴-۱۶). همه اینها می تواند در یک بیمارستان انجام گیرد زیرا دوترونها موقع چرخش در یک سیکلوترون، به جای مسیر مستقیم خیلی طولانی، می توانند تا انرژیهای زیاد شتابدار شوند.



شکل ۲۴-۱۶ با توجه به نامرئی بودن، باریکه نوترونها از ورودی سمت راست با باریکه لیزر همراه می شوند.

### سینکروترون پروتون

سیکلوترونهای معمولی، برای پروتونهایی با انرژی بالاتر از  $50\text{ MeV}$  کارایی خود را از دست می دهند زیرا یکی از فرضها در طراحی آن که بسامد گردش ذره باردار در حال چرخش در میدان مغناطیسی از تندی ذره مستقل است - تنها برای تندیهای صحیح است که خیلی کمتر از تندی نور باشند. در تندیهای بیشتر پروتون (تقریباً بالاتر از ۱۰٪ تندی نور)، باید با



شکل ۲۴-۱۷ یک سیم قابل انعطاف از میان وجه‌های یک آهنربا در قطبها گذشته است. (فقط وجه قطب دورتر نشان داده شده است.) (الف) بدون جریانی در سیم، سیم مستقیم است. (ب) وقتی جریانی به سمت بالا از سیم بگذرد، سیم به سمت راست منحرف می‌شود. (پ) وقتی جریان به سمت پایین باشد، سیم به سمت چپ منحرف می‌شود. اتصالها برای ورود جریان به یک سر و خروج آن از سر دیگر نشان داده نشده‌اند.

بارهای الکتریکی منفی باشند و به سمت پایین (جهت واقعی) حرکت کنند یا بارهای مثبت باشند و به سمت بالا حرکت کنند، جهت نیروی منحرف کننده سیم یکسان است. پس با اطمینان جهت جریان بار مثبت را به کار می‌بریم.

طول  $L$  از سیم در شکل ۲۴-۱۸ را در نظر می‌گیریم. همه الکترونها رسانش در این قسمت سیم در مدت زمان  $t = L/v_d$  از صفحه  $xx$  در شکل ۲۴-۱۸ می‌گذرند. بنابراین، در این زمان باری که از صفحه می‌گذرد عبارت است از

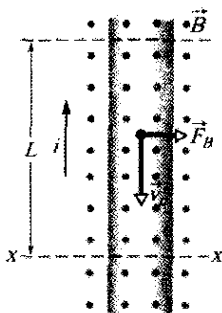
$$q = it = i \frac{L}{v_d}$$

با قراردادن این مقدار در معادله ۲۴-۳ خواهیم داشت

$$F_B = qv_d B \sin \phi = \frac{iL}{v_d} v_d B \sin 90^\circ$$

یا

$$F_B = iLB \quad (24-25)$$



شکل ۲۴-۱۸ نمای نزدیکی از یک قسمت از سیم شکل ۲۴-۱۶. به سمت پایین است. میدان مغناطیسی که به طرف خارج صفحه است باعث می‌شود الکترونها و سیم به سمت راست منحرف شوند.

**نکته‌های کلیدی (۱)** انرژی جنبشی  $(\frac{1}{2}mv^2)$  دوترون خارج شده از سیکلوترون برابر با انرژی جنبشی آن درست قبل از خارج شدن در وقتی است که در مسیر دایره‌ای به شعاع تقریباً برابر با شعاع  $R$  دی سیکلوترون حرکت می‌کند. (۲) تندی  $v$  دوترون را در آن مسیر دایره‌ای می‌توان از معادله ۲۴-۱۶  $(r = mv/|q|B)$  به دست آورد.

**محاسبه‌ها:** با حل این معادله برای  $v$  و با قراردادن  $R$  به جای  $r$  و قراردادن داده‌های معلوم، داریم

$$v = \frac{R|q|B}{m} = \frac{(0.53\text{ m})(1.6 \times 10^{-19}\text{ C})(1.57\text{ T})}{3.34 \times 10^{-27}\text{ kg}}$$

$$= 3.99 \times 10^7\text{ m/s}$$

این تندی متناظر با انرژی جنبشی زیر است

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}(3.34 \times 10^{-27}\text{ kg})(3.99 \times 10^7\text{ m/s})^2$$

$$= 2.7 \times 10^{-13}\text{ J}$$

(پاسخ)

یا تقریباً ۱۷ MeV.

## ۲۴-۸ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل

### جریان

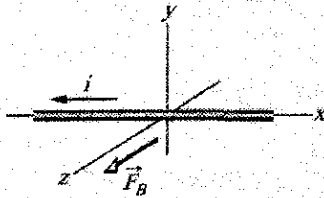
قبلاً دیدیم (در مورد اثر هال) که میدان مغناطیسی به الکترونها در حال حرکت در سیم نیرویی به سمت کناره سیم وارد می‌کند. این نیرو باید به خود سیم منتقل شود، چون الکترونها رسانش نمی‌توانند از کناره‌های سیم خارج شوند.

در شکل ۲۴-۱۷ الف، سیم قائم بدون جریانی که دو انتهایش ثابت شده‌اند، در شکاف میان وجه‌های قائم یک آهنربا در قطبها قرار دارد. میدان مغناطیسی بین این وجه‌ها به سمت خارج از صفحه شکل است. در شکل ۲۴-۱۷ ب، جریان در سیم به سمت بالاست و سیم به سمت راست منحرف شده است. در شکل ۲۴-۱۷ پ، جهت جریان در سیم برعکس است و سیم به سمت چپ منحرف می‌شود.

شکل ۲۴-۱۸ نشان می‌دهد که در داخل سیم شکل ۲۴-۱۷ ب چه چیزی رخ می‌دهد. یکی از الکترونها رسانش را در نظر می‌گیریم که با تندی رانشی فرضی  $v_d$  به سمت پایین در حال حرکت است. معادله ۲۴-۳، که باید در آن  $\phi = 90^\circ$  قرار دهیم، حاکی از آن است که باید نیروی  $\vec{F}_B$  با بزرگی  $e v_d B$  بر هر الکترون وارد شود. از معادله ۲۴-۲ مشاهده می‌کنیم که این نیرو باید به سمت راست باشد. در این صورت انتظار داریم که همه سیم تحت تأثیر این نیروی به سمت راست واقع شود، که با شکل ۲۴-۱۷ ب سازگار است.

اگر در شکل ۲۴-۱۸، جهت میدان یا جهت جریان را برعکس کنیم، نیروی وارد بر سیم برعکس و سیم به سمت چپ منحرف می‌شود. هم‌چنین، توجه کنید که اهمیتی ندارد که

✓ **نکته وارسی ۴** شکل جریان  $i$  در سیمی واقع در یک میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  و نیز نیروی مغناطیسی  $\vec{F}_B$  وارد بر سیم را نشان می‌دهد. جهت میدان به گونه‌ای است که نیروی وارد بر سیم بیشینه است. میدان در چه جهتی است؟



### مسئله نمونه ۲۴-۶

جریان  $i = 28\text{ A}$  از یک سیم مسی مستقیم و افقی عبور می‌کند. بزرگی و جهت میدان مغناطیسی کمینه  $\vec{B}$  مورد نیاز برای معلق ماندن سیم، یعنی موازنه کردن نیروی مغناطیسی حاصل و نیروی گرانشی وارد بر آن، چقدر است؟ چگالی خطی (جرم یکای طول) سیم  $46/6\text{ g/m}$  است.

**نکته‌های کلیدی (۱)** چون سیم حامل جریان است، اگر آن را در میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  قرار دهیم، یک نیروی مغناطیسی  $\vec{F}_B$  بر آن وارد می‌شود. برای موازنه کردن با نیروی گرانشی رو به پایین  $\vec{F}_g$  وارد بر سیم،  $\vec{F}_B$  باید به سمت بالا باشد (شکل ۲۴-۲۰). (۲) جهت  $\vec{F}_B$  به جهت‌های  $\vec{B}$  و بردار طول سیم  $\vec{L}$  از طریق معادله  $\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}$  ۲۴-۲۶ مربوط می‌شود. **محاسبات:** چون  $\vec{L}$  در جهت افق است (و جریان مثبت گرفته می‌شود)، برای اینکه  $\vec{F}_B$  (در شکل ۲۴-۲۰) رو به بالا باشد، از معادله ۲۴-۲۶ و قاعده دست راست،  $\vec{B}$  باید افقی و به سمت راست باشد.

بزرگی  $\vec{F}_B$  عبارت است از  $F_B = iLB \sin \phi$  (معادله ۲۴-۲۷).

چون می‌خواهیم  $\vec{F}_B$  با  $\vec{F}_g$  خنثی شود، باید داشته باشیم

$$iLB \sin \phi = mg \quad (24-29)$$

که در آن  $mg$  بزرگی  $\vec{F}_g$  و  $m$  جرم سیم است. هم‌چنین، برای خنثی کردن  $\vec{F}_g$  کمینه بزرگی میدان  $B$  برای  $\vec{F}_B$  را می‌خواهیم. بنابراین، نیاز داریم در معادله ۲۴-۲۹،  $\sin \phi$  بیشینه باشد. برای انجام این کار،  $\phi = 90^\circ$  را در معادله قرار می‌دهیم که به ازای آن  $\vec{B}$  بر سیم عمود است. پس داریم  $\sin \phi = 1$  و از معادله ۲۴-۲۹ خواهیم داشت

$$B = \frac{mg}{iL \sin \phi} = \frac{(m/L)g}{i} \quad (24-30)$$

چون چگالی خطی سیم  $m/L$  است، نتیجه را به این صورت نوشته‌ایم. با قراردادن داده‌های معلوم خواهیم داشت

$$B = \frac{(46/6 \times 10^{-3} \text{ kg/m})(9/8 \text{ m/s}^2)}{28 \text{ A}}$$

$$= 1/6 \times 10^{-2} \text{ T}$$

(پاسخ) [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com)  
مجموعه دانشجویان و مهندسیان نواد  
این تقریباً ۱۶۰ برابر شدت میدان مغناطیسی زمین است.

این معادله نیرویی را به دست می‌دهد که به یک قطعه از سیم مستقیم به طول  $L$  که حامل جریان  $i$  واقع در میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  عمود بر سیم است وارد می‌شود. اگر میدان مغناطیسی، مانند شکل ۲۴-۱۹ بر سیم عمود نباشد، نیروی مغناطیسی با معادله کلی‌تر ۲۴-۲۵ چنین به دست می‌آید

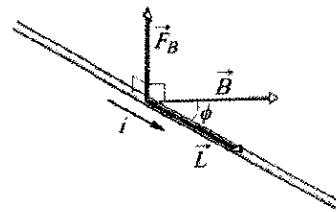
$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B} \quad (\text{نیروی وارد بر جریان}) \quad (24-26)$$

در اینجا  $\vec{L}$  بردار طول است که بزرگی آن  $L$  و در جهت جریان (قراردادی) در سیم است. بزرگی نیروی  $F_B$  عبارت است از

$$F_B = iLB \sin \phi \quad (24-27)$$

که در آن  $\phi$  زاویه میان جهت‌های  $\vec{L}$  و  $\vec{B}$  است. جهت  $\vec{F}_B$  همان جهت ضرب برداری  $\vec{L} \times \vec{B}$  است چون جریان  $i$  را یک کمیت مثبت در نظر گرفتیم. معادله ۲۴-۲۶ حاکی از آن است که  $\vec{F}_B$  همیشه بر صفحه شامل  $\vec{L}$  و  $\vec{B}$ ، همان‌طور که در شکل ۲۴-۱۹ نشان داده شده، عمود است.

معادله ۲۴-۲۶ معادل با معادله ۲۴-۲۵ است و می‌توان هر یک از آنها را برای معادله تعریف کننده  $\vec{B}$  در نظر گرفت. در عمل،  $B$  را با استفاده از معادله ۲۴-۲۶ تعریف می‌کنیم چون اندازه‌گیری نیروی مغناطیسی وارد بر سیم خیلی راحت‌تر از اندازه‌گیری نیروی وارد بر ذره در حال حرکت است. اگر سیم مستقیم یا میدان مغناطیسی یکنواخت نباشد، می‌توان تصور کرد که سیم به قطعه‌های مستقیم کوچکی تقسیم



شکل ۲۴-۱۹ سیم حامل جریان  $i$  با میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  زاویه  $\phi$  می‌سازد. طول سیم در میدان برابر  $L$  و بردار طول  $\vec{L}$  است (در جهت جریان). نیروی مغناطیسی  $\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}$  بر سیم وارد می‌شود.

شده است و برای هر قطعه معادله ۲۴-۲۶ را به کار می‌بریم. بنابراین، نیروی وارد بر کل سیم از جمع برداری نیروی وارد بر قطعه‌های تشکیل دهنده سیم به دست می‌آید. در حد دیفرانسیلی می‌توان نوشت

$$d\vec{F}_B = id\vec{L} \times \vec{B} \quad (24-28)$$

و نیروی برآیند وارد بر هر آرایشی از جریانها را با انتگرالگیری از معادله ۲۴-۲۸ روی آن آرایش می‌توان به دست آورد.

در به کار بردن معادله ۲۴-۲۸، به خاطر داشته باشید که چیزی به عنوان یک قطعه سیم به طول  $dL$  حامل جریان که منزوی باشد وجود ندارد. باید همیشه راهی وجود داشته باشد

که جریان از یک سر سیم وارد و از سر دیگر خارج شود.

برای مشخص کردن سمتگیری حلقه در میدان مغناطیسی، بردار عمود  $\vec{n}$  را به کار می‌بریم که بر صفحه حلقه عمود است. شکل ۲۴-۲۲ ب قانون دست راست را برای یافتن جهت  $\vec{n}$  نشان می‌دهد. اگر انگشت‌های دست راست خود را در هر نقطه از حلقه در جهت جریان قرار دهید یا همراه آن خم کنید، آنگاه امتداد انگشت شست جهت بردار عمود  $\vec{n}$  را مشخص می‌کند. در شکل ۲۴-۲۲ پ، بردار عمود بر حلقه با جهت میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  زاویهٔ اختیاری  $\theta$  می‌سازد. می‌خواهیم نیروی خالص و گشتاور نیروی خالصی را که در این سمتگیری بر حلقه وارد می‌شود به دست آوریم.

نیروی خالص وارد بر حلقه عبارت است از مجموع برداری نیروهایی که بر چهار ضلع آن وارد می‌شوند. در ضلع ۲ بردار  $\vec{L}$  در معادلهٔ ۲۴-۲۶ در جهت جریان و بزرگی آن  $b$  است. زاویه میان  $\vec{L}$  و  $\vec{B}$  برای ضلع ۲ (به شکل ۲۴-۲۲ پ نگاه کنید)  $\theta - 90^\circ$  است. بنابراین، بزرگی نیروی وارد بر این ضلع عبارت است از

$$F_\parallel = ibB \sin(90^\circ - \theta) = ibB \cos \theta \quad (24-31)$$

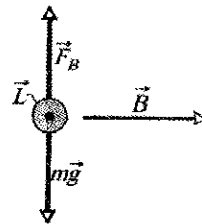
می‌توانید نشان دهید که بزرگی نیروی  $\vec{F}_\parallel$  که بر ضلع ۴ وارد می‌شود همان بزرگی  $\vec{F}_\parallel$  را دارد ولی در خلاف جهت آن است. بنابراین،  $\vec{F}_\parallel$  و  $\vec{F}_\parallel$  یکدیگر را کاملاً خنثی می‌کنند. براینکه این نیروها صفر است و چون خط اثر مشترک آنها از مرکز حلقه می‌گذرد، گشتاور نیروی خالص آنها نیز صفر است.

ولی برای ضلع‌های ۱ و ۳ وضعیت فرق می‌کند. در مورد اینها  $\vec{L}$  بر  $\vec{B}$  عمود است، به طوری که نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_3$  بزرگی یکسان  $iaB$  را دارند. چون جهت این دو نیرو مخالف یکدیگر است، حلقه نمی‌تواند بر اثر آنها به بالا یا پایین حرکت کند. البته همان‌طور که شکل ۲۴-۲۲ پ نشان می‌دهد، این دو نیرو دارای خط اثر مشترک نیستند و در نتیجه آنها گشتاور نیروی خالصی ایجاد می‌کنند. این گشتاور نیرو به گونه‌ای حلقه را می‌چرخاند که بردار عمود  $\vec{n}$  را در جهت میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  قرار دهد. این گشتاور نیرو دارای بازوی گشتاور  $(\frac{b}{2}) \sin \theta$  نسبت به محور مرکزی حلقه است. بزرگی گشتاور نیروی ناشی از نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_3$  عبارت است از (به شکل ۲۴-۲۲ پ نگاه کنید)

$$\tau' = (iaB \frac{b}{2} \sin \theta) + (iaB \frac{b}{2} \sin \theta) = iabB \sin \theta \quad (24-32)$$

حال فرض کنید به جای تک حلقه حامل جریان یک پیچه با  $N$  حلقه یا دور قرار دهیم. افزون بر این، فرض کنید که دورها را چنان فشرده و نزدیک به هم پیچیده‌اند که می‌توانند دارای ابعاد یکسان و در یک صفحه واقع باشند. بنابراین، حلقه‌ها تشکیل یک پیچه تخت را می‌دهند و گشتاور نیروی  $\tau'$  که بزرگی آن شده با ۲ و ۴ بر میدان عمود نیستند. سیمهایی برای معادلهٔ ۲۴-۳۲ به دست می‌آید بر هر یک از حلقه‌ها وارد جریان به داخل و خارج حلقه مورد نیاز هستند ولی **جریان‌های موازی و مهندسی می‌شود**. پس بزرگی گشتاور نیروی کل وارد بر پیچه عبارت

است از

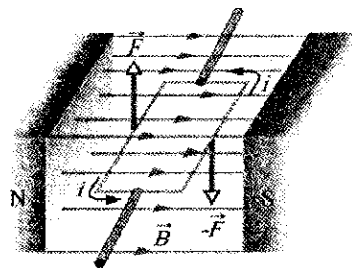


شکل ۲۴-۲۰ سیم (نشان داده شده با مقطع) حامل جریان به طرف خارج از صفحه است.

## ۲۴-۹ گشتاور نیروی وارد بر حلقهٔ جریان

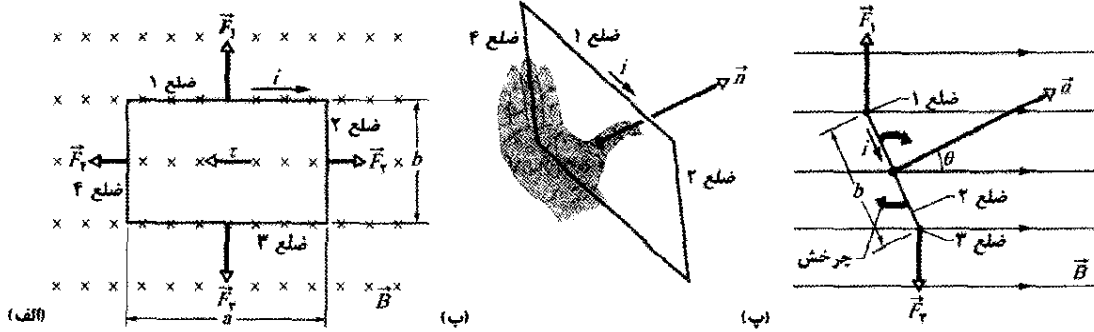
بسیاری از کارها در جهان با موتورهای الکتریکی انجام می‌شوند. نیروهای پشت این کار نیروهای مغناطیسی هستند که در بخش قبلی مطالعه کردیم، یعنی نیروهایی که میدان مغناطیسی بر سیمی حامل جریان وارد می‌کند.

شکل ۲۴-۲۱ موتور ساده‌ای را نشان می‌دهد که شامل یک حلقهٔ حامل جریان واقع در میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  است. دو نیروی مغناطیسی  $\vec{F}$  و  $-\vec{F}$  گشتاور نیرویی بر حلقه وارد می‌کنند و تمایل دارند که حلقه را نسبت به محور مرکزی آن بچرخانند. هرچند که بسیاری از جزئیات اساسی منظور نشده‌اند ولی چگونگی تأثیر میدان مغناطیسی بر حلقهٔ جریان که حرکت چرخشی ایجاد می‌کند نشان داده شده است.



شکل ۲۴-۲۱ اجزای یک موتور الکتریکی. سیمی به شکل حلقهٔ مستطیلی شکل، که در میدان مغناطیسی قرار دارد حامل جریان است و آزادانه می‌تواند حول محور ثابتی بچرخد. نیروهای مغناطیسی وارد بر سیم گشتاور نیرویی ایجاد می‌کنند که آن را می‌چرخاند. یک جابه‌جاگر (نشان داده نشده است) در هر نیم دور جهت جریان را معکوس می‌کند به طوری که گشتاور نیرو همیشه در یک جهت یکسان عمل می‌کند.

شکل ۲۴-۲۲ الف حلقهٔ مستطیل شکلی با ضلع‌های  $a$  و  $b$  را نشان می‌دهد که حامل جریان  $i$  است و در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  قرار دارد. حلقه را طوری در میدان قرار می‌دهیم که درازاهای نشان داده شده با ۱ و ۳ عمود بر جهت میدان هستند (که به سمت داخل صفحه است) ولی پهناهای نشان داده شده با ۲ و ۴ بر میدان عمود نیستند. سیمهایی برای معادلهٔ ۲۴-۳۲ به دست می‌آید بر هر یک از حلقه‌ها وارد جریان به داخل و خارج حلقه مورد نیاز هستند ولی **جریان‌های موازی و مهندسی می‌شود**. پس بزرگی گشتاور نیروی کل وارد بر پیچه عبارت ساده‌سازی آنها نشان داده نشده‌اند.

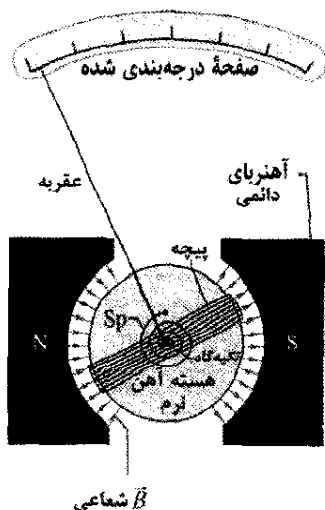


شکل ۲۲-۲۴ حلقه مستطیل شکلی به درازای  $a$  و پهنای  $b$  که حامل جریان  $i$  است و در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار داده شده است. گشتاور نیروی  $\tau$  بردار عمود  $\vec{n}$  را با جهت میدان مغناطیسی هم خط می‌کند. (الف) حلقه وقتی با نگاه کردن در جهت میدان مغناطیسی مشاهده شود. (ب) نمایی از حلقه که نشان می‌دهد چطور قانون دست راست جهت  $\vec{n}$  را که عمود بر صفحه حلقه است مشخص می‌کند. (پ) نمای از پهلوی حلقه از طرف ضلع ۲. حلقه به ترتیب مشخص شده می‌چرخد.

برای هر سمتگیری پیچه، میدان مغناطیسی خالص عبوری از پیچه عمود بر بردار عمودی پیچه (و بنابراین موازی با صفحه پیچه) است. فنر  $Sp$  گشتاور نیروی مخالفی ایجاد می‌کند که با گشتاور نیروی مغناطیسی موازنه می‌کند، به طوری که جریان پایای معین  $i$  در پیچه، منجر به یک انحراف زاویه‌ای پایای  $\phi$  می‌شود. هر چقدر جریان بیشتر باشد، میزان انحراف عقربه بیشتر و بنابراین، به گشتاور نیروی بیشتری نیاز است. اگر جریان  $100 \mu A$  انحراف زاویه‌ای  $28^\circ$  ایجاد کند، ثابت پیچش  $\kappa$  فنر با استفاده از معادله ۲۲-۱۵  $\tau = -\kappa\phi$  چقدر است؟

**نکته کلیدی** با جریان ثابتی که از وسیله می‌گذرد، گشتاور نیروی مغناطیسی حاصل (معادله ۲۴-۲۳) با گشتاور نیروی فنر خشی می‌شود. بنابراین، بزرگیهای این گشتاورهای نیرو مساوی‌اند.

محاسبه‌ها: این تساوی را به این صورت می‌نویسیم

$$NiAB \sin \theta = \kappa\phi \quad (24-23)$$


شکل ۲۳-۲۴ اجزای یک گالوانومتر. این وسیله بسته به مدار خارجی می‌تواند به ولت‌سنج یا آمپرسنج تبدیل شود.

$$\tau = N\tau' = NiabB \sin \theta = (NiA)B \sin \theta \quad (28-23)$$

که در آن  $A (=ab)$  مساحتی است که به وسیله پیچه محصور شده است. کمیت‌های داخل پرانتز  $(NiA)$  کنار هم نوشته شده‌اند، چون همه آنها از خواص پیچه هستند؛ تعداد دور آن، مساحت آن و جریانی که در آن برقرار است. معادله ۲۴-۲۳ صرفنظر از شکل پیچه برای هر پیچه تحت مشروط بر آنکه در یک میدان مغناطیسی یکنواخت واقع باشد، برقرار است.

به جای اینکه توجه خود را به حرکت پیچه متمرکز کنیم، ساده‌تر است که حرکت بردار  $\vec{n}$  را که عمود بر صفحه پیچه است پیگیری کنیم. معادله ۲۴-۲۳ بر آن دلالت دارد که پیچه تحت حامل جریان که در میدان مغناطیسی واقع است می‌خواهد طوری بچرخد که  $\vec{n}$  متوجه جهت میدان باشد. در یک موتور، وقتی  $\vec{n}$  شروع به قرار گرفتن در جهت میدان می‌کند، جریان در پیچه معکوس می‌شود، به طوری که گشتاور نیرو به چرخاندن پیچه ادامه می‌دهد. این معکوس شدن خودکار جهت جریان از طریق جابه‌جاگری که به طور الکتریکی پیچه در حال چرخش را به اتصالات ثابت تغذیه کننده جریان در سیم‌ها وصل می‌کند انجام می‌گیرد.

## مسئله نمونه ۲۴-۲

ولت‌سنجها و آمپرسنجهای قیاسی با اندازه‌گیری گشتاور نیروی اعمال شده توسط میدان مغناطیسی بر یک پیچه حامل جریان کار می‌کنند. با انحراف عقربه روی یک صفحه درجه‌بندی شده عدد موردنظر نشان داده می‌شود. شکل ۲۴-۲۳ اجزای یک گالوانومتر را نشان می‌دهد که اساس ولت‌سنجها و آمپرسنجهای قیاسی است. فرض کنید که درازای پیچه  $2/1 \text{ cm}$  و پهنای آن  $1/2 \text{ cm}$  است. پیچه ۲۵۰ دور دارد و به گونه‌ای نصب شده

است که بتواند در میدان مغناطیسی شعاعی یکنواختی به بزرگی

$$B = 0.23 \text{ T}$$

حول محوری (به داخل صفحه شکل) بچرخد. **پیش‌بینی و مهندسی مواد**

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

در هر مورد گشتاور نیروی ناشی از میدان-هم‌هنگامیسی و هم الکتریکی- برابر است با ضرب برداری گشتاور دو قطبی مربوط در بردار میدان.

یک دو قطبی مغناطیسی در میدان مغناطیسی خارجی دارای انرژی پتانسیل مغناطیسی است که به سمتگیری دو قطبی در میدان بستگی دارد. در مورد دو قطبهای الکتریکی نشان دادیم که (معادله ۱۸-۳۸)

$$U(\theta) = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

در مشابهت با آن، برای حالت مغناطیسی می‌توان نوشت

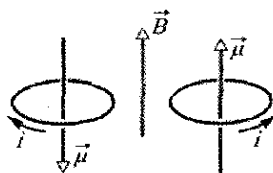
$$U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (23-24)$$

هرگاه گشتاور دو قطبی  $\vec{\mu}$  با میدان مغناطیسی هم جهت باشد (شکل ۲۴-۲۴) دو قطبی مغناطیسی کمترین انرژی ( $-\mu B \cos 0 = -\mu B$ ) را دارد. هرگاه  $\vec{\mu}$  در خلاف جهت میدان باشد، بیشترین انرژی ( $-\mu B \cos 180^\circ = +\mu B$ ) را دارد. در معادله ۲۴-۳۸ که در آن  $U$  بر حسب ژول و  $B$  بر حسب تسلاست، می‌توان دید که یکای  $\vec{\mu}$  ژول بر تسلا (J/T) به جای آمپر-مترمربع است که از معادله ۲۴-۳۵ حاصل می‌شد.

اگر گشتاور اعمال شده (ناشی از یک «عامل خارجی») یک دوقطبی مغناطیسی را از سمتگیری اولیه  $\theta_i$  به سمتگیری  $\theta_f$  بچرخاند، آنگاه کار  $W_a$  توسط گشتاور اعمال شده روی دوقطبی انجام می‌شود. اگر پیش از تغییر در سمتگیری و پس از آن دوقطبی در حال سکون باشد، آنگاه کار  $W_a$  برابر است با

$$W_a = U_f - U_i \quad (39-24)$$

که در آن  $U_f$  و  $U_i$  با معادله ۲۴-۳۸ محاسبه می‌شوند.



انرژی کم      انرژی زیاد

**شکل ۲۴-۲۴** سنجگرهای مربوط به بیشترین و کمترین انرژی یک دو قطبی مغناطیسی (در اینجا پیچۀ حامل جریان) در میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}$ . جهت  $i$  جهت گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}$  از طریق قاعده دست راست را که در شکل ۲۴-۲۱ ب برای  $\vec{n}$  نشان داده شده است مشخص می‌کند.

تاکون فقط پیچۀ حامل جریان را به عنوان دو قطبی مغناطیسی در نظر گرفتیم. اما یک آهنربای میله‌ای ساده یا یک کرۀ چرخان باردار نیز یک دو قطبی مغناطیسی است. خود زمین (تقریباً) یک دو قطبی مغناطیسی است. بالاخره اغلب ذره‌های زیر اتمی، از جمله الکترون، پروتون و نوترون دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی هستند. به طوری که در فصل ۲۸ خواهید دید، همه این ذره‌ها را می‌توان مانند یک حلقۀ جریان در نظر گرفت. برای

در اینجا  $\phi$  انحراف زاویه‌ای پیچه و عقربه و  $A(=2/5 \times 10^{-4} \text{ m}^2)$  مساحت احاطه شده توسط پیچه است. چون میدان مغناطیسی خالصی که از پیچه می‌گذرد همیشه بر بردار عمودی پیچه عمود است، برای هر سمتگیری عقربه  $\theta = 90^\circ$  است. با حل معادله ۲۴-۳۴ برای  $K$ ، پیدا می‌کنیم

$$\kappa = \frac{NiAB \sin \theta}{\phi}$$

$$= (250)(100 \times 10^{-6} \text{ A})(2/52 \times 10^{-6} \text{ m}) \times \frac{(0.13 \text{ T})(\sin 90)}{2\lambda}$$

(پاسخ)  $= 5/2 \times 10^{-8} \text{ N.m/درجه}$

خیلی از آمپرسنرها و ولت‌سنج‌های امروزی رقمی‌اند، از نوعی که مستقیماً خوانده می‌شوند و به گونه‌ای کار می‌کنند که پیچ‌ه‌ حرکتی ندارد.

۲۴-۱۰ گشتاور دو قطبی مغناطیسی

همان‌طور که بحث کردیم، عمل گشتاور باعث چرخاندن یک پیچۀ حامل جریان واقع در میدان مغناطیسی می‌شود. از این نظر، پیچه مانند یک آهنربای میله‌ای واقع در میدان مغناطیسی رفتار می‌کند. بنابراین، مانند یک آهنربای میله‌ای، به پیچۀ حامل جریان دوقطبی مغناطیسی گفته می‌شود. افزون بر این، برای توصیف گشتاور نیروی ناشی از میدان مغناطیسی وارد بر پیچه یک گشتاور دوقطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}$  به پیچه نسبت می‌دهیم. جهت  $\vec{\mu}$  همان جهت بردار  $\vec{n}$  عمود بر صفحه پیچه و بنابراین، با قاعده دست راست در شکل ۲۲-۲۲ داده می‌شود. یعنی اگر پیچه را با انگشتان دست راست خود در جهت جریان  $i$  بگیریم؛ انگشت شست جهت  $\vec{\mu}$  را به دست می‌دهد. بزرگی  $\mu$  با رابطه زیر داده می‌شود

$$\mu = NiA \quad (\text{گشتاور مغناطیسی}) \quad (24-35)$$

که در آن  $N$  تعداد دورهای پیچ،  $i$  جریان عبوری از پیچ و  $A$  مساحت محصور توسط هر حلقه پیچ است. از این معادله که در آن،  $i$  برحسب آمپر و  $A$  برحسب مترمربع است می‌توان دید که یکای  $\mu$  آمپر-مترمربع ( $A \cdot m^2$ ) است.

با استفاده از تعریف  $\bar{\mu}$ ، معادله ۲۴-۳۳ در مورد گشتاور نیروی وارد بر پیچه در میدان مغناطیسی به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\tau = \mu B \sin \theta \quad (39-24)$$

که در آن  $\theta$  زاویه میان بردارهای  $\vec{\mu}$  و  $\vec{B}$  است.

این رابطه را می‌توان به رابطه برداری زیر تعمیم داد

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (37-24)$$

که شباهت زیادی به معادلهٔ متناظر برای گشتاور وارد شده توسط میدان الکتریکی بر یک دوقطبی الکتریکی، یعنی معادلهٔ مرجع دانش ۱۸-۳۴ دارد



با قرار دادن  $\mu$  از معادله ۲۴-۳۵ ( $\mu = NiA$ )، داریم

$$W_a = (NiA)B$$

$$= (250)(100 \times 10^{-6} \text{ A})(2/52 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(0/85 \text{ T})$$

$$= 5/356 \times 10^{-6} \text{ J} \approx 5/4 \mu\text{J} \quad (\text{پاسخ})$$



شکل ۲۴-۲۵ نمای جانبی یک پیچه دایره‌ای حامل جریان. پیچه طوری سمتگیری کرده است که گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}$  با میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  هم جهت است.

## بازنگری و خلاصه درس

**میدان مغناطیسی  $B$**  میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  بر حسب نیروی

وارد بر یک ذره آزمون با بار  $q$  که با سرعت  $\vec{v}$  در میدان در حال حرکت است تعریف می‌شود

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (2-24)$$

یکای SI میدان  $\vec{B}$  تسلا (T) است:

$$1 \text{ T} = 1 \text{ N}/(\text{A} \cdot \text{m}) = 10^4 \text{ گاوس}$$

**اثر هال** وقتی یک نوار رسانا به ضخامت  $l$  که حامل جریان  $i$  است در میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  قرار گیرد، برخی حاملهای بار (با بار  $e$ ) در کناره‌های رسانا جمع می‌شوند، و یک اختلاف پتانسیل  $V$  میان کناره‌های نوار ایجاد می‌کنند. قطبیت ولتاژ در کناره‌ها علامت حاملهای بار را به دست می‌دهد؛ چگالی عددی  $n$  حاملهای بار را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد

$$n = \frac{Bi}{Vle} \quad (12-24)$$

**ذره باردار با حرکت دایره‌ای در میدان مغناطیسی**

مسیر یک ذره باردار با جرم  $m$  و بزرگی بار  $|q|$  که با سرعت  $\vec{v}$  عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  حرکت می‌کند، به صورت دایره است. با استفاده از قانون دوم نیوتون در مورد حرکت دایره‌ای رابطه زیر حاصل می‌شود

$$|q|vB = \frac{mv^2}{r} \quad (15-24)$$

از این رابطه شعاع  $r$  دایره به دست می‌آید

$$r = \frac{mv}{|q|B} \quad (16-24)$$

بسامد دوران  $f$ ، بسامد زاویه‌ای  $\omega$  و دوره تناوب حرکت  $T$  با رابطه زیر داده می‌شوند

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m} \quad (17-24, 18-24, 19-24)$$

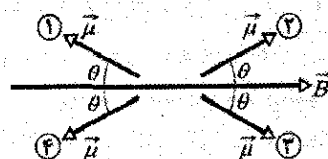
مقایسه، برخی مقدارهای گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی با تقریب در جدول ۲۴-۲ نشان داده شده‌اند.

جدول ۲۴-۲

برخی مقدارهای گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی

آهنربای میله‌ای کوچک	$5 \text{ J/T}$
زمین	$8/0 \times 10^{22} \text{ J/T}$
پروتون	$1/4 \times 10^{-26} \text{ J/T}$
الکترون	$9/3 \times 10^{-24} \text{ J/T}$

✓ **نکته وارسی ۵** در شکل چهار سمتگیری، با زاویه  $\theta$ ، برای گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}$  در یک میدان مغناطیسی نشان داده شده است. این سمتگیرها را به ترتیب بزرگی (الف) اندازه گشتاور نیروی وارد شده به دو قطبی و (ب) انرژی پتانسیل دو قطبی، مرتب کنید.



## مسئله نمونه ۲۴-۸

شکل ۲۴-۲۵ یک پیچه دایره‌ای با ۲۵۰ دور سیم و مساحت  $A$  برابر با  $2/52 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  و جریان  $100 \mu\text{A}$  را نشان می‌دهد. این پیچه در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $B = 0/85 \text{ T}$  که گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}$  آن در آغاز با  $\vec{B}$  هم جهت است، به حالت سکون قرار دارد.

(الف) در شکل ۲۴-۲۵، جهت جریان در پیچه چگونه است؟

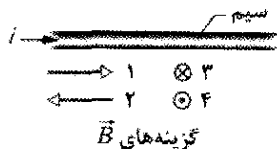
**قاعده دست راست:** پیچه را طوری در دست راست خود بگیرید که انگشت شست در جهت  $\vec{\mu}$  باشد. در این صورت جهتی که انگشتان خود را دور پیچه می‌چرخانید، جهت جریان در پیچه است. بنابراین، در سیمهای رویی پیچه، آلهایی که در شکل ۲۴-۲۵ می‌بینیم، جریان از بالا به پایین است.

(ب) گشتاور نیروی اعمال شده توسط عامل خارجی، برای چرخاندن پیچه از سمتگیری اولیه به  $90^\circ$ ، به طوری که  $\vec{\mu}$  بر  $B$  عمود و پیچه دوباره به حالت سکون درآید، باید چقدر کار انجام دهد؟

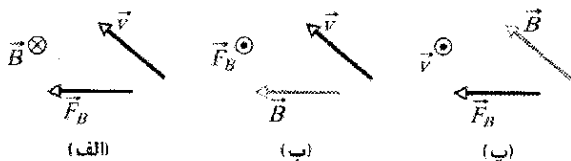
**نکته کلیدی** کار  $W_a$  انجام شده توسط گشتاور نیروی اعمال شده برابر با تغییر در انرژی پتانسیل پیچه به علت تغییر در سمتگیری آن است.

**محاسبات:** از معادله ۲۴-۳۹ ( $W_a = U_f - U_i$ )، داریم

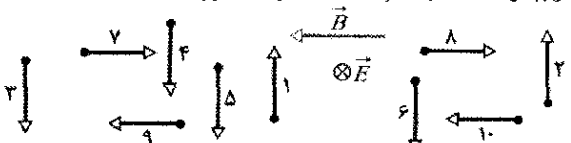
$$\begin{aligned} W_a &= U(90^\circ) - U(0^\circ) \\ &= -\mu B \cos 90^\circ - (-\mu B \cos 0^\circ) = 0 + \mu B \\ &= \mu B \end{aligned}$$



۳- شکل ۲۴-۲۷ سه وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها یک ذره با بار مثبت با سرعت  $\vec{v}$  در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  حرکت می‌کند و نیروی مغناطیسی  $\vec{F}_B$  به آن وارد می‌شود. در هر وضعیتی مشخص کنید که آیا سمتگیری بردارها از نظر فیزیکی قابل قبول‌اند یا نه؟



۴- شکل ۲۴-۲۸ میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  عمود بر هم را نشان می‌دهد و در یک لحظه معین، بردارهای سرعت ۱۰ ذره باردار در جدول ۲۴-۳ فهرست شده است. (بردارها با مقیاس رسم نشده‌اند). تندیهای داده شده در جدول کوچکتر یا بزرگتر از  $E/B$  هستند. (به پرسش ۱ نگاه کنید). کدام ذره پس از لحظه نشان داده شده در شکل ۲۴-۲۸ به طرف خارج از صفحه به طرف شما حرکت می‌کند؟



جدول ۲۴-۳ پرسش ۴

ذره	بار	تندی	ذره	بار	تندی
۱	+	کوچکتر	۶	-	بزرگتر
۲	+	بزرگتر	۷	+	کوچکتر
۳	+	کوچکتر	۸	+	بزرگتر
۴	+	بزرگتر	۹	-	کوچکتر
۵	-	کوچکتر	۱۰	-	بزرگتر

۵- شکل ۲۴-۲۹ مکعب فلزی توپری را نشان می‌دهد که با تندی  $v$  معینی در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  حرکت می‌کند. ابعاد جسم به ترتیب نشان داده شده مضربی از  $d$  هستند. شش گزینه برای جهت سرعت وجود دارد: موازی  $x$ ،  $y$  یا  $z$  یا در جهت مثبت یا در جهت منفی. (الف) این شش گزینه را بنابر اختلاف پتانسیل ایجاد شده در دو طرف جسم از

## نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

به یک سیم حامل جریان  $i$  که در میدان مغناطیسی واقع است نیرویی جانبی وارد می‌شود

$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B} \quad (24-26)$$

نیروی جانبی وارد بر عنصر جریان  $id\vec{L}$  در میدان مغناطیسی عبارت است از

$$d\vec{F}_B = id\vec{L} \times \vec{B} \quad (24-28)$$

جهت بردار طول  $\vec{L}$  یا  $d\vec{L}$  همان جهت  $i$  است.

## گشتاور وارد بر پیچ حامل جریان

به پیچهای (با  $N$  دور و مساحت  $A$  و حامل جریان  $i$ ) که در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  واقع است گشتاور نیروی  $\vec{\tau}$  وارد می‌شود که با رابطه زیر داده می‌شود

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (24-37)$$

در اینجا  $\vec{\mu}$  گشتاور دو قطبی مغناطیسی پیچ به بزرگی  $\mu = NiA$  است و جهت آن با قانون دست راست داده می‌شود.

## انرژی سمتگیری دو قطبی مغناطیسی

انرژی پتانسیل مغناطیسی یک دو قطبی مغناطیسی در میدان مغناطیسی عبارت است از

$$U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (24-38)$$

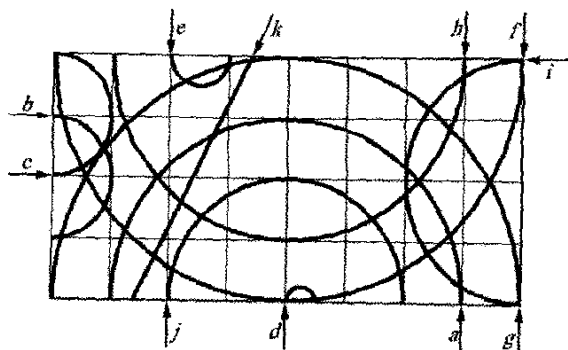
اگر یک عامل خارجی دو قطبی مغناطیسی را از سمتگیری اولیه  $\theta_i$  به سمتگیری دیگر  $\theta_f$  بچرخاند، کار  $W_a$  انجام شده روی دو قطبی توسط میدان مغناطیسی عبارت است از

$$W_a = \Delta U = (U_f - U_i) \quad (24-39)$$

## پرسشها

۱- در بخش ۲۴-۴، درباره ذره باردار بحث کردیم که در میدانهای عمود بر هم با نیروهای  $\vec{F}_B$  و  $\vec{F}_E$  مخالف هم حرکت می‌کند. در آنجا دیدیم که اگر تندی ذره با معادله ۲۴-۷ ( $v = E/B$ ) داده شود، ذره روی یک خط راست حرکت می‌کند (یعنی هیچ یک از نیروها بر دیگری غلبه ندارد). اگر تندی ذره (الف)  $v < E/B$  و (ب)  $v > E/B$  باشد، کدام نیرو غلبه دارد؟

۲- شکل ۲۴-۲۶ سیمی حامل جریان به طرف راست را نشان می‌دهد که در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد. شکل هم‌چنین چهار گزینه را برای جهت میدان نشان می‌دهد. (الف) این گزینه‌ها را به ترتیب بزرگی اختلاف پتانسیلی که در پهنای سیم برقرار می‌شود مرتب کنید. (ب) در کدام گزینه طرف بالای سیم نسبت به طرف پایین پتانسیل بیشتری دارد؟



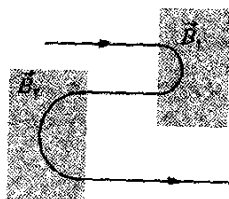
شکل ۲۴-۳۲ پرسش ۸

جدول ۴-۲۴

پرسش ۸

تندی	بار	جرم	ذره
$v$	$q$	$2m$	۱
$v$	$2q$	$m$	۲
$2v$	$q$	$m/2$	۳
$3v$	$3q$	$3m$	۴
$2v$	$q$	$2m$	۵
$2v$	$-q$	$m$	۶
$v$	$-4q$	$m$	۷
$v$	$-q$	$m$	۸
$3v$	$-2q$	$2m$	۹
$8v$	$-2q$	$m$	۱۰
$3v$	$0$	$3m$	۱۱

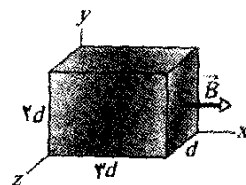
۹- شکل ۲۴-۳۳ مسیر الکترونی را نشان می‌دهد که از دو ناحیه شامل میدان مغناطیسی یکنواخت با بزرگیهای  $B_1$  و  $B_2$  می‌گذرد. مسیر الکترون در هر ناحیه یک نیم‌دایره است. (الف) کدام میدان قویتر است؟ (ب) جهت هر میدان چگونه است؟ (پ) آیا زمان سپری شده توسط الکترون در ناحیه  $B_1$  نسبت به ناحیه  $B_2$  بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟



شکل ۲۴-۳۳ پرسش ۹

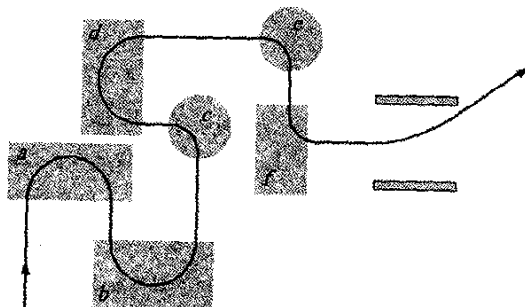
۱۰- شکل ۲۴-۳۴ مسیر الکترونی را در ناحیه‌ای از میدان مغناطیسی یکنواخت نشان می‌دهد. این مسیر شامل دو بخش مستقیم است که هر یک میان یک جفت از صفحه‌های باردار داده شده پیسوده‌اند. کدام مسیر را در میدان در جهتهای نشان داده شده پیسوده‌اند. کدام مسیر در شکل متناظر با کدام ذره در جدول پرسش ۸ است؟

بزرگترین مرتب کنید. (ب) برای کدام گزینه وجه جلویی در پتانسیل کمتری است؟



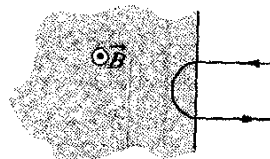
شکل ۲۴-۲۹ پرسش ۵

۶- شکل ۲۴-۳۰ مسیر ذره‌ای را نشان می‌دهد که از شش ناحیه شامل میدان مغناطیسی یکنواخت می‌گذرد، این مسیرها نیم‌دایره یا ربع دایره‌اند. ذره هنگام ترک آخرین ناحیه، بین دو صفحه باردار موازی حرکت می‌کند و به طرف صفحه با پتانسیل بیشتر منحرف می‌شود. جهت میدان مغناطیسی در هر یک از شش ناحیه چگونه است؟



شکل ۲۴-۳۰ پرسش ۶

۷- در شکل ۲۴-۳۱، ذره‌ای با تندی  $v$  وارد میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  می‌شود، و در مدت زمان  $T_0$  یک مسیر نیم‌دایره‌ای را طی می‌کند و سپس از میدان خارج می‌شود. (الف) بار الکتریکی مثبت است یا منفی؟ (ب) آیا تندی نهایی ذره بزرگتر از  $v$  است یا کوچکتر یا با آن مساوی است؟ (پ) اگر تندی اولیه  $v_0/5$  باشد، آیا زمان طی شده در میدان  $\vec{B}$  بیشتر از  $T_0$  است یا کمتر یا با آن مساوی است؟ (ت) آیا مسیر یک نیم‌دایره است، بیشتر از نیم‌دایره یا کمتر از نیم‌دایره است؟



شکل ۲۴-۳۱ پرسش ۷

۸- دورزدن ذره. شکل ۲۴-۳۲، ۱۱ مسیر را در ناحیه‌ای از میدان مغناطیسی یکنواخت نشان می‌دهد. یکی از مسیرها خط راست است و بقیه نیم‌دایره‌اند. جدول ۴-۲۴ جرم، بار و تندی ۱۱ ذره را به دست می‌دهد که این مسیرها را در میدان در جهتهای نشان داده شده پیسوده‌اند. کدام مسیر در شکل متناظر با کدام ذره در جدول پرسش ۸ است؟

(ب) انرژی جنبشی آن را بر حسب الکترون ولت، محاسبه کنید.  
SSM ILW  
۴۰- ذره‌ای به جرم  $1.0 \text{ g}$  و بار  $8.0 \mu\text{C}$  در میدان مغناطیسی یکنواخت در ناحیه‌ای که شتاب سقوط آزاد  $9.8 \text{ m/s}^2$  است حرکت می‌کند. سرعت ذره مقدار ثابت  $2.0 \text{ km/s}$  است که بر میدان مغناطیسی عمود است. میدان مغناطیسی چگونه است؟

۵۰۰- الکترونی در میدان مغناطیسی یکنواختی حرکت می‌کند که با  $\vec{B} = B_x \hat{i} + (3.0 B_x) \hat{j}$  داده شده است. در یک لحظه معین سرعت الکترون  $\vec{v} = (2.0 \hat{i} + 4.0 \hat{j}) \text{ m/s}$  و نیروی مغناطیسی وارد بر آن  $(6/4 \times 10^{-18} \text{ N}) \hat{k}$  است.  $B_x$  را پیدا کنید.

۶۰۰- پروتونی در میدان مغناطیسی یکنواختی حرکت می‌کند که با  $\vec{B} = (1.0 \hat{i} - 2.0 \hat{j} + 3.0 \hat{k}) \text{ mT}$  داده شده است. در لحظه  $t_1$  سرعت پروتون  $\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + (2.0 \text{ km/s}) \hat{k}$  و نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون با  $\vec{F}_B = (4.0 \times 10^{-17} \text{ N}) \hat{i} + (2.0 \times 10^{-17} \text{ N}) \hat{j}$  داده شده است. در آن لحظه (الف)  $v_x$  و (ب)  $v_y$  چقدر است؟

#### بخش ۲۴-۴ میدانهای عمود بر هم: کشف الکترون

۷۰- در شکل ۲۴-۳۵، الکترونی از حالت سکون با اختلاف پتانسیل  $V_1 = 1.0 \text{ kV}$  شتابدار شده و وارد شکاف میان دو صفحه موازی با فاصله  $d = 2.0 \text{ mm}$  و اختلاف پتانسیل  $V_2 = 1.0 \text{ V}$  می‌شود. صفحه پایینی در پتانسیل کمتر است. از اثر لب‌ها چشمپوشی کرده و فرض کنید که بردار سرعت الکترون بر بردار میدان الکتریکی میان صفحه‌ها عمود است. بر حسب بردار یکه، میدان مغناطیسی یکنواختی که موجب حرکت الکترون در راستای یک خط راست در شکاف می‌شود چقدر است؟ ILW



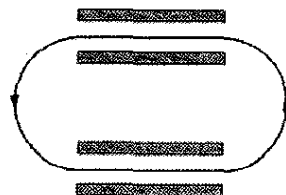
شکل ۲۴-۳۵ مسئله ۷

۸۰- میدان الکتریکی  $1.5 \text{ kV/m}$  و میدان مغناطیسی  $0.4 \text{ T}$  بر الکترون متحرکی اثر می‌کنند به طوری که هیچ نیروی خالصی ایجاد نمی‌شود. اگر میدانها بر یکدیگر عمود باشند، تندی الکترون چقدر است؟

۹۰- سرعت اولیه الکترونی  $(12.0 \hat{j} + 15.0 \hat{k}) \text{ km/s}$  و شتاب ثابت آن در ناحیه‌ای که میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یکنواختی وجود دارند  $\hat{i}$  است. اگر  $\vec{B} = (4.0 \mu\text{T}) \hat{i}$  باشد، میدان الکتریکی  $\vec{E}$  را پیدا کنید.

۱۰۰۰- پروتونی در میدانهای مغناطیسی و الکتریکی یکنواختی حرکت می‌کند. میدان مغناطیسی  $\vec{B} = -2.5 \text{ mT} \hat{i}$  است. در یک لحظه سرعت پروتون  $\vec{v} = 2.0 \text{ km/s} \hat{j}$  است. در این لحظه اگر میدان الکتریکی (الف)  $4.0 \text{ kV/m}$ ، (ب)  $-4.0 \text{ kV/m}$  و (پ)  $4.0 \text{ iV/m}$  باشد، نیروی خالص وارد بر ذره را بر حسب بردار یکه پیدا کنید.

(ب) جفت صفحه‌های پایینی است؟ (پ) جهت میدان مغناطیسی چگونه است؟



شکل ۲۴-۳۴ پرسش ۱۰

۱۱- (الف) در نکته واریسی ۵، اگر گشتاور دو قطبی  $\vec{\mu}$  از سمتگیری ۱ به سمتگیری ۲ بچرخد، آیا کار انجام شده روی دو قطبی توسط میدان مغناطیسی مثبت است یا منفی یا صفر است؟ (ب) کار انجام شده روی دو قطبی توسط میدان مغناطیسی را به ترتیب بزرگی این سه چرخش مرتب کنید:  
 $3 \leftarrow 2, 4 \leftarrow 2, 1 \leftarrow 2$

#### مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

•••• تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرند فیزیک و در [flyingcircusofphysics.com](http://flyingcircusofphysics.com) قابل دسترس است.

#### بخش ۲۴-۳ تعریف $\vec{B}$

۱۰- الکترونی با سرعت

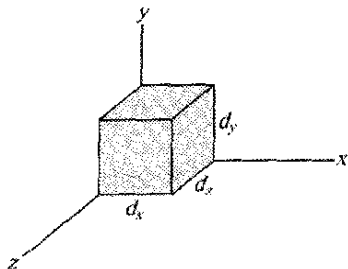
$$\vec{v} = (2.0 \times 10^6 \text{ m/s}) \hat{i} + (3.0 \times 10^6 \text{ m/s}) \hat{j}$$

در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B} = (0.3 \text{ T}) \hat{i} + (0.15 \text{ T}) \hat{j}$  حرکت می‌کند. (الف) نیروی وارد بر الکترون را پیدا کنید. (ب) محاسبه را برای پروتونی با همین سرعت تکرار کنید.

۲۰- یک ذره آلفا با سرعت  $\vec{v}$  با بزرگی  $550 \text{ m/s}$  در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  به بزرگی  $0.45 \text{ T}$  حرکت می‌کند (بار ذره آلفا  $+3.2 \times 10^{-19} \text{ C}$  و جرم آن  $6.6 \times 10^{-27} \text{ kg}$  است). زاویه میان  $\vec{v}$  و  $\vec{B}$  برابر با  $52^\circ$  است. (الف) نیروی  $\vec{F}_B$  وارد بر ذره ناشی از میدان و (ب) شتاب ذره ناشی از  $\vec{F}_B$  چقدر است؟ (پ) آیا تندی ذره افزایش می‌یابد یا کاهش یا ثابت می‌ماند؟

۳۰- پروتونی با زاویه  $23^\circ$  نسبت به جهت یک میدان مغناطیسی با شدت  $2.6 \text{ mT}$  حرکت می‌کند و نیروی مغناطیسی وارد بر آن  $6.5 \times 10^{-17} \text{ N}$  (الف) تندی پروتون و

۱۵۰۰- در شکل ۲۴-۳۸، مکعب رسانای توپری با ابعاد  $d_x = 5/00\text{ m}$ ،  $d_y = 3/00\text{ m}$  و  $d_z = 2/00\text{ m}$  با سرعت ثابت  $\vec{v} = (20/0\text{ m/s})\hat{i}$  در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B} = (30/0\text{ mT})\hat{j}$  حرکت می‌کند. (الف) میدان الکتریکی داخل مکعب بر حسب بردار یکه و (ب) اختلاف پتانسیل دو سر مکعب چقدر است؟



شکل ۲۴-۳۸ مسئله‌های ۱۵ و ۱۶

۱۶۰۰۰- شکل ۲۴-۳۸ قطعه فلزی را نشان می‌دهد که وجه‌های آن با محورهای مختصات موازی‌اند. این قطعه در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $0/520\text{ T}$  قرار دارد. طول یک ضلع این قطعه  $25\text{ cm}$  است که با مقیاس نشان داده نشده است. این قطعه با تندی  $3/0\text{ m/s}$  به نوبت موازی با هر محور حرکت می‌کند و اختلاف پتانسیل  $V$  ظاهر شده در دو طرف قطعه اندازه‌گیری می‌شود. در حرکت موازی با محور  $y$ ،  $V = 12\text{ mV}$  موازی با محور  $z$  و  $V = 18\text{ mV}$  موازی با محور  $x$  است. ابعاد قطعه (الف)  $d_x$ ، (ب)  $d_y$  و (پ)  $d_z$  چقدرند؟

### بخش ۲۴-۶ ذره باردار در حرکت دایره‌ای

۱۷۰- الکترونی با انرژی جنبشی  $1/20\text{ keV}$  دایره‌ای را در صفحه عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی می‌پیماید. شعاع مدار  $25/0\text{ cm}$  است. (الف) تندی الکترون، (ب) بزرگی میدان مغناطیسی، (پ) بسامد چرخش و (ت) دوره تناوب حرکت را پیدا کنید. SSM

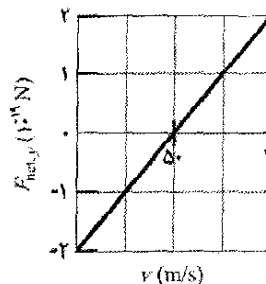
۱۸۰- الکترونی از حالت سکون توسط اختلاف پتانسیل  $350\text{ V}$  شتاب می‌گیرد. الکترون سپس با سرعتی عمود بر میدان وارد میدان مغناطیسی یکنواختی (بازرسی  $200\text{ mT}$ ) می‌شود. (الف) تندی الکترون و (ب) شعاع مسیر آن در میدان مغناطیسی را محاسبه کنید.

۱۹۰- چه میدان مغناطیسی یکنواختی باید عمود بر باریکه‌ای از الکترونها متحرک با تندی  $1/30 \times 10^6\text{ m/s}$  اعمال شود تا الکترونها در دایره‌ای به شعاع  $0/350\text{ m}$  حرکت کنند؟

۲۰۰- در یک آزمایش هسته‌ای پروتونی با انرژی جنبشی  $1/0\text{ MeV}$  در مسیری دایره‌ای در میدان مغناطیسی یکنواختی حرکت می‌کند. انرژی (الف) یک ذره آلفا ( $q = +2e$ ,  $m = 4/0u$ ) و (ب) یک دوترون ( $q = +e$ ,  $m = 2/0u$ ) چقدر باید باشد تا

۱۱۰۰- یک چشمه یون، یونهای  $^6\text{Li}$  ایجاد می‌کند که بار آنها  $+e$  و جرم آنها  $9/99 \times 10^{-27}\text{ kg}$  است. یونها توسط اختلاف پتانسیل  $10\text{ kV}$  شتاب می‌گیرند و به طور افقی وارد ناحیه‌ای می‌شوند که در آنجا میدان مغناطیسی یکنواخت قائمی به بزرگی  $B = 1/2\text{ T}$  وجود دارد. شدت کمترین میدان الکتریکی را محاسبه کنید که در همان منطقه برقرار شود و یونهای  $^6\text{Li}$  بتوانند بدون انحراف از آن بگذرند.

۱۲۰۰۰- در لحظه  $t_1$ ، الکترونی در جهت مثبت محور  $x$  از میان دو میدان الکتریکی  $\vec{E}$  و میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  فرستاده می‌شود که  $\vec{E}$  موازی محور  $y$  است. شکل ۲۴-۳۶ مؤلفه  $y$  نیروی خالص وارد بر الکترون،  $F_{\text{net},y}$  را از طرف دو میدان برحسب تابعی از تندی  $v$  الکترون در لحظه  $t_1$  نشان می‌دهد. مقیاس محور سرعت با  $v_s = 100/0\text{ m/s}$  مشخص شده است. مؤلفه‌های  $x$  و  $z$  نیروی خالص در لحظه  $t_1$  برابر صفرند. با فرض  $B_x = 0$ ، (الف) بزرگی  $E$  و (ب)  $\vec{B}$  را برحسب بردار یکه پیدا کنید.

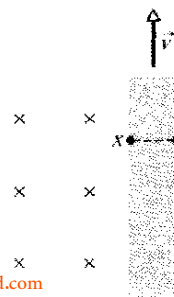


شکل ۲۴-۳۶ مسئله ۱۲

### بخش ۲۴-۵ میدانهای عمود بر هم: اثر هال

۱۳۰- یک نوار مسی به ضخامت  $150\text{ }\mu\text{m}$  و پهنای  $4/5\text{ mm}$  در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  با بزرگی  $0/65\text{ T}$  و با  $\vec{B}$  عمود بر نوار قرار دارد. سپس جریان  $i = 23\text{ A}$  در نوار فرستاده می‌شود به طوری که اختلاف پتانسیل هال  $V$  در دو سر پهنای نوار برقرار می‌شود.  $V$  را محاسبه کنید. (تعداد حاملهای بار یکای حجم مس  $8/47 \times 10^{28}$  الکترون بر متر مکعب است).

۱۴۰- همان‌طور که در شکل ۲۴-۳۷ نشان داده شده است، یک نوار فلزی به درازای  $6/50\text{ cm}$ ، به پهنای  $0/850\text{ cm}$  و ضخامت  $0/760\text{ mm}$  با سرعت ثابت  $\vec{v}$  در میدان مغناطیسی یکنواخت  $B = 1/20\text{ mT}$  که عمود بر نوار است حرکت می‌کند. اختلاف پتانسیل  $2/90\text{ }\mu\text{V}$  بین نقطه‌های  $x$  و  $y$  در دو طرف نوار برقرار است. تندی  $v$  را محاسبه کنید.



شکل ۲۴-۳۷ مسئله ۱۴



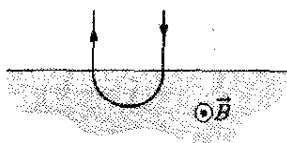
شکل ۲۴-۴۱ مسئله ۲۴

۲۵۰- یک ذره آلفا ( $q = +2e$ ,  $m = 4.00u$ ) در مسیری دایره‌ای به شعاع  $4.50\text{ cm}$  در میدان مغناطیسی یکنواختی با  $B = 1.20\text{ T}$  حرکت می‌کند. (الف) تندی ذره، (ب) دوره تناوب چرخش آن، (پ) انرژی جنبشی آن و (ت) اختلاف پتانسیلی را که برای رسیدن به این انرژی توسط آن شتابدار شده است، محاسبه کنید.

۲۶۰۰- ذره‌ای با حرکت دایره‌ای یکنواخت به شعاع  $26.1\text{ }\mu\text{m}$  در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد. نیروی مغناطیسی وارد بر ذره دارای بزرگی  $1.60 \times 10^{-17}\text{ N}$  است. انرژی جنبشی ذره چقدر است؟

۲۷۰۰- الکترونی در یک مسیر مارپیچی در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $0.300\text{ T}$  حرکت می‌کند. گام مسیر  $6.00\text{ }\mu\text{m}$  و بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون برابر با  $3.00 \times 10^{-15}\text{ N}$  است. تندی الکترون چقدر است؟

۲۸۰۰- در شکل ۲۴-۴۲، ذره باردار وارد ناحیه‌ای از یک میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  می‌شود، نصف دایره‌ای را طی می‌کند و سپس از آن ناحیه خارج می‌شود. ذره می‌تواند پروتون یا الکترون باشد (شما باید تصمیم بگیرید). این ذره  $130\text{ ns}$  را در این ناحیه سپری می‌کند. (الف) بزرگی  $\vec{B}$  چقدر است؟ (ب) اگر ذره با دو برابر انرژی جنبشی اولیه (در راستای همان مسیر) دوباره به میدان مغناطیسی برگردد، در این حرکت چه مدت زمان در میدان خواهد بود؟



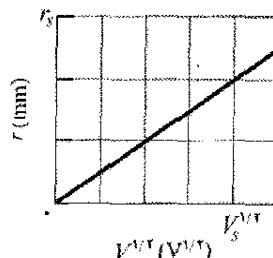
شکل ۲۴-۴۲ مسئله ۲۸

۲۹۰۰- پوزیترونی با انرژی جنبشی  $2.00\text{ keV}$  به داخل میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $0.100\text{ T}$  پرتاب می‌شود، به طوری که بردار سرعت آن با  $\vec{B}$  زاویه  $89.0^\circ$  می‌سازد. (الف) دوره تناوب، (ب) گام  $p$  و (پ) شعاع مسیر مارپیچی آن را پیدا کنید. SSM WWW

۳۰۰۰- الکترونی روی مسیری مارپیچی در میدان مغناطیسی یکنواختی که با رابطه  $\vec{B} = (20\hat{i} - 50\hat{j} - 30\hat{k})\text{ mT}$  داده می‌شود حرکت می‌کند. در زمان  $t = 0$  سرعت الکترون با رابطه  $\vec{v} = (20\hat{i} - 30\hat{j} + 50\hat{k})\text{ m/s}$  داده می‌شود. (الف) زاویه  $\phi$  میان  $\vec{v}$  و  $\vec{B}$  چقدر است؟ سرعت الکترون نسبت به زمان تغییر

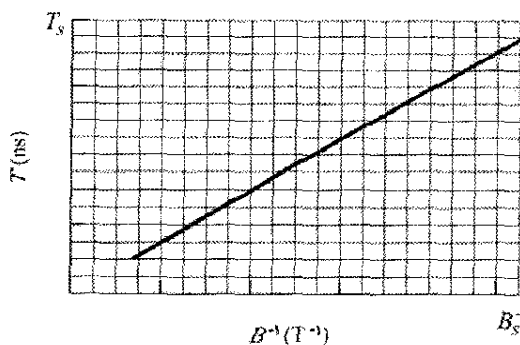
۲۱۰- (الف) بسامد چرخش الکترونی با انرژی  $100\text{ eV}$  را در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $35.0\text{ }\mu\text{T}$  پیدا کنید. (ب) اگر سرعت الکترون بر میدان مغناطیسی عمود باشد، شعاع مسیر آن را محاسبه کنید.

۲۲۰- الکترونی از حالت سکون با اختلاف پتانسیل  $V$  شتاب می‌گیرد و سپس وارد ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی یکنواخت می‌شود که در آن حرکت دایره‌ای یکنواختی انجام می‌گیرد. شکل ۲۴-۳۹ شعاع  $r$  این حرکت را برحسب  $V^{1/2}$  به دست می‌دهد. مقیاس محور عمودی  $r_s = 3.0\text{ mm}$  و مقیاس محور افقی با  $V_s^{1/2} = 40.0\text{ V}^{1/2}$  مشخص شده است. بزرگی میدان مغناطیسی چقدر است؟



شکل ۲۴-۳۹ مسئله ۲۲

۲۳۰- ذره معینی با بردار سرعت عمود بر جهت یک میدان مغناطیسی یکنواخت به داخل آن فرستاده می‌شود. شکل ۲۴-۴۰ دوره تناوب  $T$  حرکت ذره را برحسب معکوس میدان مغناطیسی  $B$  نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با  $T_s = 40.0\text{ ns}$  و مقیاس محور افقی با  $B_s^{-1} = 5.0\text{ T}^{-1}$  مشخص شده است. نسبت  $m/q$  جرم ذره به بزرگی بار آن چقدر است؟



شکل ۲۴-۴۰ مسئله ۲۳

۲۴۰- در شکل ۲۴-۴۱ روی یک دایره در ناحیه‌ای که در آن میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $B = 4.00\text{ mT}$  وجود دارد حرکت می‌کند. ذره می‌تواند پروتون یا الکترون باشد (شما باید انتخاب کنید). به این ذره نیروی مغناطیسی با بزرگی  $3.20 \times 10^{-15}\text{ N}$  وارد می‌شود. (الف) تندی ذره، (ب) شعاع دایره و (پ) دوره تناوب حرکت چقدر است؟



## ۲۴-۷ سیکلوترونها و سینکروترونها

۳۵۰۰- طول کل مسیر پیموده شده توسط یک دوترون در سیکلوترون مسئله نمونه ۲۴-۵ را در ضمن (کل) فرایند شتاب گیری محاسبه کنید. فرض کنید که پتانسیل شتاب دهنده میان دی ها  $80\text{ kV}$  باشد

۳۶۰۰- در یک سیکلوترون مشخص پروتون در دایره ای به شعاع  $0.500\text{ m}$  حرکت می کند. بزرگی میدان مغناطیسی  $1/20\text{ T}$  است. (الف) بسامد نوسانگر چقدر است؟ (ب) انرژی جنبشی پروتون بر حسب الکترون ولت چقدر است؟

۳۷۰۰- پروتونی در یک سیکلوترون با شروع از حالت تقریباً سکون در مرکز، در مسیری دایره ای حرکت می کند. وقتی که از شکاف بین دی ها می گذرد، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دی ها  $200\text{ V}$  است. (الف) با هر بار عبور از شکاف انرژی جنبشی آن چقدر افزایش می یابد؟ (ب) وقتی که  $100$  بار از شکاف بگذرد انرژی جنبشی آن چقدر است؟ فرض کنید  $r_{100}$  شعاع مسیر دایره ای پروتون در هنگام کامل شدن دور صدم و موقع ورود به یک دی، و  $r_{101}$  شعاع بعدی موقع ورود به دی در زمان بعدی باشد، (پ) وقتی شعاع از  $r_{100}$  به  $r_{101}$  تغییر کند درصد افزایش شعاع چقدر است؟ یعنی

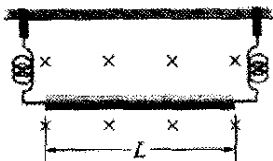
$$(\text{درصد}) = \frac{r_{101} - r_{100}}{r_{100}} \times 100 = \text{درصد افزایش}$$

چقدر است؟

۳۸۰۰- سیکلوترونی با دی به شعاع  $53/0\text{ cm}$  در بسامد نوسانگر برابر با  $12/0\text{ MHz}$  برای شتاب دادن به پروتونها کار می کند. (الف) بزرگی  $B$  میدان مغناطیسی مورد نیاز برای رسیدن به تشدید چقدر است؟ (ب) در این بزرگی، انرژی جنبشی پروتونی که از سیکلوترون خارج می شود چقدر است؟ اکنون فرض کنید که  $B = 1/57\text{ T}$  باشد. (پ) حالا چه بسامد نوسانگری برای رسیدن به تشدید لازم است؟ (ت) در این بسامد، انرژی جنبشی پروتون خارج شده چقدر است؟

## بخش ۲۴-۸ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

۳۹۰- یک سیم  $13/0$  گرمی به طول  $L = 62/0\text{ cm}$  توسط دو رابط قابل انعطاف در میدان مغناطیسی یکنواختی آویزان است (شکل ۲۴-۴۴). (الف) بزرگی و (ب) جهت (چپ یا راست) جریان مورد نیاز برای حذف نیروی کشش در رابطهای نگهدارنده چیست؟



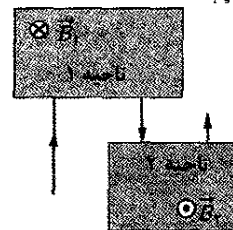
شکل ۲۴-۴۴ مسئله ۳۹

۴۰۰- سیم خمیده نشان داده شده در شکل ۲۴-۴۵ در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد. طول هر قسمت مستقیم  $2/0\text{ m}$

می کند. آیا (ب) تندی آن و (پ) زاویه  $\phi$  نسبت به زمان تغییر می کند؟ (ت) شعاع مسیر مارپیچی چقدر است؟

۳۱۰۰- یک طیف سنج جرم تجارتمی (به مسئله نمونه ۲۴-۳ نگاه کنید) برای جدا کردن یونهای اورانیوم با جرم  $3/92 \times 10^{-25}\text{ kg}$  و  $3/92 \times 10^{-25}\text{ kg}$  از نمونه های مربوط به کار می رود. یونها توسط اختلاف پتانسیل  $100\text{ kV}$  شتاب می گیرند و سپس وارد میدان مغناطیسی یکنواختی می شوند و در مسیری به شعاع  $1/00\text{ m}$  خم می شوند. یونها پس از انحراف به اندازه  $180^\circ$  و عبور از شکافی به پهنای  $1/00\text{ mm}$  و ارتفاع  $1/00\text{ cm}$  در ظرفی جمع آوری می شوند. (الف) بزرگی میدان مغناطیسی (عمودی) جداکننده چقدر است؟ اگر این دستگاه برای جدا کردن  $100\text{ mg}$  ماده در ساعت به کار رود، (ب) جریان یونهای مورد نظر در دستگاه و (پ) انرژی گرمایی تلف شده را در مدت  $1/00\text{ h}$  محاسبه کنید.

۳۲۰۰- در شکل ۲۴-۴۳، الکترونی با انرژی جنبشی اولیه  $4/0\text{ keV}$  در لحظه  $t=0$  وارد ناحیه ۱ می شود. در آن ناحیه میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $0/010\text{ T}$  و به طرف داخل صفحه برقرار است. الکترون یک نیمدایره را طی می کند و سپس از ناحیه ۱ خارج و به طرف ناحیه ۲ که  $25/0\text{ cm}$  با آن فاصله دارد حرکت می کند. یک اختلاف پتانسیل الکتریکی  $\Delta V = 2000\text{ V}$  در دو سر این فاصله برقرار است با قطبیتی که تندی الکترونها را به طور یکنواخت با عبور از این فاصله افزایش می دهد. در ناحیه ۲ میدان مغناطیسی یکنواختی به طرف خارج از صفحه با بزرگی  $0/020\text{ T}$  وجود دارد. الکترون یک نیمدایره را می پیماید و سپس ناحیه ۲ را ترک می کند. در چه زمان  $t$  آنجا را ترک می کند؟



شکل ۲۴-۴۳ مسئله ۳۲

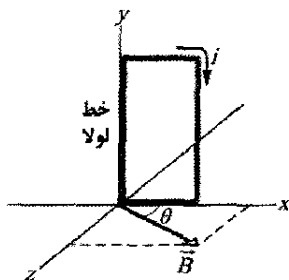
۳۳۰۰- نوع خاصی از ذره بنیادی با تبدیل به یک الکترون  $e^-$  و یک پروتون  $e^+$  واپاشیده می شود. فرض کنید ذره ای که واپاشیده می شود در حالت سکون در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  با بزرگی  $3/52\text{ mT}$  قرار داشته و  $e^-$  و  $e^+$  از نقطه واپاشی در مسیری که در صفحه عمود بر  $\vec{B}$  قرار دارند از هم دور شوند. چه مدت پس از واپاشی  $e^-$  و  $e^+$  برخورد می کنند؟

۳۴۰۰- چشماه ای الکترونی را با تندی  $v = 1/5 \times 10^6\text{ m/s}$  به میدان مغناطیسی یکنواختی با بزرگی  $B = 1/0 \times 10^{-3}\text{ T}$  پرتاب می کند. سرعت الکترون با جهت میدان مغناطیسی زاویه  $\theta = 10^\circ$  می سازد. فاصله  $d$  از نقطه پرتاب که در آن الکترون بعداً خط میدانی را که از نقطه پرتاب می گذرد قطع می کند پیدا کنید.

به قائم) کمترین میدان مغناطیسی که میله را در آستانه لغزش قرار می‌دهد چقدر است؟  
 ۴۶۰۰۰- رسانای دراز صلبی که در امتداد محور  $x$  قرار دارد در جهت منفی  $x$  حامل جریان  $5.0\text{ A}$  است. میدان مغناطیسی موجود  $\vec{B}$  با رابطه  $\vec{B} = 3.0\hat{i} + 8.0x^2\hat{j}$  داده می‌شود که  $x$  بر حسب متر و  $B$  بر حسب میلی تسلاست. برحسب بردار یک، نیروی وارد بر یک بخش  $2.0$  متری این رسانا را که میان  $x = 1.0\text{ m}$  و  $x = 3.0\text{ m}$  قرار دارد پیدا کنید.

### بخش ۲۴-۹ گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریانی

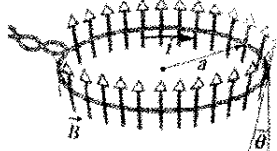
۴۷۰- شکل ۲۴-۴۷ یک پیچه مستطیل شکل را با  $2.0$  دور سیم به ابعاد  $1.0\text{ cm}$  در  $5.0\text{ cm}$  نشان می‌دهد. این پیچه حامل جریان  $0.10\text{ A}$  است و در یک طولش لولا شده است. پیچه در صفحه  $xy$  قرار دارد و با جهت میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی  $0.50\text{ T}$  زاویه  $30^\circ$  می‌سازد. برحسب بردار یک، گشتاور نیروی وارد بر پیچه نسبت به خط لولا چیست؟ SSM



شکل ۲۴-۴۷ مسئله ۴۷

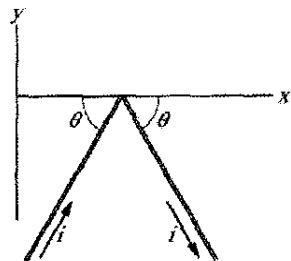
۴۸۰- یک حلقه جریانی تک دور که از آن جریان  $4.00\text{ A}$  می‌گذرد به شکل یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع  $5.0$ ،  $12.0$  و  $13.0$  سانتی‌متر است. این حلقه در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $75.0\text{ mT}$  که جهت آن موازی با جریان در ضلع  $13.0$  سانتی‌متری حلقه است قرار دارد. بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر (الف) ضلع  $13.0$  سانتی‌متری، (ب)  $5.0$  سانتی‌متری و (پ)  $12.0$  سانتی‌متری چقدر است؟

۴۹۰۰- شکل ۲۴-۴۸ یک حلقه سیم به شعاع  $a = 1.8\text{ m}$  را نشان می‌دهد که بر جهت کلی یک میدان مغناطیسی واگرا و با تقارن شعاعی عمود است. بزرگی میدان مغناطیسی در همه جای حلقه یکسان و مساوی  $B = 3.4\text{ mT}$  است و جهت آن در همه جای حلقه با خط عمود بر صفحه حلقه زاویه  $30^\circ$  می‌سازد. سیمهای رابط پیچیده شده اثری در مسئله ندارند. اگر از حلقه جریانی  $i = 4.6\text{ mA}$



شکل ۲۴-۴۸ مسئله ۴۹

و با محور  $x$  زاویه  $\theta = 60^\circ$  می‌سازد و حامل جریان  $2.0\text{ A}$  است. اگر میدان مغناطیسی با (الف)  $4.0\text{ kT}$  و (ب)  $4.0\text{ iT}$  داده شود، نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیم برحسب بردار یک چگونه است؟



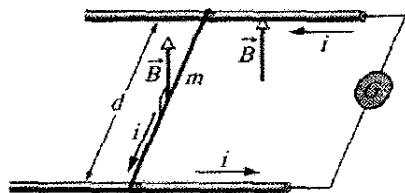
شکل ۲۴-۴۵ مسئله ۴۰

۴۱۰- یک خط قدرت افقی از جنوب به شمال حامل جریان  $5000\text{ A}$  است. میدان مغناطیسی زمین  $(60.0\text{ } \mu\text{T})$  به طرف شمال است و نسبت به افق به اندازه  $70.0^\circ$  به پایین تمایل دارد. (الف) بزرگی و (ب) جهت نیروی مغناطیسی وارد بر  $100\text{ m}$  از سیم ناشی از میدان زمین را پیدا کنید. SSM

۴۲۰- سیمی به طول  $1.80\text{ m}$  حامل جریان  $13.0\text{ A}$  است و با میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $B = 1.50\text{ T}$  زاویه  $35.0^\circ$  می‌سازد. نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را محاسبه کنید.

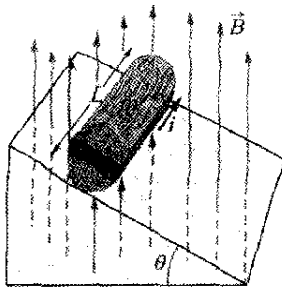
۴۳۰- سیمی به طول  $50.0\text{ cm}$  حامل جریان  $5.00\text{ A}$  در جهت مثبت محور  $x$  در میدان مغناطیسی  $\vec{B} = (3.00\text{ mT})\hat{j} + (1.00\text{ mT})\hat{k}$  است. برحسب بردار یک، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم چیست؟

۴۴۰۰- در شکل ۲۴-۴۶، یک سیم فلزی به جرم  $m = 24.1\text{ mg}$  می‌تواند روی دو ریل موازی افقی به فاصله  $d = 2.56\text{ cm}$  از یکدیگر و با اصطکاک ناچیز بلغزد. این دستگاه در میدان مغناطیسی قائم یکنواختی با بزرگی  $56.3\text{ mT}$  واقع است. در لحظه  $t = 0$ ، وسیله  $G$  به ریلها وصل می‌شود که در سیم و ریلها جریان ثابت  $i = 9.13\text{ mA}$  را ایجاد می‌کند (حتی در وقتی که سیم در حرکت است). در  $t = 61.1\text{ ms}$  (الف) تندی و (ب) جهت حرکت (چپ یا راست) سیم را پیدا کنید.



شکل ۲۴-۴۶ مسئله ۴۴

۴۵۰۰۰- یک میله مسی به جرم  $1.0\text{ kg}$  روی دو ریل افقی به فاصله  $1.0\text{ m}$  از یکدیگر قرار دارد و حامل جریان  $50\text{ A}$  از یک ریل به ریل دیگر است. ضربه اصطکاک استاتیک میان میله و ریلها  $0.60$  است. (الف) بزرگی و (ب) زاویه (نسب



شکل ۲۴-۵۰ مسئله ۵۳

## بخش ۲۴-۱۰ گشتاور دوقطبی مغناطیسی

۵۴۰- یک حلقه سیمی دایره‌ای به شعاع  $15/0\text{ cm}$  حامل جریان  $2/60\text{ A}$  است. این حلقه طوری قرار گرفته است که بردار عمود بر صفحه آن با میدان مغناطیسی یکنواخت با بزرگی  $12/0\text{ T}$  زاویه  $41/0^\circ$  می‌سازد. (الف) بزرگی گشتاور دوقطبی مغناطیسی حلقه را محاسبه کنید. (ب) بزرگی گشتاور نیروی وارد بر حلقه چقدر است؟

۵۵۰- شعاع یک پیچه دایره‌ای با  $160$  دور برابر با  $1/90\text{ cm}$  است. (الف) جریانی را که باعث ایجاد گشتاور دوقطبی مغناطیسی با بزرگی  $2/30\text{ A.m}^2$  می‌شود محاسبه کنید. (ب) بیشینه بزرگی گشتاوری را که به پیچه حامل این جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت  $35/0\text{ mT}$  وارد می‌شود پیدا کنید.

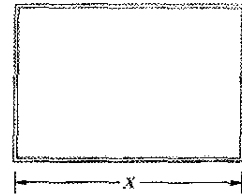
۵۶۰- بزرگی گشتاور دوقطبی مغناطیسی زمین  $8/0 \times 10^{22}\text{ J/T}$  است. فرض کنید که این گشتاور بر اثر بارهایی که در قسمت بیرونی هسته مذاب زمین حرکت می‌کنند ایجاد می‌شود. اگر شعاع مسیر دایره‌ای این بارها  $3500\text{ km}$  باشد، جریانی را که ایجاد می‌کنند محاسبه کنید.

۵۷۰- ضلعهای یک حلقه حامل جریان  $5/0\text{ A}$  به شکل مثلث قائم الزاویه برابر  $30^\circ$ ،  $40^\circ$  و  $50^\circ$  سانتی‌متر است. این حلقه در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $80\text{ mT}$  واقع است که جهت آن با جریان در ضلع  $50^\circ$  سانتی‌متر حلقه موازی است. بزرگی (الف) گشتاور دوقطبی مغناطیسی حلقه و (ب) گشتاور نیروی وارد بر حلقه را پیدا کنید.

۵۸۰- یک دوقطبی مغناطیسی با گشتاور دوقطبی با بزرگی  $0/2\text{ J/T}$  در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $52\text{ mT}$  از حالت سکون رها می‌شود. از چرخش دوقطبی به واسطه نیروی مغناطیسی وارد بر آن نمی‌توان جلوگیری کرد. وقتی که این دوقطبی به اندازه‌ای که گشتاور دوقطبی آن در جهت میدان مغناطیسی است می‌چرخد، انرژی جنبشی آن برابر  $0/80\text{ mJ}$  است. (الف) زاویه اولیه میان گشتاور دوقطبی و میدان مغناطیسی چقدر است؟ (ب) وقتی دوقطبی (به طور لحظه‌ای) بعداً به سکون می‌رسد این زاویه چقدر است؟

۵۹۰- دو حلقه سیم دایره‌ای شکل هم مرکز به شعاعهای  $r_1 = 20/0\text{ cm}$  و  $r_2 = 30/0\text{ cm}$  واقع در صفحه  $xy$ ، هر یک

۵۰۰۰- در شکل ۲۴-۴۹ حلقه مستطیل شکلی که حامل جریان است در صفحه میدان مغناطیسی یکنواختی با بزرگی  $0/040\text{ T}$  قرار دارد. این حلقه شامل یک دور سیم رسانای قابل انعطاف است که دور پایه‌ای قابل انعطاف پیچیده شده است به طوری که ابعاد مستطیل می‌تواند تغییر کند. (طول کل سیم تغییر نمی‌کند). وقتی طول لبه  $x$  تقریباً از صفر تا بیشینه مقدار آن برابر  $4/0\text{ cm}$  تغییر کند، بزرگی گشتاور نیروی  $\tau$  وارد بر حلقه تغییر می‌کند. بیشینه مقدار  $\tau$  برابر با  $4/80 \times 10^{-8}\text{ N}$  است. جریان در حلقه چقدر است؟



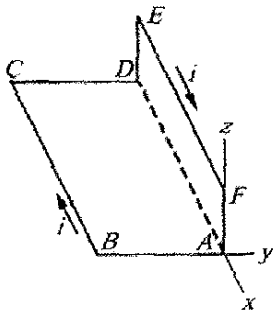
شکل ۲۴-۴۹ مسئله ۵۰

۵۱۰۰- مقاومت پیچه گالوانومتری (به مسئله نمونه ۲۴-۷ نگاه کنید)  $75/3\Omega$  است؛ وقتی جریان  $1/62\text{ mA}$  از پیچه می‌گذرد عقربه آن به طور کامل منحرف می‌شود. (الف) مقدار مقاومت کمکی مورد نیاز جهت تبدیل گالوانومتر به یک ولت‌سنج که در انحراف کامل مقدار  $1/00\text{ V}$  را نشان دهد چقدر است؟ (ب) این مقاومت باید با گالوانومتر به طور متوالی وصل شود یا موازی؟ (پ) مقدار مقاومت کمکی مورد نیاز جهت تبدیل گالوانومتر به یک آمپرسنج که در انحراف کامل مقدار  $50/0\text{ mA}$  را نشان دهد چقدر است؟ (ت) این مقاومت باید به طور متوالی وصل شود یا موازی؟

۵۲۰۰- الکترونی با تندی  $2/19 \times 10^6\text{ m/s}$  روی دایره‌ای به شعاع  $r = 5/29 \times 10^{-11}\text{ m}$  حرکت می‌کند. این مسیر دایره‌ای را به صورت یک حلقه جریان با جریان ثابت برابر با نسبت بزرگی بار الکترون به دوره تناوب حرکت در نظر بگیرید. اگر دایره در میدان مغناطیسی یکنواختی با بزرگی  $B = 7/10\text{ mT}$  قرار گیرد، بیشینه بزرگی ممکن گشتاور نیروی ایجاد شده توسط میدان روی حلقه چقدر است؟

۵۳۰۰- شکل ۲۴-۵۰ یک استوانه چوبی به جرم  $m = 0/250\text{ kg}$  و طول  $L = 0/100\text{ m}$  را نشان می‌دهد که  $N = 10/0$  دور سیم در امتداد طول به دور آن پیچیده شده است، به طوری که صفحه پیچه سیم محور استوانه را شامل می‌شود. این استوانه روی سطح شیب‌داری با زاویه  $\theta$  نسبت به راستای افقی، با صفحه پیچه موازی با سطح شیب‌دار رها می‌شود. اگر بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت  $0/500\text{ T}$  باشد، کمترین جریان در پیچه باید چقدر باشد تا مانع از غلتیدن استوانه به طرف پایین شود؟

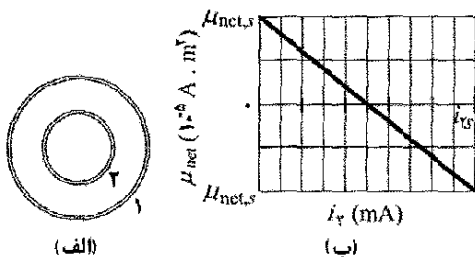
مخالف  $i$  را در قسمت  $AD$  در نظر بگیرید، سپس مسئله را برای دو حلقه مستطیلی  $ABCD$  و  $ADEFA$  حل کنید.



شکل ۲۴-۵۳ مسئله ۶۲

۶۳۰۰- سیمی به طول  $25/0 \text{ cm}$  که حامل جریان  $4/51 \text{ mA}$  است باید به شکل یک پیچه دایره‌ای شکل درآمده و در میدان مغناطیسی یکنواخت  $B$  با بزرگی  $5/71 \text{ mT}$  قرار داده شود. اگر گشتاور نیروی وارد بر پیچه از میدان بیشینه شود، (الف) زاویه میان  $\vec{B}$  و گشتاور دو قطبی مغناطیسی پیچه و (ب) تعداد دورهای پیچه چقدر است؟ (پ) بزرگی این بیشینه گشتاور نیرو چقدر است؟ SSM ILW

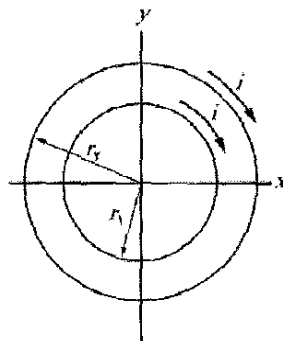
۶۴۰۰- در شکل ۲۴-۵۴ الف، دو پیچه هم مرکز که در یک صفحه واقع اند حامل جریانهایی در جهت مخالف یکدیگرند. جریان در پیچه بزرگتر ۱ ثابت است. جریان  $i_2$  در پیچه ۲ می‌تواند تغییر کند. شکل ۲۴-۵۴ ب گشتاور مغناطیسی خالص دو پیچه را بر حسب تابعی از  $i_2$  به دست می‌دهد. مقیاس محور عمودی با  $\mu_{net,s} = 2/0 \times 10^{-5} \text{ A} \cdot \text{m}^2$ ، و مقیاس محور افقی با  $i_2 = 10/0 \text{ mA}$  مشخص شده‌اند. اگر جریان در پیچه ۲ معکوس شود، بزرگی گشتاور مغناطیسی دو پیچه وقتی  $i_2 = 7/0 \text{ mA}$  باشد چقدر است؟



شکل ۲۴-۵۴ مسئله ۶۴

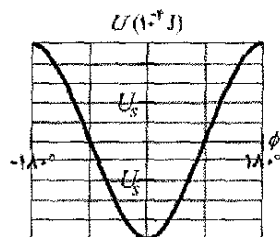
۶۵۰۰- پیچه شکل ۲۴-۵۵ حامل جریان  $i = 2/00 \text{ A}$  است و در جهت نشان داده شده موازی با صفحه  $xy$  دارای  $3/00$  دور و مساحت  $4/00 \times 10^{-3} \text{ m}^2$  است و در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B} = (2/00\hat{i} - 3/00\hat{j} - 4/0\hat{k}) \text{ mT}$  قرار دارد. (الف) انرژی پتانسیل مغناطیسی پیچه- میدان مغناطیسی و (ب) گشتاور نیروی مغناطیسی وارد بر پیچه (بر حسب بردار یک‌ه) را پیدا کنید.

حامل جریان ساعتگرد  $7/00 \text{ A}$  هستند (شکل ۲۴-۵۱). (الف) بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص را پیدا کنید. (ب) اگر در حلقه داخلی جریان معکوس شود محاسبه را تکرار کنید. SSM



شکل ۲۴-۵۱ مسئله ۵۹

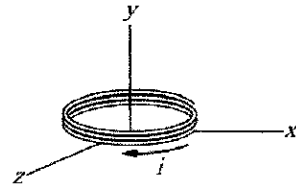
۶۰۰۰- شکل ۲۴-۵۲ انرژی پتانسیل  $U$  یک دو قطبی مغناطیسی واقع در میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}$  را بر حسب زاویه  $\phi$  میان جهت‌های  $\vec{B}$  و گشتاور دو قطبی نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با  $U_s = 2/0 \times 10^{-4} \text{ J}$  مشخص شده است. این دو قطبی می‌تواند برای تغییر  $\phi$ ، حول محوری با اصطکاک ناچیز بچرخد. چرخش پاد ساعتگرد از  $\phi = 0$  مقدارهای مثبت  $\phi$  و چرخش ساعتگرد مقدارهای منفی به دست می‌دهد. دو قطبی در زاویه  $\phi = 0$  با انرژی جنبشی چرخشی  $6/7 \times 10^{-4} \text{ J}$  در جهت چرخش پاد ساعتگرد رها می‌شود. دو قطبی تا چه مقدار بیشینه  $\phi$  خواهد چرخید؟ (به بیان بخش ۸-۶، نقطه برگشت در چاه پتانسیل شکل ۲۴-۵۲ در چه مقدار  $\phi$  است؟)



شکل ۲۴-۵۲ مسئله ۶۰

۶۱۰۰- یک حلقه سیم دایره‌ای شکل به شعاع  $8/0 \text{ cm}$  حامل جریان  $5/20 \text{ A}$  است. بردار یک‌ه موازی با گشتاور دو قطبی  $\vec{\mu}$  با  $\vec{A} = 0/80\hat{i} - 5/60\hat{j}$  داده شده است. اگر حلقه در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B} = (0/25\hat{T})\hat{i} + (0/30\hat{T})\hat{k}$  قرار گیرد، (الف) گشتاور نیروی وارد بر حلقه (بر حسب بردار یک‌ه) و (ب) انرژی پتانسیل مغناطیسی حلقه را پیدا کنید.

۶۲۰۰- شکل ۲۴-۵۳ حلقه جریان  $ABCDEFA$  را نشان می‌دهد که حامل جریان  $i = 5/00 \text{ A}$  است. ضلعهای حلقه با محورهای نشان داده شده موازی‌اند و  $AB = 20/0 \text{ cm}$ ،  $BC = 30/0 \text{ cm}$  و  $FA = 10/0 \text{ cm}$  و گشتاور دو قطبی مغناطیسی این حلقه (بر حسب بردار یک‌ه) را پیدا کنید. (راهنمایی: دو جریان یکنواخت و موازی را با هم ترکیب کنید.)



شکل ۲۴-۵۵ مسئله ۶۵

## مسئله‌های اضافی

۶۶- سیمی که در امتداد محور  $y$  از  $y=0$  تا  $y=0.250\text{ m}$  قرار دارد حامل جریان  $2.00\text{ mA}$  در جهت منفی محور است. این سیم به طور کامل در میدان مغناطیسی غیر یکنواختی قرار دارد که با  $\vec{B} = (0.300\text{ T/m})\hat{y} + (0.400\text{ T/m})\hat{z}$  داده شده است. نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را برحسب بردار یک‌ه را پیدا کنید.

۶۷- فیزیکدانی به نام گوداشمیت<sup>۱</sup> روشی برای اندازه‌گیری دقیق جرم یونهای سنگین با سنجش دورهٔ چرخش آنها در یک میدان مغناطیسی معلوم ابداع کرده است. یون یک بار یونیدهٔ ید در مدت زمان  $1/29\text{ ms}$  در میدان مغناطیسی  $45/0\text{ mT}$  به اندازهٔ  $7/00$  دور می‌چرخد. جرم آن را برحسب یکای جرم اتمی حساب کنید.

۶۸- الکترونی در لامپ تصویر یک تلویزیون قدیمی در میدان مغناطیسی با شدت  $83/0\text{ mT}$  با سرعت  $7/20 \times 10^6\text{ m/s}$  حرکت می‌کند. (الف) بیشینه و (ب) کمینهٔ بزرگی نیروی وارد بر الکترون از طرف میدان چقدر است؟ (پ) در نقطه‌ای شتاب الکترون  $4/9 \times 10^{12}\text{ m/s}^2$  است. زاویهٔ میان سرعت الکترون و میدان مغناطیسی چقدر است؟

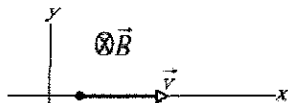
۶۹- یک ساعت دیواری دایره‌ای ساکن دارای صفحه‌ای به شعاع  $15\text{ cm}$  است. شش دور سیم روی پیرامون آن پیچیده شده است؛ این سیم حامل جریان  $2/0\text{ A}$  در جهت ساعتگرد است. ساعت در جایی قرار دارد که میدان مغناطیسی خارجی یکنواختی با بزرگی  $70\text{ mT}$  وجود دارد (اما ساعت هنوز دقیق کار می‌کند). عقربهٔ ساعت شمار در ساعت  $1/00$  بعد از ظهر دقیقاً در جهت میدان مغناطیسی خارجی قرار دارد. (الف) عقربهٔ دقیقه شمار پس از چند دقیقه در جهت گشتاور نیروی وارد بر سیم پیچ بر اثر میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد؟ (ب) بزرگی گشتاور نیرو را پیدا کنید.

۷۰- در آزمایش اثر هال، جریان  $3/0\text{ A}$  از رسانایی به پهنای  $1/0\text{ cm}$  و طول  $4/0\text{ cm}$  و ضخامت  $10\text{ }\mu\text{m}$  عبور می‌کند و وقتی میدان مغناطیسی  $1/5\text{ T}$  به طور عمود از ضخامت رسانا می‌گذرد یک اختلاف پتانسیل عرضی هال (در پهنای برابر با  $10\text{ }\mu\text{V}$  ایجاد می‌کند. از این داده‌ها، (الف) سرعت رانشی حاملهای بار و (ب) چگالی عددی حاملهای بار را پیدا کنید. (پ) روی نمودار قطبیت اختلاف پتانسیل هال را با جهت‌های جریان و میدان مغناطیسی فرض شده و نیز با فرض اینکه حاملهای بار الکترون هستند نشان دهید.

۷۱- اتم  $1$  به جرم  $350\text{ u}$  و اتم  $2$  به جرم  $370\text{ u}$  هر دو با بار  $+e$  یک بار یونیده‌اند. پس از ورود آنها به یک طیف‌سنج جرم (شکل ۲۴-۱۴) و شتاب گرفتن آنها با اختلاف پتانسیل  $V = 7/3\text{ kV}$  از حالت سکون، هر یون در مسیری دایره‌ای در میدان مغناطیسی یکنواخت  $B = 0.50\text{ T}$  حرکت می‌کند. فاصلهٔ  $\Delta x$  میان نقطه‌هایی که یونها با آشکارساز برخورد می‌کنند چقدر است؟

۷۲- الکترونی که با انرژی جنبشی  $2/5\text{ keV}$  در امتداد جهت مثبت محور  $x$  حرکت می‌کند وارد ناحیه‌ای می‌شود که در آن میدان الکتریکی یکنواختی با بزرگی  $10\text{ kV/m}$  در جهت منفی محور  $y$  برقرار است. یک میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  برای حفظ حرکت الکترون در امتداد محور  $x$  برقرار و جهت  $\vec{B}$  طوری انتخاب می‌شود که بزرگی مورد نیاز  $\vec{B}$  را کمینه کند. برحسب بردار یک‌ه  $\vec{B}$  چگونه است؟

۷۳- در شکل ۲۴-۵۶، الکترونی با تسندی  $v = 100\text{ m/s}$  در امتداد محور  $x$  در میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت حرکت می‌کند. جهت میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  به طرف داخل صفحه و بزرگی آن  $5/00\text{ T}$  است. میدان الکتریکی برحسب بردار یک‌ه را پیدا کنید.

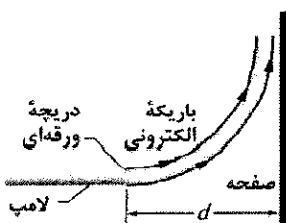


شکل ۲۴-۵۶ مسئله ۷۳

۷۴- باریکه‌ای از الکترون‌ها با انرژی جنبشی  $K$  از یک «دریچه» نازک ورقه‌ای در انتهای یک لولهٔ شتابدهنده خارج می‌شود. یک صفحهٔ فلزی در فاصلهٔ  $d$  از این دریچه به طور عمود بر جهت باریکهٔ خروجی قرار دارد. (شکل ۲۴-۵۷). (الف) نشان دهید که اگر میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  را طوری برقرار کنیم که مقدار آن برابر با

$$B = \sqrt{\frac{2mK}{e^2 d}}$$

باشد، از برخورد باریکه با صفحه می‌توان جلوگیری کرد. در این رابطه  $m$  و  $e$  جرم و بار الکترون هستند. (ب)  $\vec{B}$  باید در چه جهتی باشد؟



شکل ۲۴-۵۷ مسئله ۷۴

۷۵- یک پروتون، یک دوتریون ( $m = 2/0\text{ u}$ ,  $q = +e$ ) و یک

مرجع دانشجویان و مهندسان ایرانی

۸۰- (الف) در شکل ۲۴-۸ نشان دهید که نسبت بزرگی میدان الکتریکی هال  $E$  به بزرگی  $E_C$  میدان الکتریکی مسبب حرکت بار (جریان) در طول نوار عبارت است از

$$\frac{E}{E_C} = \frac{B}{nep}$$

که در آن  $\rho$  مقاومت ویژه ماده و  $n$  چگالی عددی حامل‌های بار است. (ب) مقدار عددی این نسبت را برای مسئله ۱۳ محاسبه کنید. (به جدول ۲۲-۱ نگاه کنید).

۸۱- در لحظه  $t=0$  الکترونی با انرژی جنبشی  $12\text{keV}$  از  $x=0$  در جهت مثبت محور  $x$  که موازی با مؤلفه افقی میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  زمین است حرکت می‌کند. بزرگی مؤلفه قائم رو به پایین میدان برابر با  $550\text{ }\mu\text{T}$  است. (الف) بزرگی شتاب الکترون ناشی از  $\vec{B}$  چقدر است؟ (ب) وقتی که الکترون به نقطه  $x=20\text{ cm}$  می‌رسد، فاصله الکترون از محور  $x$  چقدر است؟ SSM

۸۲- سرعت الکترون وقتی وارد میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B} = 60\hat{i}\text{ }\mu\text{T}$  می‌شود برابر  $\vec{v} = (32\hat{i} + 40\hat{j})\text{ km/s}$  است. (الف) شعاع مسیر مارپیچی الکترون و (ب) گام مسیر چقدر است؟ (پ) از نظر ناظری که به ناحیه میدان مغناطیسی از نقطه ورود الکترون نگاه می‌کند، آیا حرکت مارپیچی الکترون ساعتگرد است یا پاد ساعتگرد؟

۸۳- یک پروتون، یک دوترون ( $q=+e$ ,  $m=2/0u$ ) و یک ذره آلفا ( $q=+2e$ ,  $m=4/0u$ ) همگی با انرژی جنبشی یکسان و در ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  می‌شوند و عمود بر  $\vec{B}$  حرکت می‌کنند. نسبت (الف) شعاع  $r_d$  مسیر دوترون به شعاع  $r_p$  مسیر پروتون و (ب) شعاع  $r_\alpha$  مسیر ذره آلفا به  $r_p$  چقدر است؟

۸۴- ذره‌ای با بار  $2/0\text{ C}$  در میدان مغناطیسی یکنواختی حرکت می‌کند. در یک لحظه سرعت ذره  $(2/0\hat{i} + 4/0\hat{j} + 6/0\hat{k})\text{ m/s}$  و نیروی مغناطیسی وارد بر ذره  $(4/0\hat{i} - 2/0\hat{j} + 12\hat{k})\text{ N}$  است. مؤلفه‌های  $x$  و  $y$  میدان مغناطیسی برابرند.  $\vec{B}$  به چه صورت است؟

۸۵- ذره‌ای با بار  $5/0\text{ }\mu\text{C}$  در ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی  $20\text{ mT}$  و میدان الکتریکی  $300\hat{j}\text{ V/m}$  حرکت می‌کند. در یک لحظه سرعت ذره  $(17\hat{i} - 11\hat{j} + 7/0\hat{k})\text{ km/s}$  است. در این لحظه نیروی الکترومغناطیسی خالص (مجموع نیروهای الکتریکی و مغناطیسی) وارد بر ذره برحسب بردار یکه چیست؟

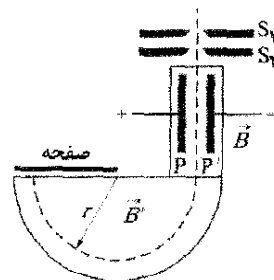
۸۶- سیمی که در امتداد محور  $x$  از  $x=0$  تا  $x=1/00\text{ m}$  قرار دارد حامل جریان  $3/00\text{ A}$  در جهت مثبت  $x$  است. این سیم در میدان مغناطیسی غیر یکنواخت

شتاب می‌گیرند و سپس وارد ناحیه‌ای از میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  می‌شوند و عمود بر  $\vec{B}$  حرکت می‌کنند. نسبت (الف) انرژی جنبشی پروتون  $K_p$  به انرژی جنبشی ذره آلفا  $K_\alpha$  و (ب) انرژی جنبشی دوترون  $K_d$  به  $K_\alpha$  چقدر است؟ اگر شعاع مسیر دایره‌ای پروتون  $10\text{ cm}$  باشد، شعاع (پ) مسیر دوترون و (ت) مسیر ذره آلفا چقدر است؟ SSM

۷۶- پروتونی با بار  $+e$  و جرم  $m$  با سرعت اولیه  $\vec{v} = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j}$  وارد میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B} = B\hat{i}$  می‌شود. عبارتی را برای سرعت  $\vec{v}$  برحسب بردار یکه در هر لحظه  $t$  پیدا کنید.

۷۷- ذره‌ای به جرم  $6/0\text{ g}$  با تندی  $4/0\text{ km/s}$  در صفحه  $xy$  در ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی یکنواخت داده شده با  $5/0\hat{i}\text{ mT}$  حرکت می‌کند. در یک لحظه، وقتی سرعت ذره در جهت  $37^\circ$  نسبت به جهت مثبت محور  $x$  به طور پاد ساعتگرد قرار گرفته است، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره  $0/48\text{ kN}$  است. بار ذره چقدر است؟ SSM

۷۸- طیف سنجی که در شکل ۲۴-۵۸ نشان داده شده است، یونهای را که دارای سرعت یکسانی هستند از هم جدا می‌کند. یونها پس از عبور از دو شکاف  $S_1$  و  $S_2$  از یک جداکننده سرعت عبور می‌کنند که مرکب از یک میدان الکتریکی است که به وسیله صفحه‌های باردار  $P$  و  $P'$  ایجاد می‌شود و یک میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  که عمود بر میدان الکتریکی و مسیر یون است. یونهایی که بدون انحراف از میدانهای عمود برهم  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  عبور می‌کنند وارد ناحیه‌ای می‌شوند که میدان مغناطیسی دوم  $\vec{B}'$  وجود دارد و وادار می‌شوند که مسیرهایی دایره‌ای را طی کنند. یک صفحه عکاسی ورود آنها را ثبت می‌کند. نشان دهید برای یونها  $q/m = E/rBB'$  که در آن  $r$  شعاع مدار دایره‌ای است.



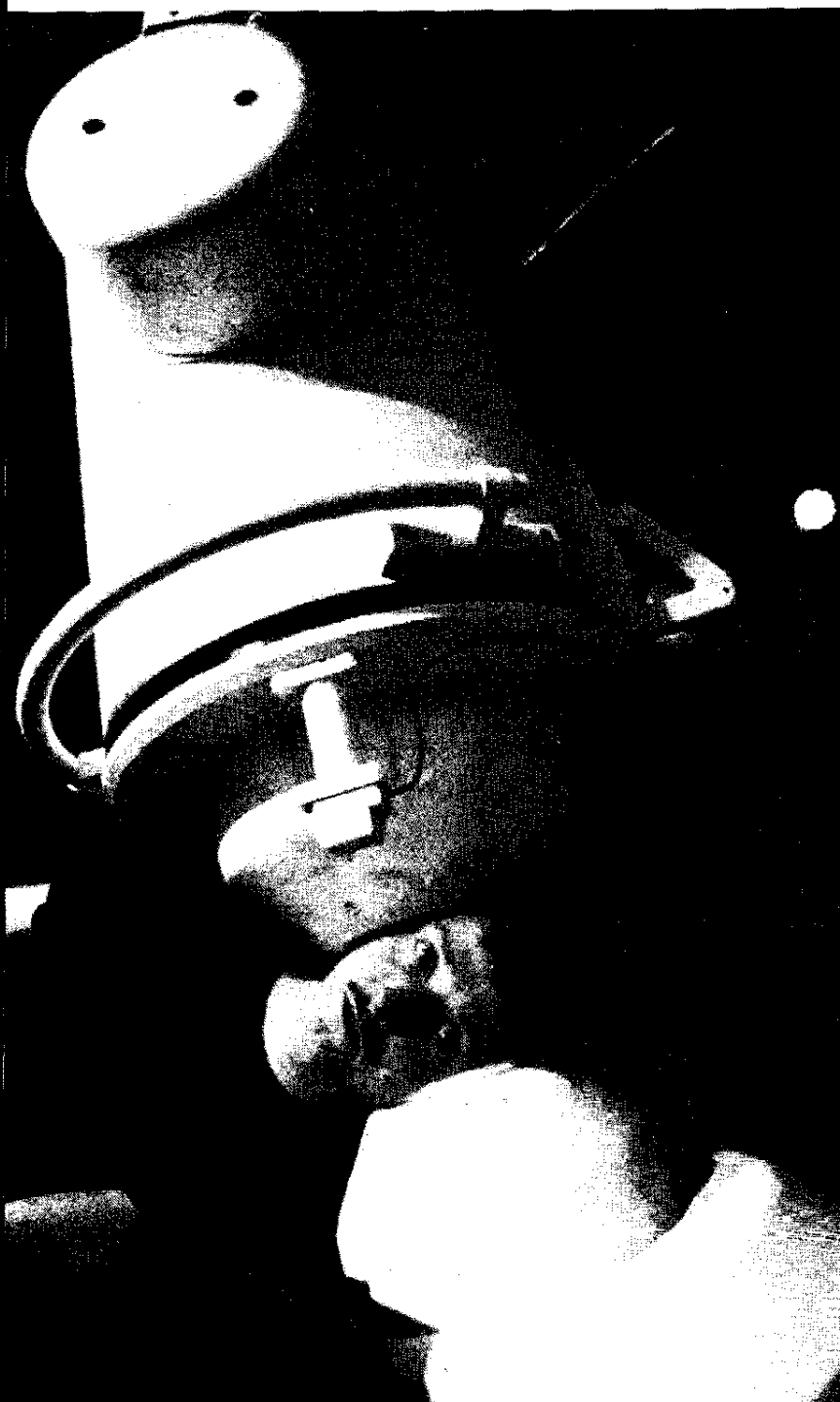
شکل ۲۴-۵۸ مسئله ۷۸

۷۹- در یک لحظه،  $\vec{v} = (-2/00\hat{i} + 4/00\hat{j} - 6/00\hat{k})\text{ m/s}$  سرعت پروتون در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B} = (2/00\hat{i} - 4/00\hat{j} + 8/00\hat{k})\text{ mT}$  است. در این لحظه (الف) نیروی مغناطیسی  $\vec{F}$  وارد بر پروتون برحسب بردار یکه، (ب) زاویه میان  $\vec{v}$  و  $\vec{F}$  و (پ) زاویه میان  $\vec{v}$  و  $\vec{B}$  را پیدا کنید.



مغناطیسی وارد بر سیم را بر حسب بردار یکه پیدا کنید.

۸۷- ثابت کنید که رابطه  $\tau = NIAB \sin \theta$  نه تنها در مورد حلقه مستطیلی شکل ۲۲-۲۴ بلکه در مورد هر حلقه بسته با هر شکلی درست است. (راهنمایی: تا جایی که به توزیع جریان مربوط است، به جای یک حلقه با شکل دلخواه، مجموعه‌ای از حلقه‌های دراز و نازک پهلوی هم و تقریباً مستطیلی شکل را در نظر بگیرید که تقریباً معادل با حلقه با شکل دلخواه است.)



وقتی این جمله را می‌خوانید، ناحیه مشخصی از مغز شما فعال شده است. وقتی گل سرخی را بو می‌کنید یا مدادی را در دست خود حس می‌کنید، ناحیه‌های دیگری فعال می‌شوند. یکی از بهترین راهها برای تعیین اینکه کدام ناحیه فعال شده است این است که میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط این فعال‌سازی را آشکار کنیم. وسیله‌ای که در این تصویر می‌بینید می‌تواند میدان مغناطیسی برقرار شده توسط مغز شخص را آشکار کند به طوری که نقشه فعالیت مغز را بتوان به آنچه که شخص انجام می‌دهد مربوط کرد. با وجود این، هیچ ماده مغناطیسی در مغز وجود ندارد.

پس فعالیت مغز چگونه می‌تواند میدان مغناطیسی ایجاد کند؟

پاسخ در همین فصل.

## ۲۵-۱ فیزیک چیست؟

میدانهای الکتریکی به دلیل پیچیدگی با چالش بیشتری همراه است؛ در حالی که عنصر بار  $dq$  که میدان الکتریکی را ایجاد می‌کند یک نرده‌ای است، عنصر جریان - طول  $ids$  که میدان مغناطیسی را به وجود می‌آورد یک بردار است، که از ضرب یک نرده‌ای در بردار حاصل می‌شود.

معلوم شده است که بزرگی میدان  $dB$  ایجاد شده در نقطه  $P$  در فاصله  $r$  توسط یک عنصر جریان - طول  $ids$  عبارت است از

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{ids \sin \theta}{r^2} \quad (1-25)$$

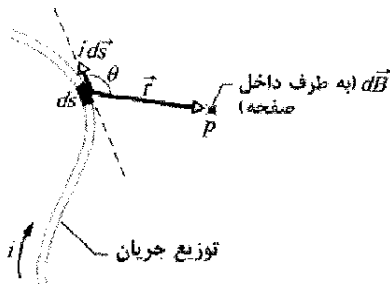
که در آن  $\theta$  زاویه میان جهت‌های  $ds$  و  $\hat{r}$  است که  $\hat{r}$  بردار یکه‌ای است که از  $ds$  به طرف  $P$  کشیده می‌شود. نماد  $\mu_0$  ثابتی به نام ثابت تراوایی است که مقدار آن به طور دقیق به صورت زیر تعریف شده است

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A} \approx 1/26 \times 10^{-6} \text{ T.m/A} \quad (2-25)$$

جهت  $dB$ ، همان‌طور که در شکل ۱-۲۵ به طرف داخل صفحه نشان داده شده است، همان جهت ضرب برداری  $ds \times \hat{r}$  است. بنابراین، معادله ۱-۲۵ را می‌توان در شکل برداری به صورت زیر نوشت

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{ids \times \hat{r}}{r^2} \quad (3-25) \quad (\text{قانون بیو-سوار})$$

این معادله برداری و شکل نرده‌ای آن، معادله ۱-۲۵ به نام قانون بیو<sup>۲</sup> و سوار<sup>۳</sup> شناخته شده است. این قانون، که به طور تجربی به دست آمده است، یک قانون عکس مجذوری است. از این قانون برای محاسبه میدان مغناطیسی خالص  $\vec{B}$  که در یک نقطه توسط توزیعهای مختلف جریان ایجاد شده است استفاده خواهیم کرد.



شکل ۱-۲۵ عنصر جریان - طول  $ids$  یک میدان مغناطیسی دیرانسلی  $dB$  در نقطه  $P$  ایجاد می‌کند. علامت  $\times$  (انتهای یک پیکان) در نقطه  $P$  بیانگر این است که  $dB$  در آنجا به سمت داخل صفحه است.

یک عقیده اساسی در فیزیک این است که یک ذره باردار متحرک در اطراف خود میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند. بنابراین، جریانی از ذره‌های باردار متحرک، یک میدان مغناطیسی در اطراف جریان ایجاد می‌کند. این مشخصه الکترومغناطیس که مطالعه آثار الکتریکی و مغناطیسی را در هم می‌آمیزد، برای مردمانی که آن را کشف کرده‌اند شگفت انگیز بوده است. چه شگفت انگیز باشد یا نباشد، این مشخصه در زندگی روزمره اهمیت فوق العاده‌ای داشته است چون اساس وسایل بی‌شمار الکترومغناطیسی همین امر است. برای مثال، میدان مغناطیسی که به وسیله یک جریان الکتریکی ایجاد می‌شود در ماشینهایی که نوارها یا دیسکهای رمزگذاری شده را به طور مغناطیسی ثبت می‌کنند یا می‌خوانند مانند دیسکهای نرم رایانه‌های قدیمی، نوارهای صوتی و تصویری یافت می‌شود. چنین میدانی در قطارهایی که به طور مغناطیسی بالاتر از ریل حرکت می‌کنند (قطارهای مگ لو)<sup>۱</sup> و وسایل دیگری که برای بلند کردن بارهای سنگین به کار می‌روند نیز یافت می‌شود.

قدم اول در این فصل عبارت است از تعیین میدان مغناطیسی ناشی از جریان در بخش خیلی کوچکی از سیم حامل جریان. سپس میدان مغناطیسی ناشی از کل سیم را برای چند آرایش مختلف سیم محاسبه می‌کنیم.

## ۲-۲۵ محاسبه میدان مغناطیسی ناشی از

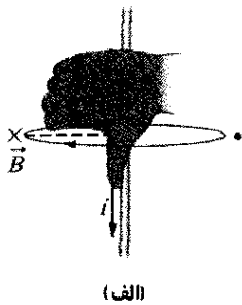
## جریان

شکل ۱-۲۵ سیمی به شکل دلخواه، حامل جریان  $i$  را نشان می‌دهد. می‌خواهیم میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  را در نزدیکی نقطه  $P$  پیدا کنیم. ابتدا به طور ذهنی سیم را به عنصرهای دیرانسلی  $ds$  تقسیم و سپس برای هر عنصر یک بردار طول  $ds$  تعریف می‌کنیم که طول آن  $ds$  و جهت آن همان جهت جریان در  $ds$  باشد. سپس یک عنصر جریان - طول دیرانسلی به صورت  $ids$  تعریف می‌کنیم؛ می‌خواهیم میدان  $dB$  ایجاد شده در  $P$  توسط یک عنصر جریان - طول نوعی را محاسبه کنیم. از تجربه درمی‌یابیم که مانند میدانهای الکتریکی، میدانهای مغناطیسی باید بر هم نهاده شوند تا میدان خالص به دست آید. بنابراین، میدان خالص  $\vec{B}$  در نقطه  $P$  را با جمع کردن از طریق انتگرالگیری سهمهای  $dB$  از تمامی عنصرهای جریان - طول محاسبه می‌کنیم. ولی، این جمع کردن نسبت به فرایند مربوط به

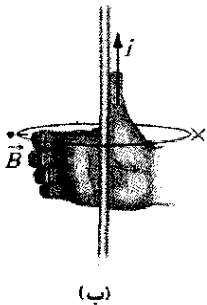
در اینجا از قاعده ساده دست راست برای پیدا کردن جهت میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط یک عنصر جریان-طول، مانند بخشی از یک سیم دراز، استفاده می‌کنیم.

قاعده دست راست: عنصر طول را در دست راست خود طوری بگیرید که انگشت شست در جهت جریان باشد. در این صورت انگشت‌های دیگر که طبیعتاً به دور سیم می‌پیچند در جهت خط‌های میدان مغناطیسی ناشی از آن عنصر خواهند بود.

نتیجه کاربرد قاعده دست راست در مورد جریان در سیم مستقیم شکل ۲-۲۵ در شکل ۴-۲۵ الف در نمای از پهلو نشان داده شده است. برای تعیین جهت میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  ایجاد شده در هر نقطه معین توسط این جریان، به طور ذهنی انگشت‌های دست راست خود را دور سیم طوری بپیچید که انگشت شست در جهت جریان باشد. حال نوک انگشت‌های دست خود را از آن نقطه بگذرانید؛ در این صورت جهت آنها جهت میدان مغناطیسی در آن نقطه را نشان خواهند داد. در شکل ۲-۲۵،  $\vec{B}$  در هر نقطه بر خط شعاعی عمود است؛ در شکل ۴-۲۵، بر خط چین شعاعی وصل کننده آن نقطه و جریان عمود است.



(الف)



(ب)

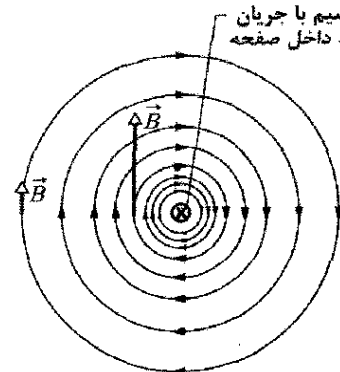
شکل ۴-۲۵ قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان را به دست می‌دهد. (الف) وضعیت شکل ۲-۲۵ که از پهلو دیده می‌شود. میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  در هر نقطه در سمت چپ سیم بر خط چین شعاعی عمود و همان‌طور که با علامت  $\times$  نشان داده شده در جهت انگشت‌هاست. اگر جریان معکوس شود،  $\vec{B}$  در هر نقطه در سمت چپ سیم باز هم بر خط چین شعاعی عمود است ولی همان‌طور که با علامت  $\odot$  نشان داده شده به سمت خارج صفحه است.

## میدان‌های مغناطیسی ناشی از جریان در یک سیم مستقیم دراز

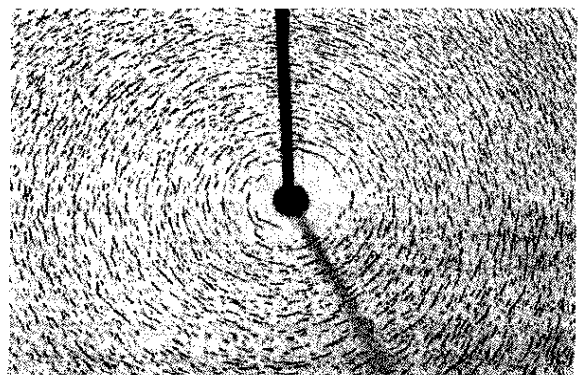
با استفاده از قانون بیو و ساوار به سادگی ثابت خواهیم کرد که بزرگی میدان مغناطیسی در فاصله عمودی  $R$  از یک سیم مستقیم دراز (بینهایت) حامل جریان  $i$  با معادله زیر داده می‌شود

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \quad (۴-۲۵) \quad (\text{سیم مستقیم دراز})$$

بزرگی میدان  $B$  در معادله ۴-۲۵ فقط به جریان و فاصله عمودی  $R$  آن نقطه از سیم بستگی دارد. همان‌طور که شکل ۲-۲۵ نشان می‌دهد و براده‌های آهن در شکل ۳-۲۵ دلالت بر آن دارد، در محاسبه خود نشان خواهیم داد که خط‌های میدان  $\vec{B}$  دایره‌های هم مرکزی را دور سیم تشکیل می‌دهند. زیاد شدن فاصله بین خط‌ها در شکل ۲-۲۵ با افزایش فاصله از سیم حاکی از آن است که بزرگی  $\vec{B}$  بنابر معادله ۴-۲۵ متناسب با  $\frac{1}{R}$  کاهش می‌یابد. طول‌های دو بردار  $\vec{B}$  در شکل نیز کاهش با  $\frac{1}{R}$  را نشان می‌دهد.

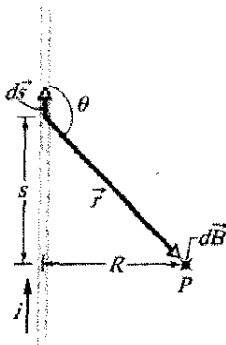


شکل ۲-۲۵ خط‌های میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط جریان در یک سیم مستقیم دراز به شکل دایره‌های هم مرکز به دور سیم هستند. در اینجا جریان همان‌طور که با  $\times$  نشان داده شده است به طرف داخل صفحه است.



شکل ۳-۲۵ براده‌های آهنی که روی مقوا ریخته شده‌اند با عبور جریان از سیم مرکزی روی دایره‌های هم مرکزی جمع می‌شوند. این سمبکیری که در راستای خط‌های میدان مغناطیسی است بر اثر میدان مغناطیسی ناشی از جریان حاصل شده است.

## اثبات معادله ۲۵-۴



شکل ۲۵-۵ محاسبه میدان مغناطیسی ایجاد شده به وسیله جریان  $i$  در یک سیم مستقیم دراز. میدان  $d\vec{B}$  در نقطه  $P$  همان‌طور که نشان داده شده است، به عنصر جریان-طول  $i ds$  مربوط است و در جهت رو به داخل صفحه قرار دارد.

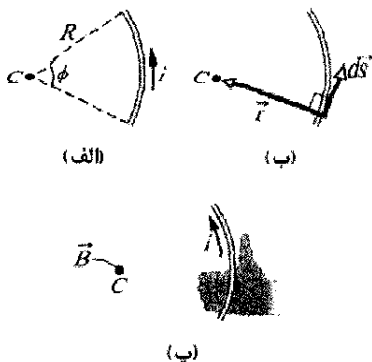
بینهایت دراز در شکل ۲۵-۵ نصف این مقدار خواهد شد؛ یعنی

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \quad (۷-۲۵) \quad (\text{سیم مستقیم نیم بینهایت})$$

### میدان مغناطیسی ناشی از جریان در سیمی به شکل کمان دایره‌ای

برای یافتن میدان مغناطیسی ناشی از جریان در سیمی منحنی شکل در یک نقطه دوباره از معادله ۱-۲۵ استفاده می‌کنیم. برای این کار بزرگی میدان ناشی از یک عنصر جریان-طول را می‌نویسیم و دوباره برای به دست آوردن میدان خالص ایجاد شده از همه عنصرهای جریان-طول، انتگرال می‌گیریم. این انتگرالگیری بسته به شکل سیم ممکن است مشکل باشد؛ ولی، وقتی سیم به شکل کمان دایره‌ای و نقطه در مرکز انحنا باشد، انتگرالگیری نسبتاً ساده است.

شکل ۲۵-۶ الف، چنین سیم کمان شکلی را با زاویه مرکزی  $\phi$ ، و شعاع  $R$  و مرکز  $C$  نشان می‌دهد که حامل جریان  $i$  است. در نقطه  $C$  هر عنصر جریان-طول  $i ds$  از سیم یک میدان



شکل ۲۵-۶ الف) سیمی به شکل کمان دایره‌ای با مرکز  $C$  حامل جریان  $i$  است. (ب) برای هر عنصر سیم در روی کمان، زاویه میان جهت‌های  $d\vec{s}$  و  $\hat{r}$  برابر با  $90^\circ$  است. (پ) چگونگی تعیین جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان داخل سیم در مرکز  $C$ ؛ میدان در جهت انگشتها، به سمت خارج از صفحه است و با نقطه‌ای در  $C$  نشان داده شده است.

شکل ۲۵-۵، درست مانند شکل ۲۵-۱ است و کار مهمی را که در دست داریم شرح می‌دهد با این تفاوت که حالا سیم مستقیم و طول آن بینهایت است. می‌خواهیم میدان  $\vec{B}$  را در نقطه  $P$ ، واقع در فاصله عمودی  $R$  از سیم پیدا کنیم. بزرگی میدان مغناطیسی دیفرانسیلی ایجاد شده در نقطه  $P$  توسط عنصر جریان-طول  $i ds$  واقع در فاصله  $r$  از نقطه  $P$  با معادله ۱-۲۵ داده می‌شود

$$dB = \frac{\mu_0 i ds \sin \theta}{4\pi r^2}$$

جهت  $d\vec{B}$  در شکل ۲۵-۵ همان  $\vec{ds} \times \hat{r}$  جهت  $\vec{ds} \times \hat{r}$ ، یعنی به طور مستقیم به داخل صفحه است.

توجه کنید که  $d\vec{B}$  در نقطه  $P$  برای تمام عنصرهای جریان-طول تقسیم شده سیم همین جهت را دارد. بنابراین، بزرگی میدان مغناطیسی ایجاد شده در نقطه  $P$  توسط عنصرهای جریان-طول در نیمه بالایی سیم بینهایت دراز با انتگرالگیری  $d\vec{B}$  در معادله ۱-۲۵ از  $0$  تا  $\infty$  به دست می‌آید.

اکنون یک عنصر جریان-طول را در نیمه پایینی سیم در نظر می‌گیریم که فاصله آن در پایین نقطه  $P$  برابر فاصله  $d\vec{s}$  در بالای نقطه  $P$  باشد. بنابر معادله ۲۵-۳ میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط این عنصر جریان-طول در نقطه  $P$  همان بزرگی و جهت میدان حاصل از عنصر  $i ds$  در شکل ۲۵-۵ را دارد. افزون بر این، میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط نیمه پایینی سیم دقیقاً همان است که توسط نیمه بالایی سیم ایجاد شده است. برای به دست آوردن بزرگی میدان مغناطیسی کل  $\vec{B}$  در نقطه  $P$ ، کافی است که نتیجه به دست آمده از انتگرالگیری را در ۲ ضرب کنیم. داریم

$$B = 2 \int_0^\infty dB = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \theta ds}{r^2} \quad (۵-۲۵)$$

متغیرهای  $\theta$ ،  $s$  و  $r$  در این معادله مستقل نیستند؛ شکل ۲۵-۵ رابطه بین آنها را به صورت زیر نشان می‌دهد

$$r = \sqrt{s^2 + R^2}$$

و

$$\sin \theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{R}{\sqrt{s^2 + R^2}}$$

با قراردادن این مقادیر و استفاده از انتگرال ۱۹ پیوست (ث)، معادله ۲۵-۵ به صورت زیر درمی‌آید

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_0^\infty \frac{R ds}{(s^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \left[ \frac{s}{(s^2 + R^2)^{1/2}} \right]_0^\infty = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \quad (۶-۲۵)$$

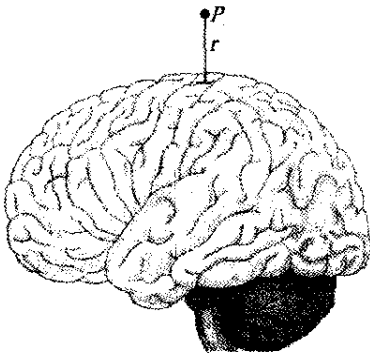
این همان رابطه‌ای است که می‌خواستیم اثبات کنیم. توجه کنید که میدان مغناطیسی در  $P$  ناشی از نیمه پایینی یا نیمه بالایی سیم مرجع دانشجویان و مهندسیان هواد شده است.

نقطه  $P$  واقع در فاصله  $r=2\text{ cm}$  از تپ از معادله ۱-۲۵ استفاده می‌کنیم. فرض کنید مسیر تپ بر سطح مغز مماس در نظر گرفته شود به طوری که زاویه  $\theta$  در معادله ۱-۲۵ برابر  $90^\circ$  باشد. در یک تپ نوعی، جریان برابر  $i=10\text{ }\mu\text{A}$  و طول مسیر رسانا حدود  $1\text{ mm}$  است. فرض کنید این طول به اندازه‌ای کوتاه است که در معادله ۱-۲۵ به جای عنصر طول  $ds$  می‌توان  $1\text{ mm}$  را قرار داد. از معادله ۱-۲۵ خواهیم داشت

$$B = \frac{(\frac{4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}}{4\pi}) (\frac{10 \times 10^{-6} \text{ A}}{(2 \times 10^{-2} \text{ m})^2}) (1 \times 10^{-2} \text{ m})}{(2 \times 10^{-2} \text{ m})^2} \sin 90^\circ$$

$$= 2/5 \times 10^{-12} \text{ T} \approx 2\text{ pT}$$

این میدان مغناطیسی خیلی کوچکی است، بیش از یک میلیون بار ضعیفتر از میدان مغناطیسی زمین در محل شما. بنابراین، اگر بخواهید میدان مغناطیسی مغز را آشکار کنید، نمی‌توانید به سادگی قطب نمایی را نزدیک مغز بگیرید و انتظار داشته باشید که فعالیت مغز عقربه قطب‌نما را بچرخاند. بلکه به ابزارهای بسیار حساسی به نام اسکوئید<sup>۱</sup> نیاز دارید که میدانهای مغناطیسی کمتر از  $1\text{ pT}$  را اندازه‌گیری کند، و حتی باید مراقب باشید که چشمه‌های دیگر میدانهای مغناطیسی متغیر در حوزه آشکارسازی را حذف کنید.



شکل ۷-۲۵ تپی در دیواره شکاف در سطح مغز در نقطه  $P$  و در فاصله  $r$  یک میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند.

### مسئله نمونه ۱-۲۵ مهارت خود را تقویت کنید

سیم شکل ۸-۲۵ الف حامل جریان  $i$  و شامل کمائی دایره‌ای به شعاع  $R$  و زاویه مرکزی  $\frac{\pi}{4}\text{ rad}$ ، و دو بخش مستقیم است که امتداد آنها در مرکز  $C$  یکدیگر را قطع می‌کنند. میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  ایجاد شده توسط جریان در  $C$  چقدر است؟

**نکته‌های کلیدی** در اینجا می‌توان با به کار بردن قانون بیو-ساور، معادله ۳-۲۵، در سیم میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  را در نقطه  $C$  به دست آورد. با محاسبه  $\vec{B}$  در سه بخش مجزای سیم-یعنی (۱) بخش مستقیم در چپ، (۲) بخش مستقیم در راست، و (۳) کمان دایره‌ای کاربرد معادله ۳-۲۵ ساده می‌شود.

[www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com)

مغناطیسی با بزرگی  $dB$  ایجاد می‌کند که با رابطه ۱-۲۵ داده می‌شود. افزون بر این، همان‌طور که شکل ۶-۲۵ نشان می‌دهد، مهم نیست که این عنصر کجای سیم باشد، زاویه  $\theta$  میان بردارهای  $d\vec{s}$  و  $\hat{r}$  برابر با  $90^\circ$  است، هم‌چنین  $r=R$  است. بنابراین، با قراردادن  $R$  به جای  $r$  و  $90^\circ$  به جای  $\theta$  در معادله ۱-۲۵، به دست می‌آوریم

$$dB = \frac{\mu_0 i ds \sin 90^\circ}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 i ds}{4\pi R^2} \quad (۸-۲۵)$$

میدان حاصل از هر عنصر جریان-طول در کمان در نقطه  $C$  همین بزرگی را دارد.

به کار بردن قانون دست راست در هر نقطه از طول سیم (مانند شکل ۶-۲۵) نشان می‌دهد که همه میدانهای دیفرانسیلی  $d\vec{B}$  در  $C$  جهت یکسانی دارند-مستقیماً رو به خارج صفحه. بنابراین، میدان کل در نقطه  $C$  به طور ساده جمع (از طریق انتگرالگیری) همه میدانهای  $d\vec{B}$  است. از تساوی  $ds = R d\phi$  برای تغییر متغیر انتگرالگیری از  $ds$  به  $d\phi$  استفاده می‌کنیم و از معادله ۸-۲۵ به دست می‌آوریم

$$B = \int dB = \int_0^{\phi} \frac{\mu_0 i R d\phi}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_0^{\phi} d\phi$$

با انتگرالگیری داریم

$$B = \frac{\mu_0 i \phi}{4\pi R} \quad (۹-۲۵) \quad (\text{در مرکز کمان دایره‌ای})$$

توجه کنید که این معادله فقط میدان مغناطیسی را در مرکز خمیدگی یک کمان دایره‌ای حامل جریان به دست می‌دهد. وقتی در معادله مقدار عددی قرار می‌دهیم باید مراقب باشیم که  $\phi$  را به جای درجه برحسب رادیان بنویسیم. برای مثال، برای پیدا کردن بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز سیم دایره‌ای حامل جریان، به جای  $\phi$  مقدار  $2\pi$  رادیان را در معادله ۹-۲۵ قرار می‌دهیم، داریم

$$B = \frac{\mu_0 i (2\pi)}{4\pi R} = \frac{\mu_0 i}{2R} \quad (۱۰-۲۵) \quad (\text{در مرکز دایره کامل})$$

### میدان مغناطیسی ناشی از فعالیت مغز

دانشمندان، پژوهشگران پزشکی و فیزیولوژیستها به درک چگونگی عملکرد مغز انسان علاقه‌مندند. یکی از وسایل جدید آنها مگنتوآنسفالوگرافی (MEG) است، و آن روشی است که در آن میدانهای مغناطیسی مغز شخص وقتی فعالیتی مانند مطالعه انجام می‌دهد، نمایش داده می‌شود. این کار بخشی از مغز، مثل بخشی که مطالعه را پردازش می‌کند فعال می‌سازد و تپهای الکتریکی ضعیفی را باعث می‌شود که در مسیرهای رسانایی میان سلولهای مغز فرستاده می‌شوند. مانند هر جریان دیگری، هر تپی میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند.

میدانهای مغناطیسی آشکار شده در MEG احتمالاً توسط تپهایی در دیواره‌های شکافهای (شقاقهای) واقع در سطح مغز ایجاد شوند (شکل ۷-۲۵). برای برآورد بزرگی چنین میدانی

مغز و دانشجویان و مهندسين مواد



**میدان خالص:** به طور کلی، وقتی دو یا سه میدان مغناطیسی را برای پیداکردن میدان مغناطیسی خالص ترکیب می‌کنیم، میدانها را باید به صورت بردار ترکیب کنیم نه به طور ساده بزرگی آنها را با هم جمع کنیم. البته، در اینجا فقط کمان دایره‌ای در نقطه  $C$  میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند. بنابراین، می‌توان بزرگی میدان خالص  $\vec{B}$  را به صورت زیر نوشت

$$B = B_1 + B_2 + B_3 = 0 + 0 + \frac{\mu_0 i}{\lambda R} = \frac{\mu_0 i}{\lambda R} \quad (\text{پاسخ})$$

جهت  $B$  در جهت  $\vec{B}_3$ ، یعنی به طرف داخل شکل ۸-۲۵ است.

### مسئله نمونه ۲-۲۵ مهارت خود را تقویت کنید

شکل ۹-۲۵ الف دو سیم دراز موازی را که حامل جریانهای  $i_1$  و  $i_2$  در خلاف جهت یکدیگرند نشان می‌دهد. بزرگی و جهت میدان مغناطیسی در نقطه  $P$  چقدر است؟ فرض کنید  $i_1 = 15A$ ،  $i_2 = 32A$  و  $d = 5/3 \text{ cm}$ .

**نکته‌های کلیدی (۱)** میدان مغناطیسی خالص  $\vec{B}$  در نقطه  $P$  عبارت است از جمع برداری میدانهای مغناطیسی حاصل از دو سیم. (۲) می‌توان میدان مغناطیسی حاصل از هر جریانی را با استفاده از قانون بیو-سوار در مورد جریان به دست آورد. در مورد نقطه‌های نزدیک جریان در سیم مستقیم دراز، این قانون به معادله ۴-۲۵ می‌انجامد.

**تعیین بردارها:** در شکل ۹-۲۵ الف، نقطه  $P$  در فاصله  $R$  از هردو جریان  $i_1$  و  $i_2$  قرار دارد. بنابراین، از معادله ۴-۲۵ معلوم می‌شود که در نقطه  $P$  این جریانه‌ها میدانهای مغناطیسی  $B_1$  و  $B_2$  را با بزرگیهای زیر ایجاد می‌کنند

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi R} \quad \text{و} \quad B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi R}$$

در مثلث قائم‌الزاویه شکل ۹-۲۵ الف، توجه کنید که زاویه‌های قاعده (بین ضلعهای  $R$  و  $d$ ) هر دو  $45^\circ$  است. از این می‌توان نوشت  $\cos 45^\circ = R/d$  و  $d \cos 45^\circ$  را به جای  $R$  قرار داد. پس بزرگی میدانهای  $B_1$  و  $B_2$  عبارت‌اند از

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d \cos 45^\circ} \quad \text{و} \quad B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d \cos 45^\circ}$$

برای یافتن جمع برداری آنها،  $\vec{B}_1$  و  $\vec{B}_2$  را ترکیب می‌کنیم، که میدان خالص  $\vec{B}$  در  $P$  حاصل می‌شود. برای پیدا کردن جهت‌های  $\vec{B}_1$  و  $\vec{B}_2$  قاعده دست راست شکل ۴-۲۵ را برای هر یک از جریانه‌های شکل ۹-۲۵ الف به کار می‌بریم. در مورد سیم ۱، با جریان به طرف بیرون صفحه، انگشت شست را به طرف بیرون صفحه می‌گیریم و به طور ذهنی سیم را با دست راست حلقه می‌کنیم به طوری که شست به طرف خارج صفحه باشد.

انگشتان خم شده نشان می‌دهند که خط‌های میدان پاد چرخش دارند. به ویژه، در ناحیه نقطه  $P$ ، آنها متوجه بالا و به

بخش‌های مستقیم: برای هر عنصر جریان-طول در بخش ۱، زاویه  $\theta$  میان  $d\vec{s}$  و  $\hat{r}$  صفر است (معادله ۸-۲۵ ب)؛ پس از معادله ۱-۲۵ داریم

$$dB_1 = \frac{\mu_0 i ds \sin \theta}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 i ds \sin 0}{4\pi r^2} = 0$$

بنابراین، جریان در کل طول بخش مستقیم ۱ در ایجاد میدان مغناطیسی در  $C$  سهمی ندارد

$$B_1 = 0$$

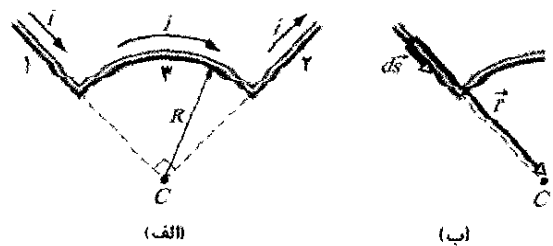
وضعیت مشابهی در بخش مستقیم ۲ برقرار است که در آن زاویه  $\theta$  میان  $d\vec{s}$  و  $\hat{r}$  در مورد هر عنصر جریان-طول برابر  $180^\circ$  است. پس

$$B_2 = 0$$

**کمان دایره‌ای:** کاربرد قانون بیو-سوار برای محاسبه میدان مغناطیسی در مرکز یک کمان دایره‌ای به معادله ۹-۲۵، می‌انجامد. در اینجا زاویه مرکزی  $\phi$  برابر  $\pi/2 \text{ rad}$  است. بنابراین، از معادله ۹-۲۵، بزرگی میدان مغناطیسی  $\vec{B}_3$  در مرکز  $C$  کمان عبارت است از

$$B_3 = \frac{\mu_0 i (\pi/2)}{4\pi R} = \frac{\mu_0 i}{\lambda R}$$

برای یافتن جهت  $\vec{B}_3$ ، قاعده دست راست را مانند شکل ۴-۲۵ به کار می‌بریم. به طور ذهنی دست راست خود را مانند شکل ۸-۲۵ پ به دور کمان دایره‌ای حلقه کنید به طوری که شست شما در جهت جریان باشد. جهتی که انگشتان دست دور سیم می‌چرخند جهت خط‌های میدان مغناطیسی دور سیم را مشخص می‌کند. در ناحیه نقطه  $C$  (داخل کمان دایره‌ای)، انگشتان دست به داخل صفحه است. پس،  $\vec{B}_3$  متوجه داخل آن صفحه است.



$$\times \vec{B}_3$$

(پ)

شکل ۸-۲۵ (الف) سیمی با دو بخش مستقیم (۱ و ۲) و یک کمان دایره‌ای (۳) حامل جریان  $i$  است. (ب) در مورد عنصر جریان-طول بخش ۱، زاویه میان  $d\vec{s}$  و  $\hat{r}$  صفر است. (پ) با تعیین جهت میدان مغناطیسی  $\vec{B}_3$  در  $C$  ناشی از جریان در کمان دایره‌ای، میدان به طرف داخل صفحه است.

که در آن  $B_1$  و  $B_2$  در بالا داده شده‌اند، خواهیم داشت

$$\phi = \tan^{-1} \frac{i_1}{i_2} = \tan^{-1} \frac{15A}{32A} = 25^\circ$$

پس زاویه میان جهت  $\vec{B}$  و محور  $x$  نشان داده شده در شکل ۲۵-۲ ب عبارت است از

$$\phi + 45^\circ = 25^\circ + 45^\circ = 70^\circ \quad (\text{پاسخ})$$

## تدبیرهای حل مسئله

### تدبیر ۱: قاعده‌های دست راست

جهت کمک به طبقه‌بندی قاعده‌های مربوط به دست راست که دیدید (و آنهایی که بعداً خواهند آمد) در اینجا بر آنها مروری می‌کنیم.

**قاعده دست راست برای ضرب برداری.** این قاعده در بخش ۳-۸ معرفی شد، این روشی است که جهت بردار حاصل از ضرب برداری را تعیین می‌کند. انگشتان دست راست خود را در راستای اولین بردار در ضرب به سمت بردار دوم با زاویه کوچکتر میان دو بردار خم می‌کنیم. انگشت شست کشیده شده جهت بردار حاصل از ضرب برداری را به دست می‌دهد. در فصل ۱۱ برای یافتن جهت بردارهای گشتاور نیرو و بردار اندازه حرکت زاویه‌ای؛ در فصل ۲۴ برای پیدا کردن جهت نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی، از قاعده دست راست استفاده کردیم.

**قاعده‌های دست راست خمیده- مستقیم برای مغناطیس.** در خیلی از موارد مربوط به مغناطیس، لازم است بین یک عنصر «خمیده» و یک عنصر «مستقیم» رابطه‌ای برقرار کنیم. می‌توان این کار را با انگشتان (خمیده) و شست (مستقیم) دست راست انجام داد. قبلاً در مثالی در بخش ۹-۲۴ مشاهده کردیم که جریان دور یک حلقه (عنصر خمیده) به بردار عمود  $\vec{n}$  (عنصر مستقیم) حلقه مربوط است: اگر انگشتان دست راست خود را دور جریان حلقه کنیم، در این صورت انگشت شست جهت  $\vec{n}$  را به دست می‌دهد. این جهت گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}$  حلقه را نیز نشان می‌دهد.

در این بخش دومین قانون دست راست خمیده- مستقیم را مشاهده کردیم. برای تعیین جهت خطهای میدان مغناطیسی به دور یک عنصر جریان- طول، انگشت شست دست راست خود را در جهت جریان قرار می‌دهیم. آنگاه انگشتان دور عنصر جریان- طول در جهت خطهای میدان می‌پیچند.

### ۲۵-۳ نیروی میان دو جریان موازی

دو سیم دراز موازی حامل جریان بر یکدیگر نیرو وارد می‌کنند. شکل ۲۵-۱۰ چنین دو سیمی را نشان می‌دهد که به فاصله  $d$  از هم موازی قرار دارند و حامل جریانهای  $i_1$  و  $i_2$  هستند. نیروهایی را که این دو سیم بر یکدیگر وارد می‌کنند تحلیل می‌کنیم.

طرف چپ‌اند. به خاطر بیاورید که میدان مغناطیسی در نقطه‌ای در نزدیکی سیم مستقیم دراز حامل جریان باید بر خط شعاعی میان آن نقطه و جریان عمود باشد. پس،  $\vec{B}_1$ ، همان‌طور که در شکل ۲۵-۹ ب رسم شده به طرف چپ است. (به نماد عمود بودن بردار  $\vec{B}_1$  و خط وصل کننده  $P$  و سیم ۱ دقت کنید).

با تکرار این تحلیل در مورد جریان در سیم ۲، معلوم می‌شود که جهت  $\vec{B}_2$  همان‌طور که در شکل ۲۵-۹ ب رسم شده متوجه بالا و به طرف راست است. (به نماد عمود بودن بردار  $\vec{B}_2$  و خط وصل کننده نقطه  $P$  و سیم ۲ توجه کنید).

**جمع کردن بردارها:** اکنون برای پیدا کردن میدان مغناطیسی خالص  $\vec{B}$  در نقطه  $P$  هم با استفاده از ماشین حساب با قابلیت برداری و هم با تجزیه بردارها به مؤلفه‌ها و سپس ترکیب مؤلفه‌های  $\vec{B}$ ، می‌توانیم  $\vec{B}_1$  و  $\vec{B}_2$  را به طور برداری با هم جمع کنیم. با وجود این، در شکل ۲۵-۹ ب روش سومی وجود دارد: چون  $\vec{B}_1$  و  $\vec{B}_2$  بر یکدیگر عمودند، اینها ضلعهای یک مثلث قائم الزاویه را که  $\vec{B}$  وتر آن است تشکیل می‌دهند. از قضیه فیثاغورس داریم

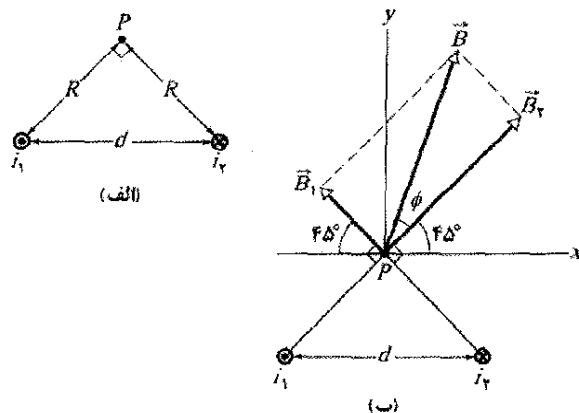
$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{\mu_0}{2\pi d (\cos 45^\circ)} \sqrt{i_1^2 + i_2^2}$$

$$= \frac{(\mu_0 \times 10^{-7} \text{ T.m/A}) \sqrt{(15A)^2 + (32A)^2}}{(2\pi)(\Delta/3 \times 10^{-2} \text{ m})(\cos 45^\circ)}$$

$$= 1/89 \times 10^{-2} \text{ T} \approx 190 \mu\text{T} \quad (\text{پاسخ})$$

زاویه  $\phi$  میان جهت‌های  $B$  و  $\vec{B}_2$  در شکل ۲۵-۹ ب از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\phi = \tan^{-1} \frac{B_1}{B_2}$$



شکل ۲۵-۹ (الف) دو سیم حامل جریانهای  $i_1$  و  $i_2$  در خلاف جهت یکدیگرند (به طرف خارج و به داخل صفحه). به زاویه قائمه در  $P$  توجه کنید. (ب) میدانهای جداگانه  $\vec{B}_1$  و  $\vec{B}_2$  به طور برداری ترکیب می‌شوند و میدان خالص  $\vec{B}$  را به دست می‌دهند.

پاد موازی باشند می‌توان نشان داد که سیمها یکدیگر را دفع می‌کنند. بنابراین

جریانهای موازی یکدیگر را جذب و جریانهای پاد موازی یکدیگر را دفع می‌کنند.

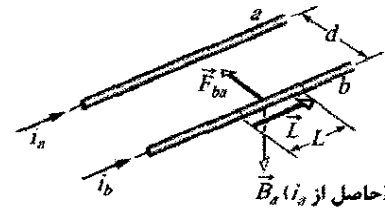
نیرویی که میان دو سیم موازی عمل می‌کند اساسی برای تعریف آمپر است، که یکی از هفت یکای اصلی SI است. تعریفی که در سال ۱۹۴۶/۱۳۲۵ بیان شد این است: یک آمپر عبارت است از جریان ثابتی که اگر در دو رسانای مستقیم موازی نامتناهی با سطح مقطع دایره‌ای ناچیز ثابت نگهداشته شود و این دو رسانا در خلأ به فاصله ۱ متر واقع باشند، نیروی  $2 \times 10^{-7}$  نیوتون بر متر بر هر یک از این رساناها وارد شود.

### تفنگ ریلی

یک کاربرد فیزیک معادله ۲۵-۱۳ تفنگ ریلی است. در این وسیله، نیروی مغناطیسی در یک لحظه کوتاه به پرتابه‌ای تا تندی بالا شتاب می‌دهد. اساس تفنگ ریلی در شکل ۲۵-۱۱ الف نشان داده شده است. جریان بزرگی در امتداد یکی از دو ریل رسانای موازی، فرستاده می‌شود و پس از گذشتن از یک «فیوز» رسانا (مانند یک قطعه نازک مسی) در راستای ریل دوم به چشمه جریان برمی‌گردد. پرتابه‌ای که قرار است شلیک شود در فاصله دور از فیوز و به طور شل بین ریلها قرار دارد. بلافاصله پس از برقراری جریان، فیوز ذوب و بخار می‌شود و یک گاز رسانا بین دو ریل در جایی که فیوز قرار داشت به وجود می‌آید.

قاعده دست راست خمیده- مستقیم شکل ۲۵-۴ بیانگر این است که جریانها در ریلهای شکل ۲۵-۱۱ الف در بین ریلها میدانهای مغناطیسی رو به پایین ایجاد می‌کنند. میدان مغناطیسی خالص  $\vec{B}$  بر اثر عبور جریان  $i$  از گاز نیروی  $\vec{F}$  را به گاز وارد می‌کند، (شکل ۲۵-۱۱ ب). از معادله ۲۵-۱۲ و قاعده دست راست در مورد ضرب برداری، درمی‌یابیم که  $\vec{F}$  در امتداد ریلها و به طرف بیرون است. وقتی گاز تحت نیرویی به طرف بیرون در امتداد ریلها قرار گیرد، پرتابه را می‌راند و به آن شتابی به بزرگی  $5 \times 10^6 \text{ g}$  می‌دهد و سپس آن را با تندی  $10 \text{ km/s}$  پرتاب می‌کند، همه اینها در  $1 \text{ ms}$  رخ می‌دهند. شاید روزی تفنگهای ریلی بتوانند برای پرتاب مواد در استخراج معادن به فضای بیرون ماه یا یک سیاره مورد استفاده قرار گیرند.

**نکته و ارسسی ۱** شکل سه سیم دراز، مستقیم و موازی را نشان می‌دهد که به فاصله مساوی از یکدیگر واقع‌اند و حامل جریانهای یکسان یا به سمت داخل یا خارج از صفحه‌اند. این سیمها را به ترتیب بزرگی نیروی وارد بر هر یک توسط دو سیم دیگر مرتب کنید.



شکل ۲۵-۱۰ دو سیم موازی که حامل جریانهای هم جهت‌اند یکدیگر را جذب می‌کنند.  $\vec{B}_a$  میدان مغناطیسی در سیم  $b$  است که توسط جریان در سیم  $a$  ایجاد می‌شود.  $\vec{F}_{ba}$  نیرویی است که بر سیم  $b$  وارد می‌شود، چون این سیم حامل جریان در میدان  $\vec{B}_a$  قرار دارد.

ابتدا نیرویی را که بر اثر جریان در سیم  $a$  در شکل ۲۵-۱۰ به سیم  $b$  وارد می‌شود به دست می‌آوریم. این جریان یک میدان مغناطیسی  $\vec{B}_a$  ایجاد می‌کند و در واقع همین میدان باعث نیرویی است که ما در پی آن هستیم. برای به دست آوردن نیرو، باید بزرگی و جهت میدان  $\vec{B}_a$  را در محل سیم  $b$  بدانیم. بزرگی  $B_a$  در هر نقطه از سیم  $b$  از معادله ۲۵-۴ برابر است با

$$B_a = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d} \quad (11-25)$$

مطابق با قاعده دست راست خمیده- مستقیم جهت  $\vec{B}_a$  در سیم  $b$  همان‌طور که در شکل ۲۵-۱۰ نشان داده شده است به طرف پایین است.

اکنون که میدان را داریم، می‌توانیم نیروهای وارد بر سیم  $b$  را به دست آوریم. معادله ۲۴-۲۶ حاکی از آن است که نیروی  $\vec{F}_{ba}$  که به وسیله میدان مغناطیسی خارجی بر طول  $L$  از سیم  $b$  وارد می‌شود برابر است با

$$\vec{F}_{ba} = i_b \vec{L} \times \vec{B}_a \quad (12-25)$$

که در آن  $\vec{L}$  بردار طول سیم است. در شکل ۲۵-۱۰ بردارهای  $\vec{B}_a$  و  $\vec{L}$  بر یکدیگر عمودند و بنابراین، از معادله ۲۵-۱۱ می‌توان نوشت

$$F_{ba} = i_b L B_a \sin 90^\circ = \frac{\mu_0 L i_a i_b}{2\pi d} \quad (13-25)$$

جهت  $\vec{F}_{ba}$  در جهت ضرب برداری  $\vec{L} \times \vec{B}_a$  است. با استفاده از قاعده دست راست برای ضرب برداری  $\vec{L}$  و  $\vec{B}_a$  در شکل ۲۵-۱۰، درمی‌یابیم که  $\vec{F}_{ba}$  همان‌طور که نشان داده شده است به طور مستقیم به طرف سیم  $a$  است.

روش کلی برای پیدا کردن نیروی وارد بر سیم حامل جریان چنین است:

برای یافتن نیروی وارد بر یک سیم حامل جریان که از سیم دیگر حامل جریان حاصل می‌شود، ابتدا میدان مغناطیسی حاصل از سیم دوم را در محل سیم اول به دست می‌آوریم. سپس نیروی وارد توسط این میدان را بر سیم اول پیدا می‌کنیم.

اکنون این روش را برای محاسبه نیرویی که توسط جریان سیم  $b$  بر سیم  $a$  وارد می‌شود به کار می‌بریم. خواهیم دید که نیرو مستقیماً به سمت سیم  $b$  است؛ از این رو سیمها با جریانهای موازی یکدیگر را جذب می‌کنند. به همین ترتیب، اگر دو جریان

قانون آمپر چنین است

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{enc} \quad (\text{قانون آمپر}) \quad (۲۵-۱۴)$$

حلقه روی علامت انتگرال بدان معناست که باید ضرب نرده‌ای (نقطه‌ای)  $\vec{B} \cdot d\vec{s}$  دور یک حلقه بسته، به نام حلقه آمپری انتگرالگیری شود. جریان  $i_{enc}$  جریان خالصی است که از حلقه می‌گذرد.

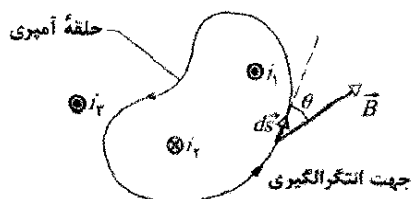
برای مشاهده معنی ضرب نرده‌ای  $\vec{B} \cdot d\vec{s}$  و انتگرال آن، ابتدا قانون آمپر را در وضعیت کلی شکل ۲۵-۱۲ به کار می‌بریم. این شکل مقطع سه سیم مستقیم دراز را نشان می‌دهد که حامل جریانهای  $i_1$ ،  $i_2$  و  $i_3$  به طرف خارج یا به طرف داخل صفحه‌اند. یک حلقه آمپری دلخواه که در سطح صفحه کاغذ واقع است، دو تا از سه سیم را دربردارد. جهت پاد ساعتگرد که روی حلقه مشخص شده بیانگر جهت دلخواه انتگرالگیری برای معادله ۲۵-۱۴ است.

برای به کاربردن قانون آمپر، به طور ذهنی حلقه را به عنصرهای بردار دیفرانسیلی  $d\vec{s}$  تقسیم می‌کنیم که در همه جا مماس بر حلقه و در جهت انتگرالگیری هستند. فرض کنید در محل عنصر  $d\vec{s}$  که در شکل ۲۵-۱۲ نشان داده شده است، میدان مغناطیسی خالص حاصل از هر سه سیم برابر با  $\vec{B}$  باشد. چون سیمها بر صفحه عمودند، می‌دانیم که میدان مغناطیسی ناشی از هر جریان در  $d\vec{s}$  در صفحه شکل ۲۵-۱۲ واقع است؛ بنابراین، میدان مغناطیسی خالص  $\vec{B}$  آنها در  $d\vec{s}$  نیز باید در آن صفحه باشد. ولی سمتگیری  $\vec{B}$  در آن صفحه را نمی‌دانیم. در شکل ۲۵-۱۲،  $\vec{B}$  به طور دلخواه با زاویه  $\theta$  نسبت به  $d\vec{s}$  رسم شده است.

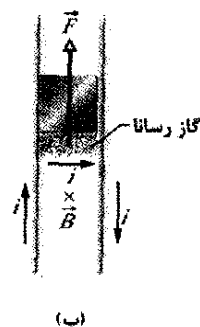
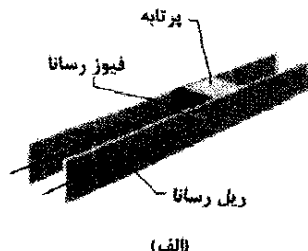
ضرب نرده‌ای  $\vec{B} \cdot d\vec{s}$  در سمت چپ معادله ۲۵-۱۴ برابر با  $B \cos \theta ds$  است. پس، قانون آمپر را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B \cos \theta ds = \mu_0 i_{enc} \quad (۲۵-۱۵)$$

اکنون ضرب نرده‌ای  $\vec{B} \cdot d\vec{s}$  را می‌توان به عنوان ضرب طول  $ds$  از حلقه آمپری و مؤلفه میدان  $B \cos \theta$  که مماس بر حلقه است در نظر گرفت. بنابراین، می‌توانیم انتگرالگیری را به عنوان جمع چنین ضربهایی دور کل حلقه به حساب آوریم.



شکل ۲۵-۱۲ قانون آمپر به کار رفته برای یک حلقه آمپری دلخواه که دو سیم مستقیم دراز را دربردارد ولی سیم سوم را دربرندارد. به جهت جریانه‌ها توجه کنید.



شکل ۲۵-۱۱ (الف) تفنگ ریلی، وقتی که جریان  $i$  در آن برقرار است. این جریان به سرعت باعث بخارشیدن فیوز رسانا می‌شود. (ب) جریان یک میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  میان ریلها ایجاد می‌کند، و میدان باعث وارد آوردن نیروی  $\vec{F}$  به گاز رسانا می‌شود که قسمتی از مسیر جریان است. گاز پرتابه را در امتداد ریلها به جلو می‌راند و آن را پرتاب می‌کند.

## ۲۵-۴ قانون آمپر

می‌توانیم میدان الکتریکی خالص حاصل از هر توزیع بار را ابتدا با نوشتن میدان الکتریکی دیفرانسیلی  $d\vec{E}$  ناشی از یک عنصر بار و سپس با جمع سهم  $d\vec{E}$  از تمام عنصرها، پیدا کنیم. ولی، اگر توزیع پیچیده باشد باید از رایانه استفاده کرد. لازم به یادآوری است که اگر توزیع دارای تقارن صفحه‌ای، استوانه‌ای یا کروی باشد، می‌توانیم با به کاربردن قانون گاوس میدان الکتریکی خالص را با تلاش بسیار کمتری به دست آوریم.

به همین ترتیب، می‌توانیم میدان مغناطیسی خالص ناشی از هر توزیع جریان را ابتدا با نوشتن میدان مغناطیسی دیفرانسیلی  $d\vec{B}$  (معادله ۲۵-۳) ناشی از یک عنصر جریان-طول و سپس با جمع سهم  $d\vec{B}$  تمام عنصرها پیدا کنیم. دوباره از رایانه در مورد توزیع پیچیده می‌توان استفاده کرد. با وجود این، اگر توزیع دارای تقارن باشد، می‌توان قانون آمپر را برای یافتن میدان مغناطیسی با تلاش بسیار کمتری به کار برد. این قانون، که آن را می‌توان از قانون بیو-سوار به دست آورد، به نام آندره ماری آمپر<sup>۱</sup> (۱۲۱۵-۱۸۳۶/۱۷۷۵) که یکای SI به نام اوست، نامگذاری شده است. البته، این قانون در واقع توسط جیمز کلارک ماکسول<sup>۲</sup> فیزیکدان انگلیسی پیش‌بینی شده بود.

ولی این را می‌دانیم که نتیجه انتگرال باید با  $\mu_0(i_1 - i_2)$  برابر باشد، مقداری که با جریان خالص عبوری از حلقه حاصل شده است.

اکنون قانون آمپر را برای دو وضعیت که تقارن دارند و حل انتگرال را ساده می‌کنند به کار می‌بریم و میدان مغناطیسی را به دست می‌آوریم.

### میدان مغناطیسی در خارج سیم راست دراز حامل جریان

شکل ۲۵-۱۴ سیم مستقیم درازی را نشان می‌دهد که حامل جریان  $i$  به طرف خارج از صفحه کاغذ است. معادله ۲۵-۴ نشان می‌دهد که در تمام نقطه‌هایی که فاصله آنها از سیم  $r$  است میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  ناشی از جریان بزرگی یکسانی دارد؛ یعنی میدان  $\vec{B}$  نسبت به سیم تقارن استوانه‌ای دارد. اگر مطابق با شکل ۲۵-۱۴ دایره‌ای به مرکز سیم و شعاع  $r$  را به عنوان حلقه آمپری اختیار کنیم، می‌توانیم از این تقارن برای ساده‌سازی انتگرال در قانون آمپر (معادله‌های ۲۵-۱۴ و ۲۵-۱۵) استفاده کنیم. آنگاه میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  در هر نقطه روی حلقه دارای بزرگی یکسان  $B$  است. انتگرالگیری را پادساعتگرد انجام می‌دهیم، به طوری که جهت  $d\vec{s}$  مانند جهت نشان داده شده در شکل ۲۵-۱۴ باشد.

با توجه به اینکه در هر نقطه از حلقه  $\vec{B}$  مانند  $d\vec{s}$  مماس بر آن است، می‌توانیم کمیت  $B \cos \theta$  را در معادله ۲۵-۱۵ بیشتر ساده کنیم. بنابراین،  $\vec{B}$  و  $d\vec{s}$  در هر نقطه از حلقه با یکدیگر موازی یا پاد موازی‌اند، و ما به دلخواه موازی بودن را اختیار می‌کنیم. پس، در هر نقطه زاویه  $\theta$  میان  $d\vec{s}$  و  $\vec{B}$  صفر است، پس  $\cos \theta = \cos 0 = 1$ . بنابراین، انتگرال معادله ۲۵-۱۵ به صورت زیر درمی‌آید

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B \cos \theta ds = B \oint ds = B(2\pi r)$$

توجه کنید که  $\oint ds$  جمع تمام طول قطعه خط‌های  $ds$  دور حلقه دایره‌ای است؛ یعنی به طور ساده پیرامون  $2\pi r$  حلقه را به دست می‌دهد.

قاعده دست راست علامت مثبت برای جریان شکل ۲۵-۱۴ به دست می‌دهد. سمت راست قانون آمپر عبارت است از  $\mu_0 i$  + و بنابراین، داریم

$$B(2\pi r) = \mu_0 i$$

یا

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad (25-17) \quad (\text{خارج سیم مستقیم})$$

با اندک دست‌کاری در نمادها، این معادله ۲۵-۴ است که قبلاً - با تلاش بیشتری - با استفاده از قانون بیو و ساوار به دست آوردیم. افزون بر این، چون بزرگی  $B$  با علامت مثبت به دست آمد، می‌دانیم که جهت درست  $B$  باید همانی باشد که در شکل

وقتی چنین انتگرالی را حساب می‌کنیم نیازی نداریم قبل از انتگرالگیری جهت  $\vec{B}$  را بدانیم. بلکه، به طور دلخواه فرض می‌کنیم که  $\vec{B}$  در حالت کلی در جهت انتگرالگیری باشد (مانند شکل ۲۵-۱۲). اکنون قاعده دست راست خمیده - مستقیم زیر را به کار می‌بریم تا علامت مثبت یا منفی هر یک از جریانها را که جریان خالص احاطه شده  $i_{\text{enc}}$  را تشکیل می‌دهند مشخص کنیم:

انگشتان دست راست خود را دور حلقه آمپری خم کنید، آنها جهت انتگرالگیری را نشان می‌دهند. به جریانی که از حلقه در جهت کلی شست باز شده بگذرد علامت مثبت و به جریانی که به طور کلی در خلاف این جهت باشد، علامت منفی نسبت داده می‌شود.

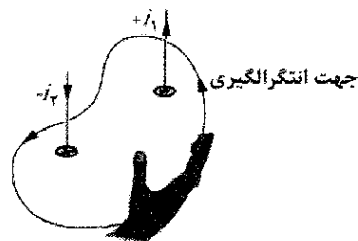
سرانجام، معادله ۲۵-۱۵ را برای بزرگی  $\vec{B}$  حل می‌کنیم. اگر معلوم شود که  $B$  مثبت است آن وقت جهتی که برای  $\vec{B}$  انتخاب کرده‌ایم درست است. اگر منفی به دست آید، از علامت منفی چشمپوشی و  $\vec{B}$  را در جهت مخالف دوباره رسم می‌کنیم. در شکل ۲۵-۱۳ قاعده خمیده - مستقیم را برای قانون آمپر در وضعیت شکل ۲۵-۱۲ به کار می‌بریم. با توجه به جهت پادساعتگرد که برای انتگرالگیری مشخص شده، جریان خالصی که به وسیله حلقه دربرگرفته شده برابر است با

$$i_{\text{enc}} = i_1 - i_2$$

(جریان  $i_2$  به وسیله حلقه دربرگرفته نشده است.) پس می‌توانیم معادله ۲۵-۱۵ را به صورت زیر بنویسیم

$$\oint B \cos \theta ds = \mu_0 (i_1 - i_2) \quad (25-16)$$

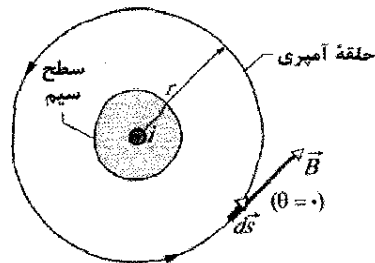
ممکن است تعجب کنید که چرا جریان  $i_2$  در بزرگی میدان مغناطیسی  $B$  در سمت چپ معادله ۲۵-۱۶ اثر دارد، ولی در سمت راست نیازی به آن نیست. پاسخ این است که چون انتگرالگیری معادله ۲۵-۱۶ دور تمام حلقه انجام می‌گیرد، اثر جریان  $i_2$  در ایجاد میدان مغناطیسی حذف می‌شود. برعکس، اثر جریان دور حلقه در ایجاد میدان مغناطیسی حذف نمی‌شود. معادله ۲۵-۱۶ را نمی‌توانیم برای به دست آوردن بزرگی  $B$  میدان مغناطیسی حل کنیم، چون برای وضعیت شکل ۲۵-۱۲ اطلاعات کافی برای ساده‌سازی و انتگرالگیری در اختیار نداریم.



شکل ۲۵-۱۳ قاعده دست راست برای قانون آمپر، برای تعیین علامت جریانی که به وسیله حلقه آمپری در برگرفته شده‌اند. این وضعیت همان است که در شکل ۲۵-۱۲ آمده است.

$$B = \left( \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \right) r \quad (20-25) \quad \text{(داخل سیم مستقیم)}$$

پس بزرگی  $B$  میدان مغناطیسی در داخل سیم متناسب با  $r$  است؛ که در مرکز صفر و در سطح که  $r = R$  است، مقدار آن بیشینه است. توجه کنید که معادله‌های ۱۷-۲۵ و ۲۰-۲۵ در  $r = R$  یک مقدار برای  $B$  به دست می‌دهند؛ یعنی، عبارتهای میدان مغناطیسی خارج سیم و داخل سیم در سطح سیم نتیجه یکسانی دارند.



شکل ۲۵-۱۴ استفاده از قانون آمپر برای یافتن میدان مغناطیسی که جریان  $i$  در خارج یک سیم مستقیم دراز با مقطع دایره‌ای ایجاد می‌کند. حلقه آمپری دایره‌ای هم مرکز است که در خارج سیم واقع است.

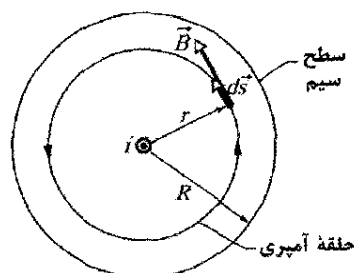
### میدان مغناطیسی داخل سیم مستقیم دراز حامل جریان

شکل ۲۵-۱۵ مقطع یک سیم مستقیم دراز به شعاع  $R$  را نشان می‌دهد که حامل توزیع یکنواخت جریان  $i$  به طرف یکنواخت صفحه کاغذ است. چون جریان در مقطع سیم به طور یکنواخت توزیع شده است، میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  ایجاد شده توسط جریان تقارن استوانه‌ای دارد. بنابراین، برای یافتن میدان مغناطیسی در نقطه‌هایی در داخل سیم، همان‌طور که در شکل ۲۵-۱۵ نشان داده شده است، باز از یک حلقه آمپری به شعاع  $r$  استفاده می‌کنیم، که اکنون  $r < R$ . همان‌طور که نشان داده شده است باز تقارن حاکی از آن است که  $\vec{B}$  مماس بر حلقه است، بنابراین سمت چپ قانون آمپر به دست می‌دهد

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = B(2\pi r) \quad (25-18)$$

برای یافتن سمت راست قانون آمپر، توجه داریم که چون جریان به طور یکنواخت توزیع شده است، جریان  $i_{enc}$  که به وسیله حلقه در برگرفته شده متناسب با سطحی است که با حلقه محصور شده است، یعنی

$$i_{enc} = i \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \quad (25-19)$$

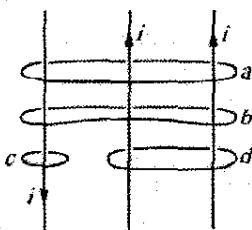


شکل ۲۵-۱۵ استفاده از قانون آمپر برای یافتن میدان مغناطیسی ناشی از جریان  $i$  داخل سیم مستقیم دراز با مقطع دایره‌ای. جریان در مقطع سیم به طور یکنواخت توزیع شده و از صفحه کاغذ خارج می‌شود. حلقه آمپری داخل سیم رسم شده است.

قاعده دست راست بیانگر آن است که علامت جریان دربرگرفته شده مثبت است. پس از قانون آمپر داریم

$$B(2\pi r) = \mu_0 i \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

✓ **نکته وارسی ۲** شکل سه جریان  $i$  مساوی (دو جریان موازی و یک جریان پاد موازی) و چهار حلقه آمپری را نشان می‌دهد. این حلقه‌ها را به ترتیب بزرگی  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  در طول هر یک مرتب کنید.



### مسئله نمونه ۲۵-۳

شکل ۲۵-۱۶ الف مقطع استوانه دراز رسانایی را با شعاع داخلی  $a = 2.0 \text{ cm}$  و شعاع خارجی  $b = 4.0 \text{ cm}$  نشان می‌دهد. این استوانه حامل جریانی به طرف بیرون صفحه کاغذ است که بزرگی چگالی جریان در مقطع آن با  $J = cr^2$  داده شده است، در آن  $c = 3.0 \times 10^6 \text{ A/m}^2$  و  $r$  برحسب متر است. میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  در نقطه‌ای به فاصله  $3.0 \text{ cm}$  از محور مرکزی استوانه چقدر است؟

**نکته‌های کلیدی** نقطه‌ای که می‌خواهیم  $\vec{B}$  را در آن و داخل ماده استوانه رسانا محاسبه کنیم، میان شعاعهای داخلی و خارجی قرار دارد. توجه کنید که توزیع جریان تقارن استوانه‌ای دارد (در اطراف مقطع به ازای یک شعاع معین یکسان است) بنابراین، تقارن امکان می‌دهد که از قانون آمپر برای پیدا کردن  $\vec{B}$  در آن نقطه استفاده کنیم. ابتدا حلقه آمپری نشان داده شده در شکل ۲۵-۱۶ ب را رسم می‌کنیم. حلقه با استوانه هم مرکز و شعاع آن  $r = 3.0 \text{ cm}$  است چون می‌خواهیم  $\vec{B}$  را در آن فاصله از محور مرکزی استوانه محاسبه کنیم.

سپس باید جریان  $i_{enc}$  را که توسط حلقه آمپری احاطه شده است محاسبه کنیم. ولی، نمی‌توانیم نسبتی را مانند معادله ۲۵-۱۹ برقرار کنیم، چون در اینجا جریان یکنواخت توزیع نشده است. در عوض، بنابر روش مسئله نمونه ۲۵-۲، باید از بزرگی چگالی جریان از شعاع داخلی  $a$  تا شعاع حلقه  $r$  انتگرالگیری کنیم.



محاسبه ها: انتگرال را به صورت زیر می نویسیم

$$i_{enc} = \int J dA = \int_a^r cr^2 (\pi dr) \\ = \pi c \int_a^r r^2 dr = \pi c \left[ \frac{r^3}{3} \right]_a^r \\ = \frac{\pi c (r^3 - a^3)}{3}$$

جهت انتگرالگیری نشان داده شده در شکل ۲۵-۱۶ ب (به طور اختیاری) ساعتگرد است. با به کار بردن قاعده دست راست برای قانون آمپر در این حلقه درمی یابیم که بهتر است  $i_{enc}$  را منفی بگیریم چون جریان به طرف خارج از صفحه است ولی انگشت ما به طرف داخل صفحه است.

حال سمت چپ حلقه آمپری را درست همان طور که در شکل ۲۵-۱۵ انجام دادیم محاسبه می کنیم و دوباره معادله ۲۵-۱۸ را به دست می آوریم. بنابراین، قانون آمپر

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{enc}$$

به دست می دهد

$$B(2\pi r) = -\frac{\mu_0 \pi c}{3} (r^3 - a^3)$$

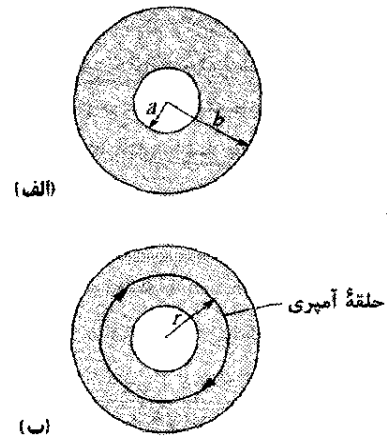
با حل آن برای  $B$  و قراردادن داده های معلوم داریم

$$B = -\frac{\mu_0 c}{6r} (r^3 - a^3) \\ = -\frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A})(3 \times 10^6 \text{ A/m}^2)}{6(0.03 \text{ m})} \\ \times [(0.03 \text{ m})^3 - (0.02 \text{ m})^3] \\ = -2.7 \times 10^{-5} \text{ T}$$

بنابراین، بزرگی میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  در نقطه ۳/۰ سانتی متری از محور مرکزی عبارت است از

$$B = 2.7 \times 10^{-5} \text{ T} \quad (\text{یاسخ})$$

و خطهای میدان مغناطیسی ایجاد شده در خلاف جهت انتگرالگیری است، از این رو در شکل ۲۵-۱۶ ب پاد ساعتگرد است.



شکل ۲۵-۱۶ (الف) مقطع یک استوانه رسانا به شعاع داخلی  $a$  و شعاع خارجی  $b$ . (ب) یک حلقه آمپری به شعاع  $r$  برای محاسبه میدان مغناطیسی در نقطه هایی که در فاصله  $r$  از محور مرکزی قرار دارند اضافه شده است.

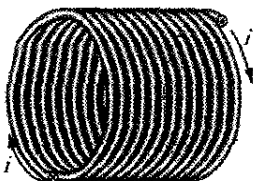
## ۲۵-۵ سیملوله و چنبره

### میدان مغناطیسی یک سیملوله

اکنون توجه خود را به وضعیت دیگری که در آن قانون آمپر کارآمدی خود را نشان می دهد معطوف می کنیم. این وضعیت به میدان مغناطیسی ناشی از جریان در پیچه ای از سیم که به صورت مارپیچ دراز تنگ هم قرار دارند مربوط است. چنین پیچه ای را سیملوله (شکل ۲۵-۱۷) می نامند. فرض بر این است که طول سیملوله خیلی بیشتر از قطر آن است.

شکل ۲۵-۱۸ مقطعی از یک بخش از سیملوله «کشیده شده» را نشان می دهد. میدان مغناطیسی سیملوله برابر با جمع برداری میدانهای ایجاد شده به وسیله هر دور (از حلقه های) سیم است که سیملوله از آن ساخته شده است. برای نقطه های خیلی نزدیک به هر دور، سیم به لحاظ مغناطیسی تقریباً مشابه سیم مستقیم دراز رفتار می کند و خطهای میدان  $\vec{B}$  تقریباً دایره هایی هم مرکزند. شکل ۲۵-۱۸ بیانگر این است که میدانها میان دورهای مجاور میل به خشی شدن دارند. هم چنین، شکل بیانگر این است که در نقطه های داخل سیملوله که نسبتاً از سیمها دورند،  $\vec{B}$  تقریباً موازی با محور (مرکزی) سیملوله است. در حالت حدی یک سیملوله آرمانی که سیملوله دراز نامتناهی و شامل دور سیم پیچهای فشرده (نزدیک به هم پیچیده) است، میدان داخل سیملوله یکنواخت و موازی محور سیملوله است.

در نقطه های بالای سیملوله، مانند نقطه  $P$  در شکل ۲۵-۱۸، جهت میدان برقرار شده به وسیله قسمت های بالایی دورهای سیملوله (این دورهای بالایی با  $\odot$  مشخص شده اند) به سمت چپ است (همان طور که در نزدیکی  $P$  رسم شده است) و با میدان برقرار شده به وسیله قسمت های پایین سیملوله (این دورهای پایین با  $\otimes$  مشخص شده اند) که به سمت راست هستند (رسم نشده) خشی می شود. در حالت حدی یک سیملوله آرمانی، میدان مغناطیسی در خارج از سیملوله صفر است. در بیرون یک سیملوله واقعی اگر طول آن خیلی بزرگتر از قطرش باشد و اگر نقطه های خارجی مانند  $P$  را در نزدیکی دو انتهای سیملوله در نظر بگیریم، فرض صفر در نظر گرفتن میدان بسیار منطقی است. جهت میدان مغناطیسی در طول محور سیملوله به وسیله قاعده دست راست خمیده - مستقیم مشخص می شود: اگر سیملوله را با انگشتان حلقه شده دست راست خود طوری بگیریم که انگشتها در جهت جریان در سیم پیچها باشند؛ انگشت شست کشیده شده جهت میدان مغناطیسی در طول محور سیملوله را مشخص می کند.



شکل ۲۵-۱۷ سیملوله حامل جریان  $i$ .

مقدار انتگرال اول در سمت راست معادله ۲۵-۲۲ برابر با  $Bh$  است که  $B$  بزرگی میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  داخل سیملوله و  $h$  یک طول (دلیخواه) مسیر از  $a$  تا  $b$  است. انتگرالهای دوم و چهارم صفر هستند، چون در هر عنصر  $ds$  از این قسمتها،  $\vec{B} \cdot d\vec{s}$  عمود بر  $ds$  یا صفر است، و بنابراین، حاصلضرب  $\vec{B} \cdot d\vec{s}$  صفر می‌شود. انتگرال سوم که در طول مسیر بیرونی سیملوله گرفته می‌شود، صفر است، چون در همه نقطه‌های بیرونی  $B=0$  است. بنابراین، مقدار انتگرال  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  برای کل حلقه مستطیل شکل برابر با  $Bh$  است.

جریان خالص  $i_{enc}$  که به وسیله حلقه آمپری مستطیل شکل در شکل ۲۵-۲۰ دربرگرفته شده است برابر با جریان  $i$  که از سیم‌پیچهای سیملوله می‌گذرد نیست چون سیم‌پیچها بیش از یک بار از این حلقه گذشته‌اند. اگر  $n$  تعداد دور در یکای طول سیملوله باشد؛ در این صورت حلقه شامل  $nh$  دور سیم است و داریم

$$i_{enc} = i(nh)$$

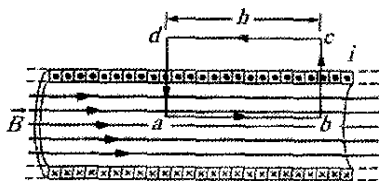
از قانون آمپر خواهیم داشت

$$Bh = \mu_0 i n h$$

یا

$$B = \mu_0 i n \quad (25-23) \quad (\text{سیملوله آرمانی})$$

اگرچه معادله ۲۵-۲۳ را برای یک سیملوله آرمانی دراز نامتناهی به دست آوردیم، ولی این رابطه برای نقطه‌های داخلی سیملوله واقعی وقتی که به قدر کافی از دو انتهایش فاصله داشته باشند به خوبی برقرار است. معادله ۲۵-۲۳ با این واقعیت تجربی که بزرگی  $B$  در داخل سیملوله به قطر و طول آن بستگی ندارد و اینکه  $B$  روی سطح مقطع یکنواخت است، سازگاری دارد. بنابراین، سیملوله وسیله‌ای عملی برای ایجاد میدان مغناطیسی یکنواخت معین برای آزمایشهای مختلف است، درست مانند یک خازن تخت که راه عملی برای ایجاد میدان الکتریکی یکنواخت معین است.



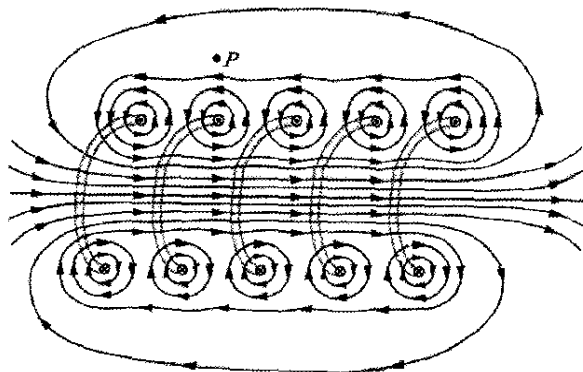
شکل ۲۵-۲۰ کاربرد قانون آمپر در بخشی از سیملوله آرمانی دراز حامل جریان  $i$ . حلقه آمپری مستطیل  $abcd$  است.

### میدان مغناطیسی چنبره

شکل ۲۵-۲۱ الف یک چنبره را نشان می‌دهد که می‌توانیم آن را به صورت یک سیملوله (توخالی) فرض کنیم که آن را خمیده

کرده‌ایم تا دو انتهایش به هم برسند و چیزی شبیه یک دستبند

مربوع دایسجوبان و متوسن‌الواد تشکیل شود. میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  برقرار شده در



شکل ۲۵-۱۸ یک مقطع قائم از محور مرکزی یک سیملوله «کشیده شده». قسمتهای پشتی پنج دور و نیز خطهای میدان مغناطیسی ناشی از جریانی که از سیملوله می‌گذرد، نشان داده شده‌اند. هر دور سیم خطهای میدان دایره‌ای در نزدیکی خود ایجاد می‌کند. در نزدیکی محور سیملوله خطهای میدان ترکیب می‌شوند و میدان مغناطیسی خالصی را در طول محور استوانه به وجود می‌آورند. کم‌بودن فاصله خطهای میدان در آنجا بیانگر میدان مغناطیسی قوی است. در خارج سیملوله خطهای میدان فاصله زیادی دارند؛ میدان در آنجا خیلی ضعیف است.

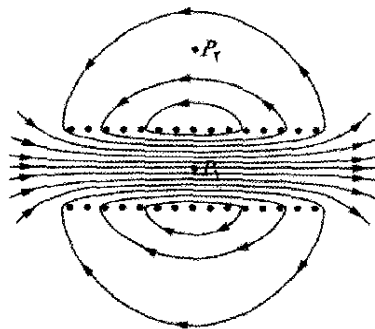
شکل ۲۵-۱۹ خطهای میدان  $\vec{B}$  را برای یک سیملوله واقعی نشان می‌دهد. فاصله این خطها در ناحیه مرکزی نشان می‌دهد که میدان در داخل پیچه و در سرتاسر مقطع پیچه نسبتاً قوی و یکنواخت است. ولی میدان خارجی نسبتاً ضعیف است. اکنون قانون آمپر، یعنی

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{enc} \quad (25-21)$$

را برای حلقه آمپری مستطیل شکل  $abcd$  در سیملوله آرمانی شکل ۲۵-۲۰ به کار می‌بریم، که در آن  $B$  در داخل سیملوله یکنواخت و در خارج آن صفر است. انتگرال  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  را به صورت مجموع چهار انتگرال، هر یک برای یک قسمت از حلقه، می‌نویسیم:

(۲۵-۲۲)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{s}$$



شکل ۲۵-۱۹ خطهای میدان مغناطیسی یک سیملوله واقعی با طول متناهی. میدان در نقطه‌های داخلی مانند  $P_1$  قوی و یکنواخت ولی در نقطه‌های بیرونی مانند  $P_2$  نسبتاً ضعیف است.

هم فشرده است که هر لایه ۸۵۰ دور در امتداد طول  $L$  دارد. در مرکز سیملوله  $B$  چقدر است؟

**نکته کلیدی** بزرگی  $B$  میدان مغناطیسی در طول محور مرکزی سیملوله با معادله ۲۳-۲۵ ( $B = \mu_0 i n$ ) به جریان  $i$  و تعداد دور بر یکای طول  $n$  مربوط است.

**محاسبه:** چون  $B$  به قطر سیم پیچها بستگی ندارد؛ پس مقدار  $n$  برای پنج لایه مشابه به سادگی برابر با پنج برابر مقدار یک لایه است. از معادله ۲۳-۲۵ داریم

$$B = \mu_0 i n = (4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A})(5/57 \text{ A}) \frac{5 \times 850 \text{ دور}}{1/23 \text{ m}}$$

$$= 2/42 \times 10^{-2} \text{ T} = 24/2 \text{ mT} \quad (\text{پاسخ})$$

## ۲۵-۶ پیچه حامل جریان به عنوان دوقطبی مغناطیسی

تاکنون میدانهای مغناطیسی حاصل از سیم مستقیم دراز، سیملوله و چنبره را بررسی کردیم. حال میدان مغناطیسی ناشی از یک پیچه حامل جریان را در نظر می گیریم. در بخش ۲۴-۱۰ دیدیم که چنین پیچه ای همانند دو قطبی مغناطیسی رفتار می کند، اگر آن را در یک میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}$  قرار دهیم، گشتاور نیروی  $\vec{\tau}$  بر آن وارد می شود که با رابطه زیر داده می شود

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (25-29)$$

در اینجا  $\vec{\mu}$  گشتاور دو قطبی مغناطیسی پیچه و بزرگی آن  $NiA$  است، که در آن  $N$  تعداد دورها،  $i$  جریان در هر دور و  $A$  مساحت محصور توسط هر دور است. (توجه: گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}$  را با ثابت تراوایی  $\mu_0$  اشتباه نکنید.)

یادآوری می کنیم که جهت  $\vec{\mu}$  با قاعده دست راست خمیده-مستقیم داده می شود: پیچه را طوری در انگشتان دست راست می گیریم که وقتی آنها را خم کنیم در جهت جریان باشند، انگشت شست باز شده در جهت گشتاور دوقطبی  $\vec{\mu}$  است.

### میدان مغناطیسی پیچه

حال جنبه دیگری از پیچه حامل جریان را به عنوان دوقطبی مغناطیسی بررسی می کنیم. میدان مغناطیسی ناشی از پیچه در نقطه ای در فضای اطراف چیست؟ برای مفید واقع شدن قانون آمپر تقارن کافی وجود ندارد؛ پس از قانون بیو و ساوار استفاده می کنیم. برای ساده شدن، ابتدا فقط پیچه ای را با یک حلقه دایره ای و فقط نقطه هایی روی محور مرکزی عمود بر آن را که فرض می کنیم محور  $z$  باشد در نظر می گیریم. نشان خواهیم داد که بزرگی میدان مغناطیسی در چنین نقطه هایی برابر است با

$$B(z) = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

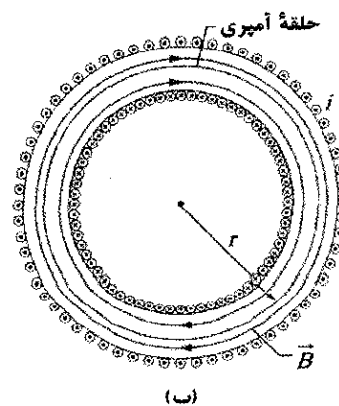
نقطه های داخلی چنبره (داخل فضای خالی دستبند) چقدر است؟ از قانون آمپر و تقارن دستبند می توانیم آن را پیدا کنیم. از تقارن، می بینیم که خطهای  $\vec{B}$  در داخل چنبره دایره های هم مرکزی را تشکیل می دهند که جهت آنها مطابق با شکل ۲۵-۲۱ ب است. یکی از این دایره های هم مرکز به شعاع  $r$  را حلقه آمپری فرض می کنیم و روی آن در جهت ساعتگرد حرکت می کنیم. قانون آمپر (معادله ۲۵-۱۴) به دست می دهد

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 i N$$

که در آن  $i$  جریان در سیم پیچهای چنبره (برای سیم پیچهای دربرگرفته شده توسط حلقه آمپری مثبت است) و  $N$  تعداد دور کل است. داریم

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r} \quad (25-24) \quad (\text{چنبره})$$

برخلاف وضعیت سیملوله،  $B$  روی سطح مقطع چنبره ثابت نیست.



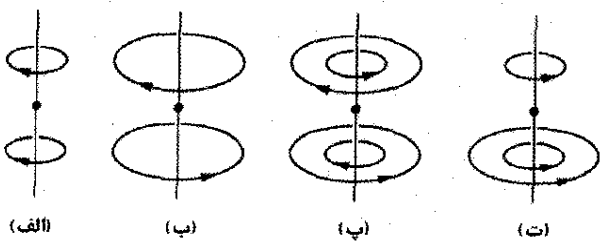
شکل ۲۵-۲۱ (الف) یک چنبره حامل جریان  $i$ . (ب) مقطع افقی چنبره. میدان مغناطیسی داخلی (داخل دستبند لوله ای شکل) را می توان با به کار بردن قانون آمپر با حلقه آمپری نشان داده شده به دست آورد.

با قانون آمپر؛ به آسانی می توان نشان داد که برای نقطه های خارج یک چنبره آرمانی  $B=0$  است (وقتی که چنبره از یک سیملوله آرمانی ساخته شده باشد). جهت میدان مغناطیسی در داخل چنبره از قاعده دست راست خمیده-مستقیم پیروی می کند: اگر انگشتان خمیده دست راست را به دور چنبره حلقه کنید و آنها را در جهت جریان در سیم پیچها قرار دهید، انگشت شست باز شده در جهت میدان مغناطیسی خواهد بود.

### مسئله نمونه ۲۵-۴

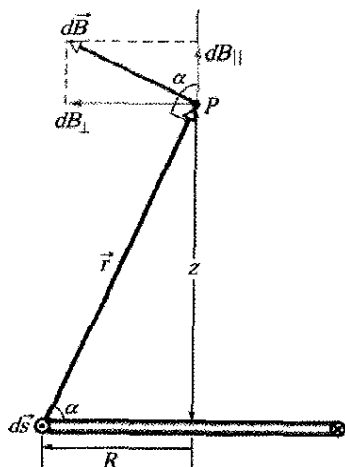
طول سیملوله ای  $L = 1/23 \text{ m}$  و قطر داخلی آن  $d = 3/55 \text{ cm}$  و حامل جریان  $i = 5/57 \text{ A}$  است. این سیملوله شامل پنج لایه به

✓ نکته واریسی ۳ شکل زیر چهار آرایش از حلقه‌هایی دایره‌ای به شعاعهای  $r$  و  $2r$  را نشان می‌دهد که مرکز آنها روی یک محور قائم (عمود بر حلقه‌ها) است و حامل جریانهای یکسان در جهتهای مشخص شده‌اند. این آرایش‌ها را به ترتیب بزرگی میدان مغناطیسی خالص در نقطه‌ای که در میان حلقه روی محور مرکزی قرار دارد مرتب کنید.



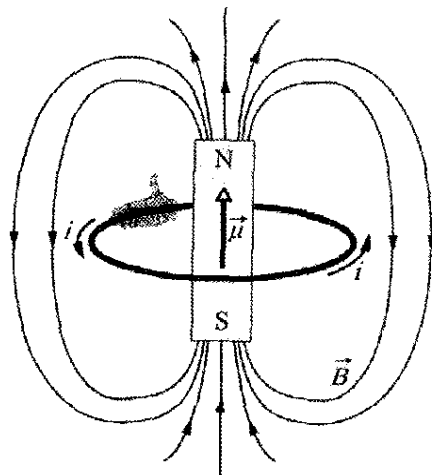
### اثبات معادله ۲۵-۲۶

شکل ۲۳-۲۵ نیمه پشته‌ی یک حلقه دایره‌ای به شعاع  $R$  و حامل جریان  $i$  را نشان می‌دهد. نقطه  $P$  را روی محور مرکزی حلقه و به فاصله  $z$  از صفحه آن در نظر می‌گیریم. حال قانون بیو و ساوار را برای یک عنصر دیفرانسیلی  $ds$  حلقه واقع در سمت چپ حلقه به کار می‌بریم. بردار طولی  $\vec{ds}$  برای این عنصر در جهت عمود بر صفحه و به طرف خارج آن است. زاویه  $\theta$  میان  $\vec{ds}$  و  $\hat{r}$  در شکل ۲۳-۲۵ برابر با  $90^\circ$  است؛ صفحه‌ای که از این دو بردار تشکیل می‌شود بر صفحه شکل عمود است و  $\hat{r}$  و  $\vec{ds}$  را دربر دارد. از قانون بیو و ساوار (و قاعده دست راست)، میدان دیفرانسیلی  $d\vec{B}$  که به وسیله جریان در این عنصر در نقطه  $P$  ایجاد می‌شود بر این صفحه عمود است و بنابراین، در صفحه شکل قرار دارد و همانطور که شکل ۲۳-۲۵ نشان می‌دهد بر  $\hat{r}$  عمود است.



شکل ۲۳-۲۵ مقطع یک حلقه جریان به شعاع  $R$ . صفحه حلقه عمود بر صفحه شکل است که در آن فقط نیمه پشته حلقه نشان داده شده. برای یافتن میدان مغناطیسی در نقطه  $P$  روی محور مرکزی

مرجع دانشجویان و مهندسان ایران [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com)



شکل ۲۲-۲۵ حلقه جریان یک میدان مغناطیسی مانند آهنربای میله‌ای ایجاد می‌کند و بنابراین، دارای قطبهای شمال و جنوب وابسته است. گشتاور دو قطبی  $\vec{\mu}$  حلقه که با قاعده دست راست خمیده-مستقیم داده می‌شود، از قطب جنوب به سمت قطب شمال در جهت میدان  $\vec{B}$  در حلقه است.

که در آن  $R$  شعاع حلقه دایره‌ای و  $z$  فاصله نقطه موردنظر از مرکز حلقه است. افزون بر این، جهت میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  همان جهت گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}$  حلقه است.

در مورد نقطه‌های محوری دور از حلقه، در معادله ۲۵-۲۶ داریم  $R \gg z$ . با این تقریب، معادله به صورت زیر درمی‌آید

$$B(z) \approx \frac{\mu_0 i R^2}{2z^3}$$

با یادآوری اینکه  $\pi R^2$  همان مساحت  $A$  حلقه است، با تعمیم نتیجه به دست آمده برای پیچهای با  $N$  دور، می‌توانیم معادله را به صورت زیر بنویسیم

$$B(z) = \frac{\mu_0 N i A}{2\pi z^3}$$

هم چنین چون  $\vec{B}$  و  $\vec{\mu}$  هم جهت هستند، این معادله را با قرار دادن  $\mu = N i A$  می‌توان به صورت برداری نوشت:

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{\mu}}{z^3} \quad (\text{پیچ حامل جریان}) \quad (27-25)$$

بنابراین دو راه داریم که می‌توانیم پیچ حامل جریان را به عنوان دو قطبی مغناطیسی در نظر بگیریم: (۱) وقتی پیچ در میدان مغناطیسی خارجی قرار گیرد به آن گشتاور نیرو وارد می‌شود؛ (۲) پیچ مطابق با معادله ۲۵-۲۷ برای نقطه‌های دور در امتداد محورش میدان مغناطیسی ذاتی خود را ایجاد می‌کند. شکل ۲۲-۲۵ میدان مغناطیسی یک حلقه جریان را نشان می‌دهد؛ همان‌طور که آهنربای شکل بیانگر آن است، یک سمت حلقه مانند قطب شمال (در جهت  $\vec{\mu}$ ) و سمت دیگر مانند قطب جنوب عمل می‌کند.

جریان  $i ds$  در نقطه  $P$  واقع در فاصله  $r$  از این عنصر عبارت است از

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i ds \times \hat{r}}{r^2} \quad (۳-۲۵) \quad (\text{قانون بیو-ساوار})$$

در اینجا  $\hat{r}$  بردار یک است که جهت آن از عنصر جریان به نقطه  $P$  است. کمیت  $\mu_0$  ثابت تراوایی نامیده می‌شود و مقدار آن  $4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A} \approx 1.26 \times 10^{-6} \text{ T.m/A}$  است.

**میدان مغناطیسی سیم مستقیم دراز** برای یک سیم مستقیم دراز حامل جریان  $i$ ، بزرگی میدان مغناطیسی در فاصله عمود  $R$  از سیم از قانون بیو-ساوار به دست می‌آید

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \quad (۴-۲۵) \quad (\text{سیم مستقیم دراز})$$

**میدان مغناطیسی یک کمان دایره‌ای** بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز یک کمان دایره‌ای به شعاع  $R$  و زاویه مرکزی  $\phi$  (بر حسب رادیان) و حامل جریان  $i$ ، عبارت است از

$$B = \frac{\mu_0 i \phi}{4\pi R} \quad (۹-۲۵) \quad (\text{در مرکز کمان دایره‌ای})$$

**نیروی میان جریانهای موازی** سیمهای موازی حامل جریانهای هم جهت یکدیگر را جذب و سیمهای موازی حامل جریانهای مخالف یکدیگر را دفع می‌کنند. بزرگی نیروی وارد بر طول  $L$  هر یک از سیمها عبارت است از

$$F_{ba} = i_b L B_a \sin 90^\circ = \frac{\mu_0 i_a i_b L}{2\pi d} \quad (۱۳-۲۵)$$

که در آن  $d$  فاصله سیم،  $i_a$  و  $i_b$  جریانها در سیمها هستند.

**قانون آمپر** قانون آمپر بیان می‌کند که

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{enc}} \quad (۱۴-۲۵) \quad (\text{قانون آمپر})$$

انتگرال خطی در این معادله دور یک حلقه بسته به نام حلقه آمپری محاسبه می‌شود. جریان  $i$  جریان خالصی است که به وسیله حلقه دور گرفته شده است. در مورد برخی توزیعهای جریان، برای محاسبه میدان مغناطیسی استفاده از معادله ۱۴-۲۵ آسان‌تر از معادله ۳-۲۵ است.

**میدانهای سیملوله و چنبره** در داخل یک سیملوله دراز حامل جریان  $i$  برای نقطه‌هایی که به دو انتهای آن نزدیک نباشد،

بزرگی  $B$  میدان مغناطیسی عبارت است از

$$B = \mu_0 i n \quad (۲۳-۲۵) \quad (\text{سیملوله آرمانی})$$

که در آن  $n$  تعداد دور در یکای طول است. در نقطه‌های داخل چنبره، بزرگی  $B$  میدان مغناطیسی عبارت است از

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r} \quad (۲۴-۲۵) \quad (\text{چنبره})$$

که در آن  $r$  فاصله مرکز چنبره تا آن نقطه است.

**میدان دو قطبی مغناطیسی** میدان مغناطیسی ایجاد شده

توسط یک پیچه حامل جریان، که یک دو قطبی مغناطیسی است، در نقطه  $P$  واقع در فاصله  $z$  در راستای محور مرکزی عمود بر پیچه موازی با محور است و با رابطه زیر داده می‌شود

$d\vec{B}$  را به دو مؤلفه تجزیه می‌کنیم:  $dB_{||}$  در راستای محور حلقه و  $dB_{\perp}$  عمود بر این محور. با توجه به تقارن، جمع برداری همه مؤلفه‌های عمودی  $dB_{\perp}$  ناشی از همه عنصرهای  $ds$  حلقه صفر است. به این ترتیب، فقط مؤلفه‌های محوری  $dB_{||}$  باقی می‌مانند و داریم

$$B = \int dB_{||}$$

برای عنصر  $ds$  در شکل ۲۵-۲۳، قانون بیو و ساوار (معادله ۱-۲۵) میدان مغناطیسی را در فاصله  $r$  به دست می‌دهد که عبارت است از

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i ds \sin \theta}{r^2}$$

هم‌چنین داریم

$$dB_{||} = dB \cos \alpha$$

با ترکیب این دو رابطه به دست می‌آوریم

$$dB_{||} = \frac{\mu_0 i \cos \alpha ds}{4\pi r^2} \quad (۲۸-۲۵)$$

شکل ۲۳-۲۵ نشان می‌دهد که  $\alpha$  و  $r$  به یکدیگر وابسته‌اند. اکنون هر یک را بر حسب متغیر  $z$ ، فاصله بین نقطه  $P$  و مرکز حلقه بیان می‌کنیم. رابطه‌ها چنین هستند

$$r = \sqrt{R^2 + z^2} \quad (۲۹-۲۵)$$

و

$$\cos \alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}} \quad (۳۰-۲۵)$$

با قراردادن معادله‌های ۲۹-۲۵ و ۳۰-۲۵ در معادله ۲۸-۲۵ خواهیم داشت

$$dB_{||} = \frac{\mu_0 i R}{4\pi (R^2 + z^2)^{3/2}} ds$$

توجه کنید که  $i$ ،  $R$  و  $z$  برای تمام عنصرهای  $ds$  دور حلقه دارای یک مقدارند؛ بنابراین، اگر از این معادله انتگرال بگیریم، خواهیم داشت

$$B = \int dB_{||}$$

$$= \frac{\mu_0 i R}{4\pi (R^2 + z^2)^{3/2}} \int ds$$

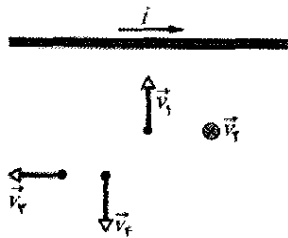
چون  $\int ds$  برابر با پیرامون  $2\pi R$  حلقه است، داریم

$$B(z) = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

این معادله ۲۶-۲۵ است که می‌خواستیم اثبات کنیم.

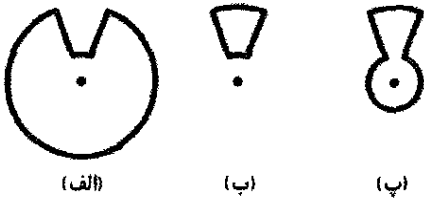
## بازنگری و خلاصه درس

**قانون بیو و ساوار** میدان مغناطیسی ناشی از یک رسانای حامل جریان را می‌توان از قانون بیو-ساوار به دست آورد. این قانون بیان می‌کند که میدان  $d\vec{B}$  ناشی از یک عنصر طول



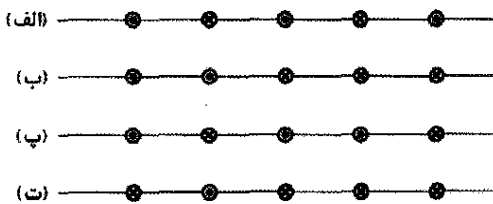
شکل ۲۵-۲۷ پرسش ۴

۵- شکل ۲۵-۲۸ سه مدار را نشان می‌دهد، که هر یک شامل دو طول شعاعی و دو کمان دایره‌ای هم‌مرکزند. یکی به شعاع  $r$  و دیگری به شعاع  $R > r$ . در مدارها جریانهای یکسانی برقرار و زاویهٔ میان دو طول شعاعی آنها یکسان است. این مدارها را به ترتیب بزرگی میدان مغناطیسی خالص در مرکز مرتب کنید.



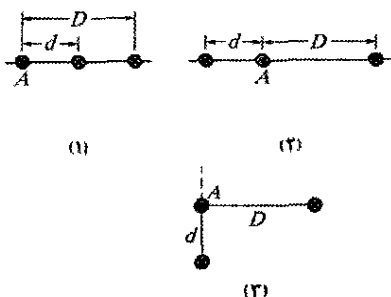
شکل ۲۸-۲۵ پرسش ۵

۶- شکل ۲۵-۲۹ چهار آرایش را نشان می‌دهد که در آنها سیمهای موازی و دراز به فاصلهٔ مساوی از یکدیگرند و در آنها جریانهای مساوی به طرف داخل صفحه یا خارج از صفحه برقرار است. این آرایشها را به ترتیب بزرگی نیروی خالص وارد بر سیم مرکزی ناشی از جریان در سیمهای دیگر مرتب کنید.



شکل ۲۹-۲۵ پرسش ۶

۷- شکل ۲۵-۳۰ آرایشهای سه سیم مستقیم و دراز را نشان می‌دهد که از آنها جریانهای مساوی ولی به طرف داخل صفحه یا به طرف خارج از آن می‌گذرند. (الف) این آرایشها را به ترتیب بزرگی نیروی خالص وارد بر سیم  $A$  ناشی از جریان در سیمهای دیگر مرتب کنید. (ب) در آرایش ۳، آیا زاویهٔ میان نیروی خالص وارد بر سیم  $A$  و خط‌چین برابر، کمتر یا بیشتر از  $45^\circ$  است؟



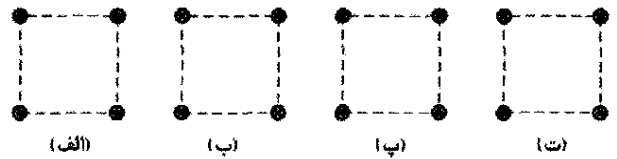
شکل ۳۰-۲۵ پرسش ۷

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 \vec{I}}{2\pi z^2} \quad (25-27)$$

که در آن  $\vec{I}$  گشتاور دو قطبی پیچه است. این معادله فقط وقتی که  $z$  خیلی بزرگتر از ابعاد پیچه باشد برقرار است.

## پرسشها

۱- شکل ۲۴-۲۵ چهار آرایش را نشان می‌دهد که در آن سیمهای موازی دراز که در گوشه‌های مربعهای مشابه واقع‌اند حامل جریانهای مساوی‌اند که به طرف داخل صفحه یا به خارج از آن عبور می‌کنند. این آرایشها را به ترتیب بزرگی میدان مغناطیسی خالص در مرکز مربعها مرتب کنید.



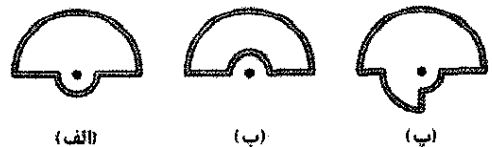
شکل ۲۴-۲۵ پرسش ۱

۲- شکل ۲۵-۲۵ مقطع دو سیم مستقیم دراز را نشان می‌دهد؛ سیم سمت چپ حامل جریان  $I_1$  و به طرف خارج از صفحه است. اگر میدان مغناطیسی ناشی از دو جریان در نقطه  $P$  صفر باشد، (الف) آیا جهت جریان  $I_2$  در سیم سمت راست به طرف خارج صفحه است یا به داخل آن؟ (ب) آیا جریان  $I_2$  بزرگتر از  $I_1$  است یا کوچکتر یا مساوی با آن است؟



شکل ۲۵-۲۵ پرسش ۲

۳- شکل ۲۵-۲۶ سه مدار را نشان می‌دهد که شامل کمانهای دایره‌ای هم‌مرکزند (یا نیم‌دایره یا ربع دایره با شعاعهای  $r$ ،  $2r$  و  $3r$  هستند) و طولهای شعاعی دارند. مدارها حامل جریان یکسانی هستند. آنها را به ترتیب بزرگی میدان مغناطیسی ایجاد شده در مرکز انحنا (نقطه) مرتب کنید.

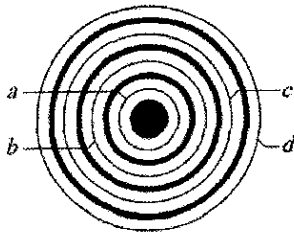


شکل ۲۶-۲۵ پرسش ۳

۴- شکل ۲۵-۲۷ یک عکس فوری از بردارهای سرعت چهار الکترون در نزدیکی سیم حامل جریان  $I$  را نشان می‌دهد. چهار سرعت بزرگی یکسانی دارند؛ جهت سرعت  $\vec{v}_4$  به طرف داخل صفحه است. فاصلهٔ الکترونها ۱ و ۲ از سیم یکسان است و فاصلهٔ الکترونها ۳ و ۴ نیز از سیم یکسان است. این الکترونها را به ترتیب بزرگی نیروهای مغناطیسی وارد بر آنها به وسیلهٔ جریان  $I$  مرتب کنید.



تا بیشترین شعاع عبارت‌اند از ۴A به طرف بیرون صفحه، ۹A به طرف داخل صفحه، ۵A به طرف بیرون صفحه و ۳A به طرف داخل صفحه. این حلقه‌های آمپری را به ترتیب بزرگی  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  دور هر یک مرتب کنید.



شکل ۲۵-۳۴ پرسش ۱۱

### مسئله‌ها

● مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس).

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

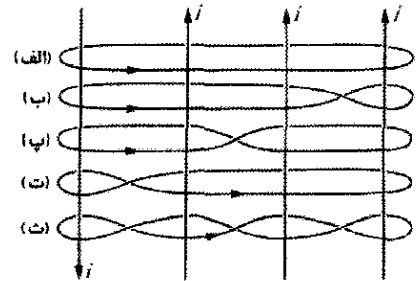
ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

●●●● تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

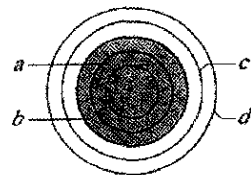
اطلاعات اضافی در سیرک پرندۀ فیزیک و در [flyingcircusofphysics.com](http://flyingcircusofphysics.com) قابل دسترس است.

۸- شکل ۲۵-۳۱ چهار جریان یکسان  $i$  و پنج مسیر آمپری ( $a$ ) تا ( $e$ ) که آنها را دربر گرفته‌اند نشان می‌دهد. این مسیرها را به ترتیب مثبت‌تر بودن مقدار  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  در جهت‌های نشان داده شده مرتب کنید.



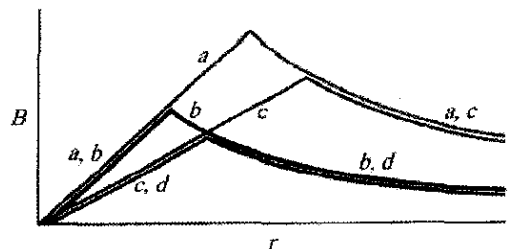
شکل ۲۵-۳۱ پرسش ۸

۹- شکل ۲۵-۳۲ چهار حلقه آمپری دایره‌ای ( $d$  و  $c, b, a$ ) هم مرکز با سیمی که در آن جریانی به طرف بیرون صفحه برقرار است نشان می‌دهد. جریان در مقطع دایره‌ای سیم (ناحیه سایه‌دار) یکنواخت است. این حلقه‌ها را به ترتیب بزرگیهای  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  دور هر یک مرتب کنید.



شکل ۲۵-۳۲ پرسش ۹

۱۰- شکل ۲۵-۳۳، بزرگی میدان مغناطیسی داخل و خارج چهار سیم ( $d$  و  $c, b, a$ )، هر یک حامل جریانی که به طور یکنواخت در مقطع سیم توزیع شده‌اند را برحسب تابعی از فاصله شعاعی  $r$  نشان می‌دهد. این سیمها را به ترتیب بزرگی (الف) شعاع، (ب) بزرگی میدان مغناطیسی در سطح و (پ) مقدار جریان مرتب کنید. (ت) آیا بزرگی چگالی جریان در سیم  $a$  بزرگتر از چگالی جریان در سیم  $c$  است یا کوچکتر یا مساوی با آن است؟



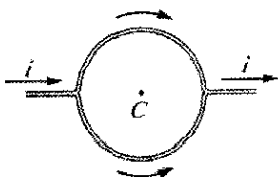
شکل ۲۵-۳۳ پرسش ۱۰

۱۱- شکل ۲۵-۳۴ چهار حلقه آمپری دایره‌ای ( $d$  و  $c, b, a$ ) هم مرکز چهار رسانای دایره‌ای دراز (ناحیه‌های سایه‌دار) هم مرکز را نشان می‌دهد. سه رسانا استوانه توخالی و رسانای مرکزی یک استوانه توپر است. جریان در این رساناها از کمترین شعاع

بخش ۲۵-۲ محاسبه میدان مغناطیسی ناشی از جریان الکتریکی

۱- در نقطه خاصی از کشور فیلیپین میدان مغناطیسی زمین با بزرگی  $39 \mu T$  افقی و به طرف شمال است. فرض کنید دقیقاً  $8.0 \text{ cm}$  بالای یک سیم مستقیم دراز افقی که حامل جریان ثابتی است میدان خالص صفر است. (الف) بزرگی و (ب) جهت جریان چیست؟ SSM

۲- یک رسانای مستقیم که حامل جریان  $i = 5.0 \text{ A}$  است مانند شکل ۲۵-۳۵ به دو کمان نیمه‌دایره‌ای یکسان تقسیم شده است. میدان مغناطیسی در مرکز  $C$  حلقه دایره‌ای حاصل چقدر است؟



شکل ۲۵-۳۵ مسئله ۲

۳- نقشه برداری در فاصله  $6.1 \text{ m}$  زیر خط فشار قوی که در آن جریان  $100 \text{ A}$  برقرار است یک قطب نمای مغناطیسی را به کار می‌برد. (الف) میدان مغناطیسی ناشی از خط فشار قوی در

۷- دو سیم مستقیم دراز به فاصله  $8.0\text{ cm}$  از یکدیگر به طور موازی قرار دارند. این دو سیم جریانهای مساوی را به گونه‌ای حمل می‌کنند که میدان مغناطیسی در نقطه وسط فاصله آنها  $300\text{ }\mu\text{T}$  است. (الف) آیا جریانها در یک جهت اند یا مخالف

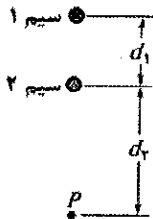
یکدیگرند؟ (ب) جریان مورد نیاز چقدر است؟ SSM

۸- در شکل ۲۵-۳۹ سیمی نیم‌دایره‌ای به شعاع  $R=9.25\text{ cm}$  و دو قسمت راست (شعاعی) هر یک به طول  $L=13.1\text{ cm}$  نشان داده است. این سیم حامل جریان  $i=34/8\text{ mA}$  است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به داخل یا خارج از صفحه) میدان مغناطیسی خالص را در مرکز نیم‌دایره به مرکز  $C$  پیدا کنید.



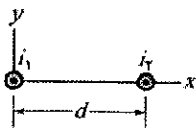
شکل ۲۵-۳۹ مسئله ۸

۹- در شکل ۲۵-۴۰، دو سیم مستقیم دراز بر صفحه کاغذ عمودند و فاصله آنها  $d_1=0.75\text{ cm}$  است. سیم ۱ حامل جریان  $6/5\text{ A}$  به داخل صفحه است. اگر میدان مغناطیسی خالص ناشی از دو جریان در نقطه  $P$  واقع در فاصله  $d_2=1.50\text{ cm}$  از سیم ۲ صفر باشد (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه) جریان در سیم ۲ را پیدا کنید.



شکل ۲۵-۴۰ مسئله ۹

۱۰- در شکل ۲۵-۴۱، دو سیم مستقیم دراز به فاصله  $d=16.0\text{ cm}$  از یکدیگر حامل جریانهای  $i_1=3/9\text{ mA}$  و  $i_2=3/50\text{ mA}$  به طرف خارج صفحه‌اند. (الف) در چه نقطه‌ای روی محور  $x$  میدان مغناطیسی خالص ناشی از جریانها صفر است؟ (ب) اگر دو جریان دو برابر شوند، آیا نقطه صفر میدان مغناطیسی به طرف سیم ۱ جابه‌جا می‌شود یا به طرف سیم ۲، یا بدون تغییر می‌ماند؟

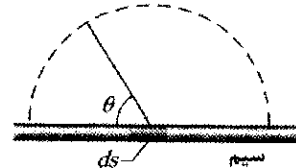


شکل ۲۵-۴۱ مسئله ۱۰

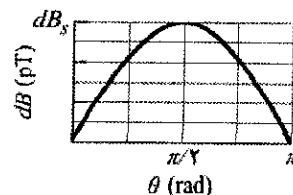
۱۱- در شکل ۲۵-۴۲، جریان  $i=10\text{ A}$  در رسانای دراز سنجاق موی سر که با خم کردن آن به صورت نیم‌دایره‌ای به شعاع  $R=5.0\text{ mm}$  درآمده برقرار است. نقطه  $b$  در میان بخشهای سیم قرار دارد و از نیم‌دایره چنان دور است که هر بخش مستقیم را می‌توان تقریباً یک سیم به طول بینهایت در نظر

محل قطب‌نما چقدر است؟ (ب) آیا این میدان به طور جدی روی جهتگیری قطب‌نما اثر می‌گذارد؟ مؤلفه افقی میدان مغناطیسی زمین در این محل  $20\text{ }\mu\text{T}$  است.

۴- شکل ۲۵-۳۶ الف عنصری به طول  $d_s=1/100\text{ }\mu\text{m}$  را در یک سیم مستقیم خیلی دراز و حامل جریان نشان می‌دهد. جریان در این عنصر میدان مغناطیسی دیفرانسیلی  $dB$  را در نقطه‌های فضای اطراف برقرار می‌کند. شکل ۲۵-۳۶ ب بزرگی  $dB$  میدان را در نقطه‌هایی به فاصله  $2/5\text{ cm}$  از این عنصر، برحسب تابعی از زاویه میان سیم و خط مستقیم متصل به آن نقطه نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با  $dB_s=60/10\text{ pT}$  مشخص شده است. بزرگی میدان مغناطیسی برقرار شده توسط کل سیم در فاصله عمودی  $2/5\text{ cm}$  از سیم چقدر است؟



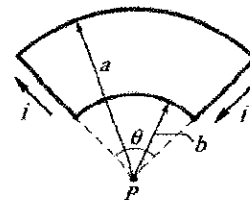
(الف)



(ب)

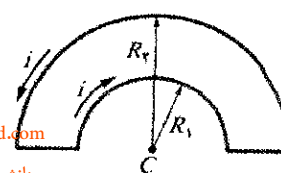
شکل ۲۵-۳۶ مسئله ۴

۵- در شکل ۲۵-۳۷ شعاعهای دو کمان دایره‌ای عبارت‌اند از  $a=12/5\text{ cm}$  و  $b=10/7\text{ cm}$ . زاویه تحت پوشش دو کمان  $74/0^\circ$  است و آنها حامل جریان  $i=0/411\text{ A}$  هستند. مرکز مشترک آنها نقطه  $P$  است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به داخل یا خارج) میدان مغناطیسی خالص در نقطه  $P$  را پیدا کنید.



شکل ۲۵-۳۷ مسئله ۵

۶- در شکل ۲۵-۳۸ شعاع دو کمان نیم‌دایره‌ای عبارت‌اند از  $R_1=3/15\text{ cm}$  و  $R_2=7/80\text{ cm}$ . این دو نیم‌دایره در نقطه  $C$



شکل ۲۵-۳۸ مسئله ۶

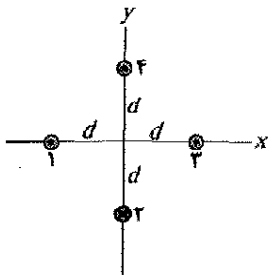
هم مرکزند و در آنها جریان  $i=0/281\text{ A}$  برقرار است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به داخل یا خارج صفحه) میدان مغناطیسی خالص در نقطه  $C$  را پیدا کنید.

۱۵۰۰- سیمی با جریان  $i = 3.00 \text{ A}$  در شکل ۲۵-۴۶ نشان داده شده است. دو بخش مستقیم نیم بینهایت، هر دو مماس بر یک دایره، با یک کمان دایره‌ای که زاویه مرکزی آن  $\theta$  است به هم متصل‌اند. کمان وصل‌کننده و دو بخش مستقیم همگی در یک صفحه قرار دارند. اگر  $B = 0$  باشد،  $\theta$  چقدر است؟ SSM



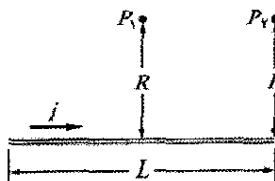
شکل ۲۵-۴۶ مسئله ۱۵

۱۶۰۰- شکل ۲۵-۴۷ مقطع چهار سیم نازک موازی، مستقیم و خیلی دراز را نشان می‌دهد. این سیمها حامل جریانهای یکسان در جهتهای نشان داده شده‌اند. در آغاز همه چهار سیم در فاصله  $d = 15.0 \text{ cm}$  از مبدا مختصات قرار دارند که در آنجا میدان مغناطیسی خالص  $\vec{B}$  را ایجاد کرده‌اند. (الف) تا چه مقدار  $x$  سیم ۱ را باید حرکت داد تا  $\vec{B}$  به اندازه  $30^\circ$  پاد ساعتگرد بچرخد؟ (ب) وقتی سیم ۱ در وضعیت جدید قرار گرفت، تا چه مقدار  $x$  باید سیم ۳ را در امتداد محور  $x$  حرکت داد تا  $\vec{B}$  به اندازه  $30^\circ$  بچرخد و به وضعیت اولیه برگردد؟



شکل ۲۵-۴۷ مسئله ۱۶

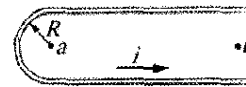
۱۷۰۰- در شکل ۲۵-۴۸، نقطه  $P_1$  در فاصله  $R = 13/1 \text{ cm}$  روی عمود منصف سیم مستقیمی به طول  $L = 18/0 \text{ cm}$  که حامل جریان  $i = 58/2 \text{ mA}$  است قرار دارد. (توجه کنید که سیم دراز نیست.) بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از  $i$  در  $P_1$  چقدر است؟ WWW SSM



شکل ۲۵-۴۸ مسئله‌های ۱۷ و ۲۱

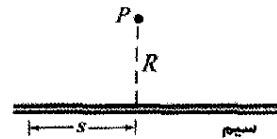
۱۸۰۰- معادله ۲۵-۴۰ بزرگی  $B$  میدان مغناطیسی برقرار شده توسط جریانی در یک سیم مستقیم بینهایت دراز را در نقطه  $P$  در فاصله عمودی  $R$  از سیم به دست می‌دهد. فرض کنید که نقطه  $P$  در واقع در فاصله عمودی  $R$  از نقطه وسط سیمی به طول  $L$  متناهی قرار دارد. با استفاده از معادله ۲۵-۴۰،  $B$  را

گرفت. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه)  $\vec{B}$  در  $a$  و (پ) بزرگی و (ت) جهت  $\vec{B}$  در  $b$  را پیدا کنید.



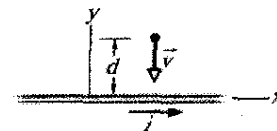
شکل ۲۵-۴۲ مسئله ۱۱

۱۲۰۰- در شکل ۲۵-۴۳، نقطه  $P$  در فاصله عمودی  $R = 2/00 \text{ cm}$  از یک سیم مستقیم دراز و حامل جریان قرار دارد. میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  برقرار شده در نقطه  $P$  ناشی از همه عنصرهای جریان-طول یکسان  $i d\vec{s}$  در طول سیم است. فاصله عنصری که (الف) بیشترین سهم را در میدان  $\vec{B}$  و (ب)  $10\%$  درصد از بیشترین سهم را دارد چقدر است؟



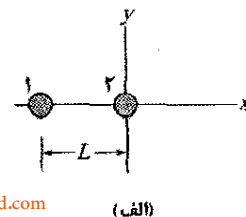
شکل ۲۵-۴۳ مسئله ۱۲

۱۳۰۰- شکل ۲۵-۴۴ پروتون متحرکی را با سرعت  $\vec{v} = (-200 \text{ m/s})\hat{j}$  نشان می‌دهد که به طرف سیم مستقیم درازی که حامل جریان  $i = 350 \text{ mA}$  است حرکت می‌کند. در لحظه نشان داده شده، فاصله پروتون از سیم  $d = 2/89 \text{ cm}$  است. نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون ناشی از جریان را بر حسب بردار یکه پیدا کنید. ILW

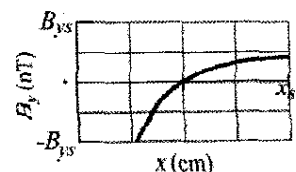


شکل ۲۵-۴۴ مسئله ۱۳

۱۴۰۰- شکل ۲۵-۴۵ الف مقطع دو سیم موازی مستقیم به فاصله  $L$  را که حامل جریان است نشان می‌دهد. نسبت  $i_1/i_2$  جریانهها برابر با  $4/00$  است؛ جهت جریانهها نشان داده نشده است. شکل ۲۵-۴۲ ب مؤلفه  $B_y$  میدان مغناطیسی خالص آنها را در امتداد محور  $x$  به طرف راست سیم ۲ نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با  $B_{y0} = 4/0 \text{ nT}$  و مقیاس محور افقی با  $x_0 = 20/0 \text{ cm}$  مشخص شده است. (الف) در چه مقدار  $x > 0$  مؤلفه  $B_y$  بیشینه است؟ (ب) اگر  $i_2 = 3 \text{ mA}$  باشد، مقدار این بیشینه چقدر است؟ جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه) (پ)  $i_1$  و (ت) چگونه است؟

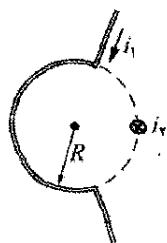


(الف)

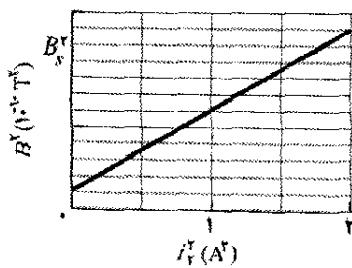


(ب)

شکل ۲۵-۴۵ مسئله ۱۴



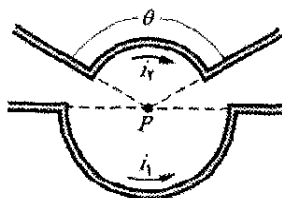
(الف)



(ب)

شکل ۲۵-۵۱ مسئله ۲۲

۲۳- شکل ۲۵-۵۲ دو قطعه جریان را نشان می‌دهد. قطعه پایینی حامل جریان  $i_1 = 0.40 \text{ A}$  و شامل کمان دایره‌ای با شعاع  $5.0 \text{ cm}$  و زاویه  $180^\circ$  و نقطه مرکزی  $P$  است. قطعه بالایی حامل جریان  $i_2 = 2i_1$  و شامل کمان دایره‌ای با شعاع  $4.0 \text{ cm}$  و زاویه  $120^\circ$  و همان مرکز  $P$  است. (الف) بزرگی و (ب) جهت میدان مغناطیسی خالص  $\vec{B}$  را برای جهتهای نشان داده شده در صورت جریان پیدا کنید. (پ) بزرگی و (ت) جهت  $\vec{B}$  در صورت معکوس شدن جهت جریان را پیدا کنید.



شکل ۲۵-۵۲ مسئله ۲۳

۲۴۰۰- جریانی در یک حلقه سیم شامل نیمدایره‌ای به شعاع  $40.00 \text{ cm}$  و نیمدایره‌ای کوچکتر و هم مرکز و دو سیم مستقیم شعاعی که همگی در یک صفحه قرار دارند برقرار است. شکل ۲۵-۵۳ الف این آرایش را نشان می‌دهد که در مقیاس نیست. بزرگی میدان مغناطیسی ایجاد شده در مرکز انحنای  $47.25 \mu\text{T}$  است. سپس نیمدایره کوچک به طرف دیگر برگردانده (چرخانده) می‌شود تا دوباره مجموعه در یک صفحه قرار گیرد، (شکل ۲۵-۵۳ ب). میدان مغناطیسی ایجاد شده در (همان) مرکز انحنای اکنون دارای بزرگی  $15.75 \mu\text{T}$  است ولی جهت آن معکوس شده است. شعاع دایره کوچکتر چقدر است؟

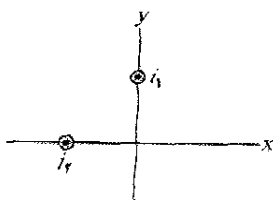


(الف)

(ب)

شکل ۲۵-۵۳ مسئله ۲۴

۲۵- در شکل ۲۵-۵۴، دو سیم مستقیم دراز (نشان داده شده با مقطع) حامل جریانهای  $i_1 = 30.0 \text{ mA}$  و  $i_2 = 40.0 \text{ mA}$  به طرف بیرون صفحه هستند.



فاصله آنها از مبدأ یکسان است و یک میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  برقرار کرده‌اند. جریان  $i_1$  تا چه مقدار باید تغییر کند تا  $\vec{B}$  را به اندازه  $20.0^\circ$  ساعتگرد

www.iran-mavad.com

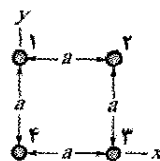
مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

شکل ۲۵-۵۴ مسئله ۲۵

محاسبه و سپس خطای آن را برحسب درصد بیان کنید. اگر خطای نسبی کمتر از  $1/100$  درصد باشد، نسبت  $L/R$  چقدر تغییر می‌کند؟ یعنی چه مقدار  $L/R$  جواب زیر را به دست می‌دهد

$$\frac{(B - \text{واقعی}) - (B \text{ از معادله } ۲۵-۴)}{(B \text{ واقعی})} = 1/100$$

۱۹۰۰- در شکل ۲۵-۴۹ چهار سیم مستقیم دراز بر صفحه شکل عمودند و مقطع آنها مربعی به ضلع  $a = 2.0 \text{ cm}$  می‌سازد. جریان در سیمهای ۱ و ۴ به طرف بیرون صفحه و در سیمهای ۲ و ۳ به طرف داخل صفحه‌اند و جریانی در هر سیم  $2.0 \text{ A}$  است. میدان مغناطیسی خالص در مرکز مربع را برحسب بردار بیکه پیدا کنید. SSM



شکل ۲۵-۴۹ مسئله‌های ۱۹، ۳۶ و ۳۹

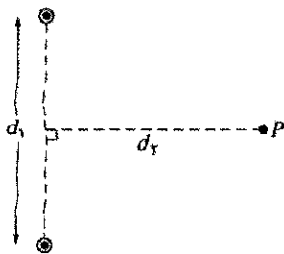
۲۰۰۰- در شکل ۲۵-۵۰، دو حلقه سیمی دایره‌ای هم مرکز حامل جریان در یک جهت‌اند و در یک صفحه قرار دارند. شعاع حلقه ۱ برابر  $1/50 \text{ cm}$  و جریانی آن  $4.00 \text{ mA}$  است. شعاع حلقه ۲ برابر  $2/50 \text{ cm}$  و حامل جریان  $6.00 \text{ mA}$  است. حلقه ۲ را حول قطری می‌چرخانیم و در همان حال میدان مغناطیسی خالص  $\vec{B}$  برقرار شده توسط دو حلقه را در مرکز مشترک آنها اندازه می‌گیریم. برای اینکه بزرگی میدان خالص  $100 \text{ nT}$  باشد، حلقه ۲ چقدر باید بچرخد؟



شکل ۲۵-۵۰ مسئله ۲۰

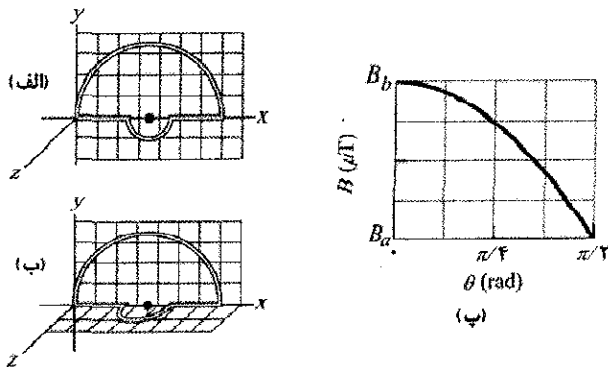
۲۱۰۰- در شکل ۲۵-۴۸، نقطه  $P$  در فاصله عمودی  $R = 25.1 \text{ cm}$  از یک انتهای سیم مستقیم به طول  $L = 12.6 \text{ cm}$  و حامل جریان  $i = 0.693 \text{ A}$  قرار دارد. (توجه کنید که سیم دراز نیست). بزرگی میدان مغناطیسی در  $P$  چقدر است؟ SSM

۲۲۰۰- در شکل ۲۵-۵۱ الف، سیم ۱ شامل یک کمان دایره‌ای و دو طول شعاعی است؛ این سیم حامل جریان  $i_1 = 0.50 \text{ A}$  در جهت مشخص شده است. سیم ۲ که مقطع آن نشان داده شده سیم دراز مستقیمی عمود بر صفحه شکل است. فاصله این سیم از مرکز کمان برابر با شعاع  $R$  کمان، و حامل جریان  $i_2$  است که می‌تواند تغییر کند. این دو جریان یک میدان مغناطیسی خالص  $\vec{B}$  در مرکز کمان ایجاد می‌کنند. شکل ۲۵-۷۰ ب مربع بزرگی میدان  $B^2$  را بر حسب مربع جریان  $i_2$  به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با  $B_s^2 = 10.0 \times 10^{-10} \text{ T}^2$  مشخص شده است. زاویه  $\theta$  مقابل به کمان چقدر است؟



شکل ۲۵-۵۷ مسئله ۲۹

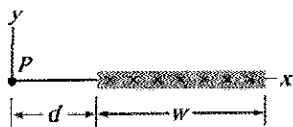
●●●۳۰- همه حلقه سیم حامل جریان در شکل ۲۵-۵۸ الف در یک صفحه قرار دارد و از یک نیمدایره به شعاع  $10/0\text{ cm}$  یک نیمدایره کوچکتر به همان مرکز و دو طول شعاعی تشکیل شده است. نیمدایره کوچکتر به اندازه زاویه  $\theta$  حول صفحه می‌چرخد تا بر آن عمود شود (شکل ۲۵-۵۸ ب). شکل ۲۵-۵۸ پ بزرگی میدان مغناطیسی خالص را در مرکز آنجا برحسب زاویه  $\theta$  به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با  $B_a = 10/0\text{ }\mu\text{T}$  و  $B_b = 12/0\text{ }\mu\text{T}$  مشخص شده است. شعاع دایره کوچکتر چقدر است؟



شکل ۲۵-۵۸ مسئله ۳۰

●●●۳۱- شکل ۲۵-۵۹ مقطع نوار باریک درازی به عرض  $w = 4/91\text{ cm}$  را نشان می‌دهد که حامل توزیع جریان یکنواخت  $i = 4/61\text{ mA}$  به طرف داخل صفحه است. در فاصله  $d = 2/16\text{ cm}$  از لبه نوار در نقطه P در صفحه آن میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  برحسب بردار یکه چقدر است؟ (راهنمایی: نوار را به صورت سیمهای موازی، باریک و دراز زیادی در نظر بگیرید.)

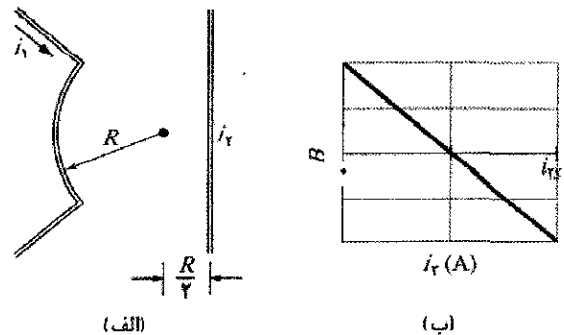
ILW SSM



شکل ۲۵-۵۹ مسئله ۳۱

●●●۳۲- شکل ۲۵-۶۰ مقطع دو سیم مستقیم دراز را نشان می‌دهد که روی استوانه پلاستیکی به شعاع  $20/0\text{ cm}$  نگاهداشته شده‌اند. سیم ۱ حامل جریان  $i_1 = 60/0\text{ mA}$  به طرف بیرون صفحه است و در جای خود در سمت چپ استوانه قرار دارد. سیم ۲ حامل جریان  $i_2 = 40/0\text{ mA}$  به طرف بیرون صفحه است و در جای خود در سمت راست استوانه قرار دارد. در چه زاویه  $\theta$

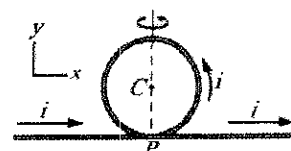
●●۲۶- شکل ۲۵-۵۵ الف دو سیم حامل جریان را نشان می‌دهد. سیم ۱ شامل یک کمان دایره‌ای به شعاع  $R$  و دو طول شعاعی است؛ سیم حامل جریان در جهت نشان داده شده و برابر با  $i_1 = 2/0\text{ A}$  است. سیم ۲ مستقیم و دراز است و جریان  $i_2$  که می‌تواند تغییر کند در آن برقرار است و در فاصله  $R/2$  از مرکز کمان قرار دارد. میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  خالص ناشی از این دو جریان در مرکز انحنا کمان اندازه‌گیری می‌شود. شکل ۲۵-۵۵ ب نمودار مؤلفه  $\vec{B}$  را در جهت عمود بر شکل برحسب تابعی از جریان  $i_2$  نشان می‌دهد. مقیاس محور افقی با  $i_{2s} = 1/0\text{ A}$  مشخص شده است. زاویه دربر گرفته شده توسط کمان چقدر است؟



شکل ۲۵-۵۵ مسئله ۲۶

●۲۷- یک سیم دراز در امتداد محور  $x$  قرار دارد و حامل جریان  $30\text{ A}$  در جهت مثبت  $x$  است. سیم دراز دیگری که عمود بر صفحه  $xy$  است از نقطه  $(0, 4/0\text{ m}, 0)$  عبور می‌کند و حامل جریان  $40\text{ A}$  در جهت مثبت  $z$  است. بزرگی میدان مغناطیسی حاصل در نقطه  $(0, 2/0\text{ m}, 0)$  چقدر است؟

●۲۸- در شکل ۲۵-۵۶ بخشی از یک سیم عایق‌بندی شده دراز که حامل جریان  $i = 5/75\text{ mA}$  است به صورت دایره‌ای به شعاع  $R = 1/89\text{ cm}$  درآمده است. اگر بخش دایره‌ای (الف) در صفحه کاغذ به صورت نشان داده شده قرار داشته باشد و (ب) پس از چرخش  $90^\circ$  پاد ساعتگرد به صورت مشخص شده عمود بر صفحه کاغذ قرار گیرد، میدان مغناطیسی را در مرکز انحنا  $C$  بر حسب بردار یکه پیدا کنید؟



شکل ۲۵-۵۶ مسئله ۲۸

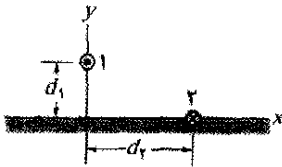
●۲۹- شکل ۲۵-۵۷ دو سیم مستقیم خیلی دراز (نشان داده شده با مقطع) هر یک حامل جریان  $4/00\text{ A}$  به طرف بیرون را نشان می‌دهد. فاصله  $d_1 = 6/00\text{ m}$  و  $d_2 = 4/00\text{ m}$  است. بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه P، که روی عمود منصف سیمها قرار دارد، چقدر است؟

www.iran-mavad.com

تابعی از  $\theta_1$  اندازه‌گیری می‌شود. شکل ۲۵-۶۲ ب مؤلفه  $x$  این میدان یعنی  $B_x$  (مقیاس محور قائم با  $6/0 \mu T$  مشخص شده است) و شکل ۲۵-۶۲ ب مؤلفه  $y$  این میدان یعنی  $B_y$  (مقیاس محور قائم با  $4/0 \mu T$  مشخص شده است) برحسب تابعی از  $\theta_1$  نشان می‌دهند. (الف) سیم ۲ در چه زاویه  $\theta_1$  واقع شده است؟ (ب) اندازه و (پ) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه) جریان در سیم ۱ و (ت) اندازه و (ث) جهت جریان در سیم ۲ را پیدا کنید.

### بخش ۲۵-۳ نیروی میان دو جریان موازی

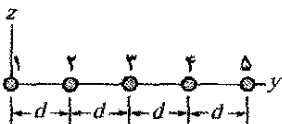
۳۵۰- شکل ۲۵-۶۳ مقطع سیم ۱ را نشان می‌دهد؛ سیم دراز و مستقیم است و جریان  $4/00 \text{ mA}$  به طرف خارج صفحه از آن می‌گذرد که در فاصله  $d_1 = 2/40 \text{ cm}$  از سطح قرار دارد. سیم ۲ که موازی با سیم ۱ و هم‌چنین دراز است، در فاصله افقی  $d_2 = 5/00 \text{ cm}$  از سیم ۱ قرار دارد و حامل جریان  $6/80 \text{ mA}$  به طرف داخل صفحه است. مؤلفه  $x$  نیروی مغناطیسی بر یکای طول سیم ۲ ناشی از سیم ۱ چقدر است؟ SSM



شکل ۲۵-۶۳ مسئله ۳۵۰

۳۶۰۰- در شکل ۲۵-۴۹، چهار سیم مستقیم دراز بر صفحه عمودند و مقاطع آنها مربعی به ضلع  $a = 8/50 \text{ cm}$  را تشکیل می‌دهند. هر سیم حامل جریان  $15/0 \text{ A}$  است و جریانها به طرف خارج صفحه‌اند. نیروی مغناطیسی خالص وارد بر یک متر از طول سیم را که بر سیم ۱ وارد می‌شود، برحسب بردار بیکه پیدا کنید.

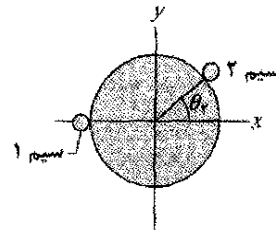
۳۷۰۰- در شکل ۲۵-۶۴، پنج سیم موازی دراز در صفحه  $xy$  و به فاصله  $d = 5/0 \text{ cm}$  از یکدیگر قرار دارند. جریانها به طرف داخل صفحه‌اند و عبارت‌اند از  $i_1 = 2/00 \text{ A}$ ،  $i_2 = 0/250 \text{ A}$ ،  $i_3 = 4/00 \text{ A}$  و  $i_4 = 2/00 \text{ A}$ . جریان به طرف خارج صفحه  $i_5 = 4/00 \text{ A}$  است. بزرگی نیروی خالص بر یکای طول وارد بر سیم ۳ ناشی از جریانهای دیگر چقدر است؟ SSM



شکل ۲۵-۶۴ مسئله‌های ۳۷ و ۳۸

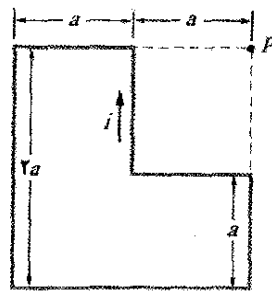
۳۸۰۰- در شکل ۲۵-۶۴، پنج سیم موازی دراز در صفحه  $xy$  و به فاصله  $d = 8/00 \text{ cm}$  از یکدیگر قرار دارند. طول سیمها  $10/0 \text{ m}$  است و حامل جریانهای یکسان  $3/00 \text{ A}$  به طرف خارج صفحه‌اند. به هر سیم نیروی مغناطیسی ناشی از سیمهای دیگر وارد می‌شود. بزرگی نیروی مغناطیسی خالص وارد بر (الف) سیم ۱،

(مثبتی) سیم ۲ باید قرار گیرد تا در مبدأ، میدان مغناطیسی ناشی از دو جریان دارای بزرگی  $80/0 \text{ nT}$  باشد؟



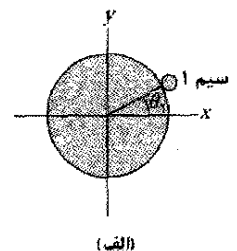
شکل ۲۵-۶۰ مسئله ۳۲

۳۳۰۰۰- در شکل ۲۵-۶۱، طول  $a$  برابر با  $4/7 \text{ cm}$  و جریان  $i$  برابر با  $13 \text{ A}$  است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل صفحه یا به طرف خارج آن) میدان مغناطیسی در نقطه  $P$  را پیدا کنید.

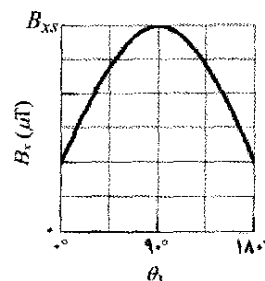


شکل ۲۵-۶۱ مسئله ۳۳

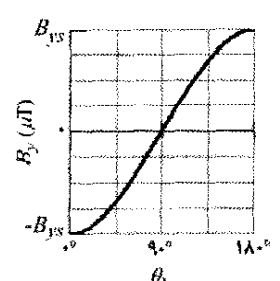
۳۴۰۰- دو سیم دراز مستقیم و باریک با جریان، در برابر یک استوانه پلاستیکی با طول مساوی و در شعاع  $R = 20/0 \text{ cm}$  از محور مرکزی استوانه قرار دارند. شکل ۲۵-۶۲ الف مقطع استوانه و سیم ۱ را نشان می‌دهد ولی سیم ۲ نشان داده نشده است. وقتی سیم ۲ در جای خود ثابت است، سیم ۱ از زاویه  $\theta_1 = 0^\circ$  تا زاویه  $\theta_1 = 180^\circ$  در ربع اول دوم دستگاه مختصات  $xy$  دور استوانه حرکت می‌کند. میدان مغناطیسی خالص  $\vec{B}$  در مرکز استوانه برحسب



(الف)



(ب)



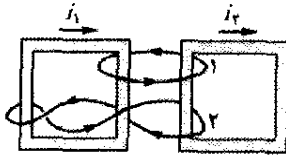
(پ)

شکل ۲۵-۶۲ مسئله ۳۴



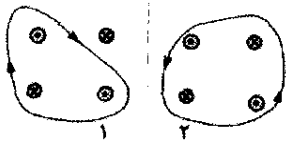
## بخش ۲۵-۴ قانون آمپر

۴۲۰- شکل ۲۵-۶۷ دو مسیر بسته پیچیده شده به دور دو حلقه رسانا حامل جریانهای  $i_1 = 5/0\text{ A}$  و  $i_2 = 3/0\text{ A}$  را نشان می‌دهد. مقدار انتگرال  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  در (الف) مسیر ۱ و (ب) مسیر ۲ چقدر است؟



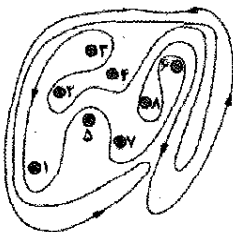
شکل ۲۵-۶۷ مسئله ۴۲۰

۴۳۰- از هر یک از هشت رسانای شکل ۲۵-۶۸ جریان  $2/0\text{ A}$  به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه می‌گذرد. دو مسیر برای انتگرال خطی  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  نشان داده شده است. مقدار این انتگرال در (الف) مسیر ۱ و (ب) مسیر ۲ چقدر است؟ SSM



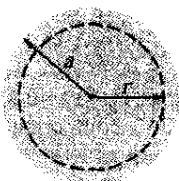
شکل ۲۵-۶۸ مسئله ۴۳۰

۴۴۰- در شکل ۲۵-۶۹ هشت سیم در نقطه‌های نشان داده شده به طور عمودی از صفحه عبور کرده‌اند. سیم با عدد  $k$  ( $k = 1, 2, \dots, 8$ ) حامل جریان  $ki$  است که  $ki = 4/50\text{ mA}$ . در مورد سیمهای با  $k$  فرد، جریان به طرف خارج صفحه و در مورد  $k$  زوج جریان به طرف داخل صفحه است.  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  را در طول مسیر بسته در جهت نشان داده شده محاسبه کنید.



شکل ۲۵-۶۹ مسئله ۴۴۰

۴۵۰- شکل ۲۵-۷۰ مقطع قطری یک استوانه رسانای دراز به شعاع  $a = 2/00\text{ cm}$  را که حامل جریان یکنواخت  $170\text{ A}$  است نشان می‌دهد. بزرگی میدان مغناطیسی جریان در فاصله شعاعی (الف) ۰، (ب)  $1/00\text{ cm}$ ، (پ)  $2/00\text{ cm}$  (سطح سیم) و (ت)  $4/00\text{ cm}$  چقدر است؟

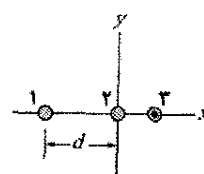


شکل ۲۵-۷۰ مسئله ۴۵۰

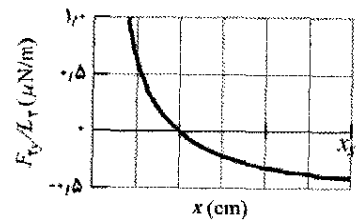
(ب) سیم ۲، (پ) سیم ۳، (ت) سیم ۴ و (ث) سیم ۵ را برحسب بردار یکه پیدا کنید.

۳۹۰۰- در شکل ۲۵-۴۹، چهار سیم مستقیم دراز بر صفحه عمودند و مقاطع آنها مربعی به ضلع  $a = 13/5\text{ cm}$  را تشکیل می‌دهند. هر سیم حامل جریان  $7/50\text{ A}$  است و جریانها در سیمهای ۱ و ۴ به طرف داخل صفحه و در سیمهای ۲ و ۳ به طرف خارج صفحه‌اند. نیروی مغناطیسی خالص وارد بر هر متر از طول سیم ۴ را برحسب بردار یکه پیدا کنید.

۴۰۰۰- شکل ۲۵-۶۵، مقطع سه سیم حامل جریان دراز، مستقیم و موازی با یکدیگر را نشان می‌دهد. سیمهای ۱ و ۲ روی محور  $x$  و به فاصله  $d$  از یکدیگر قرار دارند. سیم ۱ حامل جریان  $0/750\text{ A}$  است ولی جهت جریان در آن معلوم نیست. سیم ۳ با جریان  $0/250\text{ A}$  به طرف بیرون صفحه است و می‌تواند در امتداد محور  $x$  به سمت راست سیم ۲ حرکت کند. وقتی سیم ۳ حرکت کند، بزرگی نیروی مغناطیسی خالص  $\vec{F}_y$  وارد بر سیم ۲ ناشی از جریانهای سیمهای ۱ و ۳ تغییر می‌کند. مؤلفه  $y$  این نیرو  $F_y$  و مقدار آن به ازای یکای طول سیم ۲ برابر  $F_y/L_y$  است. شکل ۲۵-۶۵ ب، مقدار  $F_y/L_y$  را برحسب مکان  $x$  سیم ۳ به دست می‌دهد. نمودار وقتی که  $x \rightarrow \infty$  میل کند مجانبی به صورت  $F_y/L_y = -0/627\text{ }\mu\text{N/m}$  مقیاس محور افقی با  $x_p = 12/0\text{ cm}$  مشخص شده است. (الف) اندازه و (ب) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه) جریان در سیم ۲ را پیدا کنید.



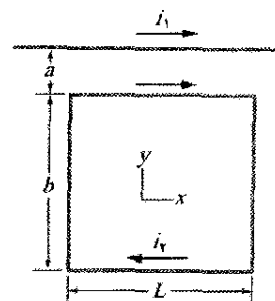
(الف)



(ب)

شکل ۲۵-۶۵ مسئله ۴۰۰۰

۴۱۰۰۰- در شکل ۲۵-۶۶، سیم دراز مستقیمی حامل جریان  $i_1 = 30/0\text{ A}$  و حلقه مستطیل شکل حامل جریان  $i_2 = 20/0\text{ A}$  است. فرض کنید  $a = 1/00\text{ cm}$ ،  $b = 8/00\text{ cm}$  و  $L = 30/0\text{ cm}$ . نیروی خالص وارد بر حلقه ناشی از  $i_1$  را برحسب بردار یکه را پیدا کنید. ILW



شکل ۲۵-۶۶ مسئله ۴۱۰۰۰

۵۲۰- سیمولوله‌ای به طول  $95/0\text{ cm}$  و شعاع  $2/00\text{ cm}$  دارای  $1200$  دور و حامل جریان  $3/60\text{ A}$  است. بزرگی میدان مغناطیسی را داخل سیمولوله محاسبه کنید.

۵۳۰۰- سیمولوله‌ی درازی با  $10/0\text{ cm}$  دور و شعاع  $7/00\text{ cm}$  حامل جریان  $20/0\text{ mA}$  است. در رسانای مستقیمی واقع در امتداد محور مرکزی سیمولوله جریان  $6/00\text{ A}$  برقرار است. (الف) در چه فاصله‌ی شعاعی از محور جهت میدان مغناطیسی ایجاد شده در  $45/0^\circ$  نسبت به جهت محوری خواهد بود؟ (ب) بزرگی میدان مغناطیسی در آنجا چقدر است؟

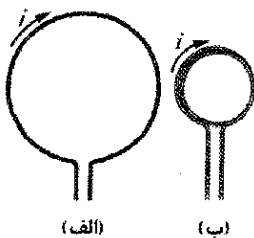
WWW.ILW.SSM

۵۴۰۰- الکترونی به طرف یک انتهای سیمولوله‌ای پرتاب می‌شود. وقتی که الکترون وارد میدان مغناطیسی یکنواخت داخل سیمولوله می‌شود، دارای تندی  $800\text{ m/s}$  است و بردار سرعت آن با محور مرکزی سیمولوله زاویه‌ی  $30^\circ$  می‌سازد. تعداد دورهای سیمولوله در طول آن  $8000$  و حامل جریان  $4/0\text{ A}$  است. الکترون داخل سیمولوله تا زمان خارج شدن از انتهای مقابل، در طول مسیر مارپیچی چند دور می‌چرخد؟ (در یک سیمولوله واقعی، که میدان در دو انتها یکنواخت نیست، تعداد دورها اندکی کمتر از پاسخی است که در اینجا به دست می‌آید).

۵۵۰۰- سیمولوله‌ی درازی با  $100\text{ cm}$  دور و حامل جریان  $i$  است. الکترونی در داخل سیمولوله در دایره‌ای به شعاع  $2/30\text{ cm}$  عمود بر محور سیمولوله حرکت می‌کند. تندی الکترون  $0/0460\text{ c}$  (تندی نور  $c$ ) است. جریان  $i$  در سیمولوله را به دست آورید.

## بخش ۲۵-۶ پیچه حامل جریان به عنوان دو قطبی مغناطیسی

۵۶۰- شکل ۲۵-۷۲ الف طولی از یک سیم حامل جریان  $i$  را نشان می‌دهد که به صورت پیچه دایره‌ای با یک دور درآمده است. در شکل ۲۵-۷۲ ب همان طول از سیم به صورت پیچه‌ای با دو دور و نصف شعاع اولیه خم شده است. (الف) اگر  $B_a$  و  $B_b$  بزرگیهای میدانهای مغناطیسی در مرکز دو پیچه باشند، نسبت  $B_b/B_a$  چقدر است؟ (ب) نسبت بزرگیهای گشتاور دو قطبی پیچه‌ها  $\mu_b/\mu_a$  چقدر است؟



شکل ۲۵-۷۲ مسئله ۵۶

۵۷۰- بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}$  در سیمولوله مسئله ۴۹ چقدر است؟ SSM

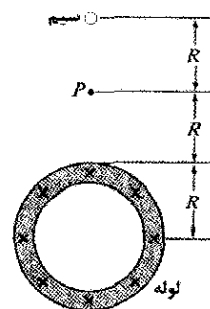
۵۸۰- شکل ۲۵-۷۳ آرایشی به نام پیچه هلمهولتز<sup>۱</sup> را نشان می‌دهد. این وسیله شامل دو پیچه دایره‌ای هم محور هر یک

www.iran-mavad.com مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

۴۶- در یک ناحیه خاص چگالی جریان یکنواخت  $15\text{ A/m}^2$  و در جهت مثبت  $z$  وجود دارد. وقتی انتگرال خطی در طول سه قطعه خط مستقیم از مختصات  $(x,y,z)$  برابر با  $(4d,0,0)$  تا  $(4d,3d,0)$ ، تا  $(0,0,0)$  و تا  $(4d,0,0)$  محاسبه شود مقدار  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  چقدر است؟  $d = 20\text{ cm}$  است.

۴۷۰۰- چگالی جریان  $\vec{J}$  داخل یک سیم استوانه‌ای توپر دراز به شعاع  $a = 3/1\text{ mm}$  در جهت محور مرکزی است و مقدار آن به طور خطی با فاصله شعاعی  $r$  از محور مطابق با  $J = J_0 r/a$  تغییر می‌کند، که در آن  $J_0 = 310\text{ A/m}^2$  است. بزرگی میدان مغناطیسی را در (الف)  $r = 0$  و (ب)  $r = a/2$  و (پ)  $r = a$  به دست آورید. ILW

۴۸۰۰- در شکل ۲۵-۷۱ یک لوله دایره‌ای دراز با شعاع خارجی  $R = 2/6\text{ cm}$  حامل جریان (توزیع شده به طور یکنواخت)  $i = 8/00\text{ mA}$  به طرف داخل صفحه است. سیمی در فاصله  $3/00R$  از مرکز تا مرکز موازی با لوله قرار دارد. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه) جریان در سیم را پیدا کنید به طوری که مقدار میدان مغناطیسی خالص در نقطه  $P$  دارای همان مقدار میدان مغناطیسی خالص در مرکز لوله ولی در جهت مخالف باشد.



شکل ۲۵-۷۱ مسئله ۴۸

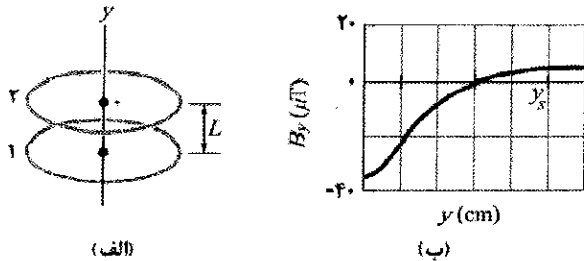
## بخش ۲۵-۵ سیمولوله و چنبره

۴۹۰- سیمولوله‌ای با  $200$  دور به طول  $25\text{ cm}$  و قطر  $10\text{ cm}$  حامل جریان  $0/29\text{ A}$  است. بزرگی میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  را داخل سیمولوله محاسبه کنید.

۵۰۰- سیمولوله‌ای به طول  $1/30\text{ m}$  و قطر  $2/60\text{ cm}$  حامل جریان  $18/0\text{ A}$  است. میدان مغناطیسی داخل سیمولوله  $23/0\text{ mT}$  است. طول سیمی را که سیمولوله از آن ساخته شده است به دست آورید.

۵۱۰- طول ضلع مقطع مربعی شکل یک چنبره  $5/00\text{ cm}$  و شعاع داخلی آن  $15/0\text{ cm}$  و با  $500$  دور حامل جریان  $0/800\text{ A}$  است. (این سیمولوله مربعی شکل، به جای سیمولوله گرد در شکل ۲۵-۱۷، به شکل دونات درآمده است). میدان مغناطیسی داخل چنبره در (الف) فاصله شعاع داخلی و (ب) در فاصله شعاع خارجی، چقدر است؟

۶۲۰۰- در شکل ۲۵-۷۶ الف، مرکزهای دو حلقه دایره‌ای با جریانه‌های مختلف و شعاع یکسان  $4/0\text{ cm}$  روی محور  $y$  قرار دارند. فاصله حلقه‌ها در آغاز  $L=3/0\text{ cm}$  و حلقه ۲ در مبدا محور قرار دارد. جریانه‌های دو حلقه یک میدان مغناطیسی خالص با مؤلفه  $y$  برابر  $B_y$  در مبدأ ایجاد می‌کنند. می‌خواهیم این مؤلفه را وقتی حلقه ۲ بتدریج در جهت مثبت محور  $x$  حرکت می‌کند اندازه‌گیری کنیم. شکل ۲۵-۷۶ ب،  $B_y$  را بر حسب تابعی از مکان  $y$  حلقه ۲ به دست می‌دهد. وقتی  $y \rightarrow \infty$  میل می‌کند، منحنی به مجانب  $B_y = 7/20\text{ }\mu\text{T}$  نزدیک می‌شود. مقیاس محور افقی با  $y_s = 10/0\text{ cm}$  مشخص شده است. (الف) جریانه  $i_1$  در حلقه ۱ و (ب) جریانه  $i_2$  در حلقه ۲ چقدر است؟



شکل ۲۵-۷۶ مسئله ۶۲

۶۳۰۰- یک حلقه دایره‌ای به شعاع  $12\text{ cm}$  حامل جریان  $15\text{ A}$  است. پیچه مسطحی به شعاع  $5/82\text{ cm}$  با  $50$  دور و جریان  $1/3\text{ A}$  هم مرکز با این حلقه است. صفحه حلقه بر صفحه پیچه عمود است. فرض کنید که میدان مغناطیسی حلقه در پیچه یکنواخت باشد. بزرگی (الف) میدان مغناطیسی ایجاد شده به وسیله حلقه در مرکز و (ب) گشتاور نیروی وارد بر پیچه ناشی از حلقه چقدر است؟ SSM

### مسئله‌های اضافی

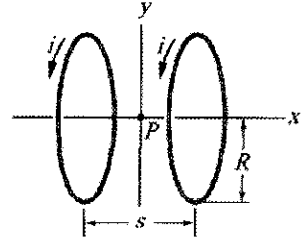
۶۴- شکل ۲۵-۷۷ حلقه بسته‌ای با جریان  $i = 2/00\text{ A}$  را نشان می‌دهد. این حلقه شامل یک نیم‌دایره به شعاع  $4/00\text{ m}$ ، ربع دایره هر یک به شعاع  $2/00\text{ m}$  و سه سیم مستقیم شعاعی است. بزرگی میدان مغناطیسی خالص در مرکز مشترک بخش‌های دایره‌ای چقدر است؟



شکل ۲۵-۷۷ مسئله ۶۴

۶۵- شکل ۲۵-۷۸ مقطع یک رسانای استوانه‌ای دراز به شعاع  $a = 4/00\text{ cm}$  شامل یک سوراخ استوانه‌ای دراز به شعاع  $b = 1/50\text{ cm}$  را نشان می‌دهد. محور مرکزی استوانه و سوراخ

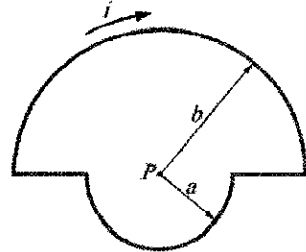
دارای  $200$  دور و شعاع  $R = 25/0\text{ cm}$  است که به فاصله  $S = R$  از هم قرار دارند. این دو پیچه حامل جریان مساوی  $i = 12/2\text{ mA}$  در یک جهت‌اند. بزرگی میدان مغناطیسی را در  $P$ ، وسط فاصله دو پیچه به دست آورید.



شکل ۲۵-۷۳ مسئله ۵۸ و ۸۶

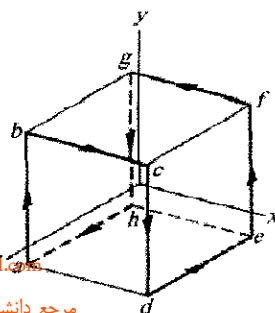
۵۹۰- دانشجویی با پیچیدن  $300$  دور سیم به دور یک استوانه چوبی به قطر  $d = 5/0\text{ cm}$  یک آهنربای الکتریکی کوتاه ساخته است. این پیچه به یک باتری که  $4/0\text{ A}$  جریان در سیم ایجاد می‌کند بسته شده است. (الف) بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی این وسیله چقدر است؟ (ب) در چه فاصله محوری  $z \gg d$  میدان مغناطیسی این دو قطبی  $5/0\text{ }\mu\text{T}$  است (تقریباً یک دهم میدان مغناطیسی زمین؟) SSM

۶۰۰۰- در شکل ۲۵-۷۴ جریانه  $i = 56/2\text{ mA}$  در حلقه‌ای شامل دو طول شعاعی و دو نیم‌دایره به شعاعهای  $a = 5/72\text{ cm}$  و  $b = 9/36\text{ cm}$  با مرکز مشترک  $P$  برقرار شده است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه) میدان مغناطیسی در  $P$  و (پ) بزرگی و (ت) جهت گشتاور دو قطبی مغناطیسی حلقه را پیدا کنید.



شکل ۲۵-۷۴ مسئله ۶۰

۶۱۰۰- در شکل ۲۵-۷۵ رسانایی حامل  $6/0\text{ A}$  در طول مسیر بسته  $abcdefgha$  یعنی ۸ ضلع از ۱۲ ضلع مکعبی به ضلع  $10\text{ cm}$  است. (الف) با در نظر گرفتن مسیر به صورت سه حلقه مربع  $abgha$ ،  $bcfgb$ ،  $cdefc$ ، گشتاور مغناطیسی خالص

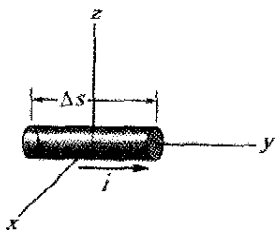


مسیر را بر حسب بردار یک به دست آورید. (ب) بزرگی میدان مغناطیسی خالص در مختصات  $(0, 5/0\text{ m}, 0)$   $xyz$  چقدر است؟

شکل ۲۵-۷۵ مسئله ۶۱

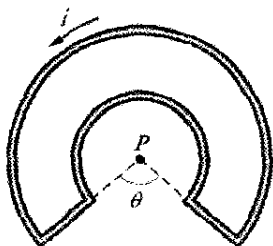
۷۰- یک سیم دراز قائم حامل جریانی نامعلوم است. هم محور با سیم یک سطح رسانای استوانه‌ای نازک دراز قرار دارد که حامل جریان  $3.0 \text{ mA}$  به طرف بالاست. شعاع سطح استوانه‌ای  $3.0 \text{ mm}$  است. اگر بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه  $5.0 \text{ mm}$  از سیم  $1.0 \mu\text{T}$  باشد، (الف) اندازه و (ب) جهت جریان در سیم را پیدا کنید. SSM

۷۱- شکل ۲۵-۸۱ قطعه سیمی به طول  $\Delta s = 3.0 \text{ cm}$  را نشان می‌دهد که مرکزش در مبدأ واقع است و جریان  $i = 2.0 \text{ A}$  در جهت مثبت محور  $y$  (به عنوان بخشی از یک مدار کامل) از آن می‌گذرد. برای محاسبه بزرگی میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  که توسط قطعه، در نقطه‌ای به فاصله چند متر از مبدأ ایجاد می‌شود، می‌توانیم از قانون بیو-سوار به صورت  $B = (\mu_0 / 4\pi) i \Delta s (\sin \theta) / r^2$  استفاده کنیم، زیرا  $\theta$  و  $r$  در سراسر قطعه رسانا ثابت‌اند.  $\vec{B}$  را (برحسب بردار یک‌به در مختصات  $(x, y, z)$ ) (الف)  $(0, 0, 5.0 \text{ m})$ ، (ب)  $(0, 6.0 \text{ m}, 0)$ ، (پ)  $(7.0 \text{ m}, 7.0 \text{ m}, 0)$ ، و (ت)  $(-3.0 \text{ m}, -4.0 \text{ m}, 0)$  پیدا کنید. SSM



شکل ۲۵-۸۱ مسئله ۷۱

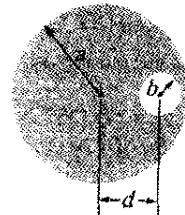
۷۲- در شکل ۲۵-۸۲ حلقه بسته‌ای حامل جریان  $i = 2.00 \text{ mA}$  است. این حلقه شامل دو سیم مستقیم شعاعی و دو کمان دایره‌ای هم مرکز به شعاعهای  $2.00 \text{ m}$  و  $4.00 \text{ m}$  است. زاویه  $\theta$  برابر با  $\pi/2 \text{ rad}$  است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه) میدان مغناطیسی خالص در مرکز انحنا  $P$  را پیدا کنید.



شکل ۲۵-۸۲ مسئله ۷۲

۷۳- یک کابل استوانه‌ای به شعاع  $8.00 \text{ mm}$  حامل جریان  $25.0 \text{ A}$  است که به طور یکنواخت در مساحت مقطع توزیع شده است. در چه فاصله‌ای از مرکز سیم، نقطه‌ای داخل سیم وجود دارد که بزرگی میدان مغناطیسی در آن  $0.100 \text{ mT}$  است؟ ۷۴- سیم درازی که حامل جریان  $100 \text{ A}$  است بر خطهای میدان مغناطیسی یک میدان مغناطیسی یکنواخت با بزرگی

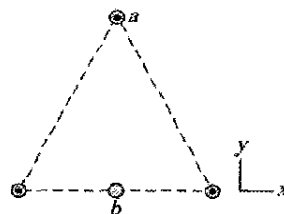
موازی‌اند و فاصله آنها از یکدیگر  $d = 2.00 \text{ cm}$  است. جریان  $i = 5.25 \text{ A}$  به طور یکنواخت در سطح سایه‌دار توزیع شده است. (الف) بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز سوراخ چقدر است؟ (ب) درباره دو مورد خاص  $b = 0$  و  $d = 0$  بحث کنید.



شکل ۲۵-۷۸ مسئله ۶۵

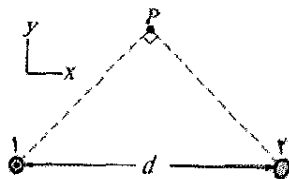
۶۶- بزرگی میدان مغناطیسی در فاصله  $88.0 \text{ cm}$  از محور یک سیم مستقیم دراز برابر با  $7.30 \mu\text{T}$  است. جریان در سیم چقدر است؟

۶۷- سه سیم دراز موازی با محور  $z$ ، هر یک حامل جریان  $10 \text{ A}$  در جهت مثبت  $z$  قرار دارند. نقطه‌های تلاقی این سیمها با صفحه  $xy$  یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع  $5.0 \text{ cm}$  را تشکیل می‌دهند که در شکل ۲۵-۷۹ نشان داده شده است. سیم چهارمی (سیم  $b$ ) از وسط قاعده مثلث و موازی با سیمهای دیگر عبور کرده است. اگر نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیم  $a$  صفر باشد، (الف) اندازه و (ب) جهت ( $+z$  یا  $-z$ ) جریان در سیم  $b$  را پیدا کنید.



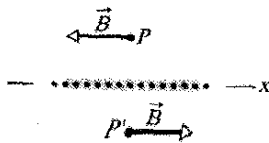
شکل ۲۵-۷۹ مسئله ۶۷

۶۸- شکل ۲۵-۸۰ مقطع دو سیم موازی دراز را به فاصله  $d = 10.0 \text{ cm}$  از یکدیگر نشان می‌دهد که هر یک حامل جریان  $100 \text{ A}$  هستند، و در سیم ۱ جریان به طرف بیرون صفحه است. نقطه  $P$  روی عمود منصف خط وصل کننده سیمها قرار دارد. اگر جریان در سیم ۲ (الف) به طرف بیرون صفحه و (ب) به طرف داخل صفحه باشد، میدان مغناطیسی خالص بر حسب بردار یک‌به را پیدا کنید.



شکل ۲۵-۸۰ مسئله ۶۸

۶۹- سیم لخت مسی نمره ۱۰ (به قطر  $2.6 \text{ mm}$ ) می‌تواند به راحتی با یک سیم  $50 \text{ A}$  را بدون داغ شدن اضافی تحمل کند. برای این منظور، سیمها را موازی با یکدیگر و در فاصله  $2.0 \text{ mm}$  از یکدیگر قرار دهید. بزرگی میدان مغناطیسی در سطح سیم چقدر است؟



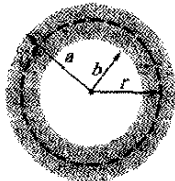
شکل ۲۵-۸۵ مسئله ۷۹

۸۰- دو سیم دراز در صفحه  $xy$  قرار دارند و هر یک حامل جریان در جهت مثبت محور  $x$  است. سیم ۱ در  $y = 10.0 \text{ cm}$  حامل جریان  $6.00 \text{ A}$  و سیم ۲ در  $y = 5.00 \text{ cm}$  حامل جریان  $10.0 \text{ A}$  است. (الف) میدان مغناطیسی خالص  $\vec{B}$  را در مبدأ برحسب بردار یک‌پایه پیدا کنید. (ب) به ازای چه مقدار  $y$  میدان  $\vec{B} = 0$  می‌شود؟ (پ) اگر جریان در سیم ۱ معکوس شود، به ازای چه مقدار  $y$  میدان  $\vec{B} = 0$  می‌شود؟

۸۱- شکل ۲۵-۸۶ مقطع یک رسانای استوانه‌ای توخالی به شعاعهای  $a$  و  $b$  را نشان می‌دهد که حامل جریان  $i$  است که به طور یکنواخت توزیع شده است. (الف) نشان دهید که بزرگی میدان مغناطیسی  $B(r)$  در مورد فاصله شعاعی  $r$  در گستره  $b < r < a$  با رابطه زیر داده می‌شود

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a^2 - b^2)} \frac{r^2 - b^2}{r}$$

(ب) نشان دهید که هرگاه  $r = a$  باشد، این معادله بزرگی میدان مغناطیسی  $B$  در سطح یک سیم مستقیم دراز حامل جریان  $i$  را به دست می‌دهد؛ هرگاه  $r = b$  باشد، میدان مغناطیسی صفر به دست می‌دهد، و هرگاه  $b = 0$  باشد، میدان مغناطیسی داخل یک رسانای توپر به شعاع  $a$  و حامل جریان را به دست می‌دهد. (پ) فرض کنید که  $a = 2.0 \text{ cm}$ ،  $b = 1.8 \text{ cm}$  و  $i = 100 \text{ A}$  باشد، حال  $B(r)$  را در گستره  $0 < r < 6 \text{ cm}$  رسم کنید. SSM



شکل ۲۵-۸۶ مسئله ۸۱

۸۲- سه سیم دراز همه در صفحه  $xy$  و موازی با محور  $x$  قرار دارند. فاصله سیمها از یکدیگر مساوی و برابر  $10 \text{ cm}$  است. از دو سیم بیرونی جریان  $5.0 \text{ A}$  در جهت مثبت  $x$  می‌گذرد. اگر جریان در سیم مرکزی  $3/2 \text{ A}$  (الف) در جهت مثبت  $x$  و (ب) در جهت منفی  $x$  باشد، بزرگی نیروی وارد بر  $3.0 \text{ m}$  هر یک از دو سیم بیرونی چقدر است؟

۸۳- در شکل ۲۵-۸۷ دو سیم دراز نامتناهی حامل جریانهای مساوی  $i$  هستند. مر یک از دو سیم دارای یک کمان  $60^\circ$  روی پیرامون دایره یکسان  $R$  هستند. نشان دهید که میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  در مرکز دایره با میدان  $\vec{B}$  در فاصله  $R$  زیر سیم مستقیم نامتناهی که حامل جریان  $i$  به سمت چپ باشد برابر است.

www.iran-max.com

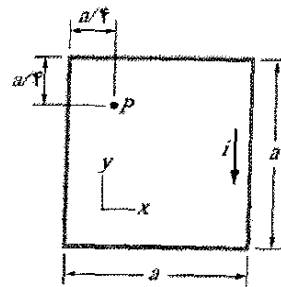
مرجع دانشجویان و مهندسیان مواد

۵۰ mT عمود است. در چه فاصله‌ای از سیم میدان مغناطیسی خالص برابر با صفر است؟

۷۵- دو سیم هر دو به طول  $L$  به شکل یک دایره و یک مربع درآورده شده‌اند و جریان  $i$  از هر یک می‌گذرد. نشان دهید که میدان مغناطیسی که در مرکز مربع ایجاد می‌شود از میدان مغناطیسی ایجاد شده در مرکز دایره بیشتر است.

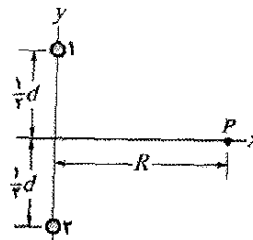
۷۶- یک سیم مستقیم دراز حامل جریان  $5.0 \text{ A}$  است. الکترونی که با تندی  $1.0 \times 10^6 \text{ m/s}$  حرکت می‌کند،  $5.0 \text{ cm}$  از سیم فاصله دارد. اگر سرعت الکترون در جهت (الف) به طرف سیم، (ب) موازی با سیم در جهت جریان و عمود بر دو جهت مشخص شده با (الف) و (ب)، باشد، بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون چقدر است؟

۷۷- در شکل ۲۵-۸۳ اگر  $i = 10 \text{ A}$  و  $a = 8.0 \text{ cm}$  باشد، میدان مغناطیسی در نقطه  $P$  را برحسب بردار یک‌پایه پیدا کنید. (توجه کنید که سیمها دراز نیستند.) SSM



شکل ۲۵-۸۳ مسئله ۷۷

۷۸- شکل ۲۵-۸۴ مقطع دو سیم موازی دراز به فاصله  $d = 18/6 \text{ cm}$  از یکدیگر را نشان می‌دهد. هر یک از سیمها حامل جریان  $4/23 \text{ A}$  به طرف بیرون صفحه در سیم ۱ و به طرف داخل صفحه در سیم ۲ است. میدان مغناطیسی در نقطه  $P$  در فاصله  $R = 34/2 \text{ cm}$  را بر حسب بردار یک‌پایه پیدا کنید.



شکل ۲۵-۸۴ مسئله ۷۸

۷۹- شکل ۲۵-۸۵ مقطع یک برگه رسانای نامتناهی را که حامل جریان بر یکای طول  $x$  برابر با  $\lambda$  است نشان می‌دهد؛ جریان به طور عمود و به طرف بیرون از صفحه خارج می‌شود. (الف) با استفاده از قانون بیو-سوار و تقارن نشان دهید که برای تمام نقطه‌های  $P$  در بالای برگه و تمام نقطه‌های  $P$  زیر آن، بزرگی میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  موازی با برگه و در جهت نشان داده شده است. (ب) با استفاده از قانون آمپر نشان دهید که

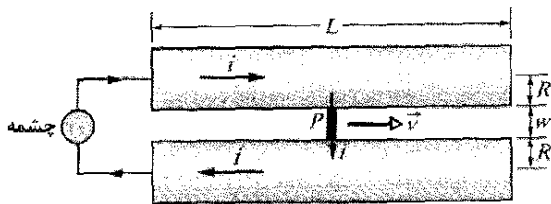
$$B = \frac{1}{2} \mu_0 \lambda \quad \text{SSM}$$

ثابت کنید که این نتیجه با نتیجه به دست آمده در مسئله ۸۷ سازگار است. SSM

۹۰- شکل ۲۵-۸۸ طرحوار آرمانی شده یک تفنگ ریلی است. پرتابه  $P$  بین دو ریل پهن با مقطع دایره‌ای قرار دارد؛ یک چشمه جریان در ریلها و پرتابه (رسانا) جریانی می‌فرستد (از فیوز استفاده نشده است). (الف) فرض کنیم  $w$  فاصله بین ریلها،  $R$  شعاع هر ریل و  $i$  جریان است. نشان دهید که نیروی وارد بر پرتابه در امتداد ریلها به طرف راست است و تقریباً با رابطه زیر داده می‌شود

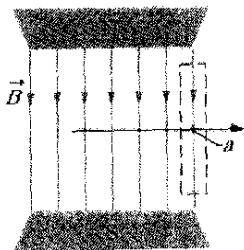
$$F = \frac{i^2 \mu_0}{2\pi} \ln \frac{w+R}{R}$$

(ب) اگر پرتابه از انتهای چپ ریلها از حالت سکون شروع کرده باشد، تندی  $v$  را که به طرف راست پرتاب می‌شود به دست آورید. فرض کنید که  $i = 45 \text{ kA}$ ،  $w = 12 \text{ mm}$ ،  $L = 4.0 \text{ m}$ ،  $R = 6.7 \text{ cm}$  و جرم پرتابه  $10 \text{ g}$  است.



شکل ۲۵-۸۸ مسئله ۹۰

۹۱- نشان دهید که میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  در هنگام حرکت عمود بر  $\vec{B}$ ، یعنی در امتداد پیکان افقی در شکل ۲۹-۸۹، نمی‌تواند به طور ناگهانی صفر شود (همان‌طور که در نبود خطهای میدان در طرف راست نقطه  $a$  در شکل به نظر می‌رسد). (راهنمایی: قانون آمپر را در مسیر مستطیل شکل نشان داده شده با خط چین به کار ببرید.) در آهزیهای واقعی «اثر کناره‌ها» خطهای میدان مغناطیسی همیشه رخ می‌دهد، که معنای آن این است که  $\vec{B}$  به طور تدریجی به صفر می‌رسد. خطهای میدان را در شکل اصلاح کنید تا وضعیت واقعی‌تری را نشان بدهند.

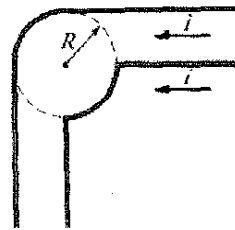


شکل ۲۵-۸۹ مسئله ۹۱

۹۲- نشان دهید که اگر ضخامت چنبره‌ای خیلی کوچکتر از شعاع انحنا آن باشد (چنبره خیلی نازک)، آنگاه معادله ۲۴-۲۵ در مورد میدان داخل چنبره به معادله ۲۳-۲۵ برای میدان داخل سیملوله تبدیل می‌شود. توضیح دهید که چرا این نتیجه قابل انتظار است؟

www.iran-mavad.com

مرجع دانشجویان و مهندسی مواد



شکل ۲۵-۸۷ مسئله ۸۳

۸۴- یک سیم دراز شعاعی بزرگتر از  $4.0 \text{ mm}$  دارد و حامل جریانی است که به طور یکنواخت در مقطع آن توزیع شده است. بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از جریان در نقطه‌ای با فاصله  $4.0 \text{ mm}$  از محور سیم  $0.28 \text{ mT}$  و در نقطه‌ای با فاصله  $10 \text{ mm}$  از سیم  $0.20 \text{ mT}$  است. شعاع سیم چقدر است؟

۸۵- یک رسانای استوانه‌ای توخالی دراز (به شعاع داخلی  $2.0 \text{ mm}$  و شعاع خارجی  $4.0 \text{ mm}$ ) حامل جریان  $24 \text{ A}$  است که به طور یکنواخت در مقطع آن توزیع شده است. سیم باریک درازی که هم محور با استوانه است حامل جریان  $24 \text{ A}$  در خلاف جهت است. بزرگی میدان مغناطیسی (الف)  $1.0 \text{ mm}$ ، (ب)  $3.0 \text{ mm}$  و (پ)  $5.0 \text{ mm}$  از محور مرکزی سیم و استوانه چقدر است؟

۸۶- در شکل ۲۵-۷۳، آرایشی به نام پیچه هلمهولتز شامل دو پیچه هم محور دایره‌ای، هر یک با  $N$  دور سیم به شعاع  $R$  و به فاصله  $s$  از یکدیگر نشان داده شده است. این دو پیچه حامل جریانهایی مساوی  $i$  در جهت یکسان هستند. (الف) نشان دهید که مشتق اول بزرگی میدان مغناطیسی خالص پیچه‌ها ( $dB/dx$ ) در نقطه وسط  $P$  بدون توجه به مقدار  $s$  صفر است. چرا انتظار دارید که این امر با توجه به تقارن نیز درست باشد؟ (ب) نشان دهید که مشتق دوم ( $d^2B/dx^2$ ) نیز در  $P$  صفر است، مشروط بر اینکه  $s = R$  باشد. این به دلیل یکنواختی  $B$  در نزدیکی  $P$  برای این فاصله خاص پیچه است.

۸۷- یک حلقه مربع شکل از سیم به ضلع  $a$  حامل جریان  $i$  است. نشان دهید که در مرکز حلقه، بزرگی میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط جریان عبارت است از

$$B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi a}$$

۸۸- نشان دهید که بزرگی میدان مغناطیسی ایجاد شده در مرکز یک حلقه مستطیل شکل به درازای  $L$  و پهنای  $W$  که حامل جریان  $i$  است عبارت است از

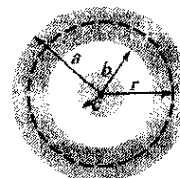
$$B = \frac{2\mu_0 i}{\pi} \frac{(L^2 + W^2)^{1/2}}{LW}$$

۸۹- یک حلقه مربع شکل سیمی به ضلع  $a$  حامل جریان  $i$  است. نشان دهید که بزرگی میدان مغناطیسی ایجاد شده در نقطه واقع بر محور مرکزی عمود بر حلقه و به فاصله  $x$  از مرکز آن عبارت است از

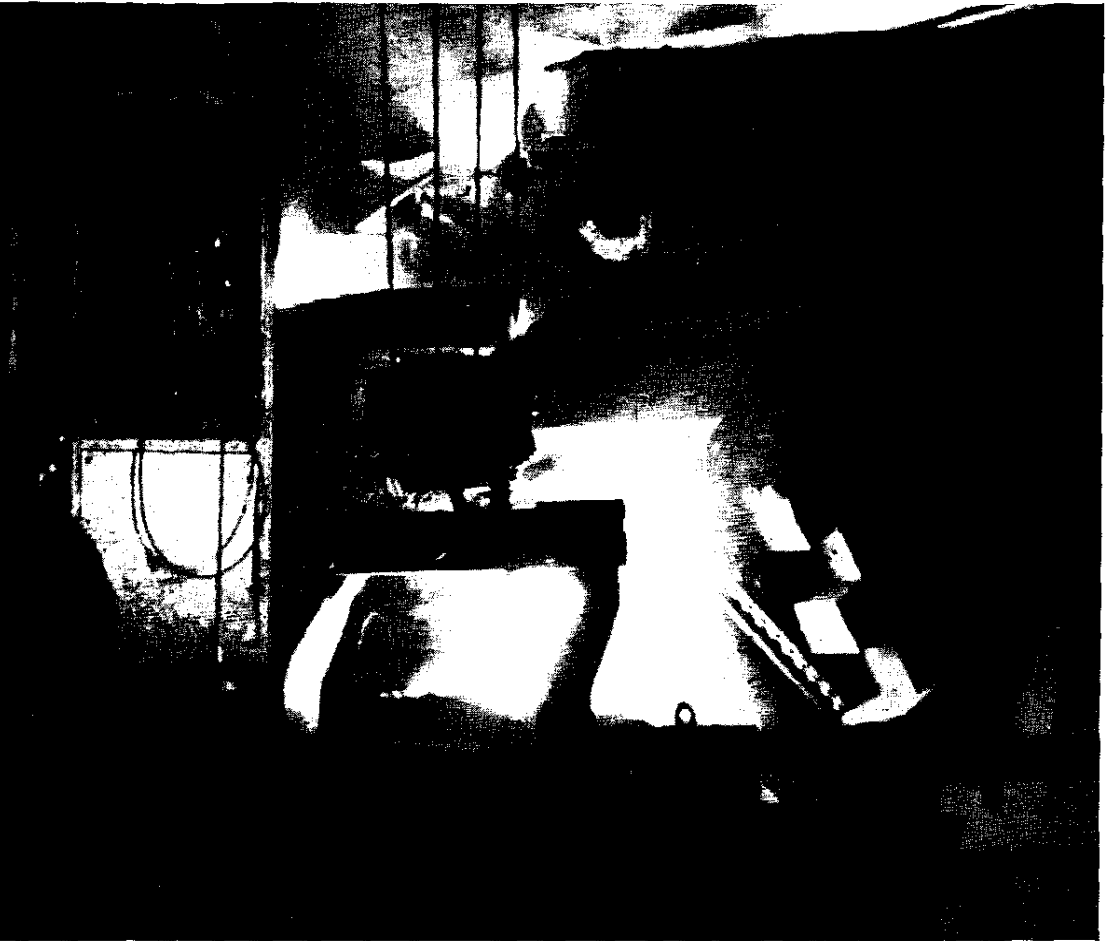
$$B(x) = \frac{\mu_0 i a^2}{\pi (\sqrt{x^2 + a^2}) (\sqrt{x^2 + 2a^2})^{1/2}}$$



۹۳- شکل ۲۵-۹۰ مقطع یک کابل هم محور رسانای دراز را نشان می‌دهد که شعاعهای آن  $(a, b, c)$  است. جریانهای مساوی ولی در خلاف جهت  $i$  به طور یکنواخت در دو رسانا توزیع شده‌اند. عبارتهایی برای  $B(r)$  با فاصله شعاعی  $r$  در گستره‌های (الف)  $r < c$ ، (ب)  $c < r < b$ ، (پ)  $b < r < a$  و (ت)  $r > a$ ، به دست آورید. (ث) این عبارتها را در تمام موارد خاص که می‌تواند رخ دهد آزمایش کنید. (ج) فرض کنید که  $a = 2.0 \text{ cm}$ ،  $b = 1.8 \text{ cm}$ ،  $c = 0.40 \text{ cm}$  و  $i = 120 \text{ A}$  باشد، تابع  $B(r)$  را در گستره  $0 < r < 3 \text{ cm}$  رسم کنید.



شکل ۲۵-۹۰ مسئله ۹۳



پس چگونه فلز به قدر کافی گرم  
و ذوب می شود؟  
پاسخ در همین فصل.

در ریخته گریهای سستی برای ذوب فلزات از شعله آتش استفاده می شود. ولی خیلی از ریخته گریهای جدید برای جلوگیری از آلودگی هوا از کوره های القایی استفاده می کنند که در آن فلز به وسیله جریانی که از سیمهای عایق بندی شده که به دور بوت های پیچیده شده اند می گذرد گرم می شوند. البته خود سیمها آنقدر گرم نمی شوند که فلز را ذوب کنند (یا خود سیمها نیز ذوب شوند) در واقع سیمها به وسیله مخزن آب خنک می شوند.

## ۲۶-۱ فیزیک چیست؟

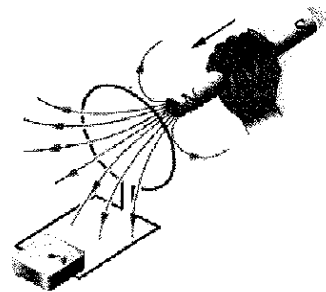
در فصل ۲۵ در مورد این واقعیت بحث کردیم که جریان الکتریکی میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند. این واقعیت برای دانشمندانی که این اثر را کشف کرده بودند شگفت آور بود. شاید کشف وارون این اثر حتی شگفت آورتر بوده است: میدان مغناطیسی می‌تواند میدان الکتریکی ایجاد کند که این میدان می‌تواند جریانی را برقرار کند. این ارتباط بین میدان مغناطیسی و میدان الکتریکی که ایجاد می‌کند (الفا می‌کند) امروزه قانون القایش فارادی نامیده می‌شود.

مشاهدات مایکل فارادی و سایر دانشمندان که منجر به این قانون شد در ابتدا فقط یک علم پایه بود، و جالب اینکه آنها وجه دیگری از چگونگی کارکرد دنیای ما را آشکار کردند. البته، امروزه کاربرد این علم پایه تقریباً در همه جا وجود دارد. برای مثال، القایش اساس گیتارهای برقی است که تحولی در موسیقی راک اولیه ایجاد کرده است و امروزه هم گروه‌های مختلف موسیقی از آن استفاده می‌کنند. همچنین این علم پایه، اساس مولدهای الکتریکی است که برق شهرها و خط‌های انتقال را تأمین می‌کنند. اگر چه هنوز اجاق‌های القایشی توسط آشپزهای حرفه‌ای و غیر حرفه‌ای رایج نشده‌اند، اما کوره‌های القایشی بزرگ در ریخته‌گریها که باید مقدار زیادی فلز سریعاً در آنها ذوب شود معمول هستند.

قبل از اینکه به کاربردهایی، مشابه گیتار برقی پردازیم باید دو آزمایش ساده را در مورد قانون القایش فارادی بررسی کنیم.

### ۲۶-۲ دو آزمایش

برای آسان شدن در مورد بحث قانون القایش فارادی، دو آزمایش ساده را مورد بررسی قرار می‌دهیم.



شکل ۲۶-۱ وقتی آهنربا نسبت به حلقه حرکت کند، آمپرسنج گذر جریانی را در سیم نشان می‌دهد.

میله آهنربا را به حلقه نزدیک کنیم، ناگهان جریانی در مدار ظاهر می‌شود. وقتی آهنربا را متوقف کنیم جریان هم ناپدید می‌شود. حالا اگر آهنربا را از حلقه دور کنیم دوباره ناگهان جریان ظاهر می‌شود، اما این بار در جهت مخالف است. وقتی چند بار این آزمایش را انجام دهیم در می‌یابیم که:

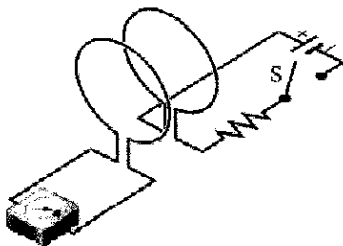
۱- جریان فقط وقتی ظاهر می‌شود که یک حرکت نسبی بین حلقه و آهنربا وجود داشته باشد (یکی باید نسبت به دیگری حرکت کند)؛ وقتی که حرکت نسبی بین آنها قطع شود، جریان ناپدید می‌شود.

۲- حرکت سریعتر جریان بیشتری ایجاد می‌کند.

۳- اگر قطب شمال آهنربا را به حلقه نزدیک کنیم، باعث ایجاد جریانی می‌شود که مثلاً ساعتگرد است، سپس با دور کردن قطب شمال آهنربا از حلقه جریانی ایجاد می‌شود که پادساعتگرد است. حرکت دادن قطب جنوب به سمت حلقه یا دور کردن آن نیز باعث ایجاد جریان، اما در جهت‌های مخالف می‌شود.

جریانی را که در حلقه ایجاد می‌شود، جریان القایی می‌نامند؛ کار انجام شده روی یکای بار برای ایجاد این جریان (برای حرکت دادن الکترونهای رسانش تشکیل دهنده جریان) emf القایی نامیده می‌شود؛ فرایندی که جریان و cmf را ایجاد می‌کند القایش نام دارد.

**آزمایش دوم.** برای این آزمایش از دستگاه نشان داده شده در شکل ۲۶-۲ استفاده می‌کنیم که عبارت است از دو حلقهٔ رسانا که بدون تماس در نزدیک هم قراردارند. اگر کلید S را وصل کنیم تا جریان در حلقهٔ سمت راست برقرار شود، دستگاه اندازه‌گیری به طور ناگهانی و در زمانی کوتاه جریانی - جریانی القایی - را در حلقهٔ سمت چپ نشان می‌دهد. حال اگر کلید را قطع کنیم، دوباره به طور ناگهانی و در زمانی کوتاه جریانی القایی در حلقهٔ سمت چپ اما در جهت مخالف ظاهر می‌شود. فقط وقتی جریان در حلقه سمت راست تغییر کند (کلید را قطع یا وصل کنیم) جریانی القایی (و در نتیجه emf القایی) داریم و وقتی جریان ثابت باشد (حتی اگر خیلی زیاد باشد) جریانی القایی وجود ندارد.



شکل ۲۶-۲ درست وقتی کلید S وصل (تا) جریان در حلقهٔ سمت راست برقرار شود (یا کلید قطع شود) تا جریانی در حلقهٔ سمت راست قطع شود) آمپرسنج در حلقهٔ سمت چپ جریانی را نشان می‌دهد.

www.iran-mavad.com مرجع دانشجویان و مهندسان ایرانی

**آزمایش اول.** شکل ۲۶-۱ یک حلقهٔ رسانا را نشان می‌دهد که به آمپرسنج حساسی متصل است. چون هیچ باتری یا چشمهٔ emf دیگری وجود ندارد، جریانی از مدار نمی‌گذرد، ولی، اگر

## بررسی کمی

برای به کارگیری قانون فارادی به روشی برای محاسبه مقدار میدان مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد نیاز داریم. در فصل ۱۹، در وضعیت مشابهی، به روشی برای محاسبه مقدار میدان الکتریکی که از سطحی می‌گذشت نیاز داشتیم. در آنجا شار الکتریکی را به صورت  $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$  تعریف کردیم. در اینجا شار مغناطیسی را تعریف می‌کنیم: فرض کنید حلقه‌ای به مساحت  $A$  در میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  واقع باشد. آنگاه شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد برابر است با

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (۱-۲۶) \quad (\text{شار مغناطیسی که از سطح } A \text{ می‌گذرد})$$

همانند فصل ۱۹،  $d\vec{A}$  برداری به بزرگی  $dA$  است که بر سطح دیفرانسیلی به مساحت  $dA$  عمود است.

به عنوان یک حالت ویژه برای معادله ۱-۲۶، فرض کنید که حلقه در صفحه‌ای عمود بر میدان مغناطیسی واقع است. پس می‌توانیم ضرب نقطه‌ای معادله ۱-۲۶ را به صورت  $BdA \cos 0^\circ = BdA$  بنویسیم. اگر میدان مغناطیسی نیز یکنواخت باشد، پس می‌توانیم  $B$  را از انتگرال خارج کنیم. چیزی که باقی می‌ماند  $\int dA$  است که درست مساحت  $A$  حلقه را به دست می‌دهد. بنابراین، معادله ۱-۲۶ به صورت زیر در می‌آید

$$\Phi_B = BA \quad (\vec{B} \perp \vec{A} \text{ یکنواخت و سطح } A) \quad (۲-۲۶)$$

از معادله‌های ۱-۲۶ و ۲-۲۶ ملاحظه می‌کنیم که یکای SI شار مغناطیسی عبارت است تسلا - مترمربع که ویر (با نماد Wb) نامیده می‌شود

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2 \quad (۳-۲۶)$$

با توجه به شار مغناطیسی، می‌توان قانون فارادی را به صورت کمی و مفید زیر بیان کرد:

بزرگی نیروی محرکه الکتریکی القایی  $\mathcal{E}$  در یک حلقه رسانا برابر است با آهنگی که با آن شار مغناطیسی  $\Phi_B$  گذشته از حلقه نسبت به زمان تغییر می‌کند.

همان‌طور که در بخش بعد خواهید دید، نیروی محرکه الکتریکی القایی  $\mathcal{E}$  با تغییر شار مخالفت می‌کند، ازین‌رو قانون فارادی به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{قانون فارادی}) \quad (۴-۲۶)$$

که علامت منفی، مخالفت را بیان می‌کند. اغلب علامت منفی را در معادله ۴-۲۶ نادیده می‌گیریم و فقط در پی بزرگی نیروی محرکه الکتریکی القایی هستیم.

در این آزمایشها emf القایی و جریان القایی وقتی چیزی تغییر کند ایجاد می‌شوند. اما این «چیز» چیست؟ همانی که فارادی می‌شناخت.

## ۲۶-۳ قانون القایش فارادی

فارادی، با این دو آزمایش دریافت که می‌توان emf و جریان را با تغییر مقدار میدان مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد، در حلقه القا کرد. او علاوه بر این دریافت که مقدار میدان مغناطیسی را می‌توان به صورت خطهای میدان مغناطیسی که از حلقه می‌گذرند نشان داد. قانون القایش فارادی بنابر آزمایشهای انجام شده چنین بیان می‌شود:

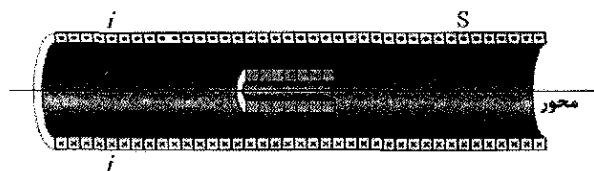
وقتی تعداد خطهای مغناطیسی که از حلقه می‌گذرند تغییر کند، در حلقه سمت چپ در شکل‌های ۱-۲۶ و ۲-۲۶ نیروی محرکه القایی ظاهر می‌شود.

مهمترین مطلب این است که تعداد واقعی خطهای میدان که از حلقه می‌گذرند حائز اهمیت نیستند؛ بلکه مقدار emf القایی و جریان القایی به آهنگ تغییر تعداد خطها بستگی دارند.

در آزمایش اول (شکل ۱-۲۶)، خطهای میدان مغناطیسی از قطب شمال آهنربا به سمت خارج گسترش می‌یابند. بنابراین، وقتی قطب شمال را به حلقه نزدیکتر کنیم تعداد خطهای میدانی که از حلقه می‌گذرند افزایش می‌یابند. این افزایش آشکارا موجب حرکت الکترونهای رسانش در حلقه می‌شود (جریان القایی) و انرژی لازم برای حرکت آنها را تأمین می‌کند (emf القایی). وقتی حرکت آهنربا متوقف شود، تعداد خطهای میدان که از حلقه می‌گذرند دیگر تغییر نمی‌کند و جریان القایی و emf القایی از بین می‌روند.

در آزمایش دوم (شکل ۲-۲۶) وقتی کلید باز است (جریان برقرار نیست)، خطهای میدان وجود ندارند. ولی، وقتی جریان را در حلقه سمت راست برقرار کنیم، افزایش جریان در اطراف آن حلقه و حلقه سمت چپ میدان مغناطیسی را افزایش می‌دهد. وقتی میدان زیاد شود، تعداد خطهای میدان مغناطیسی که از حلقه سمت چپ عبور می‌کنند افزایش می‌یابد. همانند آزمایش اول، افزایش خطهای میدان که از حلقه می‌گذرند آشکارا در آنجا جریان و emf القا می‌کند. وقتی جریان در حلقه سمت راست به مقدار نهایی‌اش، یک مقدار پایا، برسد، تعداد خطهای میدان که از حلقه سمت چپ می‌گذرند دیگر تغییر نمی‌کند، و جریان القایی و emf القایی از بین می‌روند.

قانون فارادی در این مورد که چرا در هر یک از این آزمایشها جریان و emf القا می‌شوند توضیحی نمی‌دهد؛ این قانون فقط بیانی است که به کمک آن می‌توان القایش را درک کرد.



شکل ۲۶-۳ پیچه C داخل سیملوله S قرار دارد و جریان i از آن می‌گذرد.

۴- شاری که از هر دور پیچه C می‌گذرد به مساحت A و چگونگی قرار گرفتن آن در میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  سیملوله بستگی دارد. چون  $\vec{B}$  یکنواخت و جهت آن عمود بر سطح به مساحت A است، شار با معادله ۲۶-۲ ( $\Phi_B = BA$ ) داده می‌شود.

۵- بزرگی B میدان مغناطیسی در داخل سیملوله بنابر معادله ۲۵-۲۳ ( $B = \mu_0 i n$ ) به جریان سیملوله i و تعداد n یعنی دور بر یکای طول بستگی دارد.

محاسبه‌ها: چون پیچه C بیش از یک دور دارد، قانون فارادی را در شکل معادله ۲۶-۵ ( $\mathcal{E} = N d\Phi_B / dt$ ) به کار می‌بریم، که در اینجا N برابر ۱۳۰ و  $d\Phi_B / dt$  آهنگ تغییر شار در هر دور است.

چون جریان در سیملوله با آهنگ پایایی کاهش می‌یابد، شار  $\Phi_B$  نیز با آهنگ پایایی کم می‌شود، و بنابراین، می‌توانیم  $d\Phi_B / dt$  را به صورت  $\Delta\Phi_B / \Delta t$  بنویسیم. حال برای محاسبه  $\Delta\Phi_B$  باید مقدارهای اولیه و نهایی آن را به دست آوریم. شار نهایی  $\Phi_{B,f}$  برابر صفر است چون جریان نهایی در سیملوله صفر است. برای به دست آوردن مقدار اولیه  $\Phi_{B,i}$  ابتدا توجه داریم که A برابر با  $(\frac{3}{4}\pi d^2) = (3/4\pi \times 10^{-4} \text{ m}^2)$  و n برابر با ۲۲۰ دور بر سانتی‌متر یا ۲۲۰۰۰۰ دور بر متر است. پس با قراردادن معادله ۲۵-۲۳ در معادله ۲۶-۲ خواهیم داشت

$$\begin{aligned}\Phi_{B,i} &= BA = (\mu_0 i n) A \\ &= (4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}) (1/\delta A) (220000 \text{ دور/m}) \\ &\quad \times (3/4\pi \times 10^{-4} \text{ m}^2) \\ &= 1/44 \times 10^{-5} \text{ Wb}\end{aligned}$$

حال می‌توان نوشت

$$\begin{aligned}\frac{d\Phi_B}{dt} &= \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{\Phi_{B,f} - \Phi_{B,i}}{\Delta t} \\ &= \frac{(0 - 1/44 \times 10^{-5} \text{ Wb})}{25 \times 10^{-3} \text{ s}} \\ &= -5/76 \times 10^{-4} \text{ Wb/s} = -5/76 \times 10^{-4} \text{ V}\end{aligned}$$

توجه ما فقط به بزرگی است؛ لذا در اینجا از علامت منفی صرف‌نظر می‌کنیم و از معادله ۲۶-۵ داریم

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= N \frac{d\Phi_B}{dt} = (130) (5/76 \times 10^{-4} \text{ V}) \\ &= 7/5 \times 10^{-2} \text{ V} = 75 \text{ mV}\end{aligned}$$

www.iran-mavad.com

مرجع دانشجویان و مهندسان مواد

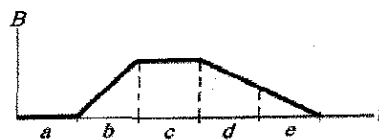
اگر شار مغناطیسی گذشته از یک پیچه N دوری را تغییر دهیم، emf القایی در هر دور سیم ظاهر می‌شود و emf القا شده کل در پیچه با حاصل جمع این emf های القایی منفرد برابر است. اگر پیچه به صورت فشرده پیچیده شده باشد (تنگ هم) به طوری که شار مغناطیسی یکسان  $\Phi_B$  از همه دورها بگذرد، emf القایی کل در پیچه برابر است با

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{پیچه با } N \text{ دور سیم})$$

روشهای کلی که به وسیله آنها می‌توانیم شار مغناطیسی در پیچه را تغییر دهیم عبارت‌اند از:

۱. تغییر دادن بزرگی B میدان مغناطیسی در پیچه.
۲. تغییر دادن مساحت پیچه یا قسمتی از این مساحت که در میدان مغناطیسی واقع است (برای مثال، با گسترش پیچه یا با وارد یا خارج کردن آن از میدان مغناطیسی).
۳. تغییر زاویه بین جهت میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  و مساحت پیچه (برای مثال، با چرخاندن پیچه به طوری که ابتدا  $\vec{B}$  عمود بر صفحه پیچه و سپس در صفحه آن قرار گیرد).

✓ نکته واریسی ۱ نمودار، بزرگی  $B(t)$  یک میدان مغناطیسی یکنواخت را که از حلقه رسانایی می‌گذرد و عمود بر صفحه حلقه است نشان می‌دهد. پنج ناحیه نمودار را به ترتیب بزرگی emf القا شده در حلقه مرتب کنید.



### مسئله نمونه ۲۶-۱ مهارت خود را تقویت کنید

سیملوله دراز S که در شکل ۲۶-۳ نشان داده شده (سطح مقطع آن)، دارای ۲۲۰ دور در هر سانتی‌متر است و جریان  $i = 1/5 \text{ A}$  از آن می‌گذرد. قطر D سیملوله  $3/2 \text{ cm}$  است. در مرکز سیملوله پیچه C قرار دارد که ۱۳۰ دور تنگ هم پیچیده شده دارد و قطر آن  $d = 2/1 \text{ cm}$  است. جریان در سیملوله با آهنگ پایایی ۲۵ms به صفر کاهش می‌یابد. وقتی جریان در سیملوله تغییر کند emf القا شده در پیچه C چقدر است؟

### نکته‌های کلیدی

۱- چون پیچه C داخل سیملوله قرار دارد پس در میدان مغناطیسی که توسط جریان i در سیملوله ایجاد می‌شود واقع است؛ بنابراین، شار مغناطیسی  $\Phi_B$  از پیچه C می‌گذرد.

۲- چون جریان کاهش می‌یابد، شار  $\Phi_B$  نیز کم می‌شود.

۳- وقتی  $\Phi_B$  کاهش یابد، بنابر قانون فارادی، نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E}$  در پیچه C القا می‌شود.

## ۲۶-۴ قانون لنز

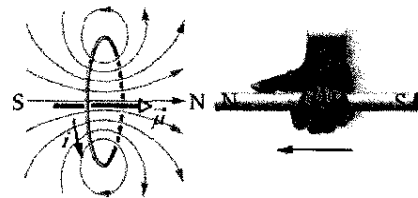
کمی بعد از اینکه فارادی قانون القای خود را بیان کرد، هانریش فردریش لنز<sup>۱</sup> برای تعیین جهت جریان القایی در حلقه قانونی را که به قانون لنز معروف است بنا نهاد:

جهت جریان القایی به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی ناشی از این جریان با تغییر میدان مغناطیسی که این جریان را القا کرده است مخالفت می‌کند.

علاوه براین، جهت emf القایی در همان جهت جریان القا شده است. برای درک قانون لنز، آن را در دو روش متفاوت اما معادل در شکل ۲۶-۴، که در آن قطب شمال آهنربا به سمت یک حلقه رسانا حرکت داده می‌شود به کار می‌بریم.

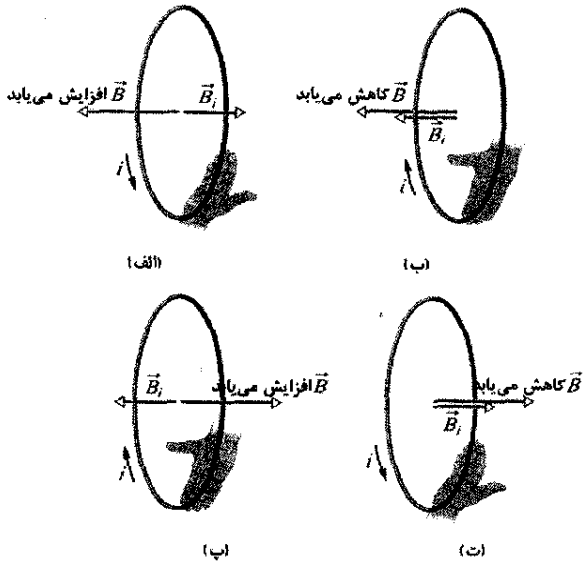
**۱- مخالفت با حرکت قطب آهنربا.** با نزدیک شدن قطب شمال آهنربا در شکل ۲۶-۴ شار مغناطیسی عبوری از حلقه افزایش می‌یابد و در نتیجه جریانی در حلقه القا می‌شود. از شکل ۲۵-۲۲ می‌دانیم که در این صورت حلقه شبیه یک دو قطبی مغناطیسی با قطب جنوب و قطب شمال عمل می‌کند، و گشتاور دو قطبی آن  $\vec{\mu}$  از قطب جنوب به سمت قطب شمال است. برای مخالفت با افزایش شار مغناطیسی که از نزدیک شدن آهنربا حاصل می‌شود، قطب شمال حلقه (در نتیجه  $\vec{\mu}$ ) باید به سمت قطب شمال آهنربا که نزدیک می‌شود باشد تا آن را دفع کند (شکل ۲۶-۴). حال، قاعده دست راست خمیده - مستقیم برای  $\vec{\mu}$  (۲۵-۲۲) حاکی از آن است که باید این جریان القایی در حلقه در شکل ۲۶-۴ پادساعتگرد باشد.

حال اگر آهنربا را از حلقه دور کنیم، دوباره جریانی در حلقه القا می‌شود. ولی، اکنون قطب جنوب حلقه در مقابل قطب شمال آهنربای عقب کشیده شده قرار می‌گیرد تا با دور شدن آن مخالفت کند. بنابراین، یک جریان ساعتگرد القا خواهد شد.



**شکل ۲۶-۴ عملکرد قانون لنز.** وقتی آهنربا به سمت حلقه حرکت کند جریانی در حلقه القا می‌شود. این جریان میدان مغناطیسی خودش را ایجاد می‌کند که گشتاور دو قطبی آن با حرکت آهنربا مخالفت می‌کند، پس جریانی القایی باید پادساعتگرد باشد.

**۲- مخالفت با تغییر شار.** در شکل ۲۶-۴، وقتی در ابتدا آهنربا در فاصله دوری قرار دارد، هیچ شار مغناطیسی از حلقه عبور نمی‌کند. وقتی قطب شمال آهنربا به حلقه نزدیک شود و میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  آن در جهت سمت چپ باشد شار مغناطیسی عبوری از حلقه افزایش می‌یابد. برای مخالفت با این افزایش شار، جریان القایی  $i$  باید به گونه‌ای میدان مغناطیسی  $\vec{B}_i$  خود را ایجاد کند تا همان‌طور که در شکل ۲۶-۵ الف نشان داده شده است میدان به سمت راست باشد؛ در این صورت شار میدان مغناطیسی  $\vec{B}_i$ ، که به سمت راست است، با افزایش شار میدان  $\vec{B}$ ، که به سمت چپ است، مخالفت می‌کند. قاعده دست راست خمیده - مستقیم در شکل ۲۵-۲۲ حاکی از آن است که جریان  $i$  در شکل ۲۶-۵ الف باید پادساعتگرد باشد.



**شکل ۲۶-۵** جریان  $i$  که در حلقه القا می‌شود در جهتی است که میدان مغناطیسی  $\vec{B}_i$  جریان با تغییر در میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  که جریان  $i$  را القا می‌کند، مخالفت کند. میدان مغناطیسی  $\vec{B}_i$  همواره در جهت مخالف افزایش میدان  $\vec{B}$  (الف، ب) و هم جهت یا کاهش میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  (ب، ت) است. قاعده دست راست خمیده - مستقیم جهت جریان القایی را براساس جهت میدان مغناطیسی القایی به دست می‌دهد.

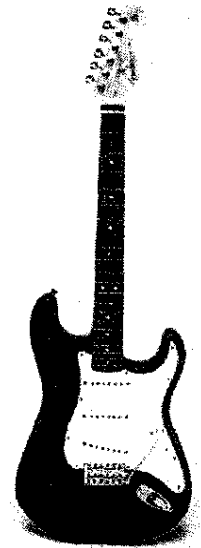
به دقت توجه کنید که شار  $\vec{B}_i$  همیشه با تغییر در شار  $\vec{B}$  مخالفت می‌کند، اما این بدان معنا نیست که همیشه  $\vec{B}_i$  در جهت مخالف  $\vec{B}$  است. برای مثال، اگر در شکل ۲۶-۴ آهنربا را از حلقه دور کنیم، شار  $\Phi_B$  حاصل از آهنربا هنوز به سمت چپ از حلقه می‌گذرد، اما اکنون در حال کاهش است. بنابراین، حالا شار  $\Phi_i$  باید به سمت چپ حلقه باشد تا مطابق شکل ۲۶-۵ ب با کاهش در  $\Phi_B$  مخالفت کند. بنابراین، اکنون  $\vec{B}_i$  و  $\vec{B}$  هم جهت‌اند.

شکل‌های ۲۶-۵ پ و ت به ترتیب وضعیت‌هایی را که قطب جنوب آهنربا به حلقه نزدیک و از آن دور می‌شود نشان



## گیتار الکتریکی

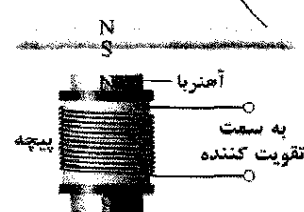
شکل ۲۶-۶ نوعی گیتار الکتریکی را نشان می‌دهد. در حالی که صدای گیتار اکوستیکی به تشدید صوتی که در بدنه خالی آن توسط نوسان سیمها ایجاد می‌شود متکی است، گیتار الکتریکی ساز توپری است و در بدنه آن تشدید وجود ندارد. در عوض، نوسانهای سیمهای فلزی به وسیله «پیکاپهای» الکتریکی به صورت سیگنالهایی به تقویت کننده و سپس بلندگوها فرستاده می‌شوند.



شکل ۲۶-۶ نوعی گیتار الکتریکی.

اساس ساختمان پیکاپ در شکل ۲۶-۷ نشان داده شده است. سیمی که ساز را به تقویت کننده وصل می‌کند دور یک آهنربای کوچک پیچیده شده است. میدان مغناطیسی آهنربا یک قطب شمال و یک قطب جنوب در قسمتی از سیم فلزی که درست بالای آهنرباست، ایجاد می‌کند. این قسمت از سیم میدان مغناطیسی خودش را دارد. وقتی سیم نواخته شد و به نوسان درآمد، حرکت آن نسبت به پیچه شار میدان مغناطیسی عبوری از پیچه را تغییر می‌دهد و یک جریان القایی در پیچه به وجود می‌آید. وقتی سیم نسبت به پیچه دور و نزدیک شود و نوسان کند، جریان القایی در پیچه با همان بسامدی که سیم نوسان می‌کند تغییر جهت می‌دهد و سیگنالی با همین بسامد به تقویت کننده و بلندگو فرستاده می‌شود.

سیم فلزی گیتار

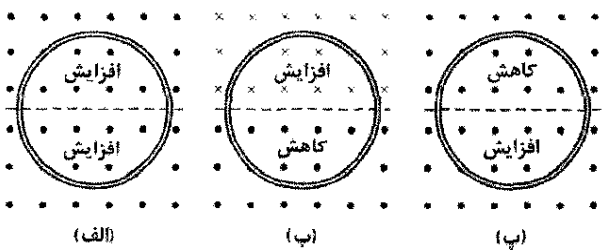


شکل ۲۶-۷ نمای جانبی از یک پیکاپ گیتار الکتریکی. وقتی سیم فلزی (که شبیه یک آهنربا عمل می‌کند) به نوسان درآید، تغییر شار مغناطیسی عبوری از پیچه به مساحت و جهتگیری آن در میدان مغناطیسی جریانی در پیچه القا می‌کند.

در این نوع گیتار، در انتهای سیمها (روی قسمت پهن بدنه گیتار) سه گروه پیکاپ قرار دارند. گروهی که به انتهای سیمها نزدیک‌ترین نوسانهای با بسامدهای بالا و گروهی که دورتر از انتهای سیمها قرار دارند، نوسانهای با بسامدهای پایین را به دست می‌دهند. نوازنده با استفاده از کلید انتخاب روی گیتار می‌تواند انتخاب کند که کدام گروه یا جفت گروه سیگنالهای خود را به تقویت کننده و بلندگو بفرستند.

نوازندگان گاهی برای داشتن احاطه بیشتر به موزیک خود، سیمهایی را از پیچه‌های پیکاپ گیتار خود باز می‌کنند تا تعداد دور آنها را تغییر دهند. با این روش، آنها مقدار emf القا شده در پیچه و حساسیت نسبی آنها را تغییر می‌دهند. حتی بدون این اقدام اضافی، می‌توان مشاهده کرد که گیتارهای الکتریکی نسبت به گیتارهای اکوستیکی کنترل بیشتری روی کیفیت صداها دارند.

✓ نکته واریسی ۲ شکل سه وضعیت را نشان می‌دهد که در آن حلقه‌های رسانای مشابهی در میدانهای مغناطیسی یکنواختی قرار دارند که با آهنک یکسان افزایش یا کاهش می‌یابند. در هر یک، خط چین بر قطر حلقه منطبق است. وضعیتهای را به ترتیب بزرگی جریان القا شده در حلقه، مرتب کنید.



## مسئله نمونه ۲۶-۲

شکل ۲۶-۸ یک حلقه رسانا را نشان می‌دهد که شامل نیمدایره‌ای به شعاع  $r = 0.20 \text{ m}$  و سه بخش مستقیم است. نیمدایره در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  که به سمت خارج صفحه کاغذ است، قرار دارد؛ بزرگی میدان مغناطیسی با رابطه  $B = 4.0t^2 + 2.0t + 3.0$  داده می‌شود که  $B$  بر حسب تسلا و  $t$  بر حسب ثانیه است. یک باتری آرمانی با نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E}_{\text{bat}} = 2.0 \text{ V}$  به حلقه متصل است. مقاومت حلقه  $2.0 \Omega$  است.

(الف) بزرگی و جهت نیروی محرکه الکتریکی القا شده  $\mathcal{E}_{\text{ind}}$  توسط  $\vec{B}$  در حلقه را در  $t = 1.0 \text{ s}$  تعیین کنید.

## نکته‌های کلیدی

۱. بنابر قانون فارادی بزرگی  $\mathcal{E}_{\text{ind}}$  برابر با  $d\Phi_B / dt$  یعنی

آهنک تغییر شار مغناطیسی عبوری از حلقه است.

۲. شار عبوری از حلقه به مساحت و جهتگیری آن در میدان مغناطیسی  $B$  بستگی دارد.

**نکته کلیدی** در اینجا نکته این است که دو emf مایل اند بارهای الکتریکی را دور حلقه به حرکت درآورند.

**محاسبه:** emf القا شده  $\mathcal{E}_{ind}$  مایل است یک جریان ساعتگرد دور حلقه برقرار کند: emf باتری  $\mathcal{E}_{bat}$  مایل است یک جریان پاد ساعتگرد دور حلقه به وجود آورد. چون  $\mathcal{E}_{ind}$  بزرگتر از  $\mathcal{E}_{bat}$  است، emf خالص ساعتگرد است و از این رو جریان نیز ساعتگرد است. برای به دست آوردن جریان در زمان  $t = 1.0\text{ s}$ ، معادله ۲۳-۲ (i = \mathcal{E} / R) را به کار می‌بریم

$$i = \frac{\mathcal{E}_{net}}{R} = \frac{\mathcal{E}_{ind} - \mathcal{E}_{bat}}{R}$$

$$= \frac{5.152\text{ V} - 2.0\text{ V}}{2.0\ \Omega}$$

$$= 1.58\text{ A} \approx 1.6\text{ A}$$

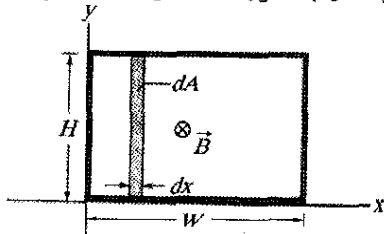
(پاسخ)

### مسئله نمونه ۲۶-۳

شکل ۲۶-۹ یک حلقه سیم مستطیلی را نشان می‌دهد که در میدان مغناطیسی غیریکنواخت و متغیر  $\vec{B}$  که عمود بر صفحه کاغذ و به سمت داخل آن است قرار دارد. بزرگی میدان با رابطه  $B = 4t^2\text{ x}^2$  داده می‌شود، که  $B$  برحسب تسلا،  $t$  برحسب ثانیه و  $x$  برحسب متر است. پهنای حلقه  $W = 3.0\text{ m}$  و ارتفاع  $H = 2.0\text{ m}$  است. بزرگی و جهت emf القایی  $\mathcal{E}$  در لحظه  $t = 0.10\text{ s}$  در حلقه کدام چیست؟

### نکته‌های کلیدی

- چون بزرگی میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  با زمان تغییر می‌کند، شار مغناطیسی  $\Phi_B$  نیز با زمان تغییر می‌کند.
- تغییر شار بنابر قانون فارادی یک emf در حلقه القا می‌کند که می‌توانیم آن را به صورت  $\mathcal{E} = d\Phi_B / dt$  بنویسیم.



شکل ۲۶-۹ یک حلقه بسته رسانا با پهنای  $W$  و ارتفاع  $H$  در میدان مغناطیسی غیریکنواخت و متغیری که عمود بر صفحه کاغذ و به سمت داخل آن است قرار دارد. برای به کاربردن قانون فارادی، یک نوار قائم را به ارتفاع  $H$  و پهنای  $dx$  و مساحت  $dA$  در نظر می‌گیریم.

۳. برای استفاده از قانون فارادی باید رابطه شار  $\Phi_B$  را که در هر لحظه  $t$  از حلقه می‌گذرد داشته باشیم. اما، چون  $B$  در مساحت محصور با حلقه یکنواخت نیست نمی‌توان معادله ۲۶-۲ ( $\Phi = BA$ ) را برای به دست آوردن آن رابطه به کاربرد؛ بلکه باید از معادله ۲۶-۱ ( $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ ) استفاده

www.iran-mavad.com

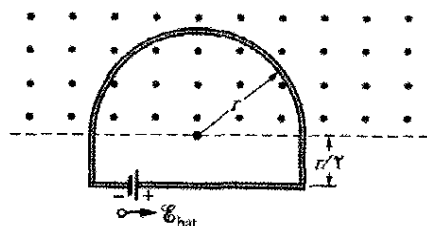
(ب) در لحظه  $t = 1.0\text{ s}$  جریان در حلقه چقدر است؟ مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

۳. چون  $\vec{B}$  یکنواخت و بر صفحه حلقه عمود است، شار مغناطیسی با معادله ۲۶-۲ ( $\Phi_B = BA$ ) داده می‌شود. (برای محاسبه شار نیازی به انتگرالگیری از  $B$  روی سطح نیست.)

۴. میدان القا شده  $B_{ind}$  (به خاطر جریان القایی) باید همیشه با تغییر شار مغناطیسی مخالفت کند.

بزرگی: با به کار بردن معادله ۲۶-۲ و تشخیص اینکه بزرگی میدان مغناطیسی  $B$  فقط برحسب زمان (نه مساحت  $A$ ) تغییر می‌کند، قانون فارادی را به صورت زیر، معادله ۲۶-۴، بازنویسی می‌کنیم

$$\mathcal{E}_{ind} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d(BA)}{dt} = A \frac{dB}{dt}$$



شکل ۲۶-۸ یک باتری به حلقه رسانایی شامل یک نیم‌دایره به شعاع  $r$  که در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد، متصل است. میدان مغناطیسی به سمت خارج صفحه کاغذ است و بزرگی آن تغییر می‌کند.

چون شار مغناطیسی عمود بر حلقه فقط از قسمت نیم‌دایره حلقه می‌گذرد، مساحت  $A$  در این معادله برابر  $\frac{1}{2}\pi r^2$  است. با قراردادن این مقدار در عبارت به دست آمده برای  $B$ ، نتیجه می‌شود که

$$\mathcal{E}_{ind} = A \frac{dB}{dt} = \frac{\pi r^2}{2} \frac{d}{dt} (4.0t^2 + 2.0t + 3.0)$$

$$= \frac{\pi r^2}{2} (8.0t + 2.0)$$

بنابراین، در  $t = 1.0\text{ s}$ ، داریم

$$\mathcal{E}_{ind} = \frac{\pi (0.10\text{ m})^2}{2} [8.0(1.0) + 2.0]$$

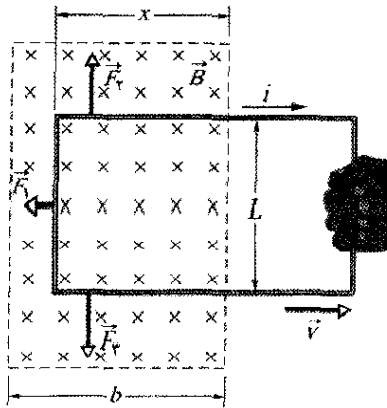
$$= 5.152\text{ V} \approx 5.2\text{ V}$$

(پاسخ)

جهت: برای تعیین جهت  $\mathcal{E}_{ind}$ ، توجه داریم که در شکل ۲۶-۸ شار مغناطیسی عبوری از حلقه به سمت خارج صفحه است و افزایش می‌یابد. چون میدان القا شده  $B_i$  (بر اثر جریان القایی) باید با این افزایش مخالفت کند، در نتیجه باید به سمت داخل صفحه باشد. با استفاده از قاعده دست راست خمیده - مستقیم (شکل ۲۶-۵ پ) در می‌یابیم که جریان القایی در حلقه باید به طور ساعتگرد باشد و از این رو emf القایی  $\mathcal{E}_{ind}$  نیز باید ساعتگرد باشد.

بدون توجه به اینکه جریان چگونه در حلقه القا می‌شود، همیشه در این فرایند به خاطر مقاومت حلقه انرژی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود (مگر آنکه حلقه ابررسانا باشد). برای مثال، در شکل ۲۶-۲ وقتی کلید S را ببندیم و جریان اندکی در سمت چپ حلقه القا شود، انرژی از باتری انتقال می‌یابد و به انرژی گرمایی در حلقه تبدیل می‌شود.

شکل ۲۶-۱۰ وضعیت دیگری را که شامل جریان القایی است نشان می‌دهد. یک طرف یک حلقه مستطیلی از سیم به پهنای  $L$ ، در میدان مغناطیسی خارجی یکنواختی که عمود بر صفحه کاغذ و به سمت داخل آن است قرار دارد. این میدان به طور مثال می‌تواند به وسیله آهنربای الکتریکی بزرگی ایجاد شده باشد. در شکل ۲۶-۱۰ خط چینها محدوده فرضی میدان مغناطیسی را نشان می‌دهند؛ از کناره‌های میدان در لبه‌ها چشمپوشی شده است. می‌خواهیم حلقه را با سرعت ثابت  $\vec{v}$  به سمت راست بکشیم.



شکل ۲۶-۱۰ یک حلقه رسانای بسته با سرعت  $\vec{v}$  به خارج از یک میدان مغناطیسی کشیده می‌شود. در حین حرکت حلقه، یک جریان ساعتگرد  $i$  در حلقه القا می‌شود و به بخشهایی از حلقه که هنوز در میدان مغناطیسی قرار دارند نیروهای  $\vec{F}_1$ ،  $\vec{F}_2$  و  $\vec{F}_3$  وارد می‌شوند.

وضعیت شکل ۲۶-۱۰ در اساس با وضعیت شکل ۲۶-۱ فرقی ندارد. در هر حالت یک میدان مغناطیسی و یک حلقه رسانا نسبت به هم در حال حرکت‌اند؛ در هر حالت شاری که از حلقه می‌گذرد نسبت به زمان تغییر می‌کند. درست است که در شکل ۲۶-۱ تغییر شار مغناطیسی به خاطر تغییر  $\vec{B}$  و در شکل ۲۶-۱۰ تغییر شار به خاطر تغییر مساحتی است که در میدان مغناطیسی قرار دارد، اما این اختلاف حائز اهمیت نیست. اختلاف مهم بین این دو آرایش در این است که آرایش ۲۶-۱۰ محاسبه‌ها را ساده‌تر می‌کند. اکنون آهنگ کار مکانیکی انجام شده در حین کشیدن یکنواخت حلقه در شکل ۲۶-۱۰ را محاسبه کنیم.

همان‌طور که خواهید دید، برای کشیدن حلقه با سرعت ثابت  $\vec{v}$ ، باید یک نیروی ثابت  $\vec{F}$  را به حلقه وارد کنیم، چون نیروی یکسان اما در جهت مخالف بر حلقه وارد می‌شود تا با نیروی وارد شده مخالفت کند. بنابراین، از معادله ۷-۴۸، آهنگ انجام کار یعنی توان عبارت است از

محاسبه‌ها: در شکل ۲۶-۹،  $\vec{B}$  عمود بر صفحه حلقه (و در نتیجه موازی بردار سطح دیفرانسیلی  $d\vec{A}$ ) است. بنابراین، ضرب نقطه‌ای در معادله ۲۶-۱ عبارت  $BdA$  را به دست می‌دهد. چون میدان مغناطیسی با مختصه  $x$  تغییر می‌کند و نسبت به مختصه  $y$  تغییر نمی‌کند، پس عنصر سطح دیفرانسیلی  $dA$  را می‌توان یک نوار قائم که ارتفاع آن  $H$  و پهنای آن  $dx$  است در نظر گرفت (همان‌طور که در شکل ۲۶-۹ نشان داده شده است). پس،  $dA = H dx$  و شار عبوری از حلقه عبارت است از

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B dA = \int BH dx = \int \epsilon t^2 x^2 H dx$$

با ثابت در نظر گرفتن  $t$  و حدود  $x=0$  و  $x=3.0\text{ m}$  برای این انتگرال، خواهیم داشت

$$\Phi_B = \epsilon t^2 H \int_0^{3.0} x^2 dx = \epsilon t^2 H \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^{3.0} = 72 t^2$$

که در آن  $H = 2.0\text{ m}$  قرار داده شده و  $\Phi_B$  برحسب وبر است. اکنون برای به دست آوردن بزرگی  $\mathcal{E}$  در هر لحظه  $t$  می‌توانیم قانون فارادی را به کار ببریم

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d(72 t^2)}{dt} = 144 t$$

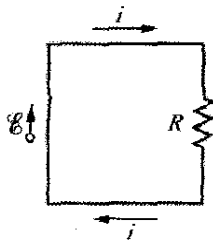
که در آن  $\mathcal{E}$  برحسب ولت است. در  $t=0.10\text{ s}$  داریم

$$\mathcal{E} = (144\text{ V/s})(0.10\text{ s}) \approx 14\text{ V} \quad (\text{پاسخ})$$

شار  $\vec{B}$  که از حلقه در شکل ۲۶-۹ می‌گذرد به سمت داخل صفحه کاغذ است و بزرگی آن افزایش می‌یابد، چون بزرگی  $B$  نسبت به زمان افزایش می‌یابد. بنابر قانون لنز، میدان مغناطیسی  $B_i$  ناشی از این جریان القایی که با این افزایش مخالفت می‌کند به سمت خارج صفحه کاغذ است. قاعده دست راست خمیده-مستقیم شکل ۲۶-۵ بیانگر این است که جریان القایی در حلقه پاد ساعتگرد است و بنابراین، emf القایی  $\mathcal{E}$  نیز باید پاد ساعتگرد باشد.

## ۲۶-۵ القایش و انتقال انرژی

بنابر قانون لنز، چه آهنربا را در شکل ۲۶-۱ به حلقه نزدیک یا از آن دور کنیم، نیرویی مغناطیسی با حرکت مخالفت می‌کند که لازم است نیرویی وارد کنیم تا کار مثبت انجام دهد. در عین حال، به خاطر مقاومت الکتریکی ماده حلقه در مقابل جریان القایی، در ماده حلقه انرژی گرمایی به وجود می‌آید. انرژی که از طریق نیروی وارد شده به دستگاه حلقه بسته - آهنربا منتقل می‌کنیم به صورت انرژی گرمایی ظاهر می‌شود. (فعلاً از انرژی که به صورت تابش موجهای الکترو مغناطیسی از حلقه در حین القایش خارج می‌شود چشمپوشی می‌کنیم.) هر چه آهنربا را سریعتر حرکت دهیم، نیروی اعمال شده کار بیشتری انجام می‌دهد و آهنگی که با آن در حلقه انرژی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود؛ یعنی توان تبدیل انرژی بیشتر می‌شود.



شکل ۲۶-۱۱ نمودار مداری برای حلقه شکل ۲۶-۱۰ وقتی در حال حرکت است.

در شکل ۲۶-۱۰ نیروهای منحرف کننده وارد بر سه قسمت حلقه با  $\vec{F}_1$ ،  $\vec{F}_2$  و  $\vec{F}_3$  مشخص شده‌اند. البته، توجه کنید که بنابر تقارن، بزرگی نیروهای  $\vec{F}_2$  و  $\vec{F}_3$  یکسان است و یکدیگر را خنثی می‌کنند. فقط  $\vec{F}_1$  باقی می‌ماند که در جهت مخالف نیروی  $\vec{F}$  و در نتیجه نیرویی است که با ما مخالفت می‌کند. بنابراین  $F = -F_1$ .

با به کار بردن معادله ۲۶-۱۰ برای یافتن بزرگی  $\vec{F}_1$  و توجه به اینکه زاویه بین  $\vec{B}$  و بردار طول  $\vec{L}$  مربوط به قسمت چپ حلقه  $90^\circ$  است، داریم

$$F = F_1 = iLB \sin 90^\circ = iLB \quad (26-11)$$

با قراردادن  $i$  از معادله ۲۶-۹ در معادله ۲۶-۱۱، رابطه زیر حاصل می‌شود

$$F = \frac{B^2 L^2 v}{R} \quad (26-12)$$

چون  $B$ ،  $L$  و  $R$  ثابت‌اند پس اگر بزرگی نیروی  $F$  که به حلقه وارد می‌کنیم ثابت باشد، آن وقت تندی  $v$  نیز ثابت است.

با قراردادن معادله ۲۶-۱۲ در معادله ۲۶-۶، آهنگ کاری که وقتی حلقه را از میدان خارجی بیرون می‌کشیم روی آن انجام می‌گیرد به دست می‌آید

$$P = Fv = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} \quad (26-13) \quad (\text{آهنگ کار انجام شده})$$

برای تکمیل تحلیل خود، آهنگی که با آن انرژی گرمایی موقع بیرون کشیدن حلقه با سرعت ثابت ظاهر می‌شود را به دست می‌آوریم. آن را از معادله ۲۲-۲۷ محاسبه می‌کنیم

$$P = i^2 R \quad (26-14)$$

با قراردادن  $i$  از معادله ۲۶-۹، داریم

$$P = \left( \frac{BLv}{R} \right)^2 R = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} \quad (26-15) \quad (\text{آهنگ انرژی گرمایی})$$

که دقیقاً برابر آهنگی است که روی حلقه کار انجام می‌گیرد (معادله ۲۶-۱۳). بنابراین، کاری که برای بیرون کشیدن حلقه از میدان مغناطیسی انجام می‌گیرد به صورت انرژی گرمایی در حلقه ظاهر می‌شود.

### سوختگی در حین اسکن MRI

بیماری که اسکن MRI روی او انجام می‌گیرد، (شکل ۲۶-۱۲) در وسیله‌ای که شامل دو میدان مغناطیسی است دراز می‌کشد:

www.iran-mavad.com  
مرجع دانشجویان و مهندسی مواد

$$P = Fv \quad (26-6)$$

که در آن  $F$  بزرگی نیروی وارد شده است. می‌خواهیم عبارتی برای  $P$  برحسب بزرگی  $B$  و مشخصه‌های حلقه یعنی مقاومت  $R$  در مقابل جریان و پهنای  $L$  آن، به دست آوریم.

وقتی حلقه را در شکل ۲۶-۱۰ به سمت راست حرکت دهیم، قسمتی از مساحت آن که در میدان مغناطیسی قرار دارد کاهش می‌یابد. به این ترتیب، شاری که از حلقه می‌گذرد نیز کاهش می‌یابد و بنابر قانون لنز جریانی در حلقه ایجاد می‌شود. وجود این جریان است که باعث ایجاد نیرویی می‌شود که با کشیدن حلقه مخالفت می‌کند.

برای یافتن این جریان، ابتدا قانون فارادی را به کار می‌بریم. وقتی هنوز طول  $x$  از حلقه در میدان مغناطیسی است، مساحت حلقه واقع در میدان  $Lx$  است. پس، از معادله ۲۶-۲، بزرگی شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد عبارت است از

$$\Phi_B = BA = BLx \quad (26-7)$$

وقتی  $x$  کاهش یابد، شار نیز کاهش می‌یابد. قانون فارادی حاکی از آن است که وقتی شار کاهش می‌یابد یک emf در حلقه القا می‌شود. با حذف علامت منها از معادله ۲۶-۴ و به کار بردن معادله ۲۶-۷، می‌توانیم بزرگی emf را به صورت زیر بنویسیم

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d}{dt} BLx = BL \frac{dx}{dt} = BLv \quad (26-8)$$

که در آن به جای  $dx/dt$  مقدار  $v$  یعنی تندی حرکت حلقه را قرار داده‌ایم.

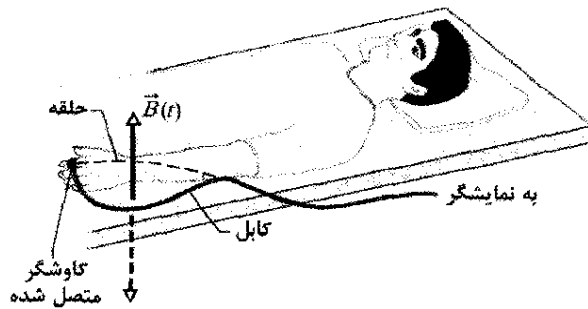
شکل ۲۶-۱۱ حلقه را به عنوان یک مدار نشان می‌دهد: emf القایی  $\mathcal{E}$  در سمت چپ و مقاومت کلی  $R$  حلقه در سمت راست نشان داده شده است. جهت جریان القایی  $i$  در شکل ۲۶-۵ ب برای کاهش شار با قاعده دست راست معین می‌شود؛ این قانون بیانگر این است که جریان باید ساعتگرد و  $\mathcal{E}$  نیز باید در همین جهت باشد.

برای یافتن بزرگی جریان القایی، نمی‌توانیم قاعده حلقه را برای اختلاف پتانسیل در مدار به کار ببریم چون، همان‌طور که در بخش ۲۶-۶ خواهیم دید، نمی‌توانیم یک اختلاف پتانسیل برای emf القایی تعریف کنیم. با این وجود، می‌توانیم معادله  $i = \mathcal{E}/R$  را همان‌طور که در مسئله نمونه ۲۶-۲ به کار ببریم در اینجا نیز به کار ببریم. با استفاده از معادله ۲۶-۸ این رابطه به صورت زیر در می‌آید

$$i = \frac{BLv}{R} \quad (26-9)$$

چون سه قسمت از حلقه شکل ۲۶-۱۰ حامل این جریان در میدان مغناطیسی هستند، نیروهای جانبی منحرف کننده براین سه قسمت وارد می‌شوند. از معادله ۲۴-۲۶ می‌دانیم که با

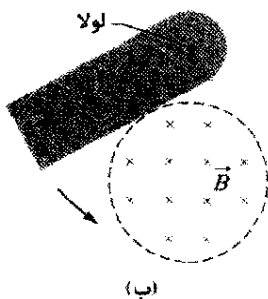
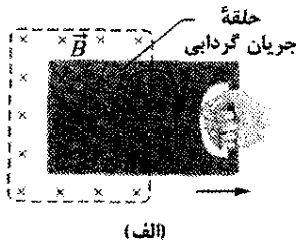
$$\vec{F}_a = i\vec{L} \times \vec{B} \quad (26-10)$$



شکل ۲۶-۱۳ یک کاوشگر به انگشت بیماری که تحت اسکن MRI است متصل شده و در آن یک میدان مغناطیسی متغیر  $\vec{B}(t)$  سینوسی به طور قائم برقرار است. کابل کاوشگر در نقطه‌ای با بازوی بیمار تماس پیدا کرده و کابل و قسمت پایین بازو تشکیل یک مدار بسته را داده‌اند.

### جریانهای گردابی (جریانهای ادی)

فرض کنید حلقه رسانای شکل ۲۶-۱۰ را با یک صفحه توپر رسانا عوض کنیم. حال اگر نظیر کاری که با حلقه کردیم صفحه را از میدان مغناطیسی بیرون بکشیم (شکل ۲۶-۱۴ الف)، حرکت نسبی میدان و رسانا باز هم در رسانا یک جریان القا می‌کند. بنابراین، باز هم بر اثر جریان القایی با یک نیروی مخالف رو به رو می‌شویم و باید کار انجام دهیم. ولی، در صفحه الکترونهاى رسانشی مانند حلقه در یک مسیر مشخص جریان القا نمی‌کنند. بلکه الکترونها همانند اینکه گرفتار یک حرکت گردابی شده باشند، در صفحه دور می‌چرخند، چنین جریانی را جریان گردابی می‌نامند و می‌توان آنرا مثل وقتی که مسیر واحدی را طی می‌کنند مطابق شکل ۲۶-۱۴ الف نشان داد.



شکل ۲۶-۱۴ (الف) وقتی صفحه رسانای توپری را به خارج از میدان مغناطیسی بکشیم، در صفحه جریانهای گردابی القا می‌شود. یک حلقه نوعی از جریان گردابی نشان داده شده است. (ب) صفحه رسانایی می‌تواند مانند یک آونگ حول یک لولا در ناحیه‌ای از میدان مغناطیسی نوسان کند. وقتی صفحه وارد ناحیه‌ای از میدان مغناطیسی



شکل ۲۶-۱۲ بیمار در اسکن MRI.

یک میدان مغناطیسی بزرگ و ثابت  $\vec{B}_{con}$  و دیگری میدان کوچک  $\vec{B}(t)$  که به صورت سینوسی تغییر می‌کند. معمولاً برای اسکن کردن بیمار باید برای مدتی طولانی بی‌حرکت باشد. هیچ بیماری نمی‌تواند بی‌حرکت بماند، مثل بچه که نمی‌تواند آرام بگیرد و چون آرامش با داروی مسکن، بخصوص بیهوشی کامل می‌تواند خطرناک باشد، بیمار آرام گرفته باید به دقت تحت نظر باشد، معمولاً با نبض سنجهایی که میزان اکسیژن خون بیمار را اندازه می‌گیرند. این وسیله شامل کاوشگری است که به یکی از انگشتان بیمار متصل است و یک کابل دارد که کاوشگر را به نمایشگری در خارج محل دستگاه MRI متصل می‌کند.

اسکن MRI برای بیمار باید کاملاً بی‌ضرر باشد. با این وجود، در موارد اندکی بی‌توجهی به قانون القایش فارادی بیمار مورد آزمایش دچار سوختگی شدید می‌شود. در این موارد، کابل اکسیژن سنج با بازوی بیمار تماس پیدا می‌کند (شکل ۲۶-۱۳). در این صورت کابل و قسمت پایین بازو تشکیل یک حلقه بسته را می‌دهند که با گذشتن میدان مغناطیسی متغیر  $\vec{B}(t)$  از آن شار متغیری حاصل می‌شود. این تغییر شار باعث ایجاد یک emf القایی به دور حلقه می‌شود. اگر چه عایق‌بندی کابل و پوست مقاومت الکتریکی بالایی دارند اما emf القایی آنقدر زیاد است که جریان زیادی را در حلقه برقرار می‌کند. همانند هر مدار دیگری که دارای مقاومت است، جریان انرژی را در تمام نقاط مقاومت به انرژی گرمایی تبدیل می‌کند. به این ترتیب، انگشت و پوست در جایی که کابل در پایین بازو تماس دارد دچار سوختگی می‌شود. امروزه کارمندان MRI چنان آموزش دیده‌اند که مواظب هستند تا کابل نمایشگر بیش از یک نقطه با بیمار تماس نداشته باشد.

## ۲۶-۶ میدانهای الکتریکی القایی

یک حلقه مسی به شعاع  $r$  را مطابق شکل ۲۶-۱۶ الف در یک میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی قرار می‌دهیم. میدان - با چشم‌پوشی از اثر کناره‌ها - حجمی استوانه‌ای به شعاع  $R$  را اشغال کرده است. فرض کنیم شدت میدان را با آهنگی پایا افزایش دهیم، مثلاً با افزایش - به طریق مناسب - جریان در سیم پیچ آهنربای الکتریکی که میدان را ایجاد می‌کند. آن وقت شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد با آهنگی پایا تغییر می‌کند و بنابر قانون فارادی یک  $\text{emf}$  القایی و در نتیجه یک جریان القایی در حلقه ظاهر خواهد شد. از قانون لنز می‌توان دریافت که جهت جریان القایی در شکل ۲۶-۱۶ الف پادساعتگرد است.

اگر جریانی در حلقه برقرار باشد، آن وقت باید یک میدان الکتریکی در حلقه وجود داشته باشد تا روی الکترونهای رسانش در حال حرکت کار انجام دهد. به علاوه، میدان باید بر اثر تغییر شار مغناطیسی به وجود آمده باشد. این میدان الکتریکی القایی  $\vec{E}$  درست همانند میدان الکتریکی که به وسیله بارهای ساکن ایجاد می‌شوند واقعی است؛ هر یک از این میدانها نیروی  $q_0\vec{E}$  را بر ذره با بار  $q_0$  وارد می‌کند. با این استدلالها به بیان مفید و آموزنده دیگری از قانون القایش فارادی می‌رسیم:

تغییر میدان مغناطیسی یک میدان الکتریکی ایجاد می‌کند.

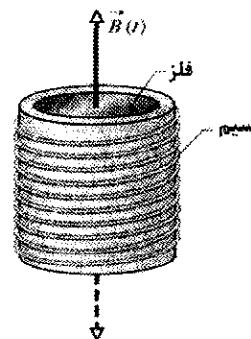
ویژگی عمده این بیان این است که حتی اگر حلقه مسی هم وجود نداشته باشد، میدان الکتریکی القا می‌شود.

در تأیید این نظرات، شکل ۲۶-۱۶ ب را در نظر می‌گیریم که درست مشابه شکل ۲۶-۱۶ الف است، بجز اینکه حلقه مسی با یک مسیر دایره‌ای به شعاع  $r$  جایگزین شده است. همانند قبل، فرض می‌کنیم که بزرگی میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  با آهنگ ثابت  $dB/dt$  افزایش می‌یابد. میدان الکتریکی القا شده در نقطه‌های مختلف دور مسیر دایره‌ای باید - بنابر تقارن - مطابق شکل ۲۶-۱۶ ب بر دایره مماس باشد. از این رو، مسیر دایره‌ای یک خط میدان الکتریکی است. چیز خاصی در مورد دایره به شعاع  $r$  وجود ندارد، پس خطهای میدان الکتریکی که با تغییر میدان مغناطیسی ایجاد می‌شوند مطابق شکل ۲۶-۱۶ ب باید دسته دایره‌هایی هم مرکز باشند.

\* بحث تقارن، همچنین امکان می‌دهد که خطهای میدان  $\vec{E}$  دور مسیر دایره‌ای به جای مماس، شعاعی باشند. البته، چنین خطهای شعاعی بیانگر وجود بارهای آزاد است که به طور متقارن حول محور تقارن توزیع شده‌اند. مرجع دانشجویان و مهندسیگروهی که خطها می‌توانند از آن شروع یا به آن ختم شوند؛ در اینجا چنین بارهایی وجود ندارند.

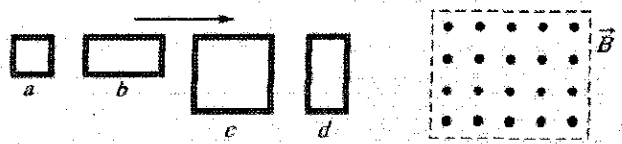
جریان القا شده در صفحه نیز مانند حلقه رسانای شکل ۲۶-۱۰، باعث می‌شود که انرژی مکانیکی به صورت انرژی گرمایی تلف شود. این اتلاف در آرایش شکل ۲۶-۱۴ ب آشکارتر است؛ صفحه رسانا می‌تواند آزادانه حول لولایی مانند آونگ به سمت پایین و در میان یک میدان مغناطیسی نوسان کند. هر دفعه که صفحه وارد میدان مغناطیسی شده و از آن خارج می‌شود، بخشی از انرژی مکانیکی آن به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود. پس از چندین نوسان دیگر انرژی مکانیکی باقی نمانده و صفحه از لولا آویزان باقی می‌ماند.

اتلاف انرژی مشابهی مبنای کار کوره‌های القایی است. شکل ۲۶-۱۵ طرح اساسی را نشان می‌دهد: فلز در میان بوته‌ای که دور آن سیمهای عایق‌بندی شده پیچیده شده‌اند، قرار داده می‌شود. جریان (AC) در سیمها از نظر جهت و بزرگی تغییر می‌کند. بنابراین، میدان مغناطیسی حاصل از جریان به طور پیوسته از نظر جهت و بزرگی تغییر می‌کند. این میدان متغیر  $\vec{B}(t)$  در فلز جریانهای گردابی ایجاد می‌کند و انرژی الکتریکی به صورت انرژی گرمایی با آهنگی که با رابطه ۲۶-۱۴  $(P=i^2R)$  داده شده، تلف می‌شود. این اتلاف دمای فلز را تا دمای ذوب افزایش می‌دهد و سپس می‌توان از فلز مذاب استفاده کرد.



شکل ۲۶-۱۵ کوره القایی.

✓ نکته واریسی ۳ در شکل چهار حلقه سیم با اضلاع  $L$  یا  $2L$  نشان داده شده است. هر چهار حلقه با سرعت ثابت یکسانی از میان ناحیه‌ای از میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  (به سمت خارج از صفحه کاغذ) حرکت می‌کنند. چهار حلقه را به ترتیب بزرگی  $\text{emf}$  القایی که در حین حرکت از میان میدان در آنها القا می‌شود مرتب کنید.





مغناطیسی نسبت به زمان ثابت بماند، هیچ میدان الکتریکی القایی و در نتیجه خطهای میدان الکتریکی وجود نخواهد داشت. اگر میدان مغناطیسی نسبت به زمان (با آهنگ ثابت) کاهش یابد، باز هم دایره‌های هم مرکزی مطابق شکل ۱۶-۲۶ پ وجود دارند، اما دارای جهت مخالف خواهند بود. این همه چیزی است که وقتی می‌گوییم: «تغییر میدان مغناطیسی یک میدان الکتریکی ایجاد می‌کند» در ذهن داریم.

### فرمولبندی دیگر قانون فارادی

یک ذره باردار  $q_0$  را در نظر می‌گیریم که روی مسیر دایره‌ای شکل ۱۶-۲۶ ب حرکت می‌کند. کار  $W$  انجام شده روی آن توسط میدان الکتریکی القایی در یک دور گردش برابر  $q_0 \mathcal{E}$  است که در آن  $\mathcal{E}$ ، emf القایی است یعنی، کار انجام شده روی یکای بار در حرکت دادن بار آزمون روی مسیر. از دید دیگری کار برابر است با

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = (q_0 E)(2\pi r) \quad (۱۶-۲۶)$$

که در آن  $q_0 E$  بزرگی نیرویی است که بر بار آزمون وارد می‌شود و  $2\pi r$  مسافتی است که نیرو در طی آن وارد شده است. با مساوی قراردادن این دو عبارت برای  $W$  و حذف  $q_0$  در می‌یابیم

$$\mathcal{E} = 2\pi r E \quad (۱۷-۲۶)$$

در حالت کلی می‌توانیم معادله ۱۶-۲۶ را بازنویسی کنیم و کار انجام شده روی ذره باردار  $q_0$  را که روی هر مسیر بسته حرکت می‌کند به صورت زیر بنویسیم

$$W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = q_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (۱۸-۲۶)$$

(علامت دایره روی انتگرال بیانگر این است که انتگرال باید روی یک مسیر بسته گرفته شود.) با قراردادن  $q_0 \mathcal{E}$  به جای  $W$  خواهیم داشت

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (۱۹-۲۶)$$

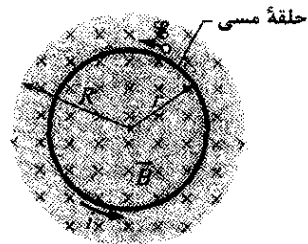
اگر این انتگرال را برای حالت خاص شکل ۱۶-۲۶ ب محاسبه کنیم، همان معادله ۱۷-۲۶ به دست می‌آید.

با استفاده از معادله ۱۹-۲۶ می‌توانیم مفهوم emf القایی را گسترش دهیم. تا اینجا، emf القایی به معنی کار انجام شده روی یکای بار برای برقراری جریان ناشی از تغییر شار مغناطیسی بود، یا به معنی کاری بود که روی یکای بار یک ذره باردار انجام می‌گیرد تا آن را روی یک مسیر بسته در یک شار مغناطیسی متغیر حرکت دهد. البته، با توجه به شکل ۱۶-۲۶ ب و معادله ۱۹-۱۶، emf القایی می‌تواند بدون نیاز به جریان یا ذره وجود داشته باشد: emf القایی برابر است با جمع - از طریق انتگرالگیری - مقدارهای  $\vec{E} \cdot d\vec{s}$  دور یک مسیر بسته، که در آن  $\vec{E}$  میدان الکتریکی القا شده بر اثر تغییر شار مغناطیسی و  $d\vec{s}$  بردار دیفرانسیلی در طول مسیر بسته است.

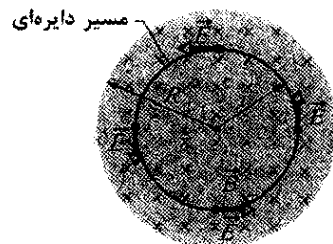
اگر معادله ۱۹-۲۶ را با قانون فارادی در معادله ۴-۲۶

ترکیب کنیم، می‌توان قانون فارادی را به این

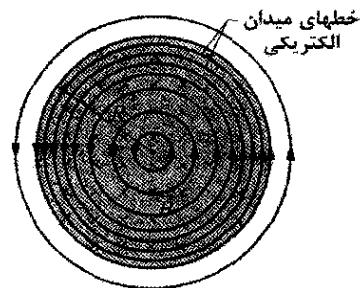
مربع دانشجوین و مهندسان صورت کرد



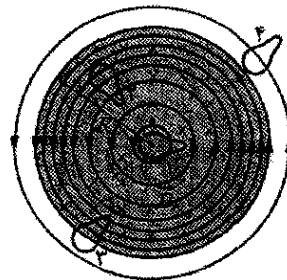
(الف)



(ب)



(پ)



(ت)

شکل ۱۶-۲۶ (الف) اگر میدان مغناطیسی با آهنگ پایایی افزایش یابد، همان‌طور که نشان داده شده، یک جریان القایی ثابت در حلقه مسی به شعاع  $r$  ایجاد می‌شود. (ب) میدان الکتریکی القایی، حتی وقتی حلقه برداشته شود وجود دارد، در چهار نقطه میدان الکتریکی نشان داده شده است. (پ) شکل کاملی از میدانهای الکتریکی القایی که به صورت خطهای میدان نشان داده شده‌اند. (ت) چهار مسیر بسته مشابه که مساحت‌های یکسانی را دربر می‌گیرند. در مسیرهای ۱ و ۲ که کاملاً در ناحیه‌ای که میدان مغناطیسی تغییر می‌کند قرار دارند emf یکسانی القا می‌شود. در مسیر ۳ که جزئی از آن در این ناحیه واقع است emf کمتری القا می‌شود. در مسیر ۴ که کاملاً خارج از میدان مغناطیسی واقع است هیچ‌گونه emf خالص القا نمی‌شود.

تا وقتی که میدان مغناطیسی نسبت به زمان افزایش می‌یابد، میدان الکتریکی که به وسیله خطهای میدان الکتریکی دایره‌ای شکل ۱۶-۲۶ پ نشان داده شده، وجود خواهد داشت. اگر میدان

این صورت یک نقطه یکسان در فضا باید دارای دو مقدار پتانسیل مختلف باشد. بنابراین، نتیجه می گیریم که برای میدانهای الکتریکی که با تغییر میدانهای مغناطیسی برقرار می شوند پتانسیل هیچ معنایی ندارد.

با یادآوری معادله ۲۰-۱۸ که اختلاف پتانسیل بین دو نقطه  $i$  و  $f$  را میدان الکتریکی  $\vec{E}$  تعریف می کند می توان به این امر نگاه دقیقتری داشت

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (21-26)$$

در فصل ۲۰ هنوز با قانون فارادی رو به رو نبودیم، لذا میدانهای الکتریکی موجود در معادله ۲۰-۱۸ آنهایی بودند که بر اثر بارهای ساکن ایجاد شده بودند. اگر در معادله ۲۶-۲۱،  $i$  و  $f$  نقطه یکسانی باشد، مسیری که آنها را به هم متصل می کند یک حلقه بسته بوده و  $V_f$  و  $V_i$  یکسان اند و از معادله ۲۶-۲۱ خواهیم داشت

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (22-26)$$

البته، وقتی تغییر شار مغناطیسی وجود داشته باشد، مقدار این انتگرال صفر نیست بلکه همان طور که معادله ۲۶-۲۰ نشان می دهد برابر  $-d\Phi_B/dt$  است. بنابراین، نسبت دادن پتانسیل الکتریکی به میدان الکتریکی القایی ما را به تناقض می رساند. باید نتیجه بگیریم که پتانسیل الکتریکی برای میدانهای الکتریکی وابسته به القا هیچ معنایی ندارد.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{قانون فارادی}) \quad (20-26)$$

این معادله به سادگی بیان می کند که تغییر میدان مغناطیسی یک میدان الکتریکی القا می کند. میدان مغناطیسی متغیر در سمت راست این معادله یک میدان الکتریکی در سمت چپ آن به وجود می آورد.

قانون فارادی به شکل معادله ۲۶-۲۰ را می توان برای هر مسیر بسته که در میدان مغناطیسی متغیری واقع است به کاربرد. برای مثال، شکل ۲۶-۱۶ ت چهار مسیر از این نوع را نشان می دهد، همه آنها دارای شکل و مساحت یکسانی هستند اما در مکانهای متفاوت در میدان مغناطیسی متغیر واقع اند. برای مسیرهای ۱ و ۲،  $\text{emf}$  های القایی  $(= \oint \vec{E} \cdot d\vec{s})$  یکسان هستند چون این مسیرها کاملاً در میدان مغناطیسی واقع اند و از این رو مقدار  $d\Phi_B/dt$  یکسانی دارند. این امر حتی اگر بردارهای میدان الکتریکی دور این مسیرها به طور متفاوتی توزیع شده باشند، همان طور که توسط شکل خطهای میدان الکتریکی مشخص شده؛ برقرار است. برای مسیر ۳ چون شار محصور شده  $\Phi_B$  (و در نتیجه  $d\Phi_B/dt$ ) کمتر است لذا  $\text{emf}$  القایی کمتر است و برای مسیر ۴، هر چند که میدان الکتریکی در هر نقطه از مسیر صفر نیست اما  $\text{emf}$  القایی صفر است.

### نگاهی نو به پتانسیل الکتریکی

میدانهای الکتریکی القایی به وسیله بارهای ساکن ایجاد نمی شوند بلکه بر اثر تغییر شار مغناطیسی به وجود می آیند. هر چند به هر طریق که میدانهای الکتریکی ایجاد شده باشند بر ذره های باردار نیرو وارد می کنند، اما اختلاف مهمی بین آنها وجود دارد. ساده ترین نشانه این اختلاف این است که خطهای میدان الکتریکی القایی نظیر شکل ۲۶-۱۶ پ حلقه های بسته ای را تشکیل می دهند. خطهای میدانی که به وسیله بارهای ساکن ایجاد می شوند هرگز این چنین نیستند بلکه از بارهای مثبت شروع و به بارهای منفی ختم می شوند.

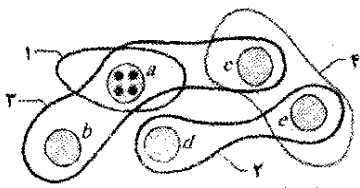
اختلاف بین میدانهای الکتریکی ایجاد شده به وسیله القا و آنهایی که به وسیله بارهای ساکن ایجاد شده اند را می توان به صورت زیر بیان کرد:

فقط برای میدانهای الکتریکی ایجاد شده به وسیله بارهای ساکن پتانسیل الکتریکی مفهوم دارد؛ برای میدانهای الکتریکی ایجاد شده به وسیله القا پتانسیل الکتریکی مفهومی ندارد.

این بیان را از نظر کیفی می توان چنین در نظر گرفت که بینیم برای ذره باردار که در شکل ۲۶-۱۶ ب مسیری دایره ای را طی می کند چه رخ می دهد. ذره باردار از یک نقطه معین شروع به حرکت می کند و با برگشتن به همان نقطه تحت تأثیر یک  $\text{emf}$ ، مثلاً ۵۷ ولت قرار می گیرد؛ یعنی مقدار کار ۵۷ J/C روی آن انجام می شود، و بنابراین، پس از آن باید در نقطه ای باشد که پتانسیل آن ۵۷ ولت بیشتر است. البته، این غیر ممکن است زیرا در یک مدار پتانسیل باید یکسان باشد.

✓ **نکته واریسی ۴** شکل پنج ناحیه را که با حروف مشخص شده اند نشان می دهد که در آنها میدان مغناطیسی یکنواختی یا مستقیماً به خارج از صفحه یا به داخل صفحه کاغذ برقرار است، جهت فقط برای ناحیه a مشخص شده است. در هر پنج ناحیه بزرگی میدان مغناطیسی با آهنگ یکنواخت یکسانی افزایش می یابد، مساحت همه ناحیه ها یکسان است. همچنین، چهار مسیر شماره دار نشان داده شده اند که در امتداد آنها بزرگی  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$  بر حسب کمیت «mag» در زیر داده شده است. معین کنید آیا میدانهای مغناطیسی در ناحیه های b تا e به سمت داخل صفحه کاغذ یا خارج.

مسیر:	۱	۲	۳	۴
$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$ :	mag	۲(mag)	۳(mag)	۰



### مسئله نمونه ۲۶-۴

در شکل ۲۶-۱۶ ب فرض کنید  $R = 8/5 \text{ cm}$  و  $dB/dt = 0.13 \text{ T/s}$  است.

(الف) عبارتی برای بزرگی میدان الکتریکی القایی  $E$  در نقطه های در میدان مغناطیسی در شعاع  $r$  از مرکز میدان

مغناطیسی به دست آورید. این عبارت را برای  $r = 5/2 \text{ cm}$  محاسبه کنید.

**نکته‌های کلیدی** بنابر قانون فارادی، میدان الکتریکی با تغییر میدان مغناطیسی القا می‌شود.

**محاسبه‌ها:** برای محاسبه بزرگی میدان  $E$ ، قانون فارادی را در شکل معادله ۲۶-۲۰ به کار می‌بریم. چون  $E$  را برای نقطه‌هایی داخل میدان مغناطیسی می‌خواهیم، انتگرالگیری را روی یک مسیر بسته به شعاع  $r \leq R$  انجام می‌دهیم. از تقارن فرض می‌کنیم که  $\vec{E}$  در شکل ۲۶-۱۶ ب در تمام نقطه‌ها بر مسیر دایره‌ای مماس است. بردار مسیر  $d\vec{s}$  نیز همیشه بر مسیر دایره‌ای مماس است، بنابراین، ضرب داخلی  $\vec{E} \cdot d\vec{s}$  در معادله ۲۶-۲۰ در تمام نقطه‌ها روی مسیر باید بزرگی  $E ds$  را داشته باشد. همچنین، از تقارن می‌توان فرض کرد که  $E$  در تمام نقطه‌ها روی مسیر دایره‌ای دارای مقدار یکسانی است. پس، برای سمت چپ معادله ۲۶-۲۰ داریم

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint E ds = E \oint ds = E(2\pi r) \quad (23-26)$$

(انتگرال  $\oint ds$  پیرامون  $2\pi r$  مسیر دایره‌ای است.) حال، باید سمت راست معادله ۲۶-۲۰ را حساب کنیم. چون  $\vec{B}$  در تمام مساحت  $A$  محصور توسط مسیر انتگرالگیری یکنواخت و عمود بر سطح آن است، شار مغناطیسی با معادله ۲۶-۲۰ داده می‌شود

$$\Phi_B = BA = B(\pi r^2) \quad (24-26)$$

با قراردادن این مقدار و معادله ۲۶-۲۳ در معادله ۲۶-۲۰ و حذف علامت منها خواهیم داشت

$$E(2\pi r) = (\pi r^2) \frac{dB}{dt}$$

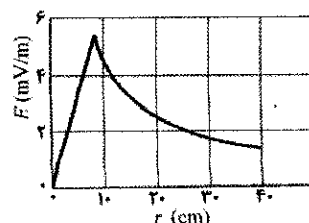
یا

$$E = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt} \quad (25-26) \text{ (پاسخ)}$$

معادله ۲۶-۲۵ بزرگی میدان الکتریکی را در هر نقطه که برای آن  $r \leq R$  (یعنی، داخل میدان مغناطیسی) به دست می‌دهد. با قرار دادن مقدارهای داده شده داریم (پاسخ)

$$E = \frac{5/2 \times 10^{-2} \text{ m}}{2} (0/13 \text{ T/s}) = 0/034 \text{ V/m} = 3/4 \text{ mV/m}$$

(ب) عبارتی برای بزرگی  $E$  میدان الکتریکی القایی در نقطه‌های خارج از میدان مغناطیسی، در شعاع  $r$ ، به دست آورید. این عبارت را برای  $r = 12/5 \text{ cm}$  محاسبه کنید.



شکل ۲۶-۱۷ نموداری از میدان الکتریکی القایی  $E(r)$  برای  $r \geq R$  را نشان می‌دهد. مسئله نمونه ۲۶-۴.

**نکته‌های کلیدی** نکته بخش (الف) در اینجا نیز به کار می‌رود. بجز اینکه در اینجا مسیر دایره‌ای انتگرالگیری با شعاع  $r \geq R$  را در نظر می‌گیریم چون می‌خواهیم  $E$  را برای نقطه‌های خارج از میدان مغناطیسی محاسبه کنیم. طبق روشی که در (الف) به کار بردیم، دوباره معادله ۲۶-۲۳ را به دست می‌آوریم. ولی، معادله ۲۶-۲۴ به دست نمی‌آید، چون اکنون مسیر انتگرالگیری خارج از میدان مغناطیسی است و در نتیجه شار مغناطیسی محصور شده توسط مسیر جدید فقط به مساحت  $\pi R^2$  از ناحیه میدان مغناطیسی مربوط است.

**محاسبه‌ها:** حال می‌توان نوشت:

$$\Phi_B = BA = B(\pi R^2) \quad (26-26)$$

با قراردادن این مقدار و معادله ۲۶-۲۳ در معادله ۲۶-۲۰ (بدون علامت منها) و با حل آن برای  $E$  داریم

$$E = \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt} \quad (27-26) \text{ (پاسخ)}$$

چون در اینجا  $E$  صفر نیست، ملاحظه می‌کنیم که حتی در خارج از میدان مغناطیسی متغیر نیز میدان الکتریکی القا می‌شود، نتیجه مهمی که (همان‌طور که در بخش ۲۷-۱۱ خواهید دید) مدل‌ها را امکان‌پذیر ساخته است.

با داده‌های مسئله، معادله ۲۶-۲۷ بزرگی  $E$  را در  $r = 12/5 \text{ cm}$  به دست می‌دهد

$$E = \frac{(5/2 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{2} (0/13 \text{ T/s}) = 3/8 \text{ mV/m} \quad (پاسخ)$$

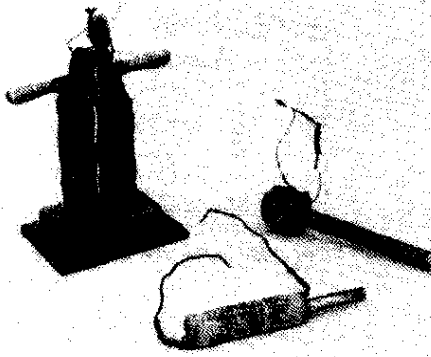
معادله‌های ۲۶-۲۵ و ۲۶-۲۷، همان‌طور که باید، در  $r = R$  نتیجه یکسانی را به دست می‌دهند. شکل ۲۶-۱۷ نمودار  $E(r)$  را نشان می‌دهد.

## ۲۶-۷ القاگرها و القایدگی

در فصل ۲۱ دریافتیم که خازن می‌تواند برای ایجاد میدان الکتریکی دلخواه به کار رود. آرایش خازن تخت را به عنوان یک نوع خازن پایه‌ای بررسی کردیم. به همین ترتیب، القاگر (با نماد  $\text{inductor}$ ) برای ایجاد یک میدان مغناطیسی دلخواه به کار برده می‌شود. یک سیم‌لوله دراز (دقیقت، طول کوتاهی نزدیک وسط سیم‌لوله دراز) را به عنوان یک القاگر پایه‌ای در نظر می‌گیریم.

وقتی جریان  $i$  را در سیم پیچهای (یا دورهای) یک سیم‌لوله به عنوان یک القاگر برقرار کنیم، جریان یک شار مغناطیسی  $\Phi_B$  در ناحیه مرکزی القاگر ایجاد می‌کند. در این صورت القایدگی القاگر برابر است با

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \quad (28-26) \text{ (تعریف القایدگی)}$$



القاگرهای اولیه‌ای که مایکل فارادی به وسیله آنها قانون القایش را کشف کرد. در آن روزها وسایل راحتی نظیر سیم عایق‌دار در دسترس نبود. گفته می‌شود که فارادی سیمهای را به وسیله پیچیدن باریکه‌هایی از دامن همسرش عایق‌بندی کرده است.

اگر طول سیمولوله نسبت به شعاع آن خیلی بیشتر باشد، آن وقت معادله ۲۶-۳۰ القایدهی آن را با تقریب خوبی به دست می‌دهد. در این ترتیب می‌توان از پخش شدن خطهای میدان مغناطیسی در مجاورت دو انتهای سیمولوله چشمپوشی کرد، درست مانند رابطه خازن تخت  $(C = \epsilon_0 A/d)$  که از کناره‌های خطهای میدان الکتریکی در مجاورت لبه صفحه‌های خازن چشمپوشی می‌کنیم.

از معادله ۲۶-۳۰ و یادآوری اینکه  $n$  تعداد دور در یکای طول سیمولوله است، می‌بینیم که القایدهی را می‌توان به صورت ضرب ثابت تراوایی  $\mu_0$  و کمیتی با ابعاد طول نوشت. این بدان معناست که می‌توان  $\mu_0$  را برحسب یکای هانری بر متر بیان کرد

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A} \\ = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} \quad (۲۶-۳۲)$$

## ۲۶-۸ خودالقایش

اگر دو پیچه - که اکنون می‌توانیم آنها را القاگر بنامیم - در مجاورت هم باشند، جریان  $i$  در یک پیچه در پیچه دیگر شار مغناطیسی  $\Phi$  را ایجاد می‌کند. دیدیم که اگر این شار را با تغییر جریان تغییر دهیم، بنابر قانون فارادی یک emf القایی در پیچه دوم ظاهر می‌شود. همچنین یک emf القایی در پیچه اول نیز ظاهر می‌شود.

در هر پیچه‌ای که جریان تغییر کند، یک emf القایی  $\mathcal{E}_L$  ظاهر می‌شود.

این فرایند (به شکل ۲۶-۱۸ نگاه کنید) خودالقایش نامیده می‌شود و emf ظاهر شده emf خودالقایی نام دارد. این emf درست همانند سایر emf های القا شده از قانون القایش فارادی تبعیت می‌کند.

که در آن  $N$  تعداد دور است. گفته می‌شود که سیم پیچه‌ای القاگر به وسیله شارهای مشترک پیوند داده می‌شوند، و حاصلضرب  $N\Phi_B$  شار مغناطیسی پیوند دهی نامیده می‌شود. بنابراین، القایدهی  $L$  معیاری از پیوند دهی شار حاصل از القاگر به ازای یکای جریان است.

چون یکای SI شار مغناطیسی تسلا- متر مربع است، یکای SI القایدهی تسلا- متر مربع بر آمپر  $(\text{T.m}^2/\text{A})$  است. این یکا را به پاس احترام فیزیکدان آمریکایی جوزف هانری، برای کشف مشترک قانون القایش که معاصر با فارادی بوده است، هانری (H) می‌نامند. بنابراین،

$$1 \text{ H} = 1 \text{ T.m}^2/\text{A} \quad (۲۶-۲۹)$$

در بقیه این فصل فرض می‌کنیم که همه القاگرها، بدون توجه به آرایش هندسی آنها، هیچ ماده مغناطیسی مثل آهن در مجاورت خود ندارند. چنین موادی میدان مغناطیسی القاگر را تغییر شکل می‌دهند.

## القایدهی سیمولوله

سیمولوله درازی با سطح مقطعی به مساحت  $A$  را در نظر می‌گیریم. القایدهی یکای طول این سیمولوله در نزدیکی وسط آن چیست؟

برای به کار بردن معادله تعریف شده برای القایدهی (معادله ۲۶-۲۸) باید شار پیوند دهی برقرار شده به وسیله جریان را در سیم پیچه‌های سیمولوله محاسبه کنیم. طول  $l$  نزدیک وسط این سیمولوله را در نظر می‌گیریم. شار پیونددهی برای این قسمت سیمولوله برابر است با

$$N\Phi_B = (nl)(BA)$$

که در آن  $n$  تعداد دور در یکای طول سیمولوله و  $B$  میدان مغناطیسی داخل سیمولوله است.

بزرگی  $B$  با معادله ۲۵-۲۳ داده شده است

$$B = \mu_0 in$$

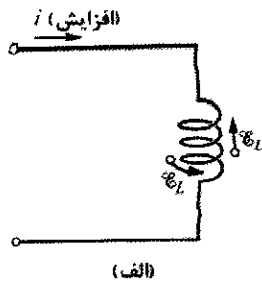
و بنابراین، از معادله ۲۶-۲۸ داریم

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} = \frac{(nl)(BA)}{i} = \frac{(nl)(\mu_0 in)(A)}{i} \\ = \mu_0 n^2 l A \quad (۲۶-۳۰)$$

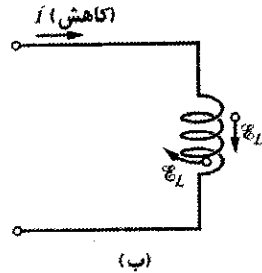
در نتیجه القایدهی یکای طول یک سیمولوله دراز در نزدیک وسط آن برابر است با

$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A \quad (\text{سیمولوله}) \quad (۲۶-۳۱)$$

القایدهی - نظیر ظرفیت - فقط به شکل هندسی وسیله بستگی دارد. بستگی به مربع تعداد دورها بر یکای طول قابل انتظار است. وقتی مثلاً  $n$  را سه برابر می‌کنیم، نه فقط تعداد دورها ( $N$ ) سه برابر می‌شود بلکه شار عبوری از هر دور سیم  $(\Phi_B = BA = \mu_0 inA)$  نیز سه برابر می‌شود و در نتیجه شار پیوند دهی  $N\Phi_B$  و القایدهی  $L$  با ضریب ۹ افزایش می‌یابد.



(الف)



(ب)

شکل ۱۹-۲۶ (الف) جریان  $i$  افزایش می‌یابد و  $\mathcal{E}_L$  خود القا شده  $\mathcal{E}_L$  در امتداد پیچه در جهتی ظاهر می‌شود که با این افزایش مخالفت کند. پیکانی که نشان دهنده جهت  $\mathcal{E}_L$  است، در دور پیچه یا در کنار آن رسم می‌شود. هر دو نشان داده شده‌اند. (ب) جریان  $i$  کاهش می‌یابد و  $\mathcal{E}_L$  خود القا شده در جهتی ظاهر می‌شود که با کاهش مخالفت کند.

علاوه بر این، می‌توانیم یک اختلاف پتانسیل  $V_L$  بین دو سر یک القاگر تعریف کنیم (بین پایانه‌های آن، که فرض می‌کنیم خارج از ناحیه تغییر شار واقع‌اند). برای یک القاگر آرمانی (با سیمی دارای مقاومت ناچیز)، بزرگی  $V_L$  برابر بزرگی  $\mathcal{E}_L$  خود القا شده است.

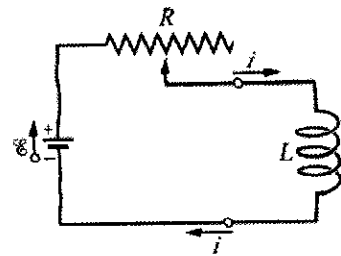
حال اگر، سیم القاگر دارای مقاومت  $r$  باشد، به طور ذهنی می‌توان القاگر را به یک مقاومت  $r$  (که فرض می‌کنیم خارج از ناحیه تغییر شار است) و یک القاگر آرمانی با  $\mathcal{E}_L$  خود القا شده جدا از هم در نظر گرفت. مانند یک باتری که  $\mathcal{E}_L$  آن و مقاومت داخلی آن  $r$  است، اختلاف پتانسیل دو سر پایانه‌های یک القاگر واقعی با  $\mathcal{E}_L$  متفاوت است. تا وقتی مشخص نشده باشد ما فرض می‌کنیم که القاگرها آرمانی‌اند.

نکته وارسی ۵ شکل  $\mathcal{E}_L$  القا می‌شود را در یک پیچه نشان می‌دهد. کدامیک از موارد زیر جریان در پیچه را درست شرح می‌دهد: (الف) ثابت و به سمت راست. (ب) ثابت و به سمت چپ. (پ) در حال افزایش و به سمت راست (ت) در حال کاهش و به سمت راست. (ث) در حال افزایش و به سمت چپ. (ج) در حال کاهش و به سمت چپ.



## ۹-۲۶ مدارهای RL

در بخش ۹-۲۳ دیدیم که اگر ناگهان یک  $\mathcal{E}_L$  در یک مدار منفرد شامل مقاومت  $R$  و خازن  $C$  برقرار شود، بار خازن



شکل ۱۸-۲۶ وقتی جریان در پیچه با تغییر نقطه تماس روی مقاومت متغیر، تغییر کند مادامی که جریان تغییر می‌کند یک  $\mathcal{E}_L$  خود القا شده در پیچه ظاهر می‌شود.

برای هر القاگر، معادله ۲۶-۲۸ حاکی از آن است که

$$N\Phi_B = Li \quad (۲۶-۲۳)$$

بنابر قانون فارادی

$$\mathcal{E}_L = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt} \quad (۲۶-۳۴)$$

با ترکیب معادله‌های ۲۶-۳۳ و ۲۶-۳۴ می‌توانیم بنویسیم

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt} \quad (\text{emf خود القا شده}) \quad (۲۶-۳۵)$$

بنابراین، در هر القاگر (مانند پیچه، سیملوله یا چنبره) هرگاه جریان نسبت به زمان تغییر کند،  $\mathcal{E}_L$  خود القا شده ظاهر می‌شود. بزرگی جریان هیچ تأثیری در بزرگی  $\mathcal{E}_L$  القا شده ندارد؛ فقط آهنگ تغییر جریان مؤثر است.

می‌توان جهت  $\mathcal{E}_L$  خود القا شده را از قانون لنز پیدا کرد. علامت منفی در معادله ۲۶-۳۵ بیانگر این است که - همان‌طور که قانون بیان می‌کند -  $\mathcal{E}_L$  خود القا شده به گونه‌ای عمل می‌کند که با تغییری که آن را به وجود می‌آورد مخالفت می‌کند. وقتی فقط بزرگی مورد نظر است از علامت منفی صرف‌نظر می‌کنیم.

فرض کنید، مطابق شکل ۱۹-۲۶ الف، جریان  $i$  را در پیچه برقرار کنیم و ترتیبی بدهیم که جریان نسبت به زمان با آهنگ  $di/dt$  افزایش یابد. با بیان قانون لنز، این افزایش در جریان همان «تغییری» است که باید خود القایش با آن مخالفت کند. برای اینکه چنین مخالفتی رخ دهد،  $\mathcal{E}_L$  خود القا شده که در پیچه ظاهر می‌شود - همان‌طور که شکل نشان می‌دهد - باید در جهتی باشد که با افزایش جریان مخالفت کند. اگر، مطابق شکل ۱۹-۲۶ ب، جریان نسبت به زمان کاهش یابد،  $\mathcal{E}_L$  خود القا شده، همان‌طور که شکل نشان می‌دهد، باید در جهتی باشد که با کاهش جریان مخالفت کند.

در بخش ۹-۲۶ دیدیم که نمی‌توانیم یک پتانسیل الکتریکی برای میدان الکتریکی (و در نتیجه برای  $\mathcal{E}_L$ ) که به وسیله تغییر شار مغناطیسی القا می‌شود، تعریف کنیم. به این معنی که وقتی  $\mathcal{E}_L$  خود القا شده در شکل ۱۸-۲۶ ایجاد می‌شود، نمی‌توانیم در خود القاگر که در آن شار تغییر می‌کند یک پتانسیل الکتریکی تعریف کنیم. با این وجود باز هم می‌توانیم در نقطه‌هایی از مدار که خارج القاگر هستند پتانسیلهایی را تعریف کنیم، جایی که میدانهای الکتریکی ناشی از توزیع بارها به پتانسیلهای الکتریکی وابسته‌اند.

حال این وضعیت را از نظر کمی تحلیل می‌کنیم. با قراردادن کلید S در شکل ۲۶-۲۰ در وضعیت a، مدار معادل مدار شکل ۲۶-۲۱ است. قاعده حلقه را به کار می‌بریم، در این شکل از x شروع و به صورت ساعتگرد دور حلقه در امتداد جریان i حرکت می‌کنیم.

۱- مقاومت. چون مقاومت را در جهت جریان i طی می‌کنیم، پتانسیل الکتریکی به مقدار  $iR$  کاهش می‌یابد. بنابراین، وقتی از نقطه x به نقطه y حرکت کنیم با تغییر پتانسیلی برابر با  $-iR$  مواجه می‌شویم.

۲- القاگر. چون جریان i تغییر می‌کند، در القاگر یک emf خودالقایش  $\mathcal{E}_L$  ایجاد می‌شود. بزرگی  $\mathcal{E}_L$  با معادله ۲۶-۳۵ به صورت  $L di/dt$  داده می‌شود. چون جهت جریان i در القاگر به سمت پایین و در حال افزایش است در نتیجه، جهت  $\mathcal{E}_L$  در شکل ۲۶-۲۱ به سمت بالاست. بنابراین، وقتی از نقطه y به نقطه z حرکت کنیم با تغییر پتانسیل  $-L di/dt$  مواجه هستیم.

۳- باتری. وقتی از نقطه z به نقطه شروع x برگردیم با تغییر پتانسیل  $+\mathcal{E}$  حاصل از emf باتری مواجه هستیم. بنابراین، قاعده حلقه رابطه زیر را به دست می‌دهد

$$-iR - L \frac{di}{dt} + \mathcal{E} = 0$$

یا

$$L \frac{di}{dt} + Ri = \mathcal{E} \quad (\text{مدار RL}) \quad (۲۶-۳۹)$$

معادله ۲۶-۳۹ یک معادله دیفرانسیل شامل متغیر i و مشتق اول آن  $di/dt$  است. در پی چنان تابعی از  $i(t)$  هستیم که وقتی آن و مشتق اول آن را در معادله ۲۶-۳۹ قرار دهیم در معادله صدق کند و شرط اولیه  $i(0) = 0$  برقرار باشد.

معادله ۲۶-۳۹ و شرط اولیه آن دقیقاً همان شکل معادله ۲۳-۳۲ برای مدار RC را دارد، که i به جای q، L به جای R و R به جای 1/C قرار گرفته‌اند. حل معادله ۲۶-۳۹ نیز با همین جایگزین‌ها، دقیقاً باید به همان شکل معادله ۲۳-۳۳ باشد. این حل عبارت است از

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-Rt/L}) \quad (۲۶-۴۰)$$

که می‌توانیم آن را به صورت زیر بنویسیم

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) \quad (\text{افزایش جریان}) \quad (۲۶-۴۱)$$

در اینجا  $\tau_L$ ، ثابت زمان القایی، با رابطه زیر داده می‌شود

$$\tau_L = \frac{L}{R} \quad (\text{ثابت زمانی}) \quad (۲۶-۴۲)$$

برای وقتی که کلید بسته می‌شود (در زمان  $t=0$ ) و برای زمان طولانی پس از بستن کلید ( $t \rightarrow \infty$ )، معادله ۲۶-۴۱ را بررسی می‌کنیم. وقتی  $t=0$  را در معادله ۲۶-۴۱ قرار دهیم، مقدار نهایی برابر با  $e^0 = 1$  حاصل می‌شود. بنابراین، معادله ۲۶-۴۱

فوراً تا مقدار نهایی تعادلش یعنی  $\mathcal{E}/R$  افزایش نمی‌یابد بلکه به صورت نمایی به این مقدار نزدیک می‌شود

$$q = C\mathcal{E} (1 - e^{-t/\tau_C}) \quad (۲۶-۳۶)$$

آهنگی که بار با آن افزایش می‌یابد، با ثابت زمانی خازنی  $\tau_C$  تعیین می‌شود که در معادله ۲۳-۲۶ به صورت زیر تعریف شده است

$$\tau_C = RC \quad (۲۶-۳۷)$$

اگر از همین مدار به طور ناگهانی emf را حذف کنیم، بار فوراً به صفر فرو نمی‌افتد بلکه به صورت نمایی به صفر نزدیک می‌شود

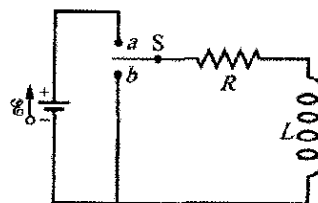
$$q = q_0 e^{-t/\tau_C} \quad (۲۶-۳۸)$$

ثابت زمانی  $\tau_C$  کاهش بار را به همان صورت افزایش بار به دست می‌دهد.

هرگاه یک emf برابر با  $\mathcal{E}$  را به یک مدار تک حلقه‌ای شامل مقاومت R و القاگر L اعمال کنیم (یا از آن خارج کنیم) تأخیر مشابهی در بالا رفتن (یا فرو افتادن) جریان رخ می‌دهد. وقتی کلید S در شکل ۲۶-۱۸، به طور مثال، به a وصل شود، جریان در مقاومت شروع به افزایش می‌کند. اگر القاگر وجود نداشت، جریان به سرعت تا مقدار پایایی  $\mathcal{E}/R$  بالا می‌رفت. ولی، به علت وجود القاگر یک emf خودالقایی در مدار ظاهر می‌شود؛ از قانون لنز، این emf با افزایش جریان مخالفت می‌کند، که به این معناست که این emf در قطبیت با emf،  $\mathcal{E}$ ، باتری مخالفت می‌کند. به این ترتیب جریان در مقاومت به اختلاف دو emf واکنش نشان می‌دهد، یکی  $\mathcal{E}$  ثابت ناشی از باتری و دیگری  $\mathcal{E}_L (= -L di/dt)$  متغیر ناشی از خود القایش. تا وقتی که  $\mathcal{E}_L$  وجود دارد، جریان در مقاومت کمتر از  $\mathcal{E}/R$  خواهد بود.

در طی زمان، آهنگ افزایش جریان کندتر می‌شود و بزرگی emf خودالقایی که متناسب با  $di/dt$  است کوچکتر می‌شود. به این ترتیب جریان در مدار به صورت مجانب به  $\mathcal{E}/R$  می‌رسد. این نتایج را به صورت زیر می‌توان تعمیم داد:

در ابتدا، القاگر به گونه‌ای عمل می‌کند که با تغییر جریان در آن مخالفت کند. پس از مدت زمان طولانی، القاگر شبیه یک سیم اتصال معمولی عمل می‌کند.



شکل ۲۶-۲۰ یک مدار RL. وقتی کلید S به a وصل شود، جریان افزایش می‌یابد و به مقدار حدی  $\mathcal{E}/R$  می‌رسد.



اهمیت فیزیکی ثابت زمانی از معادله ۲۶-۴۱ مشخص می‌شود. اگر  $t = \tau_L = L/R$  را در این معادله قرار دهیم، خواهیم داشت

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-1}) = 0.63 \frac{\mathcal{E}}{R} \quad (26-43)$$

به این ترتیب، ثابت زمانی  $\tau_L$ ، زمانی است که طول می‌کشد تا جریان در مدار تقریباً به حدود ۶۳٪ مقدار تعادل نهایی  $\mathcal{E}/R$  خودش برسد. چون اختلاف پتانسیل  $V_R$  دو سر مقاومت متناسب با جریان  $i$  است، وابستگی زمانی افزایش جریان، همان‌طور که در شکل ۲۶-۲۲ الف رسم شده، دارای شکلی مشابه  $V_R$  است. وقتی کلید  $S$  در شکل ۲۶-۲۰ به مدت کافی به  $a$  متصل باشد تا جریان تعادلی  $\mathcal{E}/R$  برقرار و سپس روی  $b$  قرار داده شود، اثر این کار خارج کردن باتری از مدار است. (در واقع باید اتصال به  $b$  قبل از قطع اتصال از  $a$  صورت گیرد. کلیدی که این کار را انجام می‌دهد کلید وصل قبل از قطع نامیده می‌شود.) وقتی باتری از مدار خارج شود جریان در مقاومت کاهش می‌یابد. البته، جریانی که از مقاومت می‌گذرد نمی‌تواند فوراً به صفر کاهش یابد بلکه باید در طی مدتی به صفر برسد. معادله دیفرانسیلی را که برای این کاهش برقرار است می‌توان با قراردادن  $\mathcal{E} = 0$  در معادله ۲۶-۳۹ به دست آورد

$$L \frac{di}{dt} + iR = 0. \quad (26-44)$$

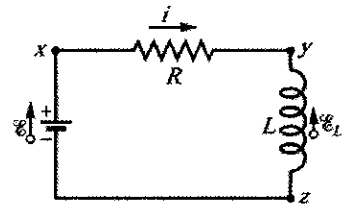
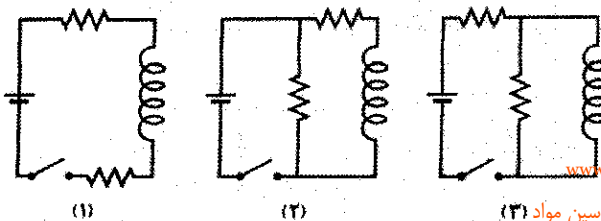
با توجه به تشابه معادله‌های ۲۳-۳۸ و ۲۳-۳۹ حل این معادله دیفرانسیل که شرط اولیه  $i(0) = i_0 = \mathcal{E}/R$  در آن صدق کند عبارت است از

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau_L} = i_0 e^{-t/\tau_L} \quad (\text{کاهش جریان}) \quad (26-45)$$

می‌بینیم که هم افزایش جریان (معادله ۲۶-۴۱) و هم کاهش جریان (معادله ۲۶-۴۵) در مدار  $RL$ ، ثابت زمانی القایی  $\tau_L$  یکسانی دارند.

در معادله ۲۶-۴۵ برای نشان‌دادن جریان در زمان  $t=0$  از  $i_0$  استفاده کردیم. در حالت مورد بحث ما جریان  $\mathcal{E}/R$  است در حالی که می‌تواند هر مقدار اولیه دیگری باشد.

✓ **نکته واریسی** شکل سه مدار با باتریها، القاگرها و مقاومت‌های مشابه را نشان می‌دهد. مدارها را به ترتیب بزرگی جریان در باتری (الف) درست پس از بستن کلید و (ب) پس از مدتی طولانی، از بزرگ به کوچک بنویسید. (اگر در پاسخ شکل دارید ابتدا به مسئله نمونه بعدی پردازید و سپس دوباره سعی کنید.)



شکل ۲۶-۲۱ مدار شکل ۲۶-۱۸ وقتی که کلید  $S$  در  $a$  قرار دارد. قاعده حلقه را به کار می‌بریم و به صورت ساعتگرد از  $x$  شروع می‌کنیم.

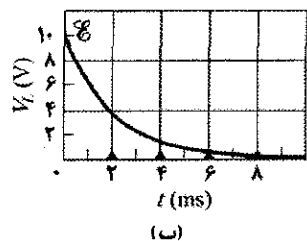
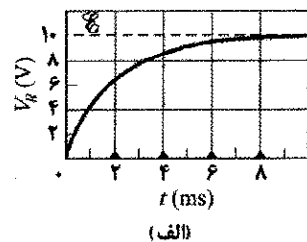
همان‌طور که انتظار داشتیم بیانگر این است که در ابتدا  $i=0$  است. سپس، وقتی  $t$  را به سمت  $\infty$  میل دهیم، آنگاه مقدار نمایی برابر  $e^{-\infty} = 0$  می‌شود. پس معادله ۲۶-۴۱ بیانگر این است که جریان به سمت مقدار تعادلش  $\mathcal{E}/R$  میل کند.

همچنین می‌توانیم اختلاف پتانسیلها در مدار را بررسی کنیم. برای مثال، شکل ۲۶-۲۲ نشان می‌دهد که چطور اختلاف پتانسیل  $V_R (=iR)$  در دو سر مقاومت و  $V_L (=L di/dt)$  در دو سر القاگر برای مقدارهای مشخص  $\mathcal{E}$ ،  $L$  و  $R$  نسبت به زمان تغییر می‌کنند. این شکل را با شکل متناظر برای مدار  $RC$  (شکل ۲۳-۱۸) مقایسه کنید.

برای اینکه نشان دهیم که کمیت  $\tau_L (=L/R)$  دارای بعد زمان است، رابطه تبدیل هانری بر اهم را به صورت زیر می‌نویسیم

$$\frac{1}{\Omega} = \left( \frac{1 \text{ V} \cdot \text{s}}{1 \text{ H} \cdot \text{A}} \right) \left( \frac{1 \Omega \cdot \text{A}}{1 \text{ V}} \right) = 1 \text{ s}$$

اولین کمیت داخل پرانتز ضریب تبدیلی برای معادله ۲۶-۳۵ و دومین کمیت داخل پرانتز ضریب تبدیلی بر پایه رابطه  $V_R = iR$  است.



شکل ۲۶-۲۲ تغییرات نسبت به زمان (الف)  $V_R$ ، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت در مدار شکل ۲۶-۲۱ و (ب)  $V_L$ ، اختلاف پتانسیل دو سر القاگر در آن مدار. مثلثهای کوچک بیانگر بازه‌های پی در پی مربوط به یک ثابت زمانی  $\tau_L = L/R$  هستند. شکل برای  $R = 2000 \Omega$ ،  $L = 4 \text{ mH}$  و  $\mathcal{E} = 10 \text{ V}$  رسم شده است.

سیملوله‌ای با القایندگی  $53\text{mH}$  و مقاومت  $37\Omega$  درست است. اگر آن را به یک باتری وصل کنیم، پس از چه مدت جریان به مقدار تعادل نهایی‌اش می‌رسد؟

**نکته کلیدی** می‌توانیم سیملوله را به صورت یک مقاومت و یک القاگر تصور کنیم که از هم جدا شده و به صورت متوالی طبق شکل ۲۶-۲۱ به هم بسته شده‌اند. سپس قاعده حلقه معادله ۲۶-۳۹ را که حل آن با معادله ۲۶-۴۱ داده می‌شود برای جریان  $i$  در مدار به دست می‌دهد.

**محاسبه‌ها:** با توجه به آن حل، جریان  $i$  به صورت نمایی از صفر تا مقدار نهایی‌اش  $\frac{\mathcal{E}}{R}$  افزایش می‌یابد. فرض کنید  $t_0$  زمانی باشد که جریان  $i$  به نصف مقدار تعادلش می‌رسد. در این صورت معادله ۲۶-۴۱ به دست می‌دهد

$$\frac{1}{2} \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t_0/\tau_L})$$

با حذف  $\frac{\mathcal{E}}{R}$  و مجزا کردن تابع نمایی، برای به دست آوردن  $t_0$  از طرفین رابطه لگاریتم طبیعی می‌گیریم. در نتیجه داریم

$$t_0 = \tau_L \ln 2 = \frac{L}{R} \ln 2 = \frac{53 \times 10^{-3} \text{ H}}{37 \Omega} \ln 2 = 0.10 \text{ s} \quad (\text{پاسخ})$$

## ۲۶-۱۰ انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی

وقتی دو ذره باردار با بار ناهمنام را از هم دور کنیم، می‌گوییم انرژی پتانسیل الکتریکی حاصل در میدان الکتریکی ذره‌ها ذخیره شده است. وقتی این بارها دوباره به هم نزدیک شوند، انرژی از میدان گرفته می‌شود. با روش مشابهی می‌توانیم بگوییم انرژی در میدان مغناطیسی هم ذخیره می‌شود.

برای به دست آوردن یک عبارت کمی برای انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی، دوباره شکل ۲۶-۲۱ را در نظر می‌گیریم که نشان می‌دهد یک منبع emf برابر با  $\mathcal{E}$  به مقاومت  $R$  و القاگر  $L$  متصل است. معادله ۲۶-۳۹ را برای راحتی دوباره می‌نویسیم

$$\mathcal{E} = L \frac{di}{dt} + iR \quad (26-46)$$

که یک معادله دیفرانسیل است که افزایش جریان در مدار را بیان می‌کند. تأکید می‌کنیم که این معادله از قاعده حلقه حاصل می‌شود و قاعده حلقه به نوبه خود مبین اصل پایستگی انرژی در مدارهای تک حلقه‌ای است. اگر دو طرف معادله ۲۶-۴۶ را

$$\mathcal{E} i = L i \frac{di}{dt} + i^2 R$$

در شکل ۲۶-۲۳ الف مداری نشان داده شده است که شامل سه مقاومت مشابه با مقدار  $R = 9.0\Omega$ ، دو القاگر مشابه با القایندگی  $L = 2.0\text{mH}$  و یک باتری آرمانی با emf برابر با  $\mathcal{E} = 18\text{V}$  است. (الف) درست پس از بستن کلید، جریان  $i$  در باتری چقدر است؟

**نکته کلیدی** درست پس از بستن کلید القاگرها با تغییر جریان در خود مخالفت می‌کنند.

**محاسبه‌ها:** چون پیش از بستن کلید جریان در هر القاگر صفر است، درست پس از بستن کلید نیز صفر خواهد بود. بنابراین، بلافاصله پس از بستن کلید، القاگرها همان‌طور که در شکل ۲۶-۲۳ ب نشان داده شده است، به عنوان سیمهای قطع شده عمل می‌کنند. پس یک مدار تک حلقه داریم که برای آن قاعده حلقه به دست می‌دهد

$$\mathcal{E} - iR = 0$$

با قراردادن داده‌های مسئله خواهیم داشت

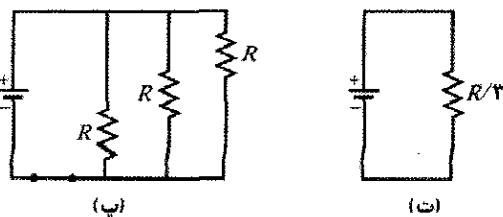
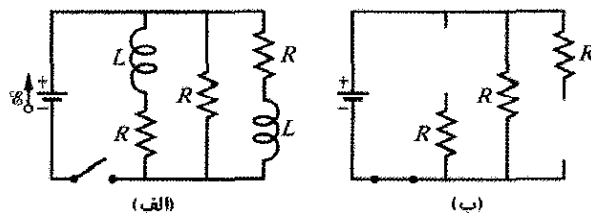
$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{18\text{V}}{9\Omega} = 2.0\text{A} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) در مدتی طولانی پس از بستن کلید، جریان در باتری چقدر است؟

**نکته کلیدی** مدتی طولانی پس از بستن کلید، جریانها در مدار به مقدار تعادلشان می‌رسند و همان‌طور که در شکل ۲۶-۲۳ ب نشان داده است القاگرها به عنوان سیمهای اتصال عمل می‌کنند.

**محاسبه‌ها:** به این ترتیب سه مقاومت مشابه که به طور موازی بسته شده‌اند داریم که از معادله ۲۳-۲۳ مقاومت معادل آنها برابر است با  $R_{eq} = R/3 = (9.0\Omega/3) = 3.0\Omega$ . در نتیجه، معادله حلقه در مدار معادل شکل ۲۶-۲۳ ت به صورت  $\mathcal{E} - iR = 0$  به دست می‌آید، یا

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = \frac{18\text{V}}{3.0\Omega} = 6.0\text{A} \quad (\text{پاسخ})$$



شکل ۲۶-۲۳ (الف) یک مدار چند حلقه‌ای  $RL$  با کلید باز (ب) مدار معادل درست پس از آنکه کلید بسته شده است. (پ) مدار معادل پس از مدتی طولانی. (ت) مدار تک حلقه‌ای که معادل مدار (پ) است. [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com) منبع: مهندس و مهندسان (۴۷-۲۶)

محاسبه‌ها: پس، برای یافتن انرژی ذخیره شده در حالت تعادل، باید ابتدا جریان تعادل را به دست آوریم. از معادله ۲۶-۴۱ جریان تعادل برابر است با

$$i_{\infty} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{12V}{0.25\Omega} = 34/3A \quad (51-26)$$

سپس با قراردادن آن داریم

$$U_{B\infty} = \frac{1}{2} Li_{\infty}^2 = \left(\frac{1}{2}\right) (53 \times 10^{-3} H) (34/3 A)^2 = 31J \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) پس از چند ثابت زمانی نصف انرژی تعادل در میدان مغناطیسی ذخیره خواهد شد؟

محاسبه‌ها: اکنون پرسش این است: در چه زمان  $t$ ، رابطه زیر برقرار است؟

$$U_B = \frac{1}{2} U_{B\infty}$$

معادله ۲۶-۴۹ امکان می‌دهد تا آن را به صورت زیر بنویسیم

$$\frac{1}{2} Li^2 = \left(\frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} Li_{\infty}^2$$

یا

$$i = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) i_{\infty} \quad (52-26)$$

اما  $i$  با معادله ۲۶-۴۱ داده می‌شود و  $i_{\infty}$  (به معادله ۲۵-۵۱ نگاه کنید) برابر  $\mathcal{E}/R$  است؛ در نتیجه، معادله ۲۶-۵۲ به صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{2} R}$$

با حذف  $\mathcal{E}/R$  و جابه‌جایی جمله‌ها می‌توانیم آن را به صورت زیر بنویسیم

$$e^{-t/\tau_L} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.293$$

که به دست می‌دهد

$$\frac{t}{\tau_L} = -\ln 0.293 = 1.23$$

یا

$$t \approx 1.2 \tau_L \quad (\text{پاسخ})$$

بنابراین، انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی پیچه به وسیله جریان پس از  $1/2$  ثابت زمانی به نصف مقدار تعادلش می‌رسد.

## ۲۶-۱۱ چگالی انرژی میدان مغناطیسی

طول  $l$  را در نزدیکی وسط یک سیموله دراز با سطح مقطع  $A$  در نظر می‌گیریم که حامل جریان  $i$  است. حجم وابسته به این طول برابر  $Al$  است. انرژی  $U_B$  ذخیره شده در طول  $l$  از سیموله باید در تمام این حجم باشد، چون میدان مغناطیسی خارج از چنین سیموله‌ای تقریباً صفر است. به علاوه، انرژی ذخیره شده باید به صورت یکنواخت در سیموله توزیع شده باشد چون میدان

که برحسب کار و انرژی دارای این تفسیرهای فیزیکی است:

۱- اگر مقدار دیفرانسیل بار  $dq$  در زمان  $dt$  از باتری با  $\mathcal{E}$  برابر با  $\mathcal{E}$  در شکل ۲۶-۲۱ بگذرد، باتری به مقدار  $\mathcal{E} dq$  روی آن کار انجام می‌دهد. آهنگی که باتری کار انجام می‌دهد برابر است با  $(\mathcal{E} dq)/dt$  یا  $\mathcal{E} i$ . بنابراین، سمت چپ معادله ۲۶-۴۷ بیانگر آهنگی است که منبع  $\mathcal{E}$  به سایر قسمت‌های مدار انرژی تحویل می‌دهد.

۲- جمله دوم در سمت راست بیانگر آهنگی است که انرژی به صورت انرژی گرمایی در مقاومت ظاهر می‌شود.

۳- آن بخش از انرژی که به صورت انرژی گرمایی ظاهر نمی‌شود، بنابر اصل پایستگی انرژی باید در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره شود. چون معادله ۲۶-۴۷ بیانگر اصل پایستگی انرژی برای مدار  $RL$  است، جمله میانی در معادله باید بیانگر آهنگ  $dU_B/dt$  باشد که انرژی با آن آهنگ در میدان مغناطیسی ذخیره می‌شود، بنابراین، داریم

$$\frac{dU_B}{dt} = Li \frac{di}{dt} \quad (48-26)$$

می‌توانیم این رابطه را به صورت زیر بنویسیم

$$dU_B = Li di$$

با انتگرالگیری از دو طرف رابطه بالا داریم

$$\int_0^{U_B} dU_B = \int_0^i Li di$$

یا

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2 \quad (\text{انرژی مغناطیسی}) \quad (49-26)$$

که بیانگر انرژی کل ذخیره شده به وسیله القاگر  $L$  حامل جریان  $i$  است. به تشابه این عبارت و عبارت انرژی ذخیره شده به وسیله خازنی با ظرفیت  $C$  و بار  $q$  یعنی رابطه زیر، توجه داشته باشید

$$U_E = \frac{q^2}{2C}$$

(متغیر  $i^2$  متناظر با  $q^2$  و ثابت  $L$  متناظر با  $1/C$  است.)

## مسئله نمونه ۲۶-۷

پیچه‌ای دارای القابیدگی  $53\text{mH}$  و مقاومت  $0.25\Omega$  است. (الف) اگر یک  $\mathcal{E}$  برابر با  $12V$  به دو سر پیچه اعمال شود، پس از آنکه جریان تا مقدار تعادلش زیاد شد، چقدر انرژی در میدان مغناطیسی ذخیره می‌شود؟

**نکته کلیدی** در هر زمان انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی

پیچه با معادله ۲۶-۴۹  $\left(U_B = \frac{1}{2} Li^2\right)$  بستگی به جریانی دارد که در آن زمان از پیچه می‌گذرد.

می‌کند. جریان بین دو استوانه یک میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند.  
(الف) انرژی ذخیره شده بین استوانه‌ها را برای طول  $l$  کابل محاسبه کنید.

### نکته‌های کلیدی

- ۱- می‌توانیم انرژی  $U_B$  (کل) ذخیره شده در میدان مغناطیسی را با استفاده از چگالی انرژی  $u_B$  به دست آوریم.
  - ۲- بنابر معادله ۲۶-۵۴ ( $u_B = B^2/2\mu_0$ )، چگالی انرژی به بزرگی میدان مغناطیسی  $B$  بستگی دارد.
  - ۳- با توجه به تقارن دایره‌ای کابل، می‌توانیم با به کار بردن قانون آمپر و جریان داده شده،  $B$  را به دست آوریم.
- یافتن  $B$ : جهت به کار بردن این نکته‌ها، با قانون آمپر شروع می‌کنیم و یک مسیر دایره‌ای انتگرالگیری به شعاع  $r$  که  $a < r < b$  (بین دو استوانه که در شکل ۲۶-۲۲ به صورت خط چین نشان داده شده است) را در نظر می‌گیریم. تنها جریانی که توسط این مسیر احاطه شده جریان  $i$  در استوانه داخلی است. بنابراین، قانون آمپر را می‌توانیم به این صورت بنویسیم

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i \quad (۲۶-۵۶)$$

حال یک ساده‌سازی روی انتگرال انجام می‌دهیم: با توجه به تقارن دایره‌ای در تمام نقطه‌ها در امتداد مسیر دایره‌ای،  $\vec{B}$  بر مسیر مماس و دارای بزرگی  $B$  است. جهت انتگرالگیری را در امتداد مسیر و در جهت میدان مغناطیسی دور مسیر، در نظر می‌گیریم. سپس می‌توانیم  $Bds \cos 0 = Bds$  را به جای  $\vec{B} \cdot d\vec{s}$  قرار دهیم و بزرگی  $B$  را از انتگرال خارج کنیم. انتگرالی که باقی می‌ماند به صورت  $\oint ds$  است که برابر پیرامون مسیر یعنی  $2\pi r$  است. بنابراین، معادله ۲۶-۵۶ به صورت زیر ساده می‌شود

$$B(2\pi r) = \mu_0 i$$

یا

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad (۲۶-۵۷)$$

یافتن  $u_B$ : حال برای به دست آوردن چگالی انرژی، معادله ۲۶-۵۷ را در معادله ۲۶-۵۴ قرار می‌دهیم

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi^2 r^2} \quad (۲۶-۵۸)$$

یافتن  $U_B$ : توجه کنید که  $u_B$  در حجم بین دو استوانه یکنواخت نیست، بلکه به فاصله شعاعی  $r$  بستگی دارد. بنابراین، برای یافتن انرژی کل  $U_B$  ذخیره شده بین استوانه‌ها، باید از  $u_B$  در این حجم انتگرال بگیریم.

چون حجم بین استوانه‌ها دارای تقارن دایره‌ای حول محور مرکزی کابل است، عنصر حجم پوسته استوانه‌ای به طول  $l$  و حجم  $dV$  را بین دو استوانه در نظر می‌گیریم، این پوسته دارای شعاع داخلی  $r$  و شعاع خارجی  $r+dr$  (شکل ۲۶-۲۴) و طول  $l$  است. مساحت سطح مقطع پوسته برابر است با پیرامون  $2\pi r$  ضربدر ضخامت  $dr$ . در نتیجه، حجم پوسته  $dV$  برابر است با  $dV = 2\pi r l dr$ ؛ یعنی  $(2\pi r)(dr)(l)$ .

مغناطیسی (تقریباً) در همه نقطه‌های داخل سیملوله یکنواخت است.

بنابراین، انرژی ذخیره شده در یکای حجم میدان عبارت است از

$$u_B = \frac{U_B}{Al}$$

یا، چون

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2$$

داریم

$$u_B = \frac{Li^2}{2Al} = \frac{L}{l} \frac{i^2}{2A}$$

در اینجا  $L$ ، القاییدگی طول  $l$  از سیملوله است.

با قراردادن مقدار  $L/l$  از معادله ۲۶-۳۱، داریم

$$u_B = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 i^2 \quad (۲۶-۵۳)$$

که در آن  $n$  تعداد دور در یکای طول است. از معادله ۲۵-۲۳

$(B = \mu_0 in)$  می‌توانیم این چگالی انرژی را به صورت زیر بنویسیم

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (\text{چگالی انرژی مغناطیسی}) \quad (۲۶-۵۴)$$

این معادله چگالی انرژی ذخیره شده را در هر نقطه که در آن میدان مغناطیسی  $B$  است به دست می‌دهد. اگر چه ما آن را برای یک حالت خاص، یعنی سیملوله به دست آوردیم اما معادله ۲۶-۵۴ برای همه میدانهای مغناطیسی، بدون توجه به اینکه چگونه تولید شده‌اند، برقرار است. این معادله با معادله ۲۱-۲۵ قابل مقایسه است، یعنی

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad (۲۶-۵۵)$$

که چگالی انرژی (در خلأ) را برای هر نقطه در میدان الکتریکی به دست می‌دهد. توجه کنید که هم  $u_E$  و هم  $u_B$  با مجذور بزرگی میدان مربوطه  $B$  یا  $E$  متناسب‌اند.

✓ نکته واریسی ۷ در جدول برای سه سیملوله، تعداد دور در یکای طول، جریان و مساحت سطح مقطع آنها آمده است. سیملوله‌ها را به ترتیب بزرگی چگالی انرژی در آنها مرتب کنید.

سیملوله	دور در یکای طول	جریان	مساحت
الف	$2n_1$	$i_1$	$2A_1$
ب	$n_1$	$2i_1$	$A_1$
پ	$n_1$	$i_1$	$6A_1$

### مسئله نمونه ۲۶-۸

کابل هم محور درازی (شکل ۲۶-۲۴) شامل دو استوانه رسانا با جدار نازک به شعاعهای  $a$  و  $b$  است. استوانه داخلی حامل جریان  $i$ ، و استوانه خارجی مسیر برگشت جریان را تأمین

چون نقطه‌های داخل این پوسته همگی تقریباً فاصله شعاعی یکسان  $r$  دارند، همگی تقریباً دارای چگالی انرژی یکسان  $u_B$  هستند. بنابراین، انرژی کل  $dU_B$  داخل حجم  $dV$  با رابطه زیر داده می‌شود

$$(\text{حجم}) (\text{انرژی در یکای حجم}) = \text{انرژی}$$

یا

$$dU_B = u_B dV$$

با قرار دادن  $u_B$  از معادله ۲۶-۵۸ و قرار دادن  $2\pi r l dr$  به جای  $dV$ ، داریم

$$dU_B = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi^2 r^2} (2\pi r l) dr = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \frac{dr}{r}$$

برای یافتن انرژی بین دو استوانه از این معادله روی حجم بین دو استوانه انتگرال می‌گیریم

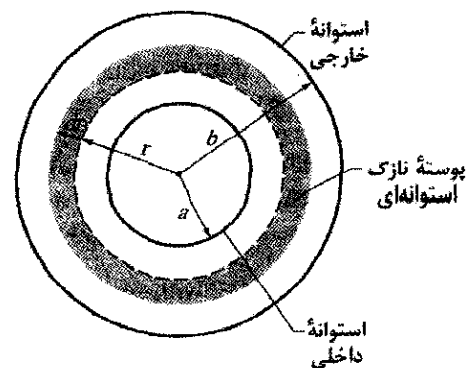
$$U_B = \int dU_B = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} \\ = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \ln \frac{b}{a} \quad (\text{پاسخ}) \quad (26-59)$$

هیچ انرژی در خارج استوانه خارجی یا داخل استوانه داخلی ذخیره نمی‌شود، چون همان‌طور که از قانون آمپر مشاهده می‌شود در هر دو ناحیه میدان مغناطیسی صفر است.

(ب) اگر  $a = 1/2 \text{ mm}$ ،  $b = 3/5 \text{ mm}$  و  $i = 2/7 \text{ A}$  باشد، انرژی ذخیره شده در یکای طول کابل چقدر است؟

محاسبه: از معادله ۲۶-۵۹ داریم

$$\frac{U_B}{l} = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi} \ln \frac{b}{a} \\ = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}) (2/7 \text{ A})^2}{4\pi} \ln \frac{3/5 \text{ mm}}{1/2 \text{ mm}} \\ = 7/8 \times 10^{-7} \text{ J/m} = 780 \text{ nJ/m} \quad (\text{پاسخ})$$



شکل ۲۶-۲۴ مقطع یک کابل هم محور دراز شامل دو استوانه رسانای نازک. شعاع استوانه داخلی  $a$  و شعاع استوانه خارجی  $b$  است.

## ۲۶-۱۲ القایش متقابل

آن را تا حدودی بررسی کردیم. قبلاً دیدیم که وقتی دو پیچه مطابق شکل ۲۶-۲ به هم نزدیک شوند، جریان پایایی  $i$  در یک پیچه در پیچه دیگر شار مغناطیسی  $\Phi$  را ایجاد می‌کند. (به پیچه دیگر پیوند می‌خورد). اگر  $i$  را نسبت به زمان تغییر دهیم، یک emf برابر  $\mathcal{E}$  که با قانون فارادی داده می‌شود در پیچه دوم به وجود می‌آید؛ این فرایند را القایش نامیدیم. بهتر است آن را القایش متقابل بنامیم تا نشان دهنده برهم‌کنش متقابل دو پیچه بوده و از خود القایش که فقط مربوط به یک پیچه است قابل تمیز باشد.

حال از نظر کمی قدری بیشتر، به القای متقابل می‌پردازیم. شکل ۲۶-۲۵ الف دو پیچه دایره‌ای با سیم پیچ فشرده را در کنار هم نشان می‌دهد که دارای محور مرکزی مشترکی هستند. حال مقاومت متغیر را در مقاومت معین  $R$  قرار می‌دهیم، باتری در پیچه ۱ جریان پایایی  $i$  را برقرار می‌کند. این جریان یک میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند که با خط‌های  $\vec{B}_1$  در شکل نشان داده شده است. پیچه ۲ به یک آمپرسنج حساس متصل است ولی شامل باتری نیست. شار مغناطیسی  $\Phi_{21}$  (شار وابسته به جریان در پیچه ۱ که از پیچه ۲ می‌گذرد)  $N_2$  دور از پیچه ۲ را به هم پیوند می‌زند.

القائیدگی متقابل  $M_{21}$  پیچه ۲ نسبت به پیچه ۱ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$M_{21} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{i_1} \quad (26-60)$$

که شکلی مشابه معادله ۲۶-۲۸ ( $L = N\Phi/i$ ) دارد که تعریف القائیدگی است. می‌توانیم معادله ۲۶-۶۰ را به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$M_{21} i_1 = N_2 \Phi_{21}$$

اگر با تغییر  $R$  باعث تغییر  $i$  نسبت به زمان شویم، داریم

$$M_{21} \frac{di_1}{dt} = N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt}$$

سمت راست این معادله، بنابر قانون فارادی، درست بزرگی emf برابر  $\mathcal{E}_2$  است که بر اثر تغییر جریان در پیچه ۱، در پیچه ۲ ظاهر می‌شود. بنابراین، با در نظر گرفتن علامت منها که مشخص کننده جهت است، داریم

$$\mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{di_1}{dt} \quad (26-61)$$

این معادله را با معادله ۲۶-۳۵ برای خودالقایش ( $\mathcal{E} = -L di/dt$ ) مقایسه کنید.

حال نقش پیچه ۱ و ۲ را در شکل ۲۶-۲۵ ب عوض می‌کنیم. یعنی، به وسیله یک باتری در پیچه ۲ جریان  $i_2$  را برقرار می‌کنیم. این جریان شار مغناطیسی  $\Phi_{12}$  را ایجاد می‌کند که به پیچه ۱ پیوند می‌خورد. اگر با تغییر مقاومت  $R$  جریان  $i_2$

در این بخش به حالتی که دو پیچه با هم بر هم کنش دارند [www.tam-mavad.com](http://www.tam-mavad.com) نسبت به زمان تغییر دهیم، با استدلال بالا داریم

$$\mathcal{E}_1 = -M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$\mathcal{E}_r = -M \frac{di_1}{dt} \quad (۲۶-۶۴)$$

و

$$\mathcal{E}_1 = -M \frac{di_r}{dt} \quad (۲۶-۶۵)$$

## مسئله نمونه ۹-۲۶

شکل ۲۶-۲۶ دو پیچه دایره‌ای را نشان می‌دهد که به صورت فشرده سیم پیچی شده‌اند. پیچه کوچکتر (شعاع  $R_1$  با  $N_1$  دور) هم محور با پیچه بزرگتر (شعاع  $R_2$  با  $N_2$  دور) است و در یک صفحه قرار دارند.

(الف) عبارتی برای القایدهی متقابل  $M$  برای آرایش دو پیچه، با فرض  $R_1 \gg R_2$ ، به دست آورید.

**نکته کلیدی** القایدهی متقابل  $M$  این پیچه‌ها عبارت است از نسبت شار پیوند خورده  $(N\Phi)$  از میان یک پیچه به جریان  $i$  در پیچه دیگر، که شار پیوند خورده را ایجاد می‌کند. بنابراین، باید فرض کنیم که این جریانه‌ها در پیچه‌ها وجود دارند؛ سپس لازم است که شار پیوند خورده را در یکی از پیچه‌ها حساب کنیم.

محاسبه‌ها: میدان مغناطیسی عبوری از پیچه بزرگتر ناشی از پیچه کوچکتر، هم از نظر بزرگی و هم از نظر جهت غیریکنواخت است؛ در نتیجه شار عبوری از پیچه بزرگتر ناشی از پیچه کوچکتر نیز غیریکنواخت و محاسبه آن مشکل است. با این وجود، پیچه کوچکتر بقدر کافی کوچک است و می‌توانیم فرض کنیم که میدان مغناطیسی حاصل از پیچه بزرگتر که از پیچه کوچکتر می‌گذرد تقریباً یکنواخت است. بنابراین، شار عبوری از آن که از پیچه بزرگتر ناشی شده است نیز تقریباً یکنواخت است. از این رو، برای یافتن  $M$  می‌توانیم فرض کنیم جریان  $i_1$  در پیچه بزرگتر برقرار است و شار پیوند خورده  $N_2\Phi_{21}$  در پیچه کوچکتر را حساب کنیم

$$M = \frac{N_2\Phi_{21}}{i_1} \quad (۲۶-۶۶)$$

شار  $\Phi_{21}$  عبوری از هر دور پیچه کوچکتر، از معادله ۲۶-۲، برابر است با

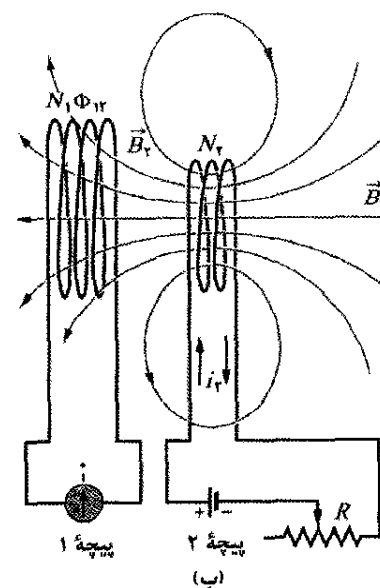
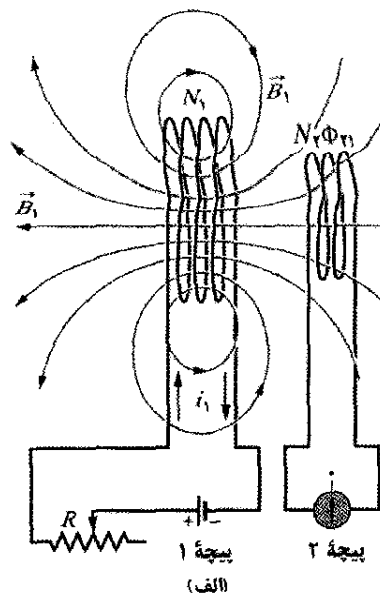
$$\Phi_{21} = B_1 A_1$$

که در آن  $B_1$  بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از پیچه بزرگتر در تمام نقطه‌های داخل پیچه کوچکتر است و  $A_1 (= \pi R_1^2)$  مساحت هر دور است. پس، شار پیوند خورده در پیچه کوچکتر (با  $N_2$  دور) برابر است با

$$N_2\Phi_{21} = N_2 B_1 A_1 \quad (۲۶-۶۷)$$

برای به دست آوردن  $B_1$  در نقطه‌هایی داخل پیچه کوچکتر می‌توانیم معادله ۲۵-۲۶ را به کار ببریم

$$B(z) = \frac{\mu_0 i R^2}{r(R^2 + z^2)^{3/2}}$$



شکل ۲۶-۲۵ القايش متقابل. (الف) میدان مغناطیسی  $B_1$  ایجاد شده توسط جریان  $i_1$  در پیچه ۱ از میان پیچه ۲ می‌گذرد. اگر  $i_1$  تغییر کند (با تغییر دادن مقاومت  $R$ ) یک emf در پیچه ۲ القا می‌شود و آمپرسنج متصل به پیچه ۲ جریان  $i_2$  را نشان می‌دهد. (ب) جای پیچه‌ها عوض شده است.

بنابراین، می‌بینیم که emf القا شده در هر یک از پیچه‌ها با آهنگ تغییر جریان در پیچه دیگر متناسب است. ثابتهای تناسب  $M_{12}$  و  $M_{21}$  به نظر متفاوت می‌آیند، ولی بدون اثبات، تأکید می‌کنیم که آنها در واقع یکی هستند، به طوری که احتیاج به زیرنویس نیست. (این نتیجه گیری صحیح است اما به هیچ وجه بدیهی نیست.) پس داریم

$$M_{12} = M_{21} = M \quad (۲۶-۶۸)$$

می‌توان معادله‌های ۲۶-۶۱ و ۲۶-۶۲ را به صورت زیر بازنویسی کرد



## بازنگری و خلاصه درس

**شار مغناطیسی** شار مغناطیسی  $\Phi_B$  که از سطح  $A$  در

میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  می‌گذرد به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (۱-۲۶)$$

که در آن انتگرال روی آن سطح انجام می‌گیرد. یکای SI شار مغناطیسی وبر است که  $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$ . اگر  $\vec{B}$  عمود بر سطح و روی آن یکنواخت باشد، معادله ۱-۲۶ به صورت زیر در می‌آید

$$\Phi_B = BA \quad (\vec{B} \perp \vec{A} \text{ یکنواخت}) \quad (۲-۲۶)$$

**قانون القایش فارادی** اگر شار مغناطیسی  $\Phi_B$  که از سطحی که با یک حلقهٔ رسانای بسته محدود شده است می‌گذرد نسبت به زمان تغییر کند، یک جریان و یک emf حلقه ایجاد شود؛ این فرایند القایش نامیده می‌شود. emf القایی عبارت است از

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{القای فارادی}) \quad (۴-۲۶)$$

اگر حلقه را با پیچهای که به صورت فشرده سیم پیچ شده جایگزین کنیم، emf القایی عبارت است از

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (۵-۲۶)$$

**قانون لنز** جهت جریان القا شده به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی حاصل از آن جریان با تغییر میدان مغناطیسی به وجود آورندهٔ جریان مخالف می‌کند. emf القا شده هم جهت با جریان القا شده است.

**emf و میدان الکتریکی القا شده** با تغییر شار

مغناطیسی، حتی اگر حلقه‌ای که شار در آن تغییر می‌کند یک رسانای فیزیکی نباشد و یک خط فرضی باشد، یک emf القا می‌شود. میدان مغناطیسی متغیر، یک میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در هر نقطه از چنین حلقه‌ای القا می‌کند؛ emf با رابطهٔ زیر به  $\vec{E}$  مربوط است

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (۱۹-۲۶)$$

که انتگرالگیری دور حلقه انجام می‌شود. از معادله ۱۹-۲۶ می‌توانیم قانون فارادی را به شکل کلیر زیر بنویسیم

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{قانون فارادی}) \quad (۲۰-۲۶)$$

اساس این قانون این است که تغییر در میدان مغناطیسی یک میدان الکتریکی  $\vec{E}$  القا می‌کند.

**القاگراها** القاگر وسیله‌ای است که برای ایجاد میدان

مغناطیسی معلوم در یک ناحیهٔ معین به کار می‌رود. اگر جریان  $i$

از هر دور از  $N$  دور سیم پیچ القاگر بگذرد، شار مغناطیسی  $\Phi_B$

این سیم پیچها را به هم پیوند می‌دهد. القایندگی  $L$  القاگر

عبارت است از

چون پیچه کوچکتر در صفحهٔ پیچه بزرگتر است لذا  $z$  را برابر با صفر قرار می‌دهیم. این معادله بیانگر این است که هر دور از پیچه بزرگتر میدان مغناطیسی  $\mu_0 i_1 / 2R_1$  را در نقطه‌های داخل پیچه کوچکتر ایجاد می‌کند. بنابراین، بزرگی میدان مغناطیسی کل ایجاد شده توسط پیچه بزرگتر (با  $N_1$  دور) در نقطه‌های داخل پیچه کوچکتر برابر است با

$$B_1 = N_1 \frac{\mu_0 i_1}{2R_1} \quad (۶۸-۲۶)$$

با قراردادن معادله ۶۸-۲۶ به جای  $B_1$  و  $\pi R_2^2$  به جای  $A_2$  در معادله ۶۷-۲۶ داریم

$$N_2 \Phi_{21} = \frac{\pi \mu_0 N_1 N_2 R_2^2 i_1}{2R_1}$$

با قراردادن این نتیجه در معادله ۶۶-۲۶ داریم

$$M = \frac{N_2 \Phi_{21}}{i_1} = \frac{\pi \mu_0 N_1 N_2 R_2^2}{2R_1} \quad (\text{پاسخ}) \quad (۶۹-۲۶)$$

(ب) مقدار  $M$  برای، دور  $N_1 = N_2 = 1200$  و  $R_1 = 15 \text{ cm}$  و  $R_2 = 1/10 \text{ cm}$  چقدر است؟

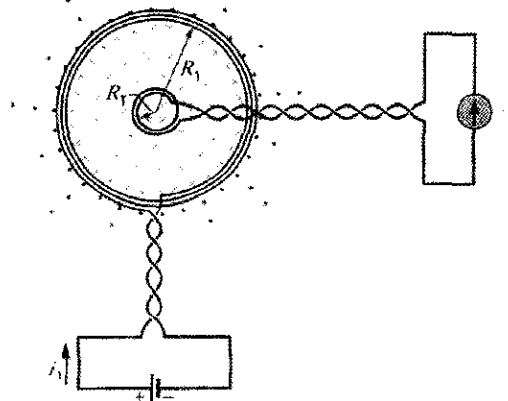
محاسبه‌ها: معادله ۶۹-۳۰ به دست می‌دهد

$$M = \frac{(\pi)(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(1200)(1200)(0.01 \text{ m})^2}{(2)(0.15 \text{ m})} \\ = 2.29 \times 10^{-3} \text{ H} \approx 2.3 \text{ mH} \quad (\text{پاسخ})$$

وضعیت را برای وقتی که نقش دو پیچه را عوض کنیم در نظر بگیرید، یعنی وقتی جریان  $i_2$  در پیچه کوچکتر برقرار باشد و بخواهیم  $M$  را از معادله ۶۰-۲۶ به صورت زیر محاسبه کنیم

$$M = \frac{N_1 \Phi_{12}}{i_2}$$

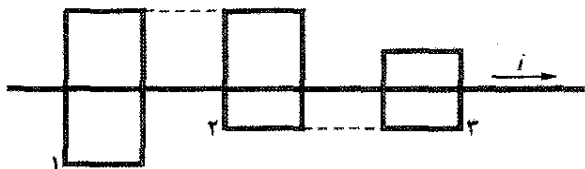
محاسبه  $\Phi_{12}$  (شار غیر یکنواخت میدان مغناطیسی پیچه کوچکتر که از پیچه بزرگتر می‌گذرد) ساده نیست. اگر محاسبه‌های عددی را به وسیلهٔ رایانه انجام دهیم ملاحظه می‌کنیم که همانند بالا  $M$  دقیقاً  $2.3 \text{ mH}$  به دست می‌آید! این تأکید می‌کند که معادله ۶۳-۲۶ ( $M_{12} = M_{21} = M$ ) بدیهی نیست.



**شکل ۲۶-۲۶** یک پیچه کوچک در مرکز یک پیچه بزرگ قرار دارد. القایندگی متقابل پیچه‌ها را می‌توان با عبور جریان  $i_1$  از پیچه بزرگ محاسبه کرد.

## پرسشها

۱- در شکل ۲۶-۲۷، یک سیم دراز مستقیم با جریان  $i$  از میان سه حلقه مستطیلی شکل به اضلاع  $L$ ،  $1/5L$  و  $2L$  (بدون تماس) می‌گذرد. حلقه‌ها دور از هم قرار دارند (از این رو اثری بر یکدیگر ندارند). حلقه‌های ۱ و ۳ نسبت به سیم دراز تقارن دارند. اگر جریان  $i$ ، (الف) ثابت باشد و (ب) افزایش یابد، حلقه‌ها را به ترتیب بزرگی اندازه جریان القایی در آنها مرتب کنید.

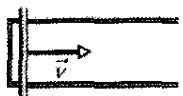


شکل ۲۶-۲۷ پرسش ۱

۲- شکل ۲۸-۲۶ دو مدار را نشان می‌دهد که در هر یک میله‌ای رسانا با تندی ثابت  $v$  در یک میدان مغناطیسی یکنواخت یکسان روی یک سیم  $U$  شکل می‌لغزد. فاصله بین طولهای موازی در مدار ۱ برابر  $2L$  و در مدار ۲ برابر  $L$  است. جریانی که در مدار ۱ القا می‌شود پادساعتگرد است. (الف) آیا جهت میدان مغناطیسی به سمت داخل صفحه کاغذ است یا خارج آن؟ (ب) آیا جهت جریان القایی در مدار ۲ ساعتگرد است یا پاد ساعتگرد؟ (پ) آیا emf القا شده در مدار ۱ از emf القا شده در مدار ۲ بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟



(۱)



(۲)

شکل ۲۸-۲۶ پرسش ۲

۳- اگر رسانای دایره‌ای در شکل ۲۹-۲۶ که در یک میدان مغناطیسی یکنواخت واقع است انبساط گرمایی پیدا کند، جریانی به صورت ساعتگرد دور آن القا می‌شود. جهت میدان مغناطیسی به سمت داخل کاغذ است یا خارج آن؟



شکل ۲۹-۲۶ پرسش ۳

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \quad (\text{تعریف القاییدگی}) \quad (26-28)$$

یکای SI القاییدگی هانری (H) است که  $1H = 1T \cdot m^2 / A$  هانری. القاییدگی یکای طول یک سیمولونه دراز با سطح مقطع  $A$  و  $n$  دور بر یکای طول در نزدیکی وسط سیمولونه عبارت است از

$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A \quad (\text{سیمولونه}) \quad (26-31)$$

**خود القایش** اگر جریان  $i$  در پیچهای نسبت به زمان تغییر کند، یک emf در پیچه القا می‌شود. این emf خود القاییده عبارت است از

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt} \quad (26-35)$$

جهت  $\mathcal{E}_L$  به وسیله قانون لنز به دست می‌آید: emf خود القاییده به گونه‌ای عمل می‌کند که با تغییری که آن را به وجود می‌آورد مخالفت کند.

**مدارهای متوالی RL** اگر emf ثابت  $\mathcal{E}$  در یک مدار تک حلقه شامل مقاومت  $R$  و القاییدگی  $L$  برقرار شود، جریان با رابطه زیر تا مقدار تعادل  $\mathcal{E}/R$  بالا می‌رود

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) \quad (\text{افزایش جریان}) \quad (26-41)$$

در اینجا  $\tau_L (= L/R)$  آهنگ افزایش جریان را نشان می‌دهد و ثابت زمانی القایی مدار نامیده می‌شود. وقتی منبع emf ثابت از مدار خارج شود، جریان با رابطه زیر از مقدار  $i_0$  شروع به کاهش می‌کند

$$i = i_0 e^{-t/\tau_L} \quad (\text{کاهش جریان}) \quad (26-45)$$

**انرژی مغناطیسی** اگر از القاگر  $L$  جریان  $i$  عبور کند، میدان مغناطیسی القاگر مقداری انرژی ذخیره می‌کند که با رابطه زیر داده می‌شود

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2 \quad (\text{انرژی مغناطیسی}) \quad (26-49)$$

اگر  $B$  بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه‌ای (داخل القاگر یا هر جای دیگر) باشد، چگالی انرژی مغناطیسی ذخیره شده در آن نقطه عبارت است از

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (\text{چگالی انرژی مغناطیسی}) \quad (26-54)$$

**القایش متقابل** اگر دو پیچه ۱ و ۲ در مجاورت هم باشند، تغییر جریان در هر یک از پیچه‌ها می‌تواند یک emf دیگری القا کند. این القایش متقابل با رابطه‌های زیر داده می‌شود

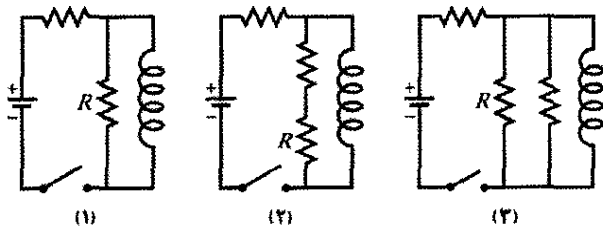
$$\mathcal{E}_1 = -M \frac{di_2}{dt} \quad (26-64)$$

و

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt} \quad (26-65)$$

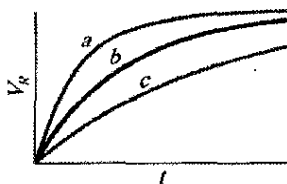
که در آنها  $M$  (برحسب هانری اندازه‌گیری می‌شود) القاییدگی متقابل برای آرایش پیچه‌هاست

۷- شکل ۲۶-۳۳ سه مدار را با باتریها، القاگرها و مقاومتهای مشابه نشان می‌دهد. (الف) مدتی پس از آنکه کلید بسته شود، (ب) درست پس از آنکه کلید پس از مدتی دوباره باز شود و (پ) مدتی طولانی پس از بازکردن کلید، مدارها را به ترتیب بزرگی جریانی که از مقاومت  $R$  می‌گذرد، مرتب کنید.



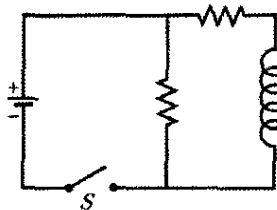
شکل ۲۶-۳۳ پرسش ۷

۸- شکل ۲۶-۳۴ برای سه مدار، تغییرات اختلاف پتانسیل  $V_R$  نسبت به زمان در دو سر مقاومت را که مطابق شکل ۲۶-۲۱ بسته شده است نشان می‌دهد. مدارها شامل مقاومت  $R$  و emf یکسان  $\mathcal{E}$  هستند، اما القایندگی  $L$  آنها متفاوت است. مدارها را به ترتیب بزرگی مقدار  $L$  آنها مرتب کنید.



شکل ۲۶-۳۴ پرسش ۸

۹- شکل ۲۶-۳۵ مداری را با دو مقاومت مشابه و یک القاگر آرمانی نشان می‌دهد. (الف) درست پس از بستن کلید  $S$ ، (ب) مدتی طولانی پس از بستن کلید  $S$ ، (پ) درست پس از دوباره



شکل ۲۶-۳۵ پرسش ۹

باز کردن کلید، پس از آنکه مدتی گذشته است و (ت) مدتی طولانی پس از باز بودن کلید، آیا جریان در مقاومت وسطی بیشتر از مقاومت دیگر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟

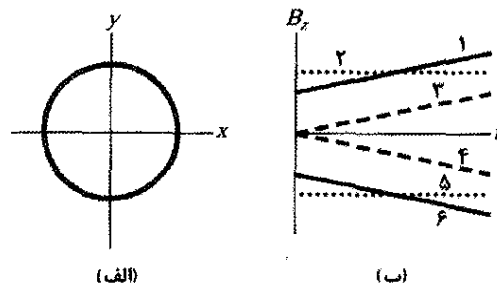
۱۰- کلید در مدار شکل ۲۶-۲۰ پس از مدتی طولانی که روی  $a$  بوده است روی  $b$  قرار داده می‌شود. جریان حاصل در القاگر برای چهار مجموعه از مقاومت  $R$  و القایش  $L$  در شکل ۲۶-۳۶ رسم شده است: (۱)  $R_0$  و  $L_0$ ؛ (۲)  $2R_0$  و  $L_0$ ؛ (۳)  $R_0$  و  $2L_0$ ؛ (۴)  $2R_0$  و  $2L_0$ . کدام نمودار مربوط به کدام مجموعه

[www iran-mavad.com](http://www iran-mavad.com)

است؟

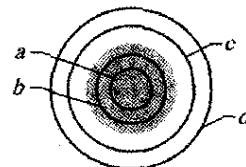
مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

۴- یک سیم حلقه‌ای در شکل ۲۶-۳۰ الف به نوبت تحت تأثیر شش میدان مغناطیسی که همگی موازی با محور  $z$  هستند، قرار می‌گیرد. شکل ۲۶-۳۰ ب  $B_z$  مؤلفه  $z$  میدانها را برحسب زمان  $t$  نشان می‌دهد. (نمودارهای  $a$  و  $3$  و همچنین نمودارهای  $4$  و  $6$  موازی‌اند.) شش نمودار را بنابر emf القا شده ساعتگرد از بزرگترین به کوچکترین و emf القا شده پادساعتگرد از کوچکترین به بزرگترین مرتب کنید.



شکل ۲۶-۳۰ پرسش ۴

۵- شکل ۲۶-۳۱ ناحیه‌ای دایره‌ای را که در آن میدان مغناطیسی یکنواخت در حال کاهش در جهت خارج از صفحه کاغذ وجود دارد و همچنین چهار مسیر دایره‌ای هم مرکز نشان می‌دهد. مسیرها را بنابر بزرگی  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$  که در امتداد هر مسیر محاسبه می‌شود، مرتب کنید.

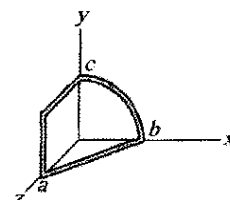


شکل ۲۶-۳۱ پرسش ۵

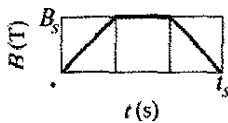
۶- در شکل ۲۶-۳۲ یک سیم حلقه‌ای به گونه‌ای خمیده شده که سه قطعه دارد: قطعه  $bc$  (یک چهارم دایره)،  $ac$  (گوشه مربع) و  $ab$  (مستقیم). در اینجا سه انتخاب برای میدان مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد وجود دارد:

$$\begin{aligned} (1) \quad \vec{B}_1 &= 3\hat{i} + 7\hat{j} - 5\hat{k} \\ (2) \quad \vec{B}_2 &= 15t\hat{i} - 4\hat{j} - 15\hat{k} \\ (3) \quad \vec{B}_3 &= 2\hat{i} - 5t\hat{j} - 12\hat{k} \end{aligned}$$

که در آن  $B$  برحسب میلی تسلا و  $t$  برحسب ثانیه است. بدون محاسبه انتخابها را بنابر (الف) کار انجام شده بر یکای بار در برقرار کردن جریان القایی و (ب) آن جریان القایی از بزرگترین مرتب کنید. (پ) برای هر انتخاب، جریان القایی در شکل در کدام جهت است؟



شکل ۲۶-۳۲ پرسش ۶

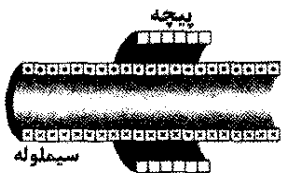


شکل ۲۶-۳۸ مسئله ۲

۳۰- حلقه کوچکی به مساحت  $6/8 \text{ mm}^2$  داخل سیملوله درازی که دارای دور/cm ۸۵۴ و حامل جریان متغیر سینوسی  $i$  با دامنه  $1/288$  و بسامد زاویه‌ای  $212 \text{ rad/s}$  است، قرار دارد. محور مرکزی حلقه و سیملوله بر هم منطبق‌اند. دامنه  $\text{emf}$  القا شده در حلقه چقدر است؟

۴۰- یک ماده رسانای کشسان را می‌کشیم و آن را به شکل حلقه دایره‌ای به شعاع  $120 \text{ cm}$  در می‌آوریم. حلقه در یک میدان مغناطیسی یکنواخت  $0/800$  قرار داده می‌شود به طوری که صفحه آن عمود بر میدان است. وقتی آن را رها کنیم، شعاع حلقه با آهنگ لحظه‌ای  $75/0 \text{ cm/s}$  شروع به کوچک شدن می‌کند. در آن لحظه  $\text{emf}$  القا شده در حلقه چقدر است؟

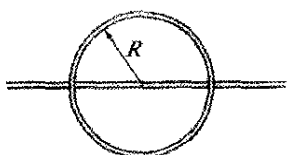
۵۰- در شکل ۲۶-۳۹ یک پیچه  $120$  دور با شعاع  $1/8 \text{ cm}$  و مقاومت  $5/3 \Omega$  با سیملوله‌ای با  $220$  دور بر سانتی‌متر و قطر  $3/2 \text{ cm}$  هم‌محور است. جریان در سیملوله در بازه زمانی  $\Delta t = 25 \text{ s}$  از  $1/5 \text{ A}$  به صفر کاهش می‌یابد. در طی زمان  $\Delta t$  جریان القا شده در حلقه چقدر است؟



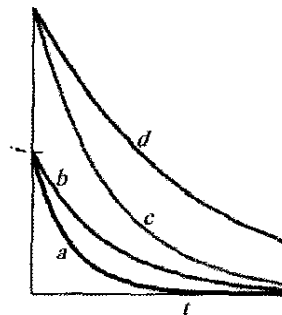
شکل ۲۶-۳۹ مسئله ۵

۶۰- یک میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  بر صفحه حلقه دایره‌ای به قطر  $10 \text{ cm}$  عمود است. این حلقه از سیمی مسی به قطر  $2/5 \text{ mm}$  و مقاومت ویژه  $1/69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$  تشکیل شده است. با چه آهنگی بزرگی  $\vec{B}$  باید تغییر کند تا یک جریان  $10 \text{ A}$  در حلقه القا شود؟

۷۰- در شکل ۲۶-۴۰ سیمی به شکل حلقه دایره‌ای بسته با شعاع  $R = 2/0 \text{ m}$  و مقاومت  $4/0 \Omega$  در آمده است. مرکز دایره روی یک سیم مستقیم دراز قرار دارد؛ در زمان  $t = 0$  جریان در سیم مستقیم  $5/0 \text{ A}$  و به سمت راست است. از این لحظه به بعد، جریان با رابطه  $i = 5/0 \text{ A} - (2/0 \text{ A/s}^2)t^2$  تغییر می‌کند. (سیم دراز به گونه‌ای عایق‌بندی شده است که تماس الکتریکی بین آن و حلقه سیمی وجود ندارد). بزرگی جریان القا شده در حلقه در زمان  $t > 0$  چقدر است؟



شکل ۲۶-۴۰ مسئله ۷



شکل ۲۶-۳۶ پرسش ۱۰

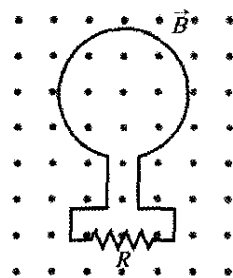
## مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس) SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است. ●●●● تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد. اطلاعات اضافی در سیرک پرندۀ فیزیک و در [flyingcircusofphysics.com](http://flyingcircusofphysics.com) قابل دسترس است.

## بخش ۲۶-۴ قانون لنز

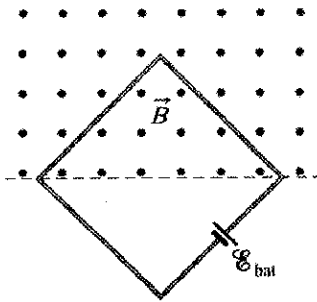
۱۰- در شکل ۲۶-۳۷، شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد با رابطه  $\Phi_B = 6/0 t^2 + 7/0 t$  افزایش می‌یابد که در آن  $\Phi_B$  بر حسب میلی‌وېر و  $t$  بر حسب ثانیه است. (الف) وقتی  $t = 2/0 \text{ s}$  است، بزرگی  $\text{emf}$  القایی در حلقه چقدر است؟ (ب) جهت جریان در  $R$  به سمت راست است یا چپ؟



شکل ۲۶-۳۷ مسئله ۱

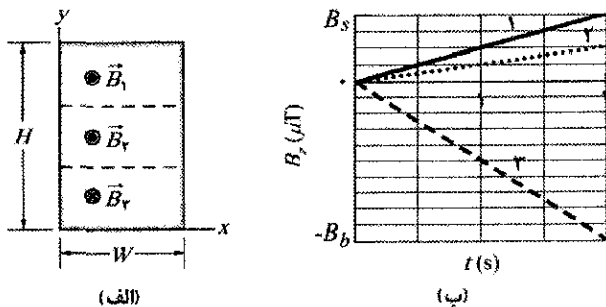
۲۰- یک حلقه سیمی به شعاع  $12 \text{ cm}$  و مقاومت  $8/5 \Omega$  در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  که بزرگی آن به ترتیب شکل ۲۶-۳۸ تغییر می‌کند قرار دارد. مقیاس محور قائم با  $B_z = 0/50 \text{ T}$  و مقیاس محور افقی با  $t_s = 6/00 \text{ s}$  مشخص شده است. صفحه حلقه بر  $\vec{B}$  عمود است. در بازه‌های زمانی (الف) ۰ تا  $2/0 \text{ s}$ ، (ب)  $2/0 \text{ s}$  تا  $4/0 \text{ s}$  و (پ)  $4/0 \text{ s}$  تا  $4/0 \text{ s}$   $\text{emf}$  القا شده در حلقه چقدر است؟

۴۴-۲۶ مشاهده می‌شود نصف حلقه در میدان قرار دارد. حلقه شامل یک باتری آرمانی با  $\mathcal{E}$  برابر  $200\text{ mV}$  است. اگر بزرگی میدان مغناطیسی با زمان با رابطه  $B = 0.0420 - 0.187t$  (الف) که  $B$  بر حسب تسلا و  $t$  بر حسب ثانیه است. تغییر کند، (الف)  $\mathcal{E}$  خالص در مدار چقدر است؟ (ب) جهت و جریان (خالص) دور حلقه چیست؟



شکل ۴۴-۲۶ مسئله ۱۱

۱۲۰۰- شکل ۴۵-۲۶ الف سیمی را نشان می‌دهد که به شکل مستطیل ( $W = 20\text{ cm}$ ,  $H = 30\text{ cm}$ ) است و  $50\text{ m}\Omega$  مقاومت دارد. سطح آن به سه ناحیه یکسان با میدانهای مغناطیسی  $B_1$ ،  $B_2$  و  $B_3$  تقسیم شده است. میدانها در همه ناحیهها یکنواخت است و همانطور که مشخص شده به سمت خارج و داخل صفحه هستند. شکل ۴۵-۲۶ ب مؤلفه‌های  $z$  مربوط به  $B_z$  سه میدان با زمان  $t$  را به دست می‌دهد، مقیاس محور قائم با  $B_z = 40\text{ }\mu\text{T}$  و  $B_z = -2/5 B_s$  و مقیاس محور افقی با  $t_s = 20\text{ s}$  مشخص شده‌اند مطلوب است. (الف) بزرگی و (ب) جهت جریان القا شده در سیم.

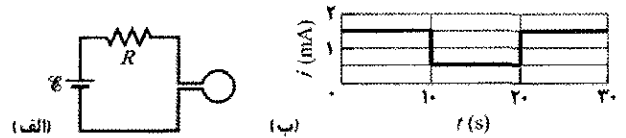


شکل ۴۵-۲۶ مسئله ۱۲

۱۳۰۰- پیچه مستطیل شکلی دارای  $N$  دور، طول  $a$  و پهنای  $b$  است و همانطور که شکل ۴۶-۲۶ نشان می‌دهد با بسامد  $f$  در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  می‌چرخد. سرهای پیچه به استوانه‌های چرخانی وصل است که مقابل آنها جاروهای فلزی برای برقراری تماس قرار دارند. (الف) نشان دهید که  $\mathcal{E}$  القا شده در پیچه (به صورت تابعی از زمان  $t$ ) از رابطه زیر به دست

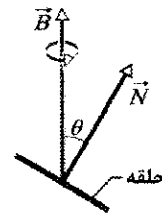
$$\mathcal{E} = 2\pi f N a b B \sin(2\pi f t) = \mathcal{E}_0 \sin(2\pi f t)$$

۸۰- شکل ۴۱-۲۶ الف مداری را نشان می‌دهد که شامل یک باتری آرمانی با  $\mathcal{E}$  برابر  $600\text{ }\mu\text{V}$ ، یک مقاومت  $R$  و یک حلقه سیم کوچک به مساحت  $50\text{ cm}^2$  است. در بازه زمانی  $t = 10\text{ s}$  تا  $t = 20\text{ s}$  یک میدان مغناطیسی خارجی از حلقه می‌گذرد. میدان یکنواخت است و جهت آن به سمت داخل صفحه در شکل ۴۱-۲۶ الف قرار دارد و بزرگی میدان با رابطه  $B = at$  داده می‌شود که در آن  $B$  بر حسب تسلا،  $a$  ثابت و  $t$  بر حسب ثانیه است. شکل ۴۱-۲۶ ب جریان  $i$  را پیش از، در حین و پس از برقراری میدان خارجی نشان می‌دهد، در معادله مربوط به بزرگی میدان ثابت  $a$  را به دست آورید.



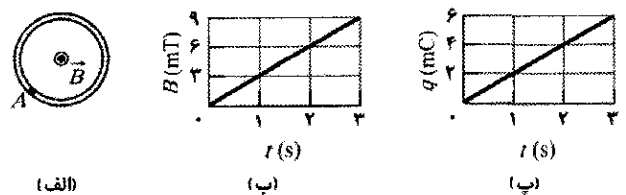
شکل ۴۱-۲۶ مسئله ۸

۹۰- در شکل ۴۲-۲۶ یک حلقه سیمی دایره‌ای به قطر  $10\text{ cm}$  (کناره آن دیده می‌شود) طوری در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  به بزرگی  $0.50\text{ T}$  قرار داده می‌شود که بردار عمود  $\vec{N}$  بر آن با میدان زاویه  $\theta = 30^\circ$  می‌سازد. سپس حلقه با آهنگ ثابت  $100$  دور بر دقیقه به گونه‌ای چرخانده می‌شود که  $\vec{N}$  روی مخروطی حول میدان مغناطیسی می‌چرخد؛ در طی این فرایند زاویه  $\theta$  تغییر نمی‌کند.  $\mathcal{E}$  القا شده در حلقه چقدر است؟



شکل ۴۲-۲۶ مسئله ۹

۱۰۰۰- در شکل ۴۳-۲۶ الف، بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  با زمان  $t$  مطابق شکل ۴۳-۲۶ ب افزایش می‌یابد. یک حلقه رسانای دایره‌ای به مساحت  $8.0 \times 10^{-4}\text{ m}^2$  در صفحه کاغذ در این میدان قرار دارد. مقدار بار  $q$  که از نقطه  $A$  روی حلقه می‌گذرد بر حسب تابعی از  $t$  در شکل ۴۳-۲۶ ب نشان داده شده است. مقاومت حلقه چقدر است؟



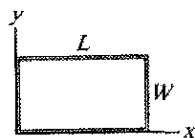
شکل ۴۳-۲۶ مسئله ۱۰

۱۱۰۰- یک حلقه سیم مربعی شکل به ضلع  $200\text{ m}$  عمود بر مرجع دانشجویان و مهندسين مواد یک میدان مغناطیسی یکنواخت است و همانطور که در شکل

۱۶۰۰- در یک مکان معین، میدان مغناطیسی زمین دارای بزرگی  $B = 0.590$  گاوس است و با زاویه  $70^\circ$  نسبت به افق و به سمت پایین قرار دارد. یک پیچه دایره‌ای افقی تخت سیمی با شعاع  $10.0\text{ cm}$  دارای  $1000$  دور و مقاومت کل  $85.0\ \Omega$  است. پیچه به طور متوالی به یک آمپرسنج با مقاومت  $15.0\ \Omega$  متصل است. پیچه نیم دور حول قطر می‌چرخد به طوری که دوباره افقی می‌شود. در طی این چرخش چقدر بار از آمپرسنج می‌گذرد؟

۱۷۰۰- یک مولد الکتریکی شامل  $100$  دور سیم است که به شکل یک حلقه مستطیلی  $50.0\text{ cm}$  در  $30.0\text{ cm}$  آمده است و به طور کامل در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی  $B = 3.50\text{ T}$  قرار دارد.  $\vec{B}$  در ابتدا بر صفحه پیچه عمود است. وقتی حلقه  $1000$  دور بر دقیقه حول محوری عمود بر  $\vec{B}$  بچرخد، مقدار بیشینه emf تولید شده چقدر است؟ ILW

۱۸۰۰- در شکل ۲۶-۴۹ یک حلقه سیم به ابعاد  $L = 40.0\text{ cm}$  و  $W = 25.0\text{ cm}$  در یک میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  قرار دارد. مطلوب است (الف) بزرگی  $\mathcal{E}$  و (ب) جهت (ساعتگرد یا پادساعتگرد - یا هیچ کدام اگر  $\mathcal{E} = 0$  است) emf القا شده در حلقه در صورتی که  $\vec{B} = (4.00 \times 10^{-2}\text{ T/m})y\hat{k}$  باشد. اگر  $\vec{B} = (6.00 \times 10^{-2}\text{ T/s})t\hat{k}$  باشد، (پ)  $\mathcal{E}$  و (ت) جهت آن چیست؟ اگر  $\vec{B} = (8.00 \times 10^{-2}\text{ T/m.s})y\hat{j}$  باشد، (ث)  $\mathcal{E}$  و (ج) جهت آن چیست؟ اگر  $\vec{B} = (3.00 \times 10^{-2}\text{ T/m.s})x\hat{i}$  باشد، (چ)  $\mathcal{E}$  و (ج) جهت آن چیست؟ در صورتی که  $\vec{B} = (5.00 \times 10^{-2}\text{ T/m.s})y\hat{i}$  باشد، (خ)  $\mathcal{E}$  و (د) جهت آن چیست؟

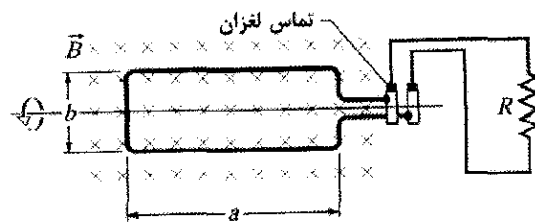


شکل ۲۶-۴۹ مسئله ۱۸

۱۹۰۰- صد دور سیم مسی (عایق‌بندی شده) دور یک هسته استوانه‌ای چوبی با سطح مقطعی به مساحت  $1/2 \times 10^{-3}\text{ m}^2$  پیچیده شده است. دو انتها به مقاومتی وصل شده‌اند. مقاومت کل مدار  $13.0\ \Omega$  است. اگر یک میدان مغناطیسی طولی یکنواخت خارجی در هسته از  $1/60\text{ T}$  در جهت به از یک نقطه در مدار می‌گذرد؟ ILW

۲۰۰۰- یک حلقه مستطیلی ( $1/5\text{ m}^2$  مساحت) در میدان مغناطیسی یکنواخت  $B = 0.20\text{ T}$  می‌چرخد. وقتی زاویه بین میدان و عمود بر صفحه حلقه برابر  $\pi/2$  است و با  $0.60\text{ rad/s}$  افزایش می‌یابد، emf القا شده در حلقه چقدر است؟

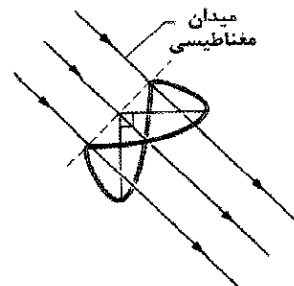
۲۱۰۰- شکل ۲۶-۵۰ دو حلقه سیم موازی با محور مشترک را نشان می‌دهد. حلقه کوچکتر (با شعاع  $r$ ) بالای حلقه بزرگتر (با



شکل ۲۶-۴۶ مسئله ۱۳

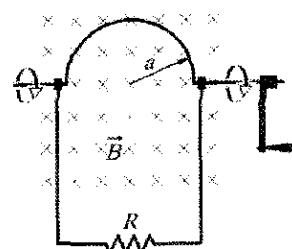
این اساس مولد جریان متناوب تجارتي است. (ب) وقتی حلقه با  $60^\circ$  دور بر ثانیه در میدان مغناطیسی یکنواخت  $0.500\text{ T}$  می‌چرخد، مقدار  $Nab$  باید چقدر باشد تا emf برابر  $\mathcal{E}_0 = 15.0\text{ V}$  را به دست دهد؟

۱۴۰۰- شکل ۲۶-۴۷ یک حلقه بسته از سیم شامل یک جفت نیم‌دایره یکسان با شعاع  $3/7\text{ cm}$  است که در دو صفحه عمود بر هم قرار دارند. حلقه به این صورت شکل می‌گیرد که حلقه دایره‌ای تختی را در امتداد قطرش آنقدر تا می‌کنیم تا دو نیمه بر هم عمود شوند. یک میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  به بزرگی  $76\text{ mT}$  بر قطر تا شده عمود است و با صفحه‌های نیم‌دایره‌ای زاویه‌های یکسان ( $45^\circ$ ) می‌سازد. در طی بازه زمانی  $45\text{ ms}$ ، میدان مغناطیسی با آهنگی یکنواخت به صفر کاهش می‌یابد. در طی این بازه زمانی، مطلوب است تعیین (الف) بزرگی و (ب) جهت (ساعتگرد یا پاد ساعتگرد وقتی که در امتداد جهت  $\vec{B}$  نگاه کنیم) emf القایی در حلقه.



شکل ۲۶-۴۷ مسئله ۱۴

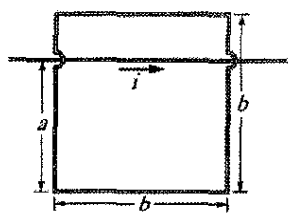
۱۵۰۰- در شکل ۲۶-۴۸، سیم سفتی به شکل نیم‌دایره‌ای به شعاع  $a = 2.0\text{ cm}$  خم شده است و با تندی زاویه‌ای ثابت  $40^\circ$  دور بر ثانیه در میدان مغناطیسی یکنواخت  $20\text{ mT}$  می‌چرخد. مطلوب است محاسبه (الف) بسامد و (ب) دامنه emf القا شده در حلقه.



شکل ۲۶-۴۸ مسئله ۱۵

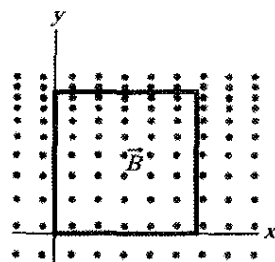


با رابطه  $i = 4/50t^2 - 10/0t$  داده می‌شود که  $i$  بر حسب آمپر و  $t$  بر حسب ثانیه است. (الف) در  $t = 3/00s$  مقدار emf در حلقه مربعی را به دست آورید. (ب) جریان القا شده در حلقه در کدام جهت است؟



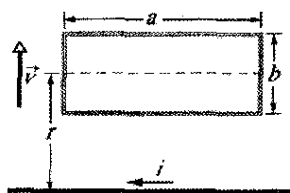
شکل ۲۶-۵۲ مسئله ۲۴

۲۵۰۰۰- در شکل ۲۶-۵۳ یک حلقه مربعی شکل سیمی دارای اضلاعی به طول  $2/0cm$  است. میدان مغناطیسی به سمت خارج از صفحه کاغذ است و بزرگی آن با رابطه  $B = 4/0t^2y$  داده می‌شود که  $B$  بر حسب تسلا،  $t$  بر حسب ثانیه و  $y$  بر حسب متر است. در  $t = 2/5s$  مطلوب است محاسبه (الف) بزرگی و (ب) تعیین جهت emf القا شده در حلقه.



شکل ۲۶-۵۳ مسئله ۲۵

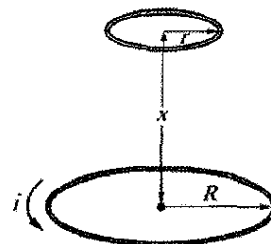
۲۶۰۰۰- در شکل ۲۶-۵۴ یک حلقه مستطیلی شکل سیمی به درازای  $a = 2/2cm$ ، پهنای  $b = 0/80cm$  و مقاومت  $R = 0/40m\Omega$  در نزدیکی سیم بینهایت دراز حامل جریان  $i = 4/7A$  قرار دارد. حال حلقه را با تندی ثابت  $v = 3/2mm/s$  از سیم دور می‌کنیم. وقتی مرکز حلقه در فاصله  $r = 1/5b$  قرار دارد، مطلوب است (الف) بزرگی شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد و (ب) جریان القا شده در حلقه.



شکل ۲۶-۵۴ مسئله ۲۶

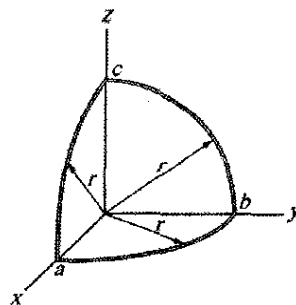
۲۷۰۰۰- دو سیم مسی موازی و دراز به قطر  $32/5mm$  حامل جریانهای  $10A$  در جهتهای مخالف‌اند. (الف) با فرض اینکه محور مرکزی آنها  $20mm$  از هم فاصله دارند، شار مغناطیسی به ازای هر متر سیم را که در فضای بین دو محور سیمها وجود دارد حساب کنید. (ب) چه کسری از این شار داخل سیمها قرار دارد؟ (پ) قسمت (الف) را برای جریانهای موازی، تکرار کنید.

شعاع  $R$  و به فاصله  $x \gg R$  قرار دارد. در نتیجه، میدان مغناطیسی حاصل از جریان پادساعتگرد  $i$  در حلقه بزرگتر، تقریباً در سراسر حلقه کوچکتر ثابت است. فرض کنید که  $x$  با آهنگ ثابت  $dx/dt = v$  افزایش می‌یابد. (الف) رابطه‌ای را برای شار مغناطیسی که از مساحت احاطه شده به وسیله حلقه کوچکتر می‌گذرد بر حسب تابعی از  $x$  به دست آورید. (راهنمایی: به معادله ۲۹-۲۷ نگاه کنید.) در حلقه کوچکتر مطلوب است (ب) رابطه‌ای برای emf القایی و (پ) جهت جریان القایی. SSM



شکل ۲۶-۵۰ مسئله ۲۱

۲۲۰۰۰- سیمی همان‌طور که در شکل ۲۶-۵۱ نشان داده شده به سه قسمت دایره‌ای به شعاع  $r = 10cm$  خم شده است. هر قسمت یک ربع دایره است،  $ab$  در صفحه  $xy$ ،  $bc$  در صفحه  $yz$  و  $ca$  در صفحه  $zx$  قرار دارند. (الف) اگر میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  در جهت مثبت محور  $x$  باشد، وقتی  $B$  با آهنگ  $3/0T/s$  افزایش یابد، بزرگی emf ایجاد شده در سیم چقدر است؟ (ب) جریان در قسمت  $bc$  در کدام جهت است؟



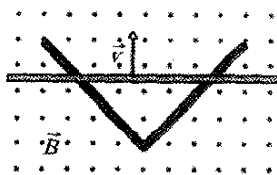
شکل ۲۶-۵۱ مسئله ۲۲

۲۳۰۰۰- یک حلقه دایره‌ای کوچک به مساحت  $2/00cm^2$  در صفحه یک حلقه دایره‌ای بزرگ به شعاع  $1/00m$  و هم مرکز با آن قرار دارد. جریان در حلقه بزرگ با آهنگ یکنواخت در مدت  $1/00s$  از  $t = 0$  شروع می‌شود، از  $200A$  به  $-200A$  تغییر می‌کند (تغییر در جهت). بزرگی میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  در مرکز حلقه کوچک بر اثر جریان در حلقه بزرگ در (الف)  $t = 0$ ، (ب)  $t = 0/500s$  و (پ)  $t = 1/00s$ ، چقدر است؟ (ت) آیا از  $t = 0$  تا  $t = 1/00s$ ،  $\vec{B}$  معکوس می‌شود؟ چون حلقه داخلی کوچک است فرض کنید که میدان  $\vec{B}$  روی سطح آن یکنواخت است. (ث) در  $t = 0/500s$  مقدار emf القا شده در حلقه کوچک چقدر است؟

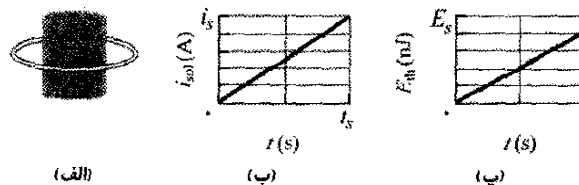
۲۴۰۰۰- برای وضعیت نشان داده شده در شکل ۲۶-۵۲،  $a = 12/0cm$  و  $b = 16/0cm$  است. جریان در سیم مستقیم دراز  $i = 10A$  است. (الف) جهت و بزرگی شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد را حساب کنید. (ب) جهت و بزرگی emf القا شده در حلقه را حساب کنید. (پ) جهت و بزرگی جریان القا شده در حلقه را حساب کنید.

### بخش ۳۰-۵۵ القا و تبدیل انرژی

۲۸۰- در شکل ۲۶-۵۵ الف یک حلقه دایره‌ای سیمی به طور هم محور با یک سیملوله و در صفحه عمود بر محور مرکزی سیملوله قرار دارد. شعاع حلقه  $9/00\text{cm}$  است. شعاع سیملوله برابر  $2/00\text{cm}$  و در هر متر  $8000$  حلقه دارد و جریان متغیر  $i_{\text{sol}}$  از آن می‌گذرد که تغییرات آن نسبت به زمان  $t$  در شکل ۲۶-۵۵ ب نشان داده شده است. مقیاس محور قائم با  $i = 1/00\text{A}$  و مقیاس محور افقی با  $t_s = 2/0\text{s}$  مشخص شده است. شکل ۲۶-۵۵ پ انرژی  $E_H$ ، یعنی انرژی تبدیل شده به انرژی گرمایی در حلقه را بر حسب تابعی از زمان نشان می‌دهد. مقاومت حلقه چقدر است؟



شکل ۲۶-۵۷ مسئله ۳۲

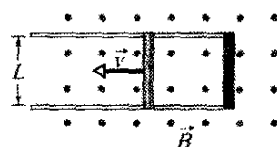


شکل ۲۶-۵۵ مسئله ۲۸

۲۹۰- اگر یک سیم مسی به طول  $50/0\text{cm}$  ( $1/00\text{mm}$  قطر) که به شکل یک حلقه دایره‌ای درآمده است بر یک میدان مغناطیسی یکنواخت که با آهنگ ثابت  $10/0\text{mT/s}$  افزایش می‌یابد عمود باشد، با چه آهنگی انرژی گرمایی در حلقه ایجاد می‌شود؟  $\text{SSM ILW}$

۳۰۰- یک آنتن حلقه‌ای به مساحت  $2/00\text{cm}^2$  و مقاومت  $5/21\text{m}\Omega$  بر میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $17/0\text{mT}$  عمود است. در  $2/96\text{s}$ ، بزرگی میدان به صفر کاهش می‌یابد. بر اثر تغییر در میدان چه مقدار انرژی گرمایی در حلقه ایجاد می‌شود.

۳۱۰- در شکل ۲۶-۵۶، یک میله فلزی با سرعت  $\vec{v}$  در امتداد دو ریل فلزی موازی حرکت داده می‌شود، ریلها در یک انتها با نوار فلزی به هم متصل‌اند. یک میدان مغناطیسی به بزرگی  $B = 0/350\text{T}$ ، به سمت خارج از صفحه کاغذ موجود است. (الف) اگر فاصله بین ریلها  $L = 25/0\text{cm}$ ، تندی میله  $55/0\text{cm/s}$  باشد،  $\text{emf}$  ایجاد شده چقدر است؟ (ب) اگر مقاومت میله  $18/0\Omega$  و مقاومت ریلها و اتصال آنها ناچیز باشد، جریان در میله چقدر است؟ (پ) انرژی با چه آهنگی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود؟

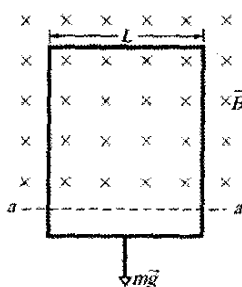


شکل ۲۶-۵۶ مسئله‌های ۳۱ و ۳۳

۳۲۰۰- در شکل ۲۶-۵۷، دو ریل رسانای مستقیم یک زاویه قائمه تشکیل می‌دهند. میله رسانایی که در تماس با ریلهاست در  $t=0$  از رأس شروع و با سرعت ثابت  $5/20\text{m/s}$  در امتداد ریلها حرکت می‌کند. (الف)  $\text{emf}$  ایجاد شده چقدر است؟ (ب) اگر مقاومت میله  $18/0\Omega$  و مقاومت ریلها و اتصال آنها ناچیز باشد، جریان در میله چقدر است؟ (پ) انرژی با چه آهنگی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود؟

۳۳۰۰- میله رسانای نشان داده در شکل ۲۶-۵۶ دارای طول  $L$  است و در امتداد افقی با سرعت ثابت  $v$ ، روی ریلهای رسانای بدون اصطکاکی کشیده می‌شود. ریلها در یک انتها با نوار فلزی به هم متصل‌اند. یک میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  به سمت خارج از صفحه کاغذ ناحیه‌ای را که میله در آن حرکت می‌کند پر کرده است. فرض کنید که  $L = 10\text{cm}$ ،  $v = 5/0\text{m/s}$  و  $B = 1/2\text{T}$  است. (الف) بزرگی و (ب) جهت  $\text{emf}$  (صفحه) القا شده در میله. (پ) جهت جریان در حلقه رسانا. فرض کنید که مقاومت میله  $40\Omega$  و مقاومت ریلها و نوار فلزی کم و قابل چشمپوشی است. (پ) با چه آهنگی این نیرو روی میله کار انجام می‌دهد؟

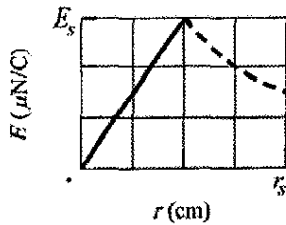
۳۴۰۰- در شکل ۲۶-۵۸ یک حلقه رسانای مستطیلی دراز، به پهنای  $L$ ، مقاومت  $R$  و جرم  $m$  در میدان مغناطیسی افقی و یکنواخت  $\vec{B}$  که به سمت داخل صفحه کاغذ است و فقط در بالای خط  $aa'$  وجود دارد، آویزان است. سپس حلقه رها می‌شود؛ در حین سقوط حلقه شتاب می‌گیرد تا به تندی حد معین  $v_t$  می‌رسد. با چشمپوشی از مقاومت هوا، رابطه‌ای برای  $v_t$  به دست آورید.



شکل ۲۶-۵۸ مسئله ۳۴

۳۵۰۰- شکل ۲۶-۵۹ میله‌ای به طول  $L = 10/0\text{cm}$  را نشان می‌دهد که با تندی ثابت  $v = 5/0\text{m/s}$  روی دو ریل افقی حرکت داده می‌شود. میله، ریلها و نوار متصل کننده در سمت راست یک حلقه رسانا را تشکیل می‌دهند. مقاومت میله

مغناطیسی  $B$  (برحسب تسلا) با رابطه  $B=at$  ، که در آن ثابت است با زمان  $t$  (برحسب ثانیه) افزایش می‌یابد. بزرگی میدان الکتریکی  $E$  که بر اثر این افزایش در میدان مغناطیسی برقرار می‌شود در شکل ۲۶-۶۱ برحسب فاصله شعاعی  $r$  داده شده است. مقیاس محور قائم با  $E_s = 300 \mu\text{N/C}$  و مقیاس محور افقی با  $r_s = 400 \text{ cm}$  مشخص شده است.  $a$  را پیدا کنید.



شکل ۲۶-۶۱ مسئله ۳۸

۳۹۰۰- میدان مغناطیسی یک آهنربای استوانه‌ای که سطح قطب آن دارای قطر  $3/3 \text{ cm}$  است می‌تواند به طور سینوسی بین  $29/6 \text{ T}$  و  $30/0 \text{ T}$  با بسامد  $15 \text{ Hz}$  تغییر کند. در فاصله شعاعی  $1/6 \text{ cm}$  ، دامنه میدان الکتریکی القایی بر اثر این تغییر چقدر است؟

### بخش ۳۰-۷ القاگرها و القایش

۴۰۰- القایدگی در پیچه‌ای که به طور فشرده ۴۰۰ دور سیم پیچی دارد برابر  $8/0 \text{ mH}$  است. وقتی جریان  $5/0 \text{ mA}$  است، شار مغناطیسی عبوری از پیچه چقدر است؟

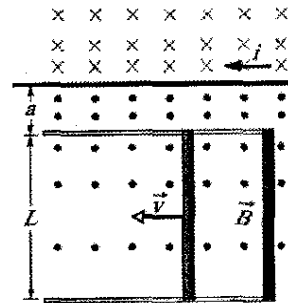
۴۱۰- یک پیچه دایره‌ای به شعاع  $10/0 \text{ cm}$  شامل  $30/0$  دور سیم است که به طور فشرده پیچیده شده‌اند. یک میدان مغناطیسی خارجی  $2/60 \text{ mT}$  بر پیچه عمود است. (الف) اگر جریانی در پیچه برقرار نباشد، شار مغناطیسی که دورها را پیوند می‌دهد چقدر است؟ (ب) وقتی جریان در یک جهت معین در پیچه  $3/80 \text{ A}$  است، شار خالص در پیچه از بین می‌رود. القایدگی در پیچه چقدر است؟

۴۲۰۰- شکل ۲۶-۶۲ یک نوار مسی به پهنای  $W=16/0$  را نشان می‌دهد که به صورت لوله‌ای به شعاع  $R=1/8 \text{ cm}$  و با دو انتهای تخت خم شده است. جریان  $i=35 \text{ mA}$  که به طور یکنواخت در پهنای نوار توزیع شده است از آن می‌گذرد و به این ترتیب عملاً یک سیمولوله تک دور تشکیل می‌شود. فرض کنید که میدان مغناطیسی در خارج این



شکل ۲۶-۶۲ مسئله ۴۲

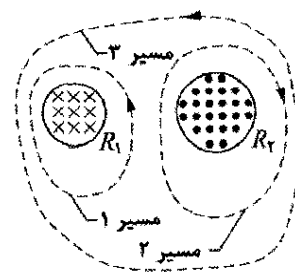
$0/400 \Omega$  و مقاومت بقیه حلقه قابل چشمپوشی است. جریان  $i=100 \text{ A}$  در سیم مستقیم درازی که به فاصله  $a=10/0 \text{ mm}$  از حلقه واقع است یک میدان مغناطیسی (غیر یکنواخت) را از حلقه می‌گذراند. مطلوب است محاسبه (الف)  $\text{emf}$  و (ب) جریان القا شده در حلقه. (پ) با چه آهنگی انرژی گرمایی در میله ایجاد می‌شود؟ (ت) برای اینکه میله با تندی ثابت به حرکت ادامه دهد، بزرگی نیرویی که باید اعمال شود چقدر است؟ (ث) با چه آهنگی این نیرو روی میله کار انجام می‌دهد؟



شکل ۲۶-۵۹ مسئله ۳۵

### بخش ۲۶-۶ میدانهای الکتریکی القایی

۳۶۰- شکل ۲۶-۶۰ دو ناحیه دایره‌ای  $R_1$  و  $R_2$  را به شعاعهای  $r_1=20/0 \text{ cm}$  و  $r_2=30/0 \text{ cm}$  نشان می‌دهد. در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $B_1=50/0 \text{ mT}$  به سمت داخل صفحه کاغذ و در  $R_2$  میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $B_2=75/0 \text{ mT}$  به سمت خارج صفحه برقرار است (از کناره‌های این میدانها چشمپوشی کنید). هر دو میدان با آهنگ  $8/50 \text{ mT/s}$  کاهش می‌یابند.  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$  را برای (الف) مسیر ۱ ، (ب) مسیر ۲ و (پ) مسیر ۳ محاسبه کنید.



شکل ۲۶-۶۰ مسئله ۳۶

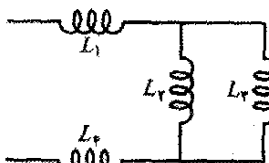
۳۷۰- سیمولوله درازی دارای قطر  $12/0 \text{ cm}$  است. وقتی جریان  $i$  در سیم پیچهایش برقرار است، میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $B=30/0 \text{ mT}$  داخل آن ایجاد می‌شود. کاهش جریان  $i$  باعث کاهش میدان با آهنگی برابر  $6/50 \text{ mT/s}$  می‌شود. بزرگی میدان الکتریکی القایی را در (الف)  $2/20 \text{ cm}$  و (ب)  $8/20 \text{ cm}$  از محور سیمولوله، حساب کنید. SSM ILW

۳۸۰۰- میدان مغناطیسی یکنواختی در جهت مثبت محور  $z$  از یک ناحیه دایره‌ای در صفحه  $xy$  می‌گذرد. بزرگی میدان مغناطیسی

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

(راهنمایی: به هم بستن مقاومتها و خازنها به صورت موازی را مرور کنید). کدامیک مشابه مورد بالاست؟ (ب) رابطه کلی قسمت (الف) برای  $N$  القاگر موازی چیست؟

۴۹۰۰- آرایشی از القاگرهای شکل ۲۶-۶۵ با  $L_1 = 300 \text{ mH}$  ،  $L_2 = 500 \text{ mH}$  ،  $L_3 = 200 \text{ mH}$  و  $L_4 = 150 \text{ mH}$  ، به یک منبع جریان متغیر متصل اند. القاییدگی معادل این آرایش چقدر است؟ (به مسئله های ۴۷ و ۴۸ نگاه کنید).



شکل ۲۶-۶۵ مسئله ۴۹

### بخش ۲۶-۹ مدارهای RL

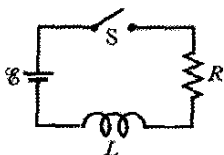
۵۰۰- کلید شکل ۲۶-۲۰ در زمان  $t=0$  روی  $a$  بسته می شود. نسبت  $\text{emf}$  خود القای القاگر به  $\text{emf}$  باتری،  $\mathcal{E}_L/\mathcal{E}$  ، (الف) درست پس از  $t=0$  و (ب) در  $t=2/000 \tau_L$  چقدر است؟ (پ) در چه مضربی از  $\tau_L$  مقدار  $\mathcal{E}_L/\mathcal{E} = 0/500$  است؟

۵۱۰- یک باتری در زمان  $t=0$  به یک مدار  $RL$  متوالی متصل می شود. در چند ثابت زمانی  $\tau_L$  جریان به  $100\%$  کمتر از مقدار تعادلش می رسد؟ SSM

۵۲۰- جریانی در یک مدار  $RL$  در مدت  $5/00 \text{ s}$  به یک سوم مقدار حالت پایایش می رسد. ثابت زمانی القایی را به دست آورید.

۵۳۰- پس از خارج کردن باتری از مدار  $RL$  ، جریان مدار در اولین ثانیه از  $1/0 \text{ A}$  به  $10 \text{ mA}$  کاهش می یابد. اگر  $L$  برابر  $10 \text{ H}$  باشد، مقاومت در مدار را به دست آورید. ILW

۵۴۰- در شکل ۲۶-۶۶ القاگر دارای ۲۵ دور و  $\text{emf}$  باتری آرمانی برابر  $16 \text{ V}$  است. شکل ۳۰-۶۷ شار مغناطیسی  $\Phi$  که از هر دور می گذرد را برحسب جریان  $i$  که از القاگر می گذرد نشان می دهد. مقیاس محور قائم با  $\Phi_p = 4/0 \times 10^{-4} \text{ T.m}^2$  و مقیاس محور افقی با  $i_s = 2/00 \text{ A}$  مشخص شده است. اگر کلید  $S$  در زمان  $t=0$  بسته شود، در  $t=1/5 \tau_L$  آهنگ تغییر جریان،  $di/dt$  چقدر است؟



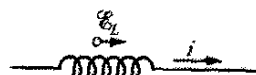
شکل ۲۶-۶۶ مسئله های ۵۴ ، ۵۳ ، ۸۷ ، ۹۴ ، ۹۹

۴۳۰۰- دو سیم دراز مشابه به شعاع  $a = 1/53 \text{ mm}$  موازی اند و از آنها جریانهایی یکسان و در جهتهای مخالف می گذرند. فاصله محور آنها برابر  $d = 14/2 \text{ cm}$  است. از شار داخل خود سیمها صرف نظر کنید اما شار ناحیه بین دو سیم را در نظر بگیرید. القاییدگی بر یکای طول سیمها چقدر است؟

### بخش ۳۰-۸ خود القایش

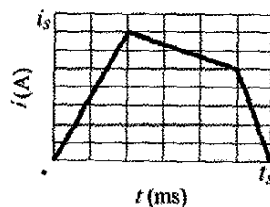
۴۴۰- یک القاگر  $12 \text{ H}$  حامل جریان  $2/0 \text{ A}$  است. جریان باید با چه آهنگی تغییر کند تا یک  $\text{emf}$  برابر  $60 \text{ V}$  در القاگر ایجاد شود.

۴۵۰- در لحظه معینی جهت جریان و  $\text{emf}$  خود القایی در یک القاگر مطابق شکل ۲۶-۶۳ داده شده اند. (الف) آیا جریان افزایش می یابد یا کاهش؟ (ب)  $\text{emf}$  القایی برابر  $17 \text{ V}$  و آهنگ تغییر جریان  $25 \text{ kA/s}$  است؛ القاییدگی را به دست آورید.



شکل ۲۶-۶۳ مسئله ۴۵

۴۶۰۰- جریان  $i$  در یک القاگر  $4/6 \text{ H}$  مطابق شکل ۲۶-۶۴ نسبت به زمان  $t$  ، تغییر می کند که در آن مقیاس محور قائم با  $i_s = 8/0 \text{ A}$  و مقیاس محور افقی با  $t_s = 6/0 \text{ ms}$  مشخص شده است. القاگر دارای مقاومت  $12 \Omega$  است. در طی بازه های زمانی (الف)  $t=0$  تا  $t=2 \text{ ms}$  ؛ (ب)  $t=2 \text{ ms}$  تا  $t=5 \text{ ms}$  ؛ و (پ)  $t=5 \text{ ms}$  تا  $t=6 \text{ ms}$  ، بزرگی  $\text{emf}$  ،  $\mathcal{E}$  ، را به دست آورید. (از رفتار در انتهای هر بازه صرف نظر کنید).



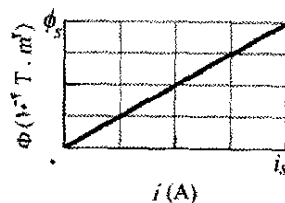
شکل ۲۶-۶۴ مسئله ۴۶

۴۷۰۰- القاگرها به صورت متوالی. دو القاگر  $L_1$  و  $L_2$  به صورت متوالی به هم متصل اند و در فاصله زیادی از هم قرار دارند به طوری که میدان مغناطیسی یکی بر دیگری اثر ندارد. (الف) نشان دهید القاییدگی معادل از این رابطه به دست می آید

$$L_{eq} = L_1 + L_2$$

(راهنمایی: به هم بستن مقاومتها و خازنها به صورت متوالی را مرور کنید). کدام یک مشابه مورد بالاست؟ (ب) رابطه کلی قسمت (الف) برای  $N$  القاگر متوالی چیست؟

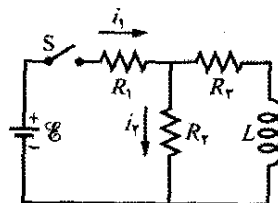
۴۸۰۰- القاگرها به صورت موازی. دو القاگر  $L_1$  و  $L_2$  به صورت موازی به هم متصل اند و در فاصله زیادی از هم قرار دارند به طوری که میدان مغناطیسی یکی بر دیگری اثر ندارد. (الف) نشان دهید القاییدگی معادل از رابطه زیر به دست می آید



شکل ۲۶-۶۷ مسئله ۵۴.

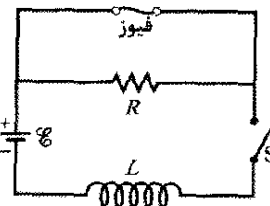
۵۵. سیملوله‌ای با القایدهی  $6/30 \mu H$  به طور متوالی به مقاومت  $1/20 k\Omega$  بسته شده است. (الف) اگر یک باتری  $14/0 V$  به دو سر این دو متصل شود، چه مدت طول می‌کشد تا جریان در مقاومت به  $80/0\%$  مقدار نهایی‌اش برسد؟ (ب) در زمان  $t = 1/0 \tau_L$ ، جریان در مقاومت چقدر است؟

۵۶. در شکل ۲۶-۶۸،  $R_1 = 10/0 \Omega$ ،  $R_2 = 20/0 \Omega$ ،  $\mathcal{E} = 100 V$ ،  $L = 2/00 H$  و  $R_3 = 30/0 \Omega$  است. مقادیرهای (الف)  $i_1$  و (ب)  $i_2$  بلافاصله پس از بستن کلید S. (جریانها را در جهتی که نشان داده شده‌اند دارای مقادیر مثبت و جریانه‌ها در جهت مخالف را منفی در نظر بگیرید). (پ)  $i_1$  و (ت)  $i_2$  مدتی پس از بستن کلید S و (ث)  $i_1$  و (ج)  $i_2$  بلافاصله پس از بازکردن کلید S. (چ)  $i_1$  و (ح)  $i_2$  مدتی پس از بازکردن کلید S چقدرند؟



شکل ۲۶-۶۸ مسئله ۵۶.

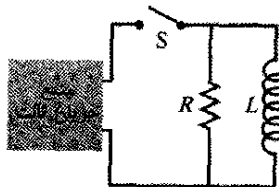
۵۷. در شکل ۲۶-۶۹،  $L = 5/0 H$ ،  $R = 15 \Omega$ ، باتری آرمانی با  $\mathcal{E} = 10 V$  و فیوز آرمانی  $3/0 A$  در شاخه بالایی وجود دارند. فیوز تا وقتی که جریان در آن کمتر از  $3/0 A$  باشد مقاومتش صفر است. اگر جریان به  $3/0 A$  برسد فیوز «می‌سوزد» و پس از آن مقاومتش بینهایت است. کلید S در زمان  $t = 0$  بسته می‌شود. (الف) در چه زمانی فیوز می‌سوزد؟ (رهنمایی: معادله ۲۶-۴۱ در اینجا کاربرد ندارد. معادله ۲۶-۳۹ را بازنگری کنید). (ب) نمودار جریان  $i$  در القاگر را برحسب زمان رسم کنید. زمانی را که فیوز می‌سوزد علامت بگذارید.



شکل ۲۶-۶۹ مسئله ۵۷.

۵۸. فرض کنید emf باتری در مدار نشان داده در شکل

آمپر و  $t$  برحسب ثانیه است. فرض کنید  $R = 4/0 \Omega$  و  $L = 6/0 H$ ، رابطه‌ای برای emf باتری به صورت تابعی از زمان به دست آورید، (رهنمایی: قاعده حلقه را به کار ببرید). ۵۹. در شکل ۲۶-۷۰ پس از بستن کلید در زمان  $t$ ، emf منبع به طور خودکار تنظیم می‌شود تا جریان ثابت  $i$  برقرار بماند. (الف) جریانی که از القاگر می‌گذرد را برحسب تابعی از زمان به دست آورید. (ب) در چه زمانی جریان در مقاومت با جریان در القاگر مساوی می‌شود؟ SSM WWW



شکل ۲۶-۷۰ مسئله ۵۹.

۶۰. یک هسته چنبره‌ای چوبی با مقطع مربعی دارای شعاع داخلی  $10 cm$  و شعاع خارجی  $12 cm$  است. روی هسته یک لایه سیم پیچیده شده است (با قطر  $1/0 mm$  و مقاومت هر متر برابر  $0/02 \Omega/m$ ). (الف) القایدهی و (ب) و ثابت زمانی القایی چنبره حاصل چقدر است؟ از ضخامت عایق روی سیم صرف نظر کنید.

### بخش ۳۰-۱۰ انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی

۶۱. در  $t = 0$ ، یک باتری به طور متوالی به یک مقاومت و یک القاگر متصل است. اگر ثابت زمانی القایی برابر با  $37/0 ms$  باشد، در چه زمانی آهنگی که انرژی در مقاومت تلف می‌شود با آهنگی که انرژی در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره می‌شود برابر است؟

۶۲. در  $t = 0$ ، یک باتری به طور متوالی به یک مقاومت و یک القاگر متصل است. در چه مضربی از ثابت زمانی القایی، انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی القاگر  $500/0\%$  برابر مقدار حالت پایای آن است؟

۶۳. پیچیده‌ای به طور متوالی به یک مقاومت  $10/0 \Omega$  متصل است. یک باتری آرمانی  $50/0 V$  به دو سر این وسیله اعمال می‌شود و پس از  $5/00 ms$  جریان به مقدار  $2/00 mA$  می‌رسد. (الف) القایدهی پیچ را به دست آورید. (ب) در همین مدت چقدر انرژی در پیچ ذخیره می‌شود؟ SSM

۶۴. پیچیده‌ای با القایدهی  $2/0 H$  و مقاومت  $10 \Omega$  ناگهان به یک باتری آرمانی با  $\mathcal{E} = 100 V$  وصل می‌شود. در  $0/10 s$  پس از آنکه اتصال برقرار شد، با چه آهنگی (الف) انرژی در میدان مغناطیسی ذخیره می‌شود، (ب) انرژی گرمایی در مقاومت ظاهر می‌شود، و (پ) انرژی به وسیله باتری تأمین می‌شود.

۶۵. برای مدار شکل ۲۶-۲۱، فرض کنید که  $\mathcal{E} = 100 V$ ،  $R = 6/70 \Omega$  و  $L = 5/50 H$  است. یک باتری آرمانی در زمان

۷۱- طولی از یک سیم مسی حامل جریان  $10\text{ A}$  است که به طور یکنواخت روی سطح مقطعش توزیع شده است. مطلوب است چگالی انرژی (الف) میدان مغناطیسی و (ب) میدان الکتریکی در سطح سیم. قطر سیم  $2/5\text{ mm}$  و مقاومت یکای طول آن برابر  $3/3\ \Omega/\text{km}$  است.

### بخش ۳۰-۱۲ القايش متقابل

۷۲- دو سیملوله قسمتی از پیچه جرقه یک اتومبیل اند. وقتی در  $2/5\text{ ms}$ ، جریان در یک سیملوله از  $6/0\text{ A}$  به صفر کاهش می یابد، یک emf برابر  $30\text{ kV}$  در سیملوله دیگر القا می شود. القاییدگی متقابل  $M$  سیملوله ها چقدر است؟

۷۳- دو پیچه در مکانهای معین قرار دارند. وقتی در پیچه ۱ جریانی برقرار نیست و در پیچه ۲ جریان با آهنگ  $15/0\text{ A/s}$  افزایش می یابد، نیروی محرکه الکتریکی در پیچه ۱ برابر  $25/0\text{ mV}$  است. (الف) القاییدگی متقابل آنها چقدر است؟ (ب) وقتی در پیچه ۲ جریانی برقرار نیست و در پیچه ۱ جریان  $3/60\text{ A}$  برقرار است، شار پیوند خورده در پیچه ۲ چقدر است؟ SSM

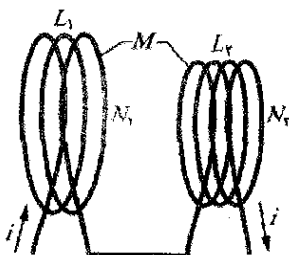
۷۴- پیچه ۱ دارای  $L_1 = 25\text{ mH}$  و  $N_1 = 100$  دور است. پیچه ۲ دارای  $L_2 = 40\text{ mH}$  و  $N_2 = 200$  دور است. وضعیت دو پیچه نسبت به هم ثابت است؛ القاییدگی متقابل آنها  $3/0\text{ mH}$  است. جریان  $6/0\text{ mA}$  در پیچه ۱ با آهنگ  $4/0\text{ A/s}$  تغییر می کند. (الف) شار مغناطیسی  $\Phi_{12}$  که به پیچه ۱ پیوند می خورد چقدر است؟ و (ب) emf خود القایی که در آن پیچه ظاهر می شود چقدر است؟ (پ) شار مغناطیسی  $\Phi_{21}$  که به پیچه ۲ پیوند می خورد چقدر است؟ و (ت) چه emf القا شده متقابلی در آن پیچه ظاهر می شود؟

۷۵- دو پیچه که مطابق شکل ۷۲-۲۶ به هم متصل اند، هر یک به طور جداگانه دارای القاییدگی  $L_1$  و  $L_2$  هستند. القاییدگی متقابل  $M$  است. (الف) نشان دهید این ترتیب می تواند با یک پیچه تنها جایگزین شود که القاییدگی آن از رابطه زیر به دست می آید

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M$$

(ب) پیچه های شکل ۷۲-۲۶ را چگونه می توان دوباره به هم بست تا القاییدگی معادل از رابطه زیر به دست آید

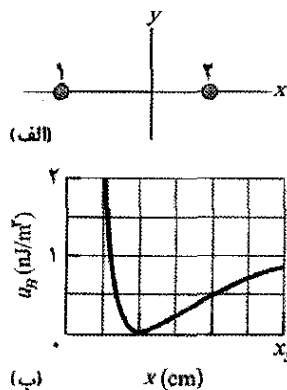
$$L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M$$



شکل ۷۲-۲۶ مسئله ۷۵

$t=0$  به مدار وصل می شود. (الف) در طی  $2/0\text{ s}$  اول چقدر انرژی به وسیله باتری تأمین می شود؟ (ب) چه مقدار از این انرژی در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره می شود؟ (پ) چه مقدار از این انرژی در مقاومت تلف می شود؟

۶۶- شکل ۷۱-۲۶ الف مقطع دو سیم را نشان می دهد که مستقیم، موازی و خیلی درازند. نسبت  $i_1/i_2$  جریانی که سیم ۱ حمل می کند به جریانی که سیم ۲ حمل می کند برابر  $1/3$  است. سیم ۱ ثابت است ولی سیم ۲ می تواند در امتداد قسمت مثبت محور  $x$  حرکت کند تا اینکه چگالی انرژی مغناطیسی  $u_B$  برقرار شده توسط دو جریان در مبدأ را تغییر دهد. شکل ۷۱-۲۶ ب،  $u_B$  را بر حسب تابعی از مکان  $x$  سیم ۲ نشان می دهد. وقتی  $x \rightarrow \infty$ ، منحنی دارای مجانب  $u_B = 1/96\text{ nJ/m}^3$  است و مقیاس محور افقی با  $x_s = 60/0\text{ cm}$  مشخص شده است. مقدار (الف)  $i_1$  و (ب)  $i_2$  چقدر است؟



شکل ۷۱-۲۶ مسئله ۶۶

### بخش ۲۶-۱۱ چگالی انرژی میدان مغناطیسی

۶۷- بزرگی میدان الکتریکی یکنواختی که چگالی انرژی آن با چگالی انرژی مربوطه به میدان مغناطیسی  $0/50\text{ T}$  یکسان باشد، چقدر است؟ ILW

۶۸- یک القاگر چنبره ای با القاییدگی  $90/0\text{ mH}$ ، حجم  $0/0200\text{ m}^3$  را در بردارد. اگر چگالی انرژی میانگین در چنبره  $70/0\text{ J/m}^3$  باشد، جریان عبوری از القاگر چقدر است؟

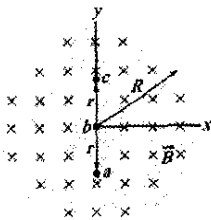
۶۹- سیملوله ای به طول  $85/0\text{ cm}$  دارای مساحت سطح مقطع  $17/0\text{ cm}^2$  است. سیملوله تعداد ۹۵۰ دور سیم دارد که حامل جریان  $6/60\text{ A}$  است. (الف) چگالی انرژی میدان مغناطیسی داخل سیملوله را حساب کنید. (ب) انرژی کل ذخیره شده در میدان مغناطیسی داخل سیملوله را به دست آورید (از اثرهای انتهایی دو سیملوله صرف نظر کنید). SSM

۷۰- یک حلقه دایره ای از سیم به شعاع  $50\text{ mm}$  حامل جریان  $100\text{ A}$  است. مطلوب است (الف) بزرگی شدت میدان و (ب) چگالی انرژی در مرکز حلقه.



است که آن نیز می تواند تغییر کند. فرض کنید یک حلقه رسانا به شعاع  $R$  در مرکز این دو ناحیه باشد و بخواهیم  $\mathcal{E}$ ،  $\mathcal{E}$ ، را دور این حلقه حساب کنیم. شکل ۲۶-۷۵ ب  $\mathcal{E}$ ،  $\mathcal{E}$ ، را به عنوان تابعی از مجذور شعاع  $R^2$  حلقه تا لبه بیرونی ناحیه ۲ نشان می دهد. مقیاس محور قائم با  $\mathcal{E}_s = 200 \text{ nV}$  مشخص شده است. آهنگ (الف)  $d\mathcal{E}/dt$  و (ب)  $d\mathcal{E}/dt$  چقدر است؟ (پ) آیا بزرگی  $\vec{B}$  افزایش می یابد یا کاهش می یابد یا ثابت می ماند؟

۷۹-۲۶ شکل ۷۶ میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  را که محدود به یک حجم استوانه ای به شعاع  $R$  است نشان می دهد. بزرگی  $\vec{B}$  با آهنگ ثابت  $10 \text{ mT/s}$  کاهش می یابد. بر حسب نماد بردار  $\vec{B}$ ، شتاب اولیه الکترونی که در (الف) نقطه  $a$  (فاصله شعاعی  $r = 5.0 \text{ cm}$ ) (ب) نقطه  $b$  ( $r = 0$ ) و (پ) نقطه  $c$  ( $r = 5.0 \text{ cm}$ ) رها شود چقدر است؟



شکل ۲۶-۷۶ مسئله ۷۹

۸۰- القایدگی یک پیچه که به طور فشرده پیچیده شده به گونه ای است که وقتی جریان با آهنگ  $500 \text{ A/s}$  تغییر کند یک  $\text{emf}$  برابر  $3.00 \text{ mV}$  القا می شود. جریان پایای  $8.00 \text{ A}$  شار مغناطیسی  $40.0 \mu\text{Wb}$  را در هر حلقه ایجاد می کند. (الف) القایدگی پیچه را حساب کنید. (ب) پیچه چند دور دارد؟

۸۱- صفحه یک حلقه سیمی مربعی به ضلع  $20 \text{ cm}$  و مقاومت  $20 \text{ m}\Omega$  بر میدان مغناطیسی یکنواخت  $B = 0.2 \text{ T}$  عمود است. اگر دو ضلع مقابل حلقه از هم دور کنید دو ضلع دیگر به هم نزدیک می شوند و مساحت محصور در حلقه کاهش می یابد. اگر مساحت محصور شده در زمان  $\Delta t = 0.20 \text{ s}$  به صفر کاهش یابد، مطلوب است (الف)  $\text{emf}$  میانگین و (ب) میانگین جریان القایی در حلقه در مدت  $\Delta t$ .

۸۲- یک حلقه سیمی مربعی در میدان مغناطیسی یکنواخت  $0.24 \text{ T}$  که عمود بر صفحه حلقه است، قرار دارد. طول هر ضلع مربع با آهنگ ثابت  $5.0 \text{ cm/s}$  کاهش می یابد. وقتی طول  $12 \text{ cm}$  است،  $\text{emf}$  القا شده در حلقه چقدر است؟

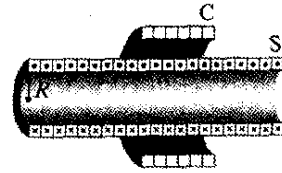
۸۳- در شکل ۲۶-۶۶ یک باتری آرمانی  $12.0 \text{ V}$  با بستن کلید در زمان  $t = 0$  به یک مقاومت  $20.0 \Omega$  و یک القاگر متصل می شود. با چه آهنگی در زمان  $t = 1/61 \tau_L$  باتری انرژی را به میدان القاگر منتقل می کند؟

۸۴- پس از برداشتن باتری از یک مدار  $RL$  (با  $L = 2.00 \text{ H}$  و  $R = 3.00 \Omega$ ) چه مدت طول می کشد تا اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت در مدار به  $10.0\%$  مقدار اولیه اش کاهش یابد؟

www.iran-mavad.com

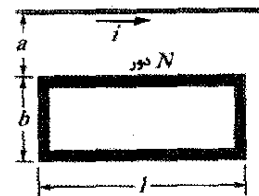
مرجع دانشجویان و مهندسان مواد

(این مسئله، تعمیمی از مسئله ۲۷ است، اما شرط اینکه پیچه ها از هم دور باشند، حذف شده است.)  $\text{SSM}$  ۷۶۰۰- پیچه  $C$  با  $N$  دور سیم، مطابق شکل ۲۶-۷۳، دور سیملوله درازی به شعاع  $R$  و  $n$  دور سیم در یکای طول قرار داده شده است. (الف) نشان دهید که القایدگی متقابل ترکیب پیچه - سیملوله با رابطه  $M = \mu_0 \pi R^2 n N$  داده می شود. (ب) توضیح دهید که چرا  $M$  به شکل، اندازه یا امکان اینکه پیچه به طور فشرده سیم پیچی نشده باشد بستگی ندارد.



شکل ۲۶-۷۳ مسئله ۷۶

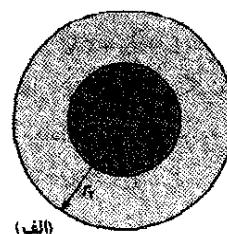
۷۷۰۰- حلقه مستطیل شکلی با  $N$  دور سیم پیچ فشرده مطابق شکل ۲۶-۷۴ در کنار یک سیم مستقیم دراز قرار دارد. اگر  $l = 3.0 \text{ cm}$  و  $b = 1.0 \text{ cm}$ ،  $a = 1.0 \text{ cm}$ ،  $N = 100$  متقابل  $M$  برای ترکیب حلقه - سیم چقدر است؟



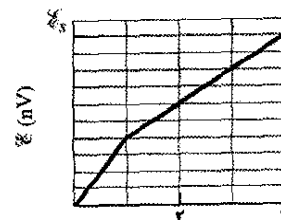
شکل ۲۶-۷۴ مسئله ۷۷

### مسئله های اضافی

۷۸- شکل ۲۶-۷۵ الف دو ناحیه دایره ای هم مرکز را نشان می دهد که میدانهای مغناطیسی یکنواختی می توانند در آنها تغییر کنند. ناحیه ۱، با شعاع  $r_1 = 1.0 \text{ cm}$  دارای میدان مغناطیسی به سمت خارج  $\vec{B}_1$  است که بزرگی آن افزایش می یابد. ناحیه ۲ با شعاع  $r_2 = 2.0 \text{ cm}$ ، دارای میدان مغناطیسی به سمت خارج  $\vec{B}_2$  است.



(الف)



(ب)

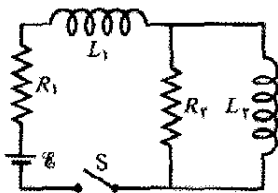
شکل ۲۶-۷۵ مسئله ۷۸

۹۰- پیچیده‌ای با  $150$  دور، وقتی جریان  $200\text{mA}$  از آن می‌گذرد، دارای شار مغناطیسی  $50\text{mT}\cdot\text{m}^2$  از هر دور است. (الف) القاییدگی در پیچه چقدر است؟ مطلوب است محاسبه (ب) القاییدگی و (پ) شار عبوری از هر دور وقتی که جریان به  $400\text{mA}$  افزایش یابد. (ت) وقتی جریان در پیچه بارابطه  $i = (300\text{mA}) \cos(377t)$  داده شود، بیشینه  $\mathcal{E}$ ، دو سر پیچه چقدر است؟

۹۱- پیچه‌ای با القاییدگی  $2\text{mH}$  و مقاومت  $10\Omega$  به طور ناگهانی به یک باتری آرمانی با  $\mathcal{E} = 100\text{V}$  متصل می‌شود. (الف) جریان تعادل چقدر است؟ (ب) وقتی این جریان در پیچه برقرار است، چقدر انرژی در میدان مغناطیسی ذخیره می‌شود؟

۹۲- یک سیملوله استوانه‌ای دراز با  $100$  دور بر سانتی‌متر دارای شعاع  $1/6\text{cm}$  است. فرض کنید که میدان مغناطیسی ایجاد شده در داخل سیملوله موازی محور آن و یکنواخت است. (الف) القاییدگی به ازای یک متر از طول آن چقدر است؟ (ب) اگر جریان با آهنگ  $13\text{A/s}$  تغییر کند،  $\mathcal{E}$  القا شده در هر متر چقدر است؟

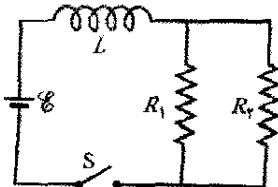
۹۳- در شکل ۷۹-۲۶،  $R_1 = 80\Omega$ ،  $R_2 = 10\Omega$ ،  $L_1 = 0.3\text{H}$ ،  $L_2 = 0.2\text{H}$  و باتری آرمانی دارای  $\mathcal{E} = 60\text{V}$  است. (الف) درست پس از بستن کلید جریان با چه آهنگی در القاگر ۱ تغییر می‌کند؟ (ب) وقتی مدار در حالت پایا است، جریان در القاگر ۱ چقدر است؟



شکل ۷۹-۲۶ مسئله ۹۳

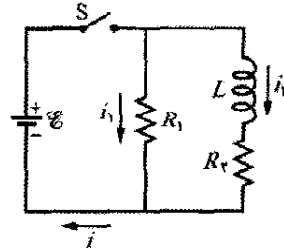
۹۴- در شکل ۷۶-۶۶،  $R = 40\text{k}\Omega$ ،  $L = 80\text{mH}$  و باتری آرمانی دارای  $\mathcal{E} = 20\text{V}$  است. چه مدت پس از بستن کلید، جریان  $20\text{mA}$  است؟

۹۵- در مدار شکل ۷۶-۸۰،  $R_1 = 20\text{k}\Omega$ ،  $R_2 = 20\text{k}\Omega$ ،  $L = 50\text{mH}$  و باتری آرمانی  $\mathcal{E} = 40\text{V}$  قرار دارند. کلید S که برای مدت طولانی باز بوده است در زمان  $t = 0$  بسته می‌شود. درست پس از بستن کلید، (الف) جریان  $i_{\text{bat}}$  در باتری و (ب) آهنگ  $di_{\text{bat}}/dt$  چقدر است؟ در  $t = 30\mu\text{s}$  (پ) جریان  $i_{\text{bat}}$  و (ت) آهنگ  $di_{\text{bat}}/dt$  چقدر است؟ پس از مدتی طولانی، (ث) جریان  $i_{\text{bat}}$  و (ج) آهنگ  $di_{\text{bat}}/dt$  چقدر است؟ SSM



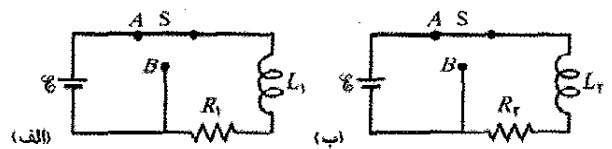
شکل ۷۶-۸۰ مسئله ۹۵

۸۵- در شکل ۷۷-۲۶، یک باتری آرمانی،  $\mathcal{E} = 10\text{V}$ ،  $R_1 = 50\Omega$ ،  $R_2 = 10\Omega$  و  $L = 50\text{mH}$  وجود دارد. کلید S در زمان  $t = 0$  بسته می‌شود. درست پس از بستن، مطلوب است محاسبه (الف)  $i_1$ ، (ب)  $i_2$ ، (پ) جریان  $i_S$  در کلید، (ت) اختلاف پتانسیل  $V_L$  دو سر مقاومت  $R_2$ ، (ث) اختلاف پتانسیل  $V_L$  دو سر القاگر، و (ج) آهنگ تغییر  $di_1/dt$ . پس از زمانی طولانی، مطلوب است (ج)  $i_1$ ، (ح)  $i_2$ ، (خ)  $i_S$ ، (د)  $V_L$ ،  $i_L$ ، و (ر)  $SSM$ ،  $di_1/dt$ .



شکل ۷۷-۲۶ مسئله ۸۵

۸۶- در شکل ۷۸-۲۶ الف کلید S به قدر کافی روی A بسته است به طوری که جریانی پایا در القاگر با القاییدگی  $L_1 = 500\text{mH}$  و در مقاومت  $R_1 = 250\Omega$  برقرار شده است. همچنین، در شکل ۷۸-۲۶ ب کلید S به قدر کافی روی A بسته است به طوری که جریانی پایا در القاگر با القاییدگی  $L_2 = 300\text{mH}$  و مقاومت  $L_2 = 300\text{mH}$  برقرار شده است. نسبت  $\Phi_2/\Phi_1$ ، شار مغناطیسی گذشته از یک دور القاگر ۲ به شار مغناطیسی گذشته از یک دور القاگر ۱ برابر  $1/5$  است. در زمان  $t = 0$  هر دو کلید روی B بسته می‌شوند. در چه زمان شار گذشته از یک دور در دو القاگر مساوی است؟



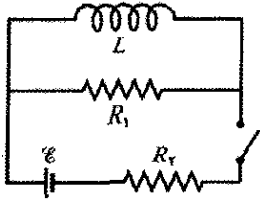
شکل ۷۸-۲۶ مسئله ۸۶

۸۷- کلید S در شکل ۷۶-۶۶ در زمان  $t = 0$  بسته می‌شود، در آغاز جریانی از القاگر  $150\text{mH}$  و مقاومت  $20\Omega$  می‌گذرد. در چه زمانی  $\mathcal{E}$  دو سر القاگر با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت یکسان است؟

۸۸- در زمان  $t = 0$  یک اختلاف پتانسیل  $120\text{V}$  به طور ناگهانی به دو سر پیچه‌ای با القاییدگی  $23\text{mH}$  و مقاومت  $R$  اعمال می‌شود. در زمان  $t = 0.15\text{ms}$ ، جریان در القاگر با آهنگ  $28\text{A/s}$  تغییر می‌کند. مقدار  $R$  را محاسبه کنید.

۸۹- در زمان  $t = 0$ ، یک اختلاف پتانسیل  $45\text{V}$  به طور ناگهانی به دو سر پیچه‌ای با القاییدگی  $L = 50\text{mH}$  و مقاومت  $R = 180\Omega$  برقرار می‌شود. جریان در  $t = 1/2\text{ms}$  با چه آهنگی در پیچه افزایش می‌یابد.

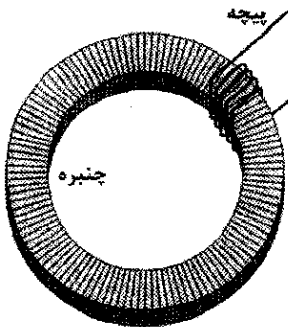
۱۰۱- مدار نشان داده شده در شکل ۲۶-۸۲ شامل یک باتری آرمانی  $\mathcal{E} = 12.0 \text{ V}$ ،  $L = 10.0 \text{ mH}$ ،  $R_1 = 10.0 \Omega$  و  $R_2 = 20.0 \Omega$  است. کلید قبل از بستن در زمان  $t = 0$  به مدت زیادی باز بوده است. با چه آهنگی جریان در القاگر (الف) درست بلافاصله پس از بستن کلید و (ب) وقتی که جریان در باتری برابر  $0.50 \text{ A}$  است، تغییر می‌کند؟ (پ) وقتی جریان به شرایط حالت پایا می‌رسد، جریان در باتری چقدر است؟



شکل ۲۶-۸۲ مسئله ۱۰۱

۱۰۲- شکل ۲۶-۸۳ پیچ‌ای با  $N_1$  دور را نشان می‌دهد که به ترتیب نشان داده شده دور قسمتی از چنبره‌ای با  $N_2$  دور پیچیده شده است. شعاع داخلی چنبره  $a$ ، شعاع خارجی آن  $b$  و ارتفاع آن  $h$  است. نشان دهید که القابندی متقابل  $M$  ترکیب پیچ - چنبره برابر است با

$$M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$



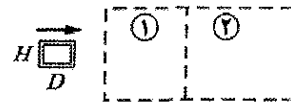
شکل ۲۶-۸۳ مسئله ۱۰۲

۱۰۳- یک حلقه دایره‌ای ( $14 \text{ cm}$  = شعاع) سیمی در میدان مغناطیسی که با عمود بر صفحه حلقه زاویه  $30^\circ$  می‌سازد، قرار داده می‌شود. بزرگی این میدان با آهنگ ثابت از  $3.0 \text{ mT}$  به  $6.0 \text{ mT}$  افزایش می‌یابد. اگر مقاومت حلقه  $5.0 \Omega$  باشد، وقتی که بزرگی میدان  $5.0 \text{ mT}$  است، بزرگی جریان القایی در حلقه چقدر است؟

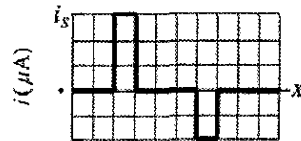
۱۰۴- یک پیچ دایره‌ای  $50$  دوری ( $15 \text{ cm}$  = شعاع) با مقاومت کل  $4.0 \Omega$  در یک میدان مغناطیسی یکنواخت که عمود بر صفحه پیچ است قرار دارد. بزرگی این میدان با رابطه  $B = A \sin(\omega t)$  که در آن  $A = 8.0 \mu \text{ T}$  و  $\omega = 50 \pi \text{ rad/s}$  است، نسبت به زمان تغییر می‌کند. بزرگی جریان القایی در پیچ در

۹۶- شار پیوند شده در یک پیچ معین با مقاومت  $0.75 \Omega$ ، اگر جریان  $5.5 \text{ A}$  از آن بگذرد، برابر  $26 \text{ mWb}$  است. (الف) القابندی پیچ را حساب کنید. (ب) اگر یک باتری آرمانی  $6.0 \text{ V}$  به طور ناگهانی به دو سر پیچ متصل شود، چقدر طول می‌کشد تا جریان از  $0$  تا  $2.5 \text{ A}$  افزایش یابد؟

۹۷- شکل ۲۶-۸۱ الف یک حلقه رسانای مستطیلی را با مقاومت  $R = 0.20 \Omega$ ، ارتفاع  $H = 1.5 \text{ cm}$  و طول  $D = 2.5 \text{ cm}$  نشان می‌دهد که با تندی ثابت  $v = 40 \text{ cm/s}$  از میان دو ناحیه میدان مغناطیسی یکنواخت کشیده می‌شود. شکل ۲۶-۸۱ ب جریان  $i$  القایی در حلقه را برحسب تابعی از مکان  $x$  برای ضلع سمت راست حلقه نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با  $i_s = 3.0 \mu \text{ A}$  مشخص شده است. برای مثال، وقتی حلقه وارد ناحیه ۱ می‌شود یک جریان  $3.0 \mu \text{ A}$  القایی ساعتگرد در حلقه برقرار می‌شود. مطلوب است (الف) بزرگی و (ب) جهت (به سمت داخل یا خارج صفحه) میدان مغناطیسی در ناحیه ۱. مطلوب است (پ) بزرگی و (ت) جهت میدان مغناطیسی در ناحیه ۲. SSM



(الف)



(ب)

شکل ۲۶-۸۱ مسئله ۹۷

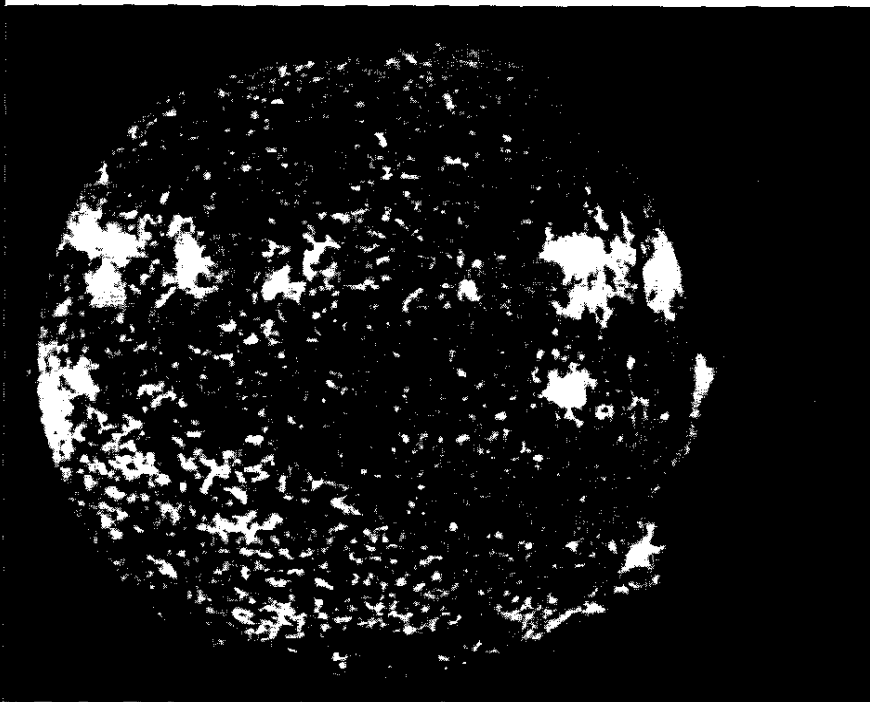
۹۸- وقتی جریان در یک القاگر معین  $60.0 \text{ mA}$  است انرژی پتانسیل مغناطیسی ذخیره شده در آن  $25.0 \text{ mJ}$  است. (الف) القابندی را حساب کنید. (ب) جریان باید چقدر باشد تا انرژی ذخیره شده  $100 \text{ mJ}$  شود؟

۹۹- وقتی کلید  $S$  در شکل ۲۶-۶۶ بسته شود، زمان لازم برای اینکه جریان به یک مقدار دستیافتنی برسد بخشی بستگی به مقاومت  $R$  دارد. فرض کنید که  $\mathcal{E}$ ، باتری آرمانی برابر  $12 \text{ V}$  و القابندی القاگر آرمانی (بدون مقاومت) برابر  $18 \text{ mH}$  باشد. اگر  $R$  برابر (الف)  $1.00 \Omega$ ، (ب)  $5.00 \Omega$  و (پ)  $6.00 \Omega$  باشد، زمان لازم برای اینکه جریان به  $2.00 \text{ A}$  برسد چقدر است؟ (ت) برای چه مقدار  $R$  زمان لازم برای رسیدن به  $2.00 \text{ A}$  کمترین است؟ (ث) کمترین زمان چقدر است؟ (راهنمایی: معادله ۲۶-۳۹ را بازنگری کنید).

۱۰۰- میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  بر صفحه یک حلقه سیم دایره‌ای به شعاع  $r$  عمود است. بزرگی میدان با رابطه  $B = B_0 e^{-t/\tau}$  نسبت به زمان تغییر می‌کند که در آن  $B_0$  و  $\tau$  ثابت اند. عبارتی را برای emf در حلقه به صورت تابعی از زمان به دست آورید.

# نوسانهای الکترو مغناطیسی

## و جریان متناوب



در ساعت ۲:۴۵ بامداد سیزدهم مارچ سال ۱۹۸۹، کل برق شبکه فشار قوی در ناحیه کبک کانادا قطع شد و میلیونها نفر در آن شب سرد بدون برق ماندند. در واقع، شبکه‌های زیادی در نیمکره شمالی در آن شب دچار نقص شدند و برای مهندسانی که شبکه‌ها را اداره می‌کردند کابوسی را به وجود آوردند. سبب این حادثه به خاطر تقاضای ناگهانی و بیش از حد در مصرف برق یا خرابی وسایل نبود. بلکه علت انفجاری بود که در سه روز قبل از آن در سطح خورشید رخ داده بود.

انفجار خوشیدی چگونه می‌تواند موجب قطع شبکه برق فشار قوی شود؟

پاسخ در همین فصل.

## ۲۷-۱ فیزیک چیست؟

که در آن  $q$  بار روی خازن در آن زمان است. از معادله ۲۶-۴۹، انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی القاگر در هر لحظه برابر است با

$$U_B = \frac{Li^2}{2} \quad (27-2)$$

که  $i$  جریان در القاگر در آن زمان است.

اکنون بنابر قرارداد *مقدارهای لحظه‌ای کمیتهای الکتریکی* مداری را که به طور سینوسی نوسان می‌کند با حروف کوچک، مانند  $q$  و دامنه این کمیتهای را با حروف بزرگ مانند  $Q$  نشان می‌دهیم. با به خاطر داشتن این قرار داد، فرض کنیم بار  $q$  روی خازن در شکل ۲۷-۱ در ابتدا دارای مقدار بیشینه  $Q$  و جریان  $i$  در القاگر صفر است. این حالت اولیه مدار در شکل ۲۷-۱ الف نشان داده شده است. نمودارهای ستونی نشان داده شده برای انرژی، بیانگر انرژی در این لحظه‌اند که برای آن، جریان در القاگر صفر و بار روی خازن بیشینه، انرژی  $U_B$  میدان مغناطیسی صفر و انرژی  $U_E$  میدان الکتریکی بیشینه است.

اکنون خازن در القاگر شروع به خالی شدن می‌کند، حاملهای بار مثبت، مطابق شکل ۲۷-۱ ب، به صورت پادساعتگرد حرکت می‌کنند. این بدان معناست که جریان  $i$  که با  $dq/dt$  داده می‌شود در القاگر به سمت پایین است. وقتی بار خازن کاهش می‌یابد، انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی خازن نیز کاهش می‌یابد. این انرژی به میدان مغناطیسی، که به خاطر جریان  $i$  دور القاگر برقرار می‌شود، انتقال می‌یابد. به این ترتیب، میدان الکتریکی کاهش و میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد به طوری که انرژی از میدان الکتریکی به میدان مغناطیسی منتقل می‌شود. سرانجام، خازن همه بارش (شکل ۲۷-۱ پ) و در نتیجه میدان الکتریکی و انرژی ذخیره شده در این میدان را از دست می‌دهد. سپس، انرژی به طور کامل به میدان مغناطیسی القاگر منتقل می‌شود. حال، میدان مغناطیسی در بزرگی بیشینه خود و جریان در القاگر در مقدار بیشینه‌اش،  $I$  است.

هر چند که اکنون بار روی خازن صفر است اما جریان پادساعتگرد ادامه می‌یابد، چون القاگر نمی‌گذارد که جریان به طور ناگهانی صفر شود. جریان به انتقال بار مثبت از صفحه بالا به صفحه پایین خازن (شکل ۲۷-۱ ت) از طریق مدار ادامه می‌دهد. اکنون، وقتی میدان الکتریکی دوباره در خازن افزایش یابد، انرژی از القاگر به خازن بر می‌گردد. در حین این انتقال انرژی، جریان بتدریج کاهش می‌یابد. وقتی، سرانجام انرژی به طور کامل به خازن برگشت (شکل ۲۷-۱ ث)، جریان به صفر کاهش می‌یابد (به طور موقت). وضعیت شکل ۲۷-۱ ث مشابه وضعیت اولیه است به جز اینکه اکنون خازن در جهت مخالف

ما فیزیک پایه مربوط به میدانهای الکتریکی و مغناطیسی و اینکه انرژی چگونه در خازنها و القاگرها ذخیره می‌شود را بررسی کردیم. سپس فیزیک کاربردی مربوط به آن را در نظر گرفتیم که چگونه می‌توان انرژی ذخیره شده در یک محل را به محل دیگری منتقل کرد و از آن بهره گرفت. برای مثال، انرژی تولید شده در نیروگاه می‌تواند در منزل شما رایانه‌ای را به کار اندازد. امروزه ارزش این فیزیک کاربردی آنقدر زیاد است که برآورد آن تقریباً ناممکن است. در واقع، تمدن پیشرفته امروزی بدون این فیزیک کاربردی ناممکن خواهد بود.

در بیشتر نقاط جهان، انرژی الکتریکی با جریان مستقیم منتقل نمی‌شود بلکه به صورت جریان نوسان کننده سینوسی (جریان متناوب یا ac) منتقل می‌شود. چالش فیزیکدانان و مهندسان این است که دستگاههای ac را چنان طراحی کنند تا انتقال انرژی به طور کارآمد انجام شود و وسایلی بسازند که از این انرژی استفاده کنند.

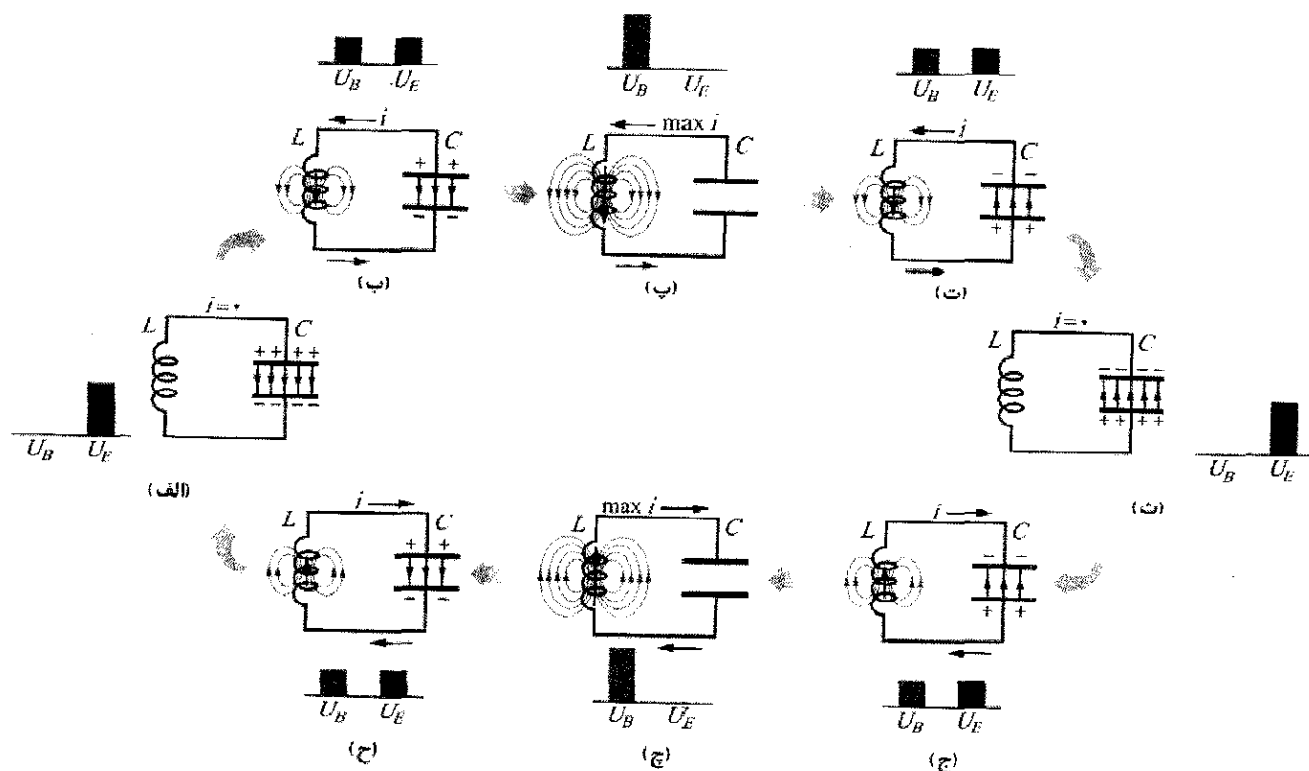
در بحث ما در مورد دستگاههای نوسان کننده سینوسی در این فصل، اولین قدم این است که نوسان را در مدار ساده‌ای شامل القاییدگی  $L$  و ظرفیت  $R$  بررسی کنیم.

## ۲۷-۲ نوسانهای LC، بررسی کیفی

از سه عنصر مدار یعنی مقاومت  $R$ ، ظرفیت  $C$  و القاییدگی  $L$ ، تاکنون ترکیب متوالی  $RC$  (در بخش ۲۳-۹) و ترکیب  $RL$  را (در بخش ۲۶-۹) مورد بحث قرار دادیم. در این دو نوع مدار دریافتیم که بار، جریان و اختلاف پتانسیل به صورت نمایی افزایش و کاهش می‌یابند. معیار زمانی برای این افزایش و کاهش با ثابت زمانی  $\tau$  داده می‌شود که یا خازنی یا القایی است.

اکنون، ترکیب دیگر  $LC$  را در نظر می‌گیریم. خواهیم دید که در این حالت بار، جریان و اختلاف پتانسیل با زمان به صورت نمایی کاهش نمی‌یابند، بلکه به صورت سینوسی تغییر می‌کنند (با زمان تناوب  $T$  و بسامد زاویه‌ای  $\omega$ ). نتیجه نوسان میدان الکتریکی خازن و میدان مغناطیسی القاگر را *نوسانهای الکترومغناطیسی* می‌نامند. می‌گویند چنین مداری نوسان می‌کند. قسمت (الف) تا (ج) شکل ۲۷-۱ مرحله‌های پی‌درپی نوسانها را در یک مدار ساده  $LC$  نشان می‌دهند. از معادله ۲۱-۲۱، انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی خازن در هر لحظه برابر است با

$$U_E = \frac{q^2}{2C} \quad (27-1)$$



شکل ۲۷-۱ هشت مرحله از یک چرخه نوسانی در مدار بدون مقاومت  $LC$ . نمودارهای ستونی در هر شکل انرژیهای مغناطیسی و الکتریکی ذخیره شده را نشان می‌دهند. خطهای میدان مغناطیسی در القاگر و خطهای میدان الکتریکی در خازن نشان داده شده‌اند. (الف) خازن با بار بیشینه، جریان برقرار نیست، (ب) خازن در حال تخلیه، جریان در حال افزایش است. (پ) خازن کاملاً تخلیه شده، جریان بیشینه است. (ت) خازن با قطبیت مخالف نسبت به مرحله (الف) در حال پرشدن و جریان در حال کاهش است. (ث) خازن با بار بیشینه دارای قطبیت مخالف نسبت به مرحله (الف)، جریان برقرار نیست. (ج) خازن در حال تخلیه، جریان با جهت مخالف نسبت به مرحله (ب) در حال افزایش است. (چ) خازن کاملاً تخلیه شده، جریان بیشینه است. (ح) خازن در حال پرشدن، جریان در حال کاهش است.

برای به دست آوردن بار  $q$  روی خازن به صورت تابعی از زمان، می‌توانیم از یک ولت سنج برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل متغیر نسبت به زمان (یا ولتاژ)  $v_C$ ، که در دو سر خازن  $C$  وجود دارد، استفاده کنیم. از معادله ۲۱-۱ می‌توانیم بنویسیم

$$v_C = \left(\frac{1}{C}\right)q$$

که به ما امکان می‌دهد  $q$  را به دست آوریم. برای اندازه‌گیری جریان، می‌توانیم یک مقاومت کوچک  $R$  را به طور متوالی به خازن و القاگر ببندیم و اختلاف پتانسیل متغیر  $v_R$  در سر آن را نسبت به زمان اندازه بگیریم؛  $v_R$  بنابر رابطه زیر با  $i$  متناسب

$$v_R = iR$$

سپس خازن دوباره شروع به تخلیه می‌کند، اما اکنون جریان ساعتگرد است (شکل ۲۷-۱ ج). با دلایلی مشابه قبل، می‌بینیم که جریان ساعتگرد تا یک مقدار بیشینه زیاد می‌شود (شکل ۲۷-۱ چ) و سپس کاهش می‌یابد (شکل ۲۷-۱ ح) تا سرانجام مدار به وضعیت اولیه‌اش (شکل ۲۷-۱ الف) برگردد. سپس، فرایند در بسامد  $f$  در نتیجه در بسامد زاویه‌ای  $\omega = 2\pi f$ ، تکرار می‌شود. در یک مدار آرمانی بدون مقاومت  $LC$ ، هیچ انتقال انرژی به‌جز انتقال انرژی میان میدان الکتریکی خازن و میدان مغناطیسی القاگر وجود ندارد. به واسطه پایستگی انرژی، این نوسانها به‌طور نامتناهی ادامه می‌یابند. نیازی نیست که نوسانها در مرحله‌ای که همه انرژی در میدان الکتریکی است، شروع شوند؛ وضعیت اولیه می‌تواند هر یک از مرحله‌های دیگر نوسان باشد.



## مسئله نمونه ۲۷-۱

یک خازن  $1/5 \mu F$  تا  $577$  بار داده شده است. سپس باتری باردار کننده را قطع می‌کنیم و یک پیچۀ  $12mH$  را به طور متوالی به خازن می‌بندیم به طوری که نوسانهای  $LC$  رخ دهند. جریان بیشینه در پیچه چقدر است؟ فرض کنید که مدار هیچ مقاومتی ندارد و در نتیجه اتلاف انرژی وجود ندارد.

## نکته‌های کلیدی

۱- چون مدار مقاومت ندارد، وقتی انرژی میان میدان الکتریکی خازن و میدان مغناطیسی پیچه (القاگر) به طور تناوبی منتقل می‌شود، انرژی الکترومغناطیسی مدار پایسته است.

۲- در هر زمان  $t$ ، انرژی  $U_B(t)$  میدان مغناطیسی بنابر معادله  $27-1$   $(U_B = Li^2/2)$  با جریان  $i(t)$  پیچه رابطه دارد. وقتی تمام انرژی به صورت انرژی مغناطیسی ذخیره شود، جریان در بیشینه مقدار  $I$  است و این انرژی برابر است با  $U_{B,max} = LI^2/2$ .

۳- در هر زمان  $t$ ، انرژی  $U_E(t)$  میدان الکتریکی بنابر معادله  $27-1$   $(U_E = q^2/2C)$  با بار  $q(t)$  روی خازن رابطه دارد. وقتی تمام انرژی به صورت انرژی الکتریکی ذخیره شود، بار در بیشینه مقدار  $Q$  است و این انرژی برابر است با  $U_{E,max} = Q^2/2C$ .

محاسبه‌ها: اکنون با این نکته‌ها می‌توانیم پایستگی انرژی را به صورت زیر بنویسیم

$$U_{B,max} = U_{E,max}$$

یا

$$\frac{LI^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

با حل این رابطه برای  $I$ ، داریم

$$I = \sqrt{\frac{Q^2}{LC}}$$

اکنون  $L$  و  $C$  را می‌دانیم اما  $Q$  را نمی‌دانیم. با این وجود، با استفاده از معادله  $27-1$   $(q = CV)$  می‌توانیم  $Q$  را به بیشینه اختلاف پتانسیل  $V$  دو سر خازن که در ابتدا  $577$  است، ربط دهیم. پس با قرار دادن  $Q = CV$  خواهیم داشت

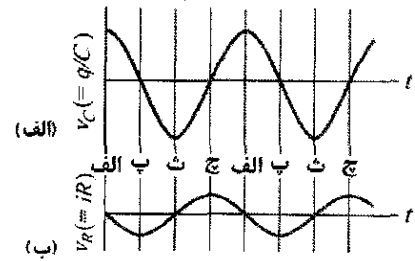
$$I = V \sqrt{\frac{C}{L}} = (577) \sqrt{\frac{1/5 \times 10^{-6} F}{12 \times 10^{-3} H}}$$

$$= 0.637 A \approx 640 mA$$

(پاسخ)

## ۲۷-۳ قیاس الکتریکی - مکانیکی

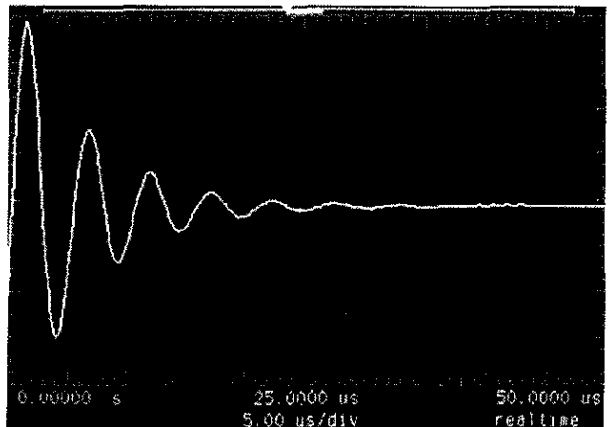
قیاس بین دستگاه نوسانی  $LC$  شکل  $27-1$  و یک دستگاه نوسانی  $RLC$  قطعۀ - فنر را کمی دقیقتر بررسی می‌کنیم. دستگاه قطعۀ - فنر شامل دو نوع انرژی است. یکی انرژی پتانسیل فنر



شکل ۲۷-۱ (الف) اختلاف پتانسیل دو سر خازن مدار شکل  $27-1$  به صورت تابعی از زمان. این کمیت با بار روی خازن متناسب است. (ب) پتانسیل با جریان در مدار شکل  $27-1$  متناسب است. حروف به مرحله‌های نوسانی مشخص شده متناظر در شکل  $27-1$  مربوط اند.

در اینجا فرض می‌کنیم  $R$  آنقدر کوچک است که اثر آن روی رفتار مدار ناچیز است. تغییرات زمانی  $v_R$  و  $v_C$  در نتیجه  $q$  و  $i$  با زمان در شکل  $27-2$  نشان داده شده‌اند. هر چهار کمیت به طور سینوسی تغییر می‌کنند.

در مدار  $LC$  واقعی، نوسانها به طور نامتناهی ادامه نمی‌یابند چون همیشه قدری مقاومت وجود دارد که انرژی را از میدانهای الکتریکی و مغناطیسی می‌گیرد و آن را به صورت انرژی گرمایی تلف می‌کند (مدار ممکن است گرمتر شود). نوسانها، وقتی شروع شدند، همان‌طور که شکل  $27-3$  نشان می‌دهد، از بین می‌روند. این شکل را با شکل  $11-16$  که از بین رفتن نوسانهای مکانیکی بر اثر میرایی اصطکاکی در دستگاه قطعۀ - فنر را نشان می‌دهد مقایسه کنید.



شکل ۲۷-۳ یک رد نوسان نما می‌دهد که در واقع به علت اتلاف انرژی در مقاومت به صورت گرما نوسانهای یک مدار  $RLC$  از بین می‌رود.

## ✓ نکته واریسی ۱ یک خازن باردار و یک القاگر در زمان

$t=0$  به طور متوالی به هم متصل‌اند. برحسب زمان تناوب  $T$  نوسانهای حاصل، معین کنید که پس از چه مدت کمیت‌های زیر به بیشینه خود می‌رسند: (الف) بار روی خازن، (ب) ولتاژ دو سر خازن با قطبیت اولیه آن، (پ) انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی و (ت) جریان.

### نوسانگر قطعه - فنر

می‌توانیم انرژی کل  $U$ ، نوسانگر قطعه - فنر را در هر لحظه به صورت زیر بنویسیم

$$U = U_b + U_s = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \quad (5-27)$$

که  $U_b$  و  $U_s$  به ترتیب، انرژی جنبشی قطعه متحرک و انرژی پتانسیل فنر کشیده شده یا فشرده شده‌اند. اگر اصطکاک وجود نداشته باشد - که همین فرض را می‌کنیم - انرژی کل  $U$  نسبت به زمان ثابت می‌ماند، هر چند که  $v$  و  $x$  تغییر می‌کنند. به زبان فرمولی،  $dU/dt = 0$  است. این بیان ما را به رابطه زیر هدایت می‌کند

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \right) = mv \frac{dv}{dt} + kx \frac{dx}{dt} = 0 \quad (6-27)$$

اما  $v = dx/dt$  و  $dv/dt = \frac{d^2x}{dt^2}$  است. با جایگزینی اینها، معادله ۶-۲۷ به صورت زیر در می‌آید

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \quad (\text{نوسانهای قطعه - فنر}) \quad (7-27)$$

معادله ۷-۲۷ یک معادله دیفرانسیل بنیادی است که برنوسانهای قطعه - فنر بدون اصطکاک حاکم است.

جواب عمومی معادله ۷-۲۷، یعنی، تابع  $x(t)$  که نوسانهای قطعه - فنر را توصیف می‌کند عبارت است از

$$x(t) = X \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{جابه‌جایی}) \quad (8-27)$$

که  $X$  دامنه نوسانهای مکانیکی،  $\omega$  بسامد زاویه‌ای نوسانها و  $\phi$  ثابت فاز است.

### نوسانگر LC

اکنون نوسانهای مدار  $LC$  بدون مقاومت را با توجه به آنچه که برای نوسانگر قطعه - فنر انجام دادیم تحلیل می‌کنیم. انرژی کل  $U$  که در هر لحظه در مدار نوسان کننده  $LC$  وجود دارد با رابطه زیر داده می‌شود

$$U = U_B + U_E = \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C} \quad (9-27)$$

که در آن  $U_B$  انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی القاگر و  $U_E$  انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی خازن است. چون فرض کردیم که مقاومت مدار صفر است، هیچ انرژی به انرژی گرمایی تبدیل نمی‌شود و  $U$  نسبت به زمان ثابت باقی می‌ماند. به زبان فرمولی،  $dU/dt$  باید صفر باشد. این امر به رابطه زیر می‌انجامد

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dt} &= \frac{d}{dt} \left( \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C} \right) \\ &= Li \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = 0 \end{aligned} \quad (10-27)$$

اما  $i = dq/dt$  و  $di/dt = d^2q/dt^2$  است. با قرار دادن اینها، معادله ۱۰-۲۷ به صورت زیر در می‌آید

فشرده شده یا کشیده شده؛ و دیگری انرژی جنبشی جسم متحرک. این دو انرژی با فرمولهای سمت راست جدول ۱-۲۷ داده شده‌اند.

جدول همچنین در ستون سمت چپ دو انرژی دیگر را که مربوط به نوسانهای  $LC$  هستند نشان می‌دهد. با توجه به جدول می‌توانیم قیاس بین دو جفت انرژی را مشاهده کنیم. انرژیهای مکانیکی دستگاه قطعه - فنر و انرژیهای الکترومغناطیسی نوسانگر  $LC$ . معادله‌های  $v$  و  $i$  در پایین جدول کمک می‌کنند تا این قیاس را بهتر مشاهده کنیم. آنها بر این دلالت دارند که  $q$  متناظر با  $x$  و  $i$  متناظر با  $v$  است (در هر دو معادله دومی مشتق اولی است). این تناظرها حاکی از آن هستند که در رابطه‌های

مربوط به انرژی  $1/C$  متناظر با  $k$  و  $L$  متناظر با  $m$  است. پس  $q$  متناظر با  $x$  ،  $1/C$  متناظر با  $k$  ،  $i$  متناظر با  $v$  و  $L$  متناظر با  $m$

این تناظرها بر آن دلالت دارند که در یک نوسانگر  $LC$ ، خازن از لحاظ ریاضی مشابه فنر در دستگاه قطعه - فنر و القاگر مشابه قطعه است.

جدول ۱-۲۷

انرژی در دو دستگاه نوسانی مقایسه شده‌اند

دستگاه قطعه - فنر		نوسانگر LC	
عنصر	انرژی	عنصر	انرژی
فنر	$\frac{1}{2}kx^2$	خازن	$\frac{1}{2}(1/C)q^2$
قطعه	$\frac{1}{2}mv^2$	القاگر	$\frac{1}{2}Li^2$
	$v = dx/dt$		$i = dq/dt$

در بخش ۳۱-۳ خواهیم دید که بسامد زاویه‌ای نوسان یک دستگاه قطعه - فنر (بدون اصطکاک) برابر است با

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{دستگاه قطعه - فنر}) \quad (3-27)$$

متناظرهایی که در بالا آمده‌اند نشان می‌دهند که برای پیدا کردن بسامد زاویه‌ای نوسان یک مدار  $LC$  (بدون مقاومت) باید  $k$  با  $1/C$  و  $m$  با  $L$  جایگزین شود، که به دست می‌دهد

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{مدار LC}) \quad (4-27)$$

این نتیجه را در بخش بعد به دست می‌آوریم.

### ۲۷-۴ نوسانهای LC، بررسی کمی

در اینجا می‌خواهیم به روشنی نشان دهیم که معادله ۴-۲۷ برای بسامد زاویه‌ای نوسانهای  $LC$  درست است. در عین حال، می‌خواهیم قیاس بین نوسانهای  $LC$  و نوسانهای قطعه - فنر را به طور دقیقتر بررسی کنیم. با بررسی رفتار نوسانگر مکانیکی در دو بخش مجزا، بررسی می‌کنیم. فنر آغاز می‌کنیم.

باشد؛ اینها شرایط اولیه‌ای هستند که در شکل ۲۷-۱ الف نشان داده شده‌اند.

### نوسانهای انرژی الکتریکی و مغناطیسی

انرژی الکتریکی ذخیره شده در مدار  $LC$ ، از معادله‌های ۲۷-۱ و ۲۷-۱۲ در هر لحظه  $t$ ، برابر است با

$$U_E = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C} \cos^2(\omega t + \phi) \quad (27-16)$$

از معادله‌های ۲۷-۲ و ۲۷-۱۳، انرژی مغناطیسی برابر است با

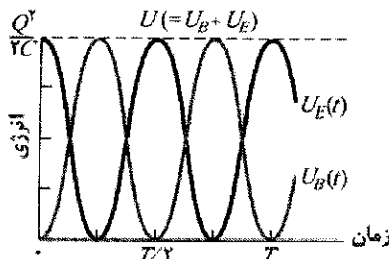
$$U_B = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} L \omega^2 Q^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

با جایگزینی برای  $\omega$  از معادله ۳۱-۴، داریم

$$U_B = \frac{Q^2}{2C} \sin^2(\omega t + \phi) \quad (27-17)$$

شکل ۲۷-۴ نمودارهای  $U_E(t)$  و  $U_B(t)$  را برای حالت  $\phi = 0$  نشان می‌دهد. توجه کنید که:

- ۱- هر دو مقدار بیشینه  $U_E$  و  $U_B$ ، برابر  $Q^2/2C$  است.
- ۲- در هر لحظه مجموع  $U_E$  و  $U_B$ ، برابر  $Q^2/2C$  و ثابت است.
- ۳- وقتی  $U_E$  بیشینه است،  $U_B$  صفر است و برعکس.



شکل ۲۷-۴ انرژی مغناطیسی و الکتریکی ذخیره شده در مدار شکل ۲۷-۱ برحسب تابعی از زمان. توجه کنید که مجموع آنها ثابت باقی می‌ماند.  $T$  زمان تناوب است.

✓ **نکته و ارسسی ۲** خازنی در یک نوسانگر  $LC$  دارای اختلاف پتانسیل بیشینه  $17V$  و انرژی بیشینه  $160 \mu J$  است. وقتی خازن دارای اختلاف پتانسیل  $5V$  و انرژی  $10 \mu J$  است، (الف) نیروی محرکه الکتریکی دو سر القاگر و (ب) انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی چقدرند؟

### مسئله نمونه ۲۷-۲

برای وضعیت شرح داده شده در مسئله نمونه ۲۷-۱، فرض کنید پیچه (القاگر) در زمان  $t=0$  به یک خازن پر شده متصل شود. در نتیجه مدار  $LC$  مشابه مدار شکل ۲۷-۱ خواهد بود. (الف) اختلاف پتانسیل  $v_L(t)$  دو سر القاگر برحسب تابعی از زمان چقدر است؟

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{C} q = 0 \quad (\text{نوسانهای } LC) \quad (27-11)$$

این یک معادله دیفرانسیل است که نوسانهای مدار  $LC$  بدون مقاومت را توصیف می‌کند. معادله‌های ۲۷-۱۱ و ۲۷-۷ دقیقاً شکل ریاضی مشابهی دارند.

### نوسانهای بار و جریان

چون معادله‌های دیفرانسیل به طور ریاضی مشابه‌اند، حل آنها نیز باید به طور ریاضی مشابه باشند. چون  $q$  متناظر با  $x$  است، می‌توانیم حل عمومی معادله ۲۷-۱۱ را با قیاس با معادله ۲۷-۸ به صورت زیر بنویسیم

$$q = Q \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{بار}) \quad (27-12)$$

که در آن  $Q$  دامنه تغییرات بار،  $\omega$  بسامد زاویه‌ای نوسانهای الکترومغناطیسی و  $\phi$  ثابت فاز است.

مشتق اول معادله ۲۷-۱۲ نسبت به زمان، جریان نوسانگر  $LC$  را به دست می‌دهد

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega Q \sin(\omega t + \phi) \quad (\text{جریان}) \quad (27-13)$$

دامنه  $I$  این جریان متغیر سینوسی برابر است با

$$I = \omega Q \quad (27-14)$$

پس می‌توانیم معادله ۲۷-۱۳ را به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$i = -I \sin(\omega t + \phi)$$

### بسامدهای زاویه‌ای

با قرار دادن معادله ۲۷-۱۲ و مشتق دوم آن نسبت به زمان در معادله ۲۷-۱۱، می‌توانیم بیازماییم که آیا معادله ۲۷-۱۲ حل معادله ۲۷-۱۱ هست یا نه. مشتق اول معادله ۲۷-۱۲ به صورت معادله ۲۷-۱۳ است. پس مشتق دوم عبارت است از

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -\omega^2 Q \cos(\omega t + \phi)$$

با قراردادن  $q$  و  $d^2 q / dt^2$  در معادله ۲۷-۱۱، داریم

$$-L \omega^2 Q \cos(\omega t + \phi) + \frac{1}{C} Q \cos(\omega t + \phi) = 0$$

با حذف  $Q \cos(\omega t + \phi)$  و ترتیب مجدد این رابطه به دست می‌آید

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

به این ترتیب اگر  $\omega$  برابر با مقدار ثابت  $1/\sqrt{LC}$  باشد، معادله ۲۷-۱۲ در واقع حل معادله ۲۷-۱۱ است. توجه کنید که این عبارت برای  $\omega$  دقیقاً همانی است که به وسیله معادله ۲۷-۴ و با آزمون متناظرها به آن دست یافتیم.

ثابت فاز  $\phi$  در معادله ۲۷-۱۲ با شرایط موجود در یک زمان معین، تعیین می‌شود - برای مثال در  $t=0$ . اگر این شرایط  $\phi=0$  را در  $t=0$  به دست دهند، معادله ۲۷-۱۲ مستلزم آن است که  $q=Q$  و معادله ۲۷-۱۳ مستلزم آن است که  $i=0$

**نکته کلیدی** بار روی خازن بنابر معادله ۲۷-۱۲ نوسان می‌کند و جریان به شکل معادله ۲۷-۱۳ است. چون  $\phi = 0$ ، آن معادله به دست می‌دهد

$$i = -\omega Q \sin \omega t$$

محاسبه‌ها: با مشتق گیری، داریم

$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}(-\omega Q \sin \omega t) = -\omega^2 Q \cos \omega t$$

می‌توان با قراردادن  $CV_C$  به جای  $Q$  (چون  $C$  و  $V_C$  را می‌دانیم ولی  $Q$  را نمی‌دانیم) و  $1/\sqrt{LC}$  به جای  $\omega$ ، از معادله ۲۷-۴ این معادله را ساده کرد. داریم

$$\frac{di}{dt} = -\frac{1}{LC} CV_C \cos \omega t = -\frac{V_C}{L} \cos \omega t$$

این رابطه حاکی از آن است که جریان با آهنگ متغیر (سینوسی) تغییر می‌کند و بیشینه آهنگ تغییر عبارت است از

$$\frac{V_C}{L} = \frac{57V}{0.012H} = 4750 \text{ A/s} \approx 4800 \text{ A/s} \quad (\text{پاسخ})$$

## ۲۷-۵ نوسانهای میرا در مدار RLC

مداری را که شامل مقاومت، القايدگي و ظرفيت است مدار RLC می‌نامند. در اینجا فقط مدارهای RLC متوالی، مشابه آنچه در شکل ۲۷-۵ نشان داده شده است را مورد بحث قرار می‌دهیم. با وجود  $R$ ، انرژی الکترومغناطیسی  $U$  کل مدار (مجموع انرژی الکتریکی و انرژی مغناطیسی) دیگر ثابت نیست؛ بلکه وقتی انرژی به انرژی گرمایی در مقاومت تبدیل شود، به مرور زمان کاهش می‌یابد. به علت این اتلاف انرژی، دامنه نوسانهای بار، جریان و اختلاف پتانسیل به طور پیوسته کاهش می‌یابند، و می‌گویند نوسانها میرا هستند.

برای تحلیل نوسانهای این مدار، معادله‌ای برای انرژی الکترومغناطیسی  $U$  کل مدار در هر لحظه می‌نویسیم. چون مقاومت انرژی الکترومغناطیسی را ذخیره نمی‌کند، می‌توانیم معادله ۲۷-۹ را به کار ببریم

$$U = U_B + U_E = \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C} \quad (27-22)$$

ولی، اکنون وقتی انرژی به انرژی گرمایی تبدیل شود، انرژی کل کاهش می‌یابد. آهنگ این تبدیل، از معادله ۲۲-۲۷ عبارت است از

$$\frac{dU}{dt} = -i^2 R \quad (27-23)$$

علامت منفی بیانگر این است که  $U$  کاهش می‌یابد. با مشتق گیری از معادله ۲۲-۲۷ نسبت به زمان و سپس با قراردادن نتیجه در معادله ۲۷-۲۳، داریم

$$\frac{dU}{dt} = Li \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = -i^2 R$$

با قراردادن  $dq/dt$  به جای  $i$  و  $d^2q/dt^2$  به جای  $di/dt$ ، داریم

**نکته‌های کلیدی** (۱) جریان و اختلاف پتانسیلهای مدار نوسانهای سینوسی انجام می‌دهند. (۲) هنوز هم می‌توانیم قاعده حلقه را برای این مدار نوسان کننده به کار ببریم- درست همان طوری که برای مدارهای غیرنوسانی در فصل ۲۳ به کار بردیم.

محاسبه‌ها: در هر لحظه  $t$  در حین نوسانها، قاعده حلقه و شکل ۲۷-۱ به دست می‌دهند

$$v_L(t) = v_C(t) \quad (27-18)$$

یعنی، اختلاف پتانسیل  $v_L$  دو سر القاگر همواره باید با اختلاف پتانسیل  $v_C$  دو سر خازن برابر باشد، به طوری که اختلاف پتانسیل خالص دور مدار برابر صفر است. بنابراین، اگر بتوانیم  $v_C(t)$  را به دست آوریم،  $v_L(t)$  را به دست خواهیم آورد و  $v_C(t)$  را می‌توانیم از  $q(t)$  با معادله ۲۱-۱ ( $q = CV$ ) به دست آوریم

چون اختلاف پتانسیل  $v_C(t)$  وقتی که در زمان  $t=0$  نوسانها شروع می‌شوند، بیشینه است، پس بار  $q$  روی خازن نیز باید بیشینه باشد. بنابراین، ثابت فاز  $\phi$  باید صفر باشد؛ در نتیجه معادله ۲۷-۱۲ به دست می‌دهد

$$q = Q \cos \omega t \quad (27-19)$$

(توجه کنید که این تابع کسینوسی در واقع بیشینه  $q (=Q)$  را در  $t=0$  به دست می‌دهد.) برای به دست آوردن اختلاف پتانسیل  $v_C(t)$ ، دو طرف معادله ۲۷-۱۹ را بر  $C$  تقسیم می‌کنیم، داریم

$$\frac{q}{C} = \frac{Q}{C} \cos \omega t$$

با استفاده از معادله ۲۱-۱ می‌توان نوشت

$$v_C = V_C \cos \omega t \quad (27-20)$$

در اینجا،  $V_C$  دامنه نوسانها در اختلاف پتانسیل  $v_C$  دو سر خازن است.

حال با قراردادن  $v_C = v_L$  از معادله ۲۷-۱۸، خواهیم داشت

$$v_L = V_C \cos \omega t \quad (27-21)$$

با توجه به اینکه دامنه  $V_C$  برابر اختلاف پتانسیل اولیه (بیشینه) دو سر خازن و  $57V$  است، می‌توانیم سمت راست این معادله را حساب کنیم. سپس با به کار بردن مقادیرهای  $L$  و  $C$  از مسئله نمونه ۲۷-۱، می‌توان از معادله ۳۱-۴ مقدار  $\omega$  را به دست آورد

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{[(0.012 \text{ H})(1/5 \times 10^{-6} \text{ F})]^{1/2}} \\ = 7454 \text{ rad/s} \approx 7500 \text{ rad/s}$$

پس از معادله ۲۷-۲۱ داریم

$$v_L = (57V) \cos(7500 \text{ rad/s})t \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) آهنگ بیشینه  $(di/dt)_{\max}$  که در آن جریان  $i$  در مدار تغییر می‌کند، چقدر است؟

**نکته کلیدی** دامنه نوسانهای بار به طور نمایی نسبت به زمان کاهش می یابد. بنابر معادله ۲۷-۲۵ دامنه بار در زمان  $t$  برابر  $Qe^{-Rt/\gamma L}$  است که در آن  $Q$  دامنه در زمان  $t=0$  است.

**محاسبه ها:** ما زمانی را می خواهیم که دامنه نوسانهای بار به  $0.50$  کاهش یابد، یعنی وقتی که

$$Qe^{-Rt/\gamma L} = 0.50Q$$

با حذف  $Q$  و گرفتن لگاریتم طبیعی از دو طرف معادله، داریم

$$-\frac{Rt}{\gamma L} = \ln 0.50$$

با حل این معادله برای  $t$  و سپس قراردادن داده های مسئله، داریم

$$t = \frac{\gamma L}{R} \ln 0.50 = \frac{(2)(12 \times 10^{-3} \text{ H})(\ln 0.50)}{1/5 \Omega}$$

$$= 0.011 \text{ s} \approx 11 \text{ ms}$$

(پاسخ)

(ب) چند نوسان کامل در این مدت انجام می شود؟

**نکته کلیدی** زمان یک نوسان کامل همان دوره تناوب

$T = 2\pi/\omega$  است که در آن بسامد زاویه ای برای نوسانهای  $LC$

با معادله ۲۷-۴  $(\omega = 1/\sqrt{LC})$  داده می شود.

**محاسبه ها:** در بازه زمانی  $\Delta t = 0.011 \text{ s}$ ، تعداد نوسانهای کامل

برابر است با

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\Delta t}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{0.011 \text{ s}}{2\pi[(12 \times 10^{-3} \text{ H})(1/6 \times 10^{-6} \text{ F})]^{1/2}} \approx 13$$

(پاسخ)

به این ترتیب، دامنه تقریباً در ۱۳ نوسان کامل به  $0.50\%$  کاهش می یابد. این میرایی کمتر از آنی است که در شکل ۲۷-۳ نشان داده شده است، و در آن دامنه کمی بیشتر از  $0.50\%$  در یک نوسان کاهش می یابد.

## ۲۷-۶ جریان متناوب

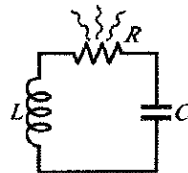
اگر یک منبع نیروی محرکه الکتریکی خارجی به قدر کافی انرژی تأمین کند که اتلاف انرژی گرمایی را در مقاومت  $R$  جبران نماید، نوسانها در  $RLC$  میرا نخواهند شد. مدارهایی که در خانه ها، اداره ها و کارخانه ها به کار می روند شامل مدارهای  $RLC$  بی شماری هستند که این انرژی را از شرکتهای برق منطقه ای دریافت می کنند. در اغلب کشورها این انرژی به وسیله نیروهای محرکه الکتریکی و جریانهای نوسانی، موسوم به **جریان متناوب** یا به اختصار **ac**، تأمین می شود. (جریان غیر نوسانی باتری **جریان مستقیم** یا **dc** نامیده می شود.) این نیروهای محرکه الکتریکی و جریانهای نوسانی به طور سینوسی نسبت به زمان تغییر می کنند، جهت آنها (در آمریکای شمالی) در هر ثانیه ۱۲۰ مرتبه عوض می شود و در نتیجه دارای بسامد  $f = 60 \text{ Hz}$  هستند.

www.iran-mavad.com

در نگاه اول، این آرایش ممکن است عجیب باشد، دیده ایم که تندی رانش الکترونهای رسانش در سیم کشی خانه ها، نوعاً

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0 \quad (\text{مدار } RLC) \quad (24-27)$$

که یک معادله دیفرانسیل برای نوسانهای میرا در مدار  $RLC$  است.



شکل ۲۷-۵ یک مدار  $RLC$  متوالی. وقتی بار موجود در مدار در مقاومت به عقب و جلو نوسان می کند، انرژی الکترومغناطیسی به صورت انرژی گرمایی تلف می شود و نوسانها را میرا می کند (دامنه نوسانها کاهش می یابد).

حل معادله ۲۷-۲۴ عبارت است از

$$q = Qe^{-Rt/\gamma L} \cos(\omega t + \phi) \quad (25-27)$$

که در آن

$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - (R/\gamma L)^2} \quad (26-27)$$

که در آن نظیر نوسانگر نامیرا  $\omega = 1/\sqrt{LC}$  است. معادله ۲۷-۲۵ نشان می دهد که چطور، بار روی خازن در یک مدار  $RLC$  میرا نوسان می کند.

معادله ۲۷-۲۵ یک نوسان سینوسی (تابع کسینوسی) را که با دامنه  $Qe^{-Rt/\gamma L}$  به طور نمایی کاهش می یابد (عاملی که در کسینوس ضرب می شود) توصیف می کند. بسامد زاویه ای  $\omega'$  نوسانهای میرا همیشه کمتر از بسامد زاویه ای  $\omega$  نوسانهای نامیراست؛ ولی، در اینجا فقط وضعیتهایی را بررسی می کنیم که  $R$  به قدر کافی کوچک باشد تا بتوانیم  $\omega$  را به جای  $\omega'$  قرار دهیم. در مرحله بعد عبارتی را برای انرژی الکترومغناطیسی  $U$  کل مدار به عنوان تابعی از زمان به دست می آوریم. یک روش برای انجام این کار این است که نظر خود را به انرژی میدان الکتریکی در خازن که به وسیله معادله ۲۷-۱  $(U_E = q^2/2C)$  داده شده است، معطوف کنیم. با قرار دادن معادله ۲۷-۲۵ در ۲۷-۱ خواهیم داشت

$$U_E = \frac{q^2}{2C} = \frac{[Qe^{-Rt/\gamma L} \cos(\omega' t + \phi)]^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C} e^{-Rt/L} \cos^2(\omega' t + \phi) \quad (27-27)$$

بنابراین، انرژی میدان الکتریکی بنابر جمله مربع کسینوس و دامنه ای که به طور نمایی نسبت به زمان کاهش می یابد، نوسان می کند.

## مسئله نمونه ۳۱-۳

یک مدار  $RLC$  متوالی شامل القايدگي  $L = 12 \text{ mH}$ ، ظرفيت  $C = 1/6 \mu\text{F}$  و مقاومت  $R = 1/5 \Omega$  است.

(الف) در چه زمان  $t$  دامنه نوسانهای بار در مدار  $0.50\%$  میرا می شود؟  
(ب) چند نوسان کامل در این مدت انجام می شود؟

مستقیم (نا متناوب) با ماشینهای چرخان مانند مولدها و موتورهای بیشتر سازگار است.

شکل ۲۷-۶ مدل ساده‌ای از یک مولد ac را نشان می‌دهد. وقتی یک حلقهٔ رسانا در میان یک میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}$  بچرخد، یک نیروی محرکهٔ الکتریکی  $\mathcal{E}$  سینوسی در حلقه القا می‌شود

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t \quad (27-28)$$

بسامد زاویه‌ای  $\omega_d$  نیروی محرکهٔ الکتریکی برابر است با تندی زاویه‌ای چرخش حلقه در میدان مغناطیسی؛ فاز emf برابر  $\omega_d t$  و دامنهٔ emf برابر  $\mathcal{E}_m$  است (زیرنویس برای مشخص کردن مقدار بیشینه است). وقتی حلقهٔ چرخان قسمتی از یک مسیر رسانای بسته باشد، این emf یک جریان سینوسی (متناوب) با همان بسامد زاویه‌ای را در امتداد مسیر ایجاد (تحریک) می‌کند، که بسامد زاویه‌ای محرک نامیده می‌شود. می‌توانیم جریان را به صورت زیر بنویسیم

$$i = I \sin(\omega_d t - \phi) \quad (27-29)$$

که در آن  $I$  دامنهٔ جریان ایجاد شده است. فاز  $\omega_d t - \phi$  جریان به جای  $\omega_d t + \phi$  به طور قراردادی با علامت منفی نوشته شده است. ثابت فاز  $\phi$  را در معادلهٔ ۲۷-۲۹ به این علت قرار داده‌ایم که جریان  $i$  ممکن است با نیروی محرکهٔ الکتریکی  $\mathcal{E}$  هم‌فاز نباشد، همان‌طور که خواهید دید، ثابت فاز به مشخصه‌های مداری مربوط است که مولد به آن بسته شده است. همچنین می‌توانیم با قراردادن  $2\pi f_d$  به جای  $\omega_d$  در معادلهٔ ۲۷-۲۹ جریان  $i$  را برحسب بسامد محرک  $f_d$  نیروی محرکهٔ الکتریکی بنویسیم.

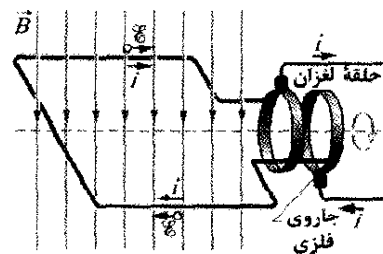
## ۲۷-۲۸ نوسانهای واداشته

دیدیم با شروع نوسان، بار، اختلاف پتانسیل و جریان در دو مدار نامیرای LC و میرای RLC (با مقاومت به حد کافی کوچک) با بسامد زاویه‌ای  $\omega = 1/\sqrt{LC}$  نوسان می‌کنند. چنین نوسانهایی، نوسانهای آزاد (آزاد از هر نیروی محرکهٔ الکتریکی خارجی) نام دارند و بسامد زاویه‌ای  $\omega$ ، بسامد زاویه‌ای طبیعی مدار نامیده می‌شود.

وقتی emf متناوب خارجی با معادلهٔ ۲۷-۲۸ به یک مدار RLC متصل شود، نوسانهای بار، اختلاف پتانسیل و جریان، نوسانهای تحریک شده یا نوسانهای واداشته گفته می‌شوند. این نوسانها همواره در بسامد زاویه‌ای تحریکی  $\omega_d$  رخ می‌دهند.

$m/s \times 10^{-5} \times 4$  است. اکنون، اگر جهت آنها در هر  $\frac{1}{120}$  عوض شود، چنین الکترونیایی در یک نیم چرخه فقط می‌توانند تقریباً  $m \times 10^{-7} \times 3$  حرکت کنند. با این آهنگ، یک الکترون نوعی پیش از تغییر جهت نمی‌تواند از کنار بیش از ۱۰ اتم در سیم گذر کند. پس، آیا عجیب نیست که الکترون بتواند به هر جایی برود؟

اگر چه این پرسش ممکن است نگران کننده باشد، اما نیازی به بررسی آن نیست. الکترونها رسانش مجبور نیستند «به هر جایی بروند». وقتی می‌گوییم که جریان در سیم یک آمپر است، منظور ما این است که بار از هر صفحه‌ای که سیم را قطع کند با آهنگ یک کولن بر ثانیه عبور می‌کند. تندی که حاملهای بار از صفحه می‌گذرند مستقیماً حائز اهمیت نیست، یک آمپر ممکن است به تعداد زیادی از حاملهای بار که خیلی به آهستگی حرکت می‌کنند یا به تعداد کمی که خیلی سریع حرکت می‌کنند، مربوط باشد. علاوه بر این، سیگنالی که برای معکوس کردن جهتها به الکترونها می‌رسد - که از نیروی محرکهٔ الکتریکی متناوب مولد کارخانه برق سرچشمه می‌گیرد - در امتداد سیم نزدیک به تندی نور انتشار می‌یابد. همهٔ الکترونها، بدون توجه به اینکه در کجا واقع‌اند، تقریباً به طور همزمان دستور معکوس شدن جهت را دریافت می‌کنند. بالاخره، توجه داریم که برای اغلب وسایل، مانند لامپ روشنایی و نان برشته کن، تا وقتی الکترونها به گونه‌ای حرکت کنند تا از طریق برخورد با اتمهای وسایل، انرژی به وسایل منتقل شود، جهت حرکت آنها اهمیتی ندارد.



شکل ۲۷-۶ ساز و کار اصلی مولد جریان متناوب یک حلقهٔ رساناست که در یک میدان مغناطیسی خارجی می‌چرخد. در عمل، یک emf متناوب القایی در پیچهای با تعداد دور زیاد سیم به وسیلهٔ حلقه‌های لغزان متصل به قاب چرخان حاصل می‌شود. هر حلقه به یک سر سیم قاب متصل است و به وسیلهٔ یک جاروی رسانا که در مقابلش می‌لغزد به بقیهٔ مدار مولد الکتریکی وصل شده است.

مزیت اصلی جریان متناوب چنین است: وقتی جریان متناوب است، میدان مغناطیسی اطراف رسانا نیز متناوب است. این امر استفاده از قانون القای فارادی را امکانپذیر می‌کند، و این بدان معناست که علاوه بر کارهای دیگر، چنانکه بعداً خواهیم دید می‌توان بزرگی یک اختلاف پتانسیل متناوب را با استفاده از دستگاهی به نام مبدل، بالابرد (افزایش داد) یا پایین آورد (کاهش داد). علاوه بر این، جریان متناوب نسبت به جریان

بسامد زاویه‌ای طبیعی  $\omega$  یک مدار هر مقداری داشته باشد، نوسانهای واداشته بار، جریان و اختلاف پتانسیل در مدار همواره در بسامد زاویه‌ای تحریکی  $\omega_d$  رخ می‌دهد.



از معادله ۲۷-۲۹، همچنین می‌توان این جریان را به صورت زیر نیز نوشت

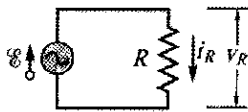
$$i_R = I_R \sin(\omega_d t - \phi) \quad (۲۷-۳۲)$$

که در آن دامنه جریان  $i_R$  در مقاومت است. با مقایسه معادله‌های ۲۷-۳۱ و ۲۷-۳۲ ملاحظه می‌کنیم که، برای بار مقاومتی خالص ثابت فاز  $\phi = 0$  است. هم‌چنین ملاحظه می‌کنیم که دامنه ولتاژ و دامنه جریان با رابطه زیر هم مربوط‌اند

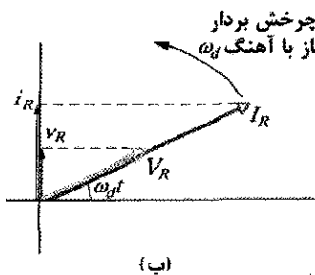
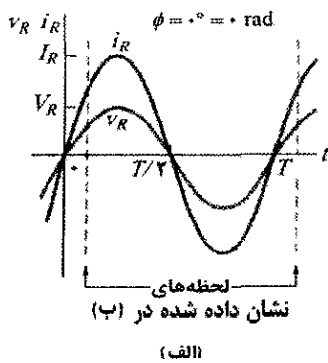
$$V_R = I_R R \quad (\text{مقاومت}) \quad (۲۷-۳۳)$$

اگر چه این رابطه به مدار شکل ۸-۲۷ مربوط است، ولی در مورد هر مقاومتی در مدار متناوب صادق است.

با مقایسه معادله‌های ۲۷-۳۰ و ۲۷-۳۱ می‌بینیم که کمیت‌های متغیر نسبت به زمان  $v_R$  و  $i_R$ ، هر دو تابع  $\sin \omega_d t$  با  $\phi = 0$ ، هستند. به این ترتیب، این دو کمیت هم‌فازند، به این معنا که بیشینه (و کمینه) متناظر آنها در یک زمان رخ می‌دهد. شکل ۲۷-۹ الف که نموداری از  $v_R(t)$  و  $i_R(t)$  است، همین امر را نشان می‌دهد.



شکل ۲۷-۸ مقاومتی به دو سر یک مولد جریان متناوب متصل است.

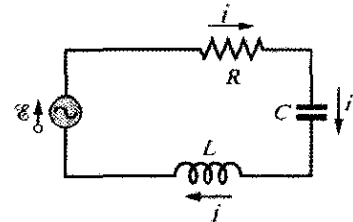


شکل ۲۷-۹ الف) جریان  $i_R$  و اختلاف پتانسیل  $v_R$  دو سر مقاومت، برحسب زمان  $t$ ، در یک نمودار رسم شده‌اند. آنها هم‌فازند و یک چرخه را در یک زمان تناوب  $T$  طی می‌کنند. (ب) نمودار بردار فاز همین امر در (الف) را نشان می‌دهد.

البته، همان‌طور که در بخش ۲۷-۹ خواهیم دید، دامنه نوسانها به میزان خیلی زیادی به نزدیکی  $\omega_d$  و  $\omega$  بستگی دارد. وقتی دو بسامد زاویه‌ای یکسان شوند- شرطی که تشدید نامیده می‌شود - دامنه  $I$  جریان در مدار بیشینه خواهد بود.

## ۲۷-۸ سه مدار ساده

بعداً در این فصل، یک وسیله emf متناوب خارجی را به ترتیب شکل ۲۷-۷ به یک مدار  $RLC$  متوالی وصل می‌کنیم. سپس عبارتهایی برای دامنه  $I$  و ثابت فاز  $\phi$  جریان نوسانی سینوسی برحسب دامنه  $\mathcal{E}_m$  و بسامد زاویه‌ای  $\omega_d$  نیروی محرکه الکتریکی خارجی به دست می‌آوریم. ابتدا سه مدار ساده‌تر را در نظر می‌گیریم که هر یک دارای نیروی محرکه الکتریکی خارجی و فقط عنصر مدار  $R$ ،  $C$  یا  $L$  هستند. با عنصر مقاومت (بار مقاومتی خالص) شروع می‌کنیم.



شکل ۲۷-۷ یک مدار تک حلقه که شامل مقاومت، خازن و القاگر است. مولدی که، با موج سینوسی در دایره نشان داده شده است نیروی محرکه الکتریکی متناوبی ایجاد می‌کند که یک جریان متناوب به وجود می‌آورد؛ جهت‌های نیروی محرکه الکتریکی و جریان در اینجا فقط برای یک لحظه مشخص شده‌اند.

## بار مقاومتی

شکل ۲۷-۸ مداری را نشان می‌دهد که شامل یک مقاومت به اندازه  $R$  و یک مولد ac با emf متناوب با معادله ۲۷-۲۸ است. بنابر قاعده حلقه داریم

$$\mathcal{E} - v_R = 0$$

با استفاده از معادله ۲۷-۲۸، خواهیم داشت

$$v_R = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t$$

چون دامنه  $V_R$  اختلاف پتانسیل متناوب (یا ولتاژ) دو سر مقاومت با دامنه  $\mathcal{E}_m$ ، emf متناوب برابر است، می‌توانیم رابطه بالا را به صورت زیر بنویسیم

$$v_R = V_R \sin \omega_d t \quad (۲۷-۳۰)$$

از تعریف مقاومت ( $R = V/i$ )، اکنون می‌توانیم جریان  $i_R$  در مقاومت را به این صورت بنویسیم

$$i_R = \frac{v_R}{R} = \frac{V_R}{R} \sin \omega_d t \quad (۲۷-۳۱)$$

برای به دست آوردن  $v_R(t)$ ، معادله ۲۷-۲۸ را به کار می‌بریم و داریم

$$v_R(t) = \mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t \quad (27-34)$$

حال با قراردادن  $\mathcal{E}_m = 36/0 \text{ V}$  و

$$\omega_d = 2\pi f_d = 2\pi (60 \text{ Hz}) = 120\pi$$

داریم

$$v_R = (36/0 \text{ V}) \sin (120\pi t) \quad (\text{پاسخ})$$

می‌توانیم برای سادگی، سینوس را به همین شکل رها کنیم یا آنرا به صورت  $(377 \text{ rad/s})$  یا  $(377 \text{ s}^{-1})t$  بنویسیم.

(ب) جریان  $i_R(t)$  در مقاومت چگونه و دامنه  $IR$  جریان  $i_R(t)$  چقدر است؟

**نکته کلیدی** در مدار ac با بار مقاومتی خالص، جریان متناوب

$i_R(t)$  در مقاومت با اختلاف پتانسیل متناوب  $v_R(t)$  همفاز است، یعنی ثابت فاز  $\phi$  برای این جریان برابر صفر است.

**محاسبه‌ها:** در اینجا می‌توان معادله ۲۷-۲۹ را به صورت زیر نوشت

$$i_R = I_R \sin(\omega_d t - \phi) = I_R \sin \omega_d t \quad (27-35)$$

از معادله ۲۷-۳۳ دامنه  $I_R$  برابر است با

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{36/0 \text{ V}}{200} = 0/180 \text{ A} \quad (\text{پاسخ})$$

با قرار دادن این و  $\omega_d = 2\pi f_d = 120\pi$  در معادله ۲۷-۳۵، داریم

$$i_R = (0/180 \text{ A}) \sin (120\pi t) \quad (\text{پاسخ})$$

### بار خازنی

شکل ۲۷-۱۰ مداری را نشان می‌دهد که شامل یک خازن و یک مولد با emf متناوب با معادله ۲۷-۲۸ است. با به کار بردن قاعده حلقه و پیروی از روشی که برای به دست آوردن معادله ۲۷-۳۰ انجام دادیم، در می‌یابیم که اختلاف پتانسیل دو سرخازن برابر است با

$$v_C = V_C \sin \omega_d t \quad (27-36)$$

که در آن  $V_C$  دامنه ولتاژ متناوب دو سر خازن است. از تعریف ظرفیت می‌توانیم رابطه زیر را نیز بنویسیم

$$q_C = C v_C = C V_C \sin \omega_d t \quad (27-37)$$

ولی، چون توجه ما به جای بار به جریان است، بنابراین، از معادله ۲۷-۳۷ مشتق می‌گیریم تا رابطه زیر به دست آید

$$i_C = \frac{dq_C}{dt} = \omega_d C V_C \cos \omega_d t \quad (27-38)$$

اکنون معادله ۲۷-۳۸ را از دو نظر اصلاح می‌کنیم. ابتدا به

دلیل تقارن در نمادها، کمیت  $X_C$  را که واکنشی خازنی

نامیده می‌شود به صورت زیر تعریف می‌کنیم  
www.iran-mavad.com مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

توجه کنید که در اینجا  $v_R$  و  $i_R$  کاهش نمی‌یابند چون مولد انرژی تلف شده در  $R$  را تأمین می‌کند.

کمیت‌های متغیر نسبت به زمان  $v_R$  و  $i_R$  را می‌توان به طور هندسی به وسیله بردارهای فاز (فازورها) نیز نشان داد. بردارهای فاز بردارهایی هستند که دور یک مبدأ می‌چرخند. آنهایی که بیانگر ولتاژ دو سر و جریان در مقاومت شکل ۲۷-۸ هستند در یک زمان اختیاری  $t$  در شکل ۲۷-۹ ب نشان داده شده‌اند. این بردارهای فاز دارای خواص زیرند:

**تندی زاویه‌ای:** هر دو بردار فاز به طور پادساعتگرد با تندی زاویه‌ای برابر با بسامد زاویه‌ای  $\omega_d$  مربوط به  $v_R$  و  $i_R$  دور مبدأ می‌چرخند.

**طول:** طول هر بردار فاز بیانگر دامنه کمیت متناوب است:  $V_R$  برای ولتاژ و  $I_R$  برای جریان.

**تصویر:** تصویر هر بردار فاز روی محور قائم بیانگر کمیت متناوب در زمان  $t$  است:  $v_R$  برای ولتاژ و  $i_R$  برای جریان.

**زاویه چرخش:** زاویه چرخش بردار فاز با فاز کمیت متناوب در زمان  $t$ ، برابر است. در شکل ۲۷-۹ ب، ولتاژ و جریان همفازند؛ بنابراین، بردار فاز آنها دارای فاز یکسان  $\omega_d t$  و زاویه چرخش یکسانی هستند و در نتیجه با هم می‌چرخند.

حال به طور ذهنی چرخش را پی‌گیری کنید. آیا می‌توانید ببینید که بردارهای فاز به گونه‌ای که  $\omega_d t = 90^\circ$  باشد چرخیده‌اند (آنها به طور قائم به سمت بالا هستند)، و بنابراین آنها درست بیانگر این هستند که  $v_R = V_R$  و  $i_R = I_R$  است؟ معادله‌های ۲۷-۳۰ و ۲۷-۳۲ نتیجه یکسانی به دست می‌دهند.

✓ **نکته واریسی ۳** اگر بسامد جریان تحریکی را در مداری با بار مقاومتی خالص افزایش دهیم، آیا (الف) دامنه  $V_R$  و (ب) دامنه  $I_R$  افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد یا یکسان باقی می‌ماند؟

### مسئله نمونه ۲۷-۴

بار مقاومتی خالص. در شکل ۲۷-۸، مقاومت  $R$  برابر  $200 \Omega$  و مولد نیروی محرکه الکتریکی متناوب سینوسی با دامنه  $\mathcal{E}_m = 36/0 \text{ V}$  و بسامد  $f_d = 60/0 \text{ Hz}$  کار می‌کند. (الف) اختلاف پتانسیل  $v_R(t)$  دو سر مقاومت بر حسب زمان چگونه و دامنه  $V_R$  ولتاژ  $v_R(t)$  چقدر است؟

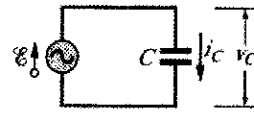
**نکته کلیدی** در مداری با بار مقاومتی خالص، اختلاف پتانسیل

$v_R(t)$  دو سر مقاومت همواره با اختلاف پتانسیل  $\mathcal{E}(t)$  دو سر مولد نیروی محرکه الکتریکی برابر است.

**محاسبه‌ها:** در اینجا داریم  $v_R(t) = \mathcal{E}(t)$  و  $V_R = \mathcal{E}_m$ . چون  $\mathcal{E}_m$  داده شده است، می‌توان نوشت

$$V_R = \mathcal{E}_m = 36/0 \text{ V} \quad (\text{پاسخ})$$

$$X_C = \frac{1}{\omega_d C} \quad (\text{واکنشی خازنی}) \quad (39-27)$$



شکل ۲۷-۱۰ (الف) خازنی به دو سر یک مولد جریان متناوب متصل شده است.

مقدار این کمیت نه تنها به خازن بستگی دارد بلکه به بسامد زاویه‌ای محرک  $\omega_d$  نیز بستگی دارد. از تعریف ثابت زمانی خازنی ( $\tau = RC$ ) می‌دانیم که یکای SI برای  $C$  می‌تواند به صورت ثانیه بر اهم بیان شود. با به کار بردن این در معادله ۲۷-۳۹ در می‌یابیم که یکای SI برای  $X_C$  درست مانند مقاومت  $R$ ، اهم است.

به عنوان دومین اصلاح، در معادله ۲۷-۳۸ مقدار  $\cos \omega_d t$  را با سینوس تغییر فاز یافته جایگزین می‌کنیم، یعنی

$$\cos \omega_d t = \sin(\omega_d t + 90^\circ)$$

با تغییر دادن منحنی سینوسی به اندازه  $90^\circ$  در جهت منفی، می‌توان این اتحاد را ثابت کرد.

با این دو اصلاح، معادله ۲۷-۳۸ به صورت زیر درمی‌آید

$$i_C = \left( \frac{V_C}{X_C} \right) \sin(\omega_d t + 90^\circ) \quad (40-27)$$

از معادله ۲۷-۲۹، همچنین می‌توانیم جریان  $i_C$  در خازن را به صورت زیر بنویسیم

$$i_C = I_C \sin(\omega_d t - \phi) \quad (41-27)$$

که  $I_C$  دامنه  $i_C$  است. با مقایسه معادله‌های ۲۷-۴۰ و ۲۷-۴۱، می‌بینیم که برای یک بار خازنی خالص ثابت فاز برای جریان برابر  $90^\circ$  است. همچنین ملاحظه می‌کنیم که دامنه ولتاژ و دامنه جریان با این رابطه به هم مربوط‌اند

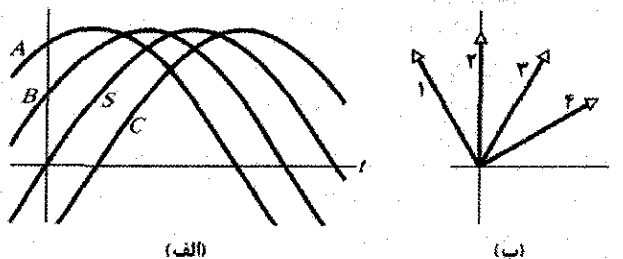
$$V_C = I_C X_C \quad (\text{خازن}) \quad (42-27)$$

اگر چه ما این رابطه را برای مدار شکل ۲۷-۱۰ به دست آوردیم، اما این رابطه برای هر خازن در هر مدار ac به کار می‌رود.

مقایسه معادله‌های ۲۷-۳۶ و ۲۷-۴۰ یا بررسی شکل ۲۷-۱۱ الف، نشان می‌دهد که کمیت‌های  $v_C$  و  $i_C$  به اندازه  $90^\circ$ ،  $\pi/2$  رادیان یا یک چهارم چرخه اختلاف فاز دارند. افزون بر این، می‌بینیم که  $i_C$  از  $v_C$  جلو می‌افتد، به این معنا که اگر جریان  $i_C$  و اختلاف پتانسیل  $v_C$  را در مدار شکل ۲۷-۱۰ در نظر بگیریم درمی‌یابیم که  $i_C$  به اندازه یک چهارم چرخه پیش از  $v_C$  به بیشینه‌اش می‌رسد.

رابطه بین  $i_C$  و  $v_C$  به وسیله نمودار بردار فاز شکل ۲۷-۱۱ ب نمایش داده شده است. همان‌طور که بردارهای فاز نشان می‌دهند، دو کمیت با هم با طور پادساعتگرد می‌چرخند، در واقع بردار فاز مربوط به  $I_C$  از بردار فاز مربوط به  $V_C$  به اندازه  $90^\circ$  جلو می‌افتد؛ یعنی، بردار فاز  $I_C$  یک چهارم چرخه پیش از  $V_C$  به محور قائم می‌رسد. باید متقاعد شوید که نمودار بردار فاز شکل ۲۷-۱۱ ب با معادله‌های ۲۷-۳۶ و ۲۷-۴۰ سازگار است.

✓ نکته و بررسی ۴ شکل (الف) یک منحنی سینوسی  $S(t) = \sin(\omega_d t)$  و سه منحنی سینوسی دیگر  $A(t)$ ،  $B(t)$  و  $C(t)$  را نشان می‌دهد که هر یک به شکل  $\sin(\omega_d t - \phi)$  است. (الف) سه منحنی دیگر را به ترتیب بزرگی مقدار  $\phi$  از مثبت‌ترین تا منفی‌ترین مرتب کنید، (ب) کدام منحنی مربوط به کدام بردار فاز در شکل (ب) است؟ (پ) کدام منحنی از بقیه جلو می‌افتد؟



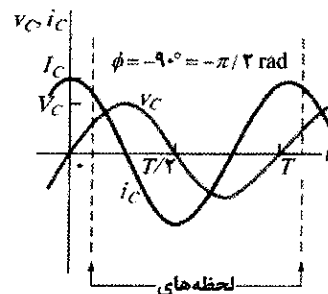
### مسئله نمونه ۲۷-۵

بار خازنی خالص. در شکل ۲۷-۱۰ ظرفیت  $C$  برابر  $15/0 \mu F$

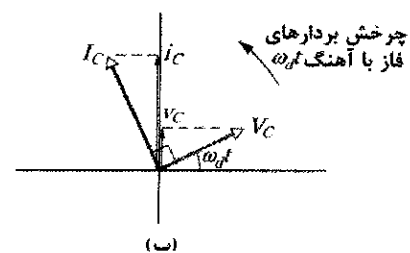
است و مولد نیروی محرکه الکتریکی متناوب سینوسی با دامنه  $V_m = 36/0 V$  و در بسامد  $60/0 Hz$  کار می‌کند.

[www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com)

مرجع دانشجویان و مهندسان مواد

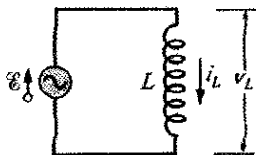


نشان داده شده در (ب) (الف)



(ب)

شکل ۲۷-۱۱ الف جریان در خازن ( $\pi/2 \text{ rad} = 90^\circ$ ) از ولتاژ جلو می‌افتد. (ب) نمودار بردار فاز همین امر را نشان می‌دهد.



شکل ۲۷-۱۲ القاگری به دو سر یک مولد جریان متناوب متصل است.

$$v_L = V_L \sin \omega_d t \quad (۲۷-۴۵)$$

که در آن دامنه  $V_L$  است. از معادله ۲۶-۳۵ ( $\mathcal{E}_L = -L di/dt$ ) می‌توانیم اختلاف پتانسیل دو سر القاگر  $L$  را که در آن جریان با آهنگ  $di/dt$  تغییر می‌کند به صورت زیر بنویسیم

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (۲۷-۴۶)$$

اگر معادله‌های ۲۷-۴۵ و ۲۷-۴۶ را ترکیب کنیم، داریم

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_L}{L} \sin \omega_d t \quad (۲۷-۴۷)$$

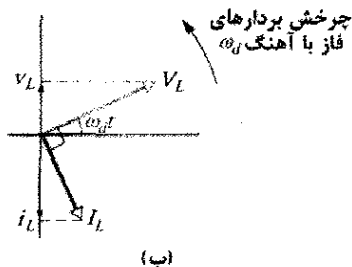
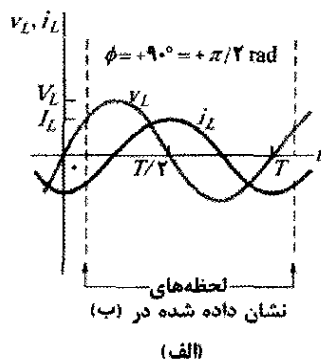
ولی، توجه ما به جای مشتق جریان نسبت به زمان به خود جریان است. جریان را با انتگرالگیری از معادله ۲۷-۴۷ به دست می‌آوریم

$$i_L = \int di_L = \frac{V_L}{L} \int \sin \omega_d t dt = -\left(\frac{V_L}{\omega_d L}\right) \cos \omega_d t \quad (۲۷-۴۸)$$

اکنون این معادله را از دو نظر اصلاح می‌کنیم. ابتدا، به علت تقارن در نمادگذاری، کمیت  $X_L$  را که واکنشی القایی القاگر نامیده می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$X_L = \omega_d L \quad (\text{واکنشی القایی}) \quad (۲۷-۴۹)$$

مقدار  $X_L$  به بسامد زاویه‌ای محرک  $\omega_d$  بستگی دارد. یکای ثابت زمانی القایی  $\tau_L$  بیانگر این است که یکای  $SL$  مربوط به  $X_L$ ، درست نظیر  $X_C$  و  $R$  اهم است.



(ب)

شکل ۲۷-۱۳ (الف) جریان در القاگر  $(\pi/2 \text{ rad}) = 90^\circ$  از ولتاژ عقب می‌افتد. (ب) نمودار بردار فاز همین امر را نشان می‌دهد.

(الف) اختلاف پتانسیل  $v_C(t)$  دو سر خازن چگونه و دامنه  $V_C$  ولتاژ  $v_C(t)$  چقدر است؟

**نکته کلیدی** در مداری با بار خازنی خالص، اختلاف پتانسیل  $v_C(t)$  دو سر خازن همواره با اختلاف پتانسیل  $\mathcal{E}(t)$  دو سر مولد نیروی محرکه الکتریکی یکسان است.

**محاسبه‌ها:** در اینجا داریم  $v_C(t) = \mathcal{E}(t)$  و  $V_C = \mathcal{E}_m$ . چون  $\mathcal{E}_m$  داده شده است، می‌توان نوشت

$$V_C = \mathcal{E}_m = 36.0 \text{ V} \quad (\text{پاسخ})$$

برای به دست آوردن  $v_C(t)$ ، معادله ۲۷-۲۸ را به کار می‌بریم و می‌نویسیم

$$v_C(t) = \mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t \quad (۲۷-۴۳)$$

حال،  $\mathcal{E}_m = 36.0 \text{ V}$  و  $\omega_d = 2\pi f_d = 120\pi$  را در معادله ۲۷-۴۳ قرار می‌دهیم، داریم

$$v_C = (36.0 \text{ V}) \sin(120\pi t) \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) جریان  $i_C(t)$  در مدار برحسب تابعی از زمان چگونه و دامنه  $I_C$  جریان  $i_C(t)$  چقدر است؟

**نکته کلیدی** در یک مدار ac با بار خازنی خالص، جریان متناوب  $i_C(t)$  در خازن به مقدار  $90^\circ$  از اختلاف پتانسیل متناوب  $v_C(t)$  جلو می‌افتد؛ یعنی، ثابت فاز  $\phi$  برای جریان  $90^\circ$  یا  $-\pi/2 \text{ rad}$  است.

**محاسبه‌ها:** در نتیجه، معادله ۲۷-۲۹ را می‌توانیم به این صورت بنویسیم

$$i_C = I_C \sin(\omega_d t - \phi) = I_C \sin(\omega_d t + \pi/2) \quad (۲۷-۴۴)$$

اگر ابتدا واکنشی خازنی  $X_C$  را به دست آوریم می‌توانیم  $I_C$  را از معادله ۲۷-۴۲ ( $V_C = I_C X_C$ ) پیدا کنیم. از معادله ۲۷-۳۹ ( $X_C = 1/\omega_d C$ )، با  $\omega_d = 2\pi f_d$ ، می‌توان نوشت

$$X_C = \frac{1}{2\pi f_d C} = \frac{1}{(2\pi)(60.0 \text{ Hz})(15.0 \times 10^{-6} \text{ F})} = 177 \Omega$$

سپس، از معادله ۲۷-۴۲ دامنه جریان برابر است با

$$I_C = \frac{V_C}{X_C} = \frac{36.0 \text{ V}}{177 \Omega} = 0.203 \text{ A} \quad (\text{پاسخ})$$

با قراردادن این مقدار و  $\omega_d = 2\pi f_d = 120\pi$  در معادله ۲۷-۴۴، داریم

$$i_C = (0.203 \text{ A}) \sin(120\pi t + \pi/2) \quad (\text{پاسخ})$$

### بار القایی

شکل ۲۷-۱۲ مداری را نشان می‌دهد که شامل یک القاگر و مولدی با emf متناوب با معادله ۲۷-۲۸ است. با استفاده از قاعده حلقه و پیروی از روشی که برای به دست آوردن معادله

۲۷-۳۰ به کار بردیم، در می‌یابیم که اختلاف پتانسیل دو سر القاگر برابر است با

## جدول ۲۷

رابطه‌های فاز و دامنه برای جریانها و ولتاژهای متناوب

عنصر مدار	نماد	مقاومت یا مقاومت ظاهری	فاز جریان	ثابت فاز (یا زاویه) $\phi$	رابطه دامنه
مقاومت	R	R	همفاز با $v_R$	۰	$V_R = I_R R$
خازن	C	$X_C = 1/\omega_d C$	از $90^\circ$ جلو می‌افتد	$-90^\circ$	$V_C = I_C X_C$
القارگر	L	$X_L = \omega_d L$	از $90^\circ$ عقب می‌ماند	$+90^\circ$	$V_L = I_L X_L$

## تدبیرهای حل مسئله

## تدبیر ۱: جلو و عقب افتادن فاز در مدارهای ac

رابطه‌های بین جریان  $i$  و ولتاژ  $v$  برای هر یک از سه عنصر مداری که بررسی کردیم، در جدول ۲۷-۲ خلاصه شده است. وقتی ولتاژ متناوب اعمال شده یک جریان متناوب در آنها ایجاد کند، جریان با ولتاژ دو سر مقاومت همفاز است، از ولتاژ دو سر خازن جلو می‌افتد و از ولتاژ دو سر القارگر عقب می‌ماند. اگر در به خاطر درآوردن اینکه آیا  $X_C$  برابر  $\omega_d C$  است (نادرست) یا  $1/\omega_d C$  (درست)، مشکل دارید، سعی کنید به خاطر آورید که  $C$  در «cellar» به معنی (زیر زمین) وجود دارد، یعنی در مخرج است.

## مسئله نمونه ۲۷-۶

بار القایی خالص. در شکل ۲۷-۱۲، القاییدگی  $L$  برابر  $230\text{ mH}$  و مولد نیروی محرکه الکتریکی متناوب سینوسی با دامنه  $\mathcal{E}_m = 360\text{ V}$  و در بسامد  $f_d = 60/\pi\text{ Hz}$  کار می‌کند. (الف) اختلاف پتانسیل  $v_L(t)$  دو سر القارگر چگونه و دامنه  $V_L$  ولتاژ  $v_L(t)$  چقدر است؟

**نکته کلیدی** در مداری با بار القایی خالص، اختلاف پتانسیل  $v_L(t)$  دو سر القارگر همواره با اختلاف پتانسیل  $\mathcal{E}(t)$  دو سر مولد نیروی محرکه الکتریکی یکسان است. محاسبه‌ها: در اینجا داریم،  $v_L(t) = \mathcal{E}(t)$  و  $V_L = \mathcal{E}_m$ . چون  $\mathcal{E}_m$  داده شده است، داریم

$$V_L = \mathcal{E}_m = 360\text{ V} \quad (\text{پاسخ})$$

برای به دست آوردن  $v_L(t)$ ، معادله ۲۷-۲۸ را به کار می‌بریم و می‌نویسیم

$$v_L = \mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t \quad (27-53)$$

حال، با قراردادن  $\mathcal{E}_m = 360\text{ V}$  و  $\omega_d = 2\pi f_d = 120\pi$  در معادله ۲۷-۵۳، داریم

$$v_L = (360\text{ V}) \sin(120\pi t) \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) جریان  $i_L(t)$  در مدار برحسب تابعی از زمان چگونه و دامنه  $I_L$  جریان  $i_L(t)$  چقدر است؟

**نکته کلیدی** در یک مدار ac با بار القایی خالص، جریان متناوب  $i_L(t)$  در القارگر به مقدار  $90^\circ$  از اختلاف پتانسیل

دومین اصلاح این است که تابع  $-\cos \omega_d t$  را در معادله ۲۷-۴۸ با تغییر فازی در سینوس جایگزین می‌کنیم، یعنی

$$-\cos \omega_d t = \sin(\omega_d t - 90^\circ)$$

با جابه‌جا کردن منحنی سینوس به اندازه  $90^\circ$  در جهت مثبت، می‌توان این اتحاد را ثابت کرد. با این دو تغییر، معادله ۲۷-۴۸ به صورت زیر در می‌آید

$$i_L = \left( \frac{V_L}{X_L} \right) \sin(\omega_d t - 90^\circ) \quad (27-50)$$

از معادله ۲۷-۲۹ می‌توانیم معادله جریان در القارگر را به صورت زیر نیز بنویسیم

$$i_L = I_L \sin(\omega_d t - \phi) \quad (27-51)$$

که در آن دامنه جریان  $i_L$  است. با مقایسه معادله‌های ۲۷-۵۰ و ۲۷-۵۱ می‌بینیم که برای بار القایی خالص، ثابت فاز  $\phi$  برای جریان برابر  $+90^\circ$  است. همچنین می‌بینیم که دامنه ولتاژ و دامنه جریان با رابطه زیر به هم مربوطاند

$$V_L = I_L X_L \quad (\text{القارگر}) \quad (27-52)$$

اگر چه ما این رابطه را برای مدار شکل ۲۷-۱۲ به دست آوردیم، اما این رابطه برای هر القارگری در هر مدار ac برقرار است.

مقایسه رابطه‌های ۲۷-۴۵ و ۲۷-۵۰، یا بررسی شکل ۲۷-۱۳ الف نشان می‌دهد که کمیت‌های  $i_L$  و  $v_L$  به اندازه  $90^\circ$  اختلاف فاز دارند. ولی، در این حالت  $i_L$  از  $v_L$  عقب می‌افتد؛ یعنی، اگر جریان  $i_L$  و اختلاف پتانسیل  $v_L$  در مدار شکل ۲۷-۱۲ را مورد توجه قرار دهیم، ملاحظه می‌کنیم که با یک چهارم چرخه تأخیر پس از رسیدن  $v_L$  به بیشینه‌اش،  $i_L$  به بیشینه‌اش می‌رسد. نمودار بردار فاز شکل ۲۷-۱۳ ب نیز همین امر را نشان می‌دهد. وقتی بردارهای فاز در شکل پادساعتگرد می‌چرخند، در واقع بردار فاز نشان داده شده با  $I_L$  نسبت به بردار فاز نشان داده شده با  $v_L$  به اندازه زاویه  $90^\circ$  عقب است. خود را متقاعد کنید که شکل ۲۷-۱۳ ب بیانگر معادله‌های ۲۷-۴۵ و ۲۷-۵۰ است.

✓ **نکته واریسی ۵** اگر بسامد تحریک را در یک مدار با بار خازنی خالص افزایش دهیم، آیا (الف) دامنه  $V_C$  و (ب) دامنه  $I_C$  افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد یا یکسان باقی می‌ماند. اگر در عوض، مدار دارای بار القایی خالص باشد، آیا (پ) دامنه  $V_L$  و (ت) دامنه  $I_L$  افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد یا یکسان باقی می‌ماند.

### دامنه جریان

با شکل ۲۷-۱۴ الف شروع می‌کنیم که بردار فازی را نشان می‌دهد که جریان به معادله ۲۷-۵۶ را در زمان دلخواه  $t$  بیان می‌کند. طول بردار فاز برابر دامنه جریان  $I$  است، تصویر بردار فاز روی محور قائم جریان  $i$  در زمان  $t$ ، و زاویه چرخش بردار فاز،  $\phi - \omega t$  در زمان  $t$  را به دست می‌دهد.

شکل ۲۷-۱۴ ب بردارهای فاز را نشان می‌دهد که ولتاژ دو سر  $R$ ،  $L$  و  $C$  را در زمان  $t$  بیان می‌کند. جهت هر بردار فاز نسبت به زاویه چرخش بردار فاز جریان  $I$  در شکل ۲۷-۱۴ الف بر پایه داده‌های جدول ۲۷-۲ نشان داده شده است.

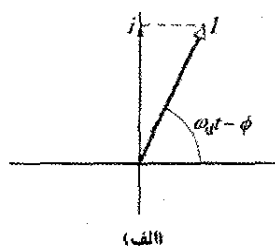
**مقاومت:** در اینجا جریان و ولتاژ هم‌فازند؛ پس، زاویه چرخش بردار فاز ولتاژ  $V_R$  با زاویه چرخش بردار فاز  $I$  برابر است.

**خازن:** در اینجا جریان به اندازه  $90^\circ$  از ولتاژ جلو است؛ در نتیجه، زاویه چرخش بردار فاز ولتاژ  $V_R$ ،  $90^\circ$  کمتر از زاویه چرخش بردار فاز  $I$  است.

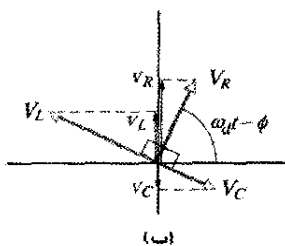
**القار:** در اینجا جریان به اندازه  $90^\circ$  از ولتاژ عقب است؛ در نتیجه، زاویه چرخش بردار فاز ولتاژ  $V_R$ ،  $90^\circ$  بیشتر از زاویه چرخش بردار فاز  $I$  است.

شکل ۲۷-۱۴ ب ولتاژهای لحظه‌ای  $v_R$ ،  $v_C$  و  $v_L$  را در دو سر  $R$ ،  $C$  و  $L$  در زمان  $t$  نیز نشان می‌دهد؛ این ولتاژها تصویر بردارهای فاز متناظر روی محور قائم شکل هستند.

شکل ۲۷-۱۴ ب بردار فازی را نشان می‌دهد که نیروی محرکه الکتریکی اعمال شده با معادله ۲۷-۵۵ را توصیف می‌کند. طول بردار فاز نشان دهنده دامنه  $\mathcal{E}_m$ ، یعنی تصویر بردار فاز نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E}$  روی محور قائم در زمان  $t$  و زاویه چرخش بردار فاز نشان‌دهنده فاز  $\omega t$  نیروی محرکه الکتریکی در زمان  $t$  است.



(الف)



(ب)

متناوب عقب می‌ماند (تدبیر حل مسئله ۱ را به خاطر آورید که این مدار یک «مدار به طور مثبت  $ELI$ » است که به ما می‌گوید  $E$  emf از جریان  $I$  جلو می‌افتد و  $\phi$  مثبت است.)

**محاسبه‌ها:** چون ثابت فاز  $\phi$  برای جریان برابر  $90^\circ + \pi/2 \text{ rad}$  است می‌توان معادله ۲۷-۲۹ را به صورت زیر نوشت

$$i_L = I_L \sin(\omega_d t - \phi) = I_L \sin(\omega_d t - \pi/2) \quad (27-54)$$

اگر در ابتدا واکنایی  $X_L$  را پیدا کنیم سپس می‌توانیم از معادله ۲۷-۵۲ ( $V_L = I_L X_L$ ) دامنه  $I_L$  را به دست آوریم. از معادله ۲۷-۴۹ ( $X_L = \omega_d L$ ) با  $\omega_d = 2\pi f_d$ ، می‌توان نوشت

$$X_L = 2\pi f_d L = (2\pi)(60 \text{ Hz})(33 \times 10^{-3} \text{ H}) = 126 \Omega$$

حال معادله ۲۷-۵۲ حاکی از آن است که دامنه جریان برابر است با

$$I_L = \frac{V_L}{X_L} = \frac{36 \text{ V}}{126 \Omega} = 0.285 \text{ A} \quad (\text{پاسخ})$$

با قراردادن این مقدار و  $\omega_d = 2\pi f_d = 120\pi$  در معادله ۲۷-۵۴ داریم

$$i_L = (0.285 \text{ A}) \sin(120\pi t - \pi/2) \quad (\text{پاسخ})$$

### ۲۷-۹ مدار RLC متوالی

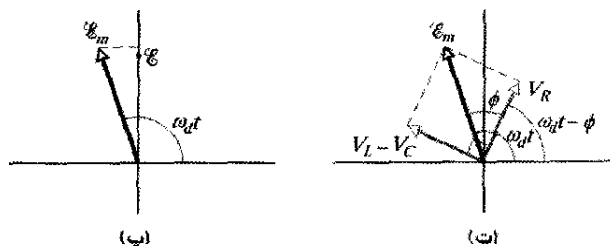
اکنون می‌توانیم نیروی محرکه الکتریکی متناوب معادله ۲۷-۲۸ را برای مدار کامل شکل ۲۷-۷ به کار ببریم

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t \quad (\text{emf اعمال شده}) \quad (27-55)$$

چون  $R$ ،  $L$  و  $C$  متوالی‌اند، جریان یکسان زیر در هر سه ایجاد می‌شود

$$i = I \sin(\omega_d t - \phi) \quad (27-56)$$

می‌خواهیم دامنه  $I$  و ثابت فاز  $\phi$  را به دست آوریم. با به کار بردن نمودار بردار فاز، حل ساده می‌شود.



(ت)

شکل ۲۷-۱۴ (الف) بردار فازی که جریان متناوب را در مدار RLC شکل ۲۷-۷ در زمان  $t$  نشان می‌دهد. دامنه  $I$ ، مقدار لحظه‌ای  $i$ ، و فاز  $(\omega_d t - \phi)$  نشان داده شده‌اند. (ب) بردارهای فاز نشان دهنده ولتاژ دو سر القاگر، مقاومت و خازن نسبت به بردار فاز جریان در (الف)، (پ) بردار فاز نشان دهنده emf متناوب که جریان را در (الف) برقرار می‌کند. (ت) بردار فاز نیروی محرکه الکتریکی جمع برداری سه بردار فاز ولتاژ شکل (ب) است. در اینجا، بردارهای فاز ولتاژ  $V_L$  و  $V_C$  هم به طور برداری جمع شده‌اند تا بردار فاز خالص آنها  $(V_L - V_C)$  حاصل شود.



مقدار  $I$  به اختلاف بین  $\omega_d L$  و  $1/\omega_d C$  در معادله ۲۷-۶۳، یا به طور معادل به اختلاف بین  $X_L$  و  $X_C$  در معادله ۲۷-۶۰ بستگی دارد. در هر معادله، مهم نیست که کدامیک از این دو کمیت بزرگتر است چون تفاضل آنها همیشه مجذور می‌شود. جریانی که در این بخش بیان می‌کنیم جریان حالت پایا است که اندکی پس از اینکه نیروی محرکه الکتریکی تناوبی اعمال شد در مدار برقرار می‌شود. وقتی در ابتدا نیروی محرکه الکتریکی به مداری اعمال شود، در زمان کوتاهی یک جریان گذرا در مدار به وجود می‌آید. مدت این جریان گذرا (قبل از اینکه به صورت جریان حالت پایا درآید) با ثابتهای زمانی  $\tau_L = L/R$  و  $\tau_C = RC$  وقتی عنصرهای القایی و خازنی «شروع به عمل کردند»، تعیین می‌شود. این جریان گذرا، برای مثال، اگر طراحی مدار موتور مناسب نباشد، می‌تواند موقع روشن کردن باعث خرابی آن شود.

### ثابت فاز

از مثلث بردار فاز سمت راست در شکل ۲۷-۱۴ ت و از جدول ۲۷-۲ می‌توانیم بنویسیم

$$\tan \phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{IX_L - IX_C}{IR} \quad (۲۷-۶۴)$$

که به دست می‌دهد

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (\text{ثابت فاز}) \quad (۲۷-۶۵)$$

این نیمه دیگر هدف ماست: یافتن عبارتی برای ثابت فاز  $\phi$  در یک مدار  $RLC$  متوالی با محرک سینوسی. این عبارت به ما سه نتیجه متفاوت برای ثابت فاز به دست می‌دهد که بستگی به مقدارهای نسبی  $X_L$  و  $X_C$  دارد:

$X_L > X_C$ : گفته می‌شود که مدار بیشتر القایی است تا خازنی.

معادله ۲۷-۶۵ حاکی از آن است که برای چنین مداری

$\phi$  مثبت است، و این بدان معناست که بردار فاز  $I$

عقبتر از بردار فاز  $\mathcal{E}_m$  می‌چرخد (شکل ۲۷-۱۵ الف).

نمودارهای  $\mathcal{E}$  و  $i$  نسبت به زمان مشابه شکل ۲۷-۱۵

ب هستند. (شکلهای ۲۷-۱۵ پ و ت با فرض

$X_L > X_C$  رسم شده‌اند.)

$X_C > X_L$  گفته می‌شود که مدار بیشتر خازنی است تا القایی.

معادله ۲۷-۶۵ حاکی از آن است که برای چنین مداری

$\phi$  منفی است و این بدان معناست که بردار فاز  $I$  جلوتر

از بردار فاز  $\mathcal{E}_m$  می‌چرخد (شکل ۲۷-۱۵ ب).

نمودارهای  $\mathcal{E}$  و  $i$  برحسب زمان مشابه شکل ۲۷-۱۵

ت هستند.

$X_C = X_L$ : گفته می‌شود که مدار در تشدید است، حالتی که

بعداً به شرح آن می‌پردازیم. معادله ۲۷-۶۵ حاکی از آن

است که برای چنین مداری  $\phi = 0^\circ$  است، که به این

معناست که بردارهای فاز  $\mathcal{E}_m$  و  $I$  با هم می‌چرخند

(شکل ۲۷-۱۵ ج). نمودارهای  $\mathcal{E}$  و  $i$  برحسب زمان

مانند شکل ۲۷-۱۵ ج هستند.

از قاعده حلقه می‌دانیم که در هر لحظه مجموع ولتاژهای  $v_C$  و  $v_L$  با نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E}$  اعمال شده برابر است

$$\mathcal{E} = v_R + v_C + v_L \quad (۲۷-۵۷)$$

به این ترتیب، در زمان  $t$  تصویر  $\mathcal{E}$  در شکل ۲۷-۱۴ پ با جمع جبری تصویرهای  $v_R$ ،  $v_C$  و  $v_L$  در شکل ۲۷-۱۴ ب برابر است. در واقع، وقتی بردارهای فاز با هم می‌چرخند، این تساوی همواره برقرار است. این بدان معناست که بردار فاز  $\mathcal{E}_m$  در شکل ۲۷-۱۴ پ باید جمع برداری سه بردار فاز ولتاژ  $v_R$ ،  $v_C$  و  $v_L$  در شکل ۲۷-۱۴ ب، برابر باشد.

این شرط در شکل ۲۷-۱۴ ت نشان داده شده است که در آن بردار فاز  $\mathcal{E}_m$  به صورت جمع بردارهای فاز  $v_R$ ،  $v_C$  و  $v_L$  رسم شده است. چون بردارهای فاز  $v_C$  و  $v_L$  در شکل در جهت مخالف‌اند، می‌توانیم این جمع برداری را ساده کنیم به این صورت که ابتدا  $L$  و  $V_C$  را ترکیب کنیم تا بردار فاز  $V_L - V_C$  به دست آید و آنگاه برای به دست آوردن بردار فاز خالص، این بردار فاز را با بردار فاز  $V_R$  ترکیب می‌کنیم. دوباره یادآوری می‌کنیم که بردار فاز خالص باید همان‌طور که نشان داده شده بر بردار فاز  $\mathcal{E}_m$  منطبق شود.

هر دو مثلث نشان داده شده در شکل ۲۷-۱۴ ت قائم‌الزاویه‌اند. از این رو، با به کار بردن قضیه فیثاغورس برای هر یک از مثلثها، داریم

$$\mathcal{E}_m^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2 \quad (۲۷-۵۸)$$

از اطلاعات مربوط به دامنه بیان شده در جدول ۲۷-۲ می‌توانیم رابطه بالا را به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$\mathcal{E}_m^2 = (IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2 \quad (۲۷-۵۹)$$

و سپس آن را به شکل زیر مرتب می‌کنیم

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \quad (۲۷-۶۰)$$

منخرج در معادله ۲۷-۶۰ را مقاومت ظاهری  $Z$  مدار برای بسامد زاویه‌ای محرک  $\omega_d$  می‌نامند

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (\text{تعریف مقاومت ظاهری}) \quad (۲۷-۶۱)$$

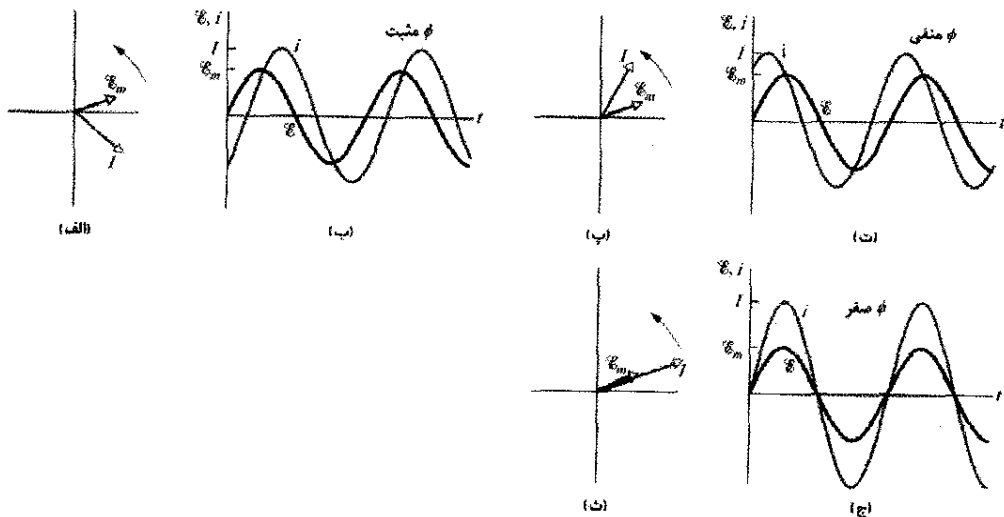
حال، می‌توانیم معادله ۲۷-۶۰ را به صورت زیر بنویسیم

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{Z} \quad (۲۷-۶۲)$$

اگر مقدارهای  $X_C$  و  $X_L$  را از معادله‌های ۲۷-۳۹ و ۲۷-۴۹ قرار دهیم، می‌توانیم معادله ۲۷-۶۰ را به صورت دوشتری بنویسیم

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (\omega_d L - 1/\omega_d C)^2}} \quad (\text{دامنه جریان}) \quad (۲۷-۶۳)$$

اکنون به نیمه هدف خود رسیده‌ایم: ما عبارتی را برای دامنه جریان  $I$  برحسب نیروی محرکه الکتریکی محرک سینوسی و عنصرهای مدار  $RLC$  متوالی به دست آورده‌ایم.



شکل ۲۷-۱۵ نمودارهای بردار فاز و منحنیهای نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E}$  و جریان  $i$  برای مدار  $RLC$  شکل ۲۷-۷. در نمودار بردار فاز (الف) و منحنی جریان  $i$  (ب) از نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E}$  عقب می‌ماند و ثابت فاز  $\phi$  جریان مثبت است. در شکل‌های (پ) و (ت)، جریان  $i$  از نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E}$  جلو می‌افتد و ثابت فاز  $\phi$  منفی است. در شکل‌های (ث) و (ج) جریان  $i$  با نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E}$  هم‌فاز و ثابت فاز  $\phi$  برابر صفر است.

به عنوان توضیح، دو مدار دور از حد متعارف را در نظر می‌گیریم: در مدار القایی خالص شکل ۲۷-۱۲ که در آن  $X_L$  صفر نیست و  $X_C = R = 0$  است، معادله ۲۷-۶۵ بر آن دلالت دارد که  $\phi = +90^\circ$  (بیشترین مقدار  $\phi$ ) که با شکل ۲۷-۱۳ ب سازگار است. در مدار خازنی خالص شکل ۲۷-۱۰ که در آن  $X_C$  صفر نیست و  $X_L = R = 0$  است، معادله ۲۷-۶۵ حاکی از آن است که  $\phi = -90^\circ$  (کمترین مقدار  $\phi$ ) که با شکل ۲۷-۱۱ ب سازگار است.

### تشدید

معادله ۲۷-۶۳ دامنه جریان  $I$  را در یک مدار  $RLC$  به صورت تابعی از بسامد زاویه‌ای محرک  $\omega_d$  یک نیروی محرکه الکتریکی متناوب خارجی به دست می‌دهد. برای مقاومت داده شده  $R$  وقتی کمیت  $\omega_d L - 1/\omega_d C$  در مخرج صفر باشد دامنه بیشینه است، یعنی وقتی

$$\omega_d L = \frac{1}{\omega_d C}$$

یا

$$\omega_d = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{بیشینه } I) \quad (27-66)$$

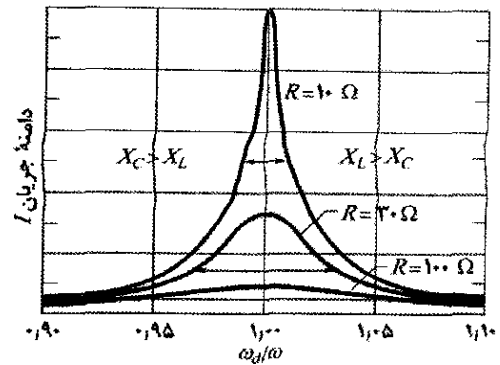
چون  $\omega$ ، بسامد زاویه‌ای طبیعی مدار  $RLC$  هم برابر  $1/\sqrt{LC}$  است، بیشینه مقدار  $I$  وقتی حاصل می‌شود که بسامد زاویه‌ای محرک با بسامد زاویه‌ای طبیعی با هم جور باشند- یعنی در موقع تشدید. از این رو، در مدار  $RLC$  تشدید و بیشینه دامنه  $I$  وقتی به وجود می‌آید که داشته باشیم

$$\omega_d = \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{تشدید}) \quad (27-67)$$

شکل ۲۷-۱۶ سه منحنی تشدید را برای نوسانهای سینوسی در سه مدار  $RLC$  متوالی که فقط  $R$  آنها متفاوت است نشان می‌دهد. در هر منحنی وقتی  $\omega_d/\omega$  برابر  $1/10$  باشد قلعه منحنی به بیشینه دامنه جریان  $I$  خود می‌رسد، اما مقدار بیشینه  $I$  با افزایش  $R$  کاهش می‌یابد. (بیشینه  $I$  همیشه برابر  $\mathcal{E}_m/R$  است؛ علت اینکه چرا چنین است معادله‌های ۲۷-۶۱ و ۲۷-۶۲ را ترکیب کنید.) افزون بر این، پهنای منحنیها با افزایش  $R$  افزایش می‌یابند. (در شکل ۲۷-۱۶ این پهنای در نصف مقدار بیشینه  $I$  اندازه‌گیری شده است.)

با بررسی اینکه چطور واکنشهای  $X_C$  و  $X_L$  با افزایش بسامد زاویه‌ای محرک  $\omega_d$  از مقداری خیلی کمتر از بسامد زاویه‌ای طبیعی  $\omega$  تغییر می‌کنند، می‌توان به مفهوم فیزیکی شکل ۲۷-۱۶ پی برد. برای  $\omega_d$  کوچک، واکنش  $X_L (= \omega_d L)$  کوچک و واکنش  $X_C (= 1/\omega_d C)$  بزرگ است. بنابراین، مدار اساساً خازنی است و  $X_C$  بزرگ بر مقاومت ظاهری غالب است و جریان را پایین نگه می‌دارد.

وقتی  $\omega_d$  افزایش یابد، واکنش  $X_C$  غالب باقی می‌ماند ولی با افزایش واکنش  $X_L$  کاهش می‌یابد. کاهش  $X_C$  مقاومت ظاهری را کاهش می‌دهد، و همان‌طور که در سمت چپ هر منحنی تشدید در شکل ۲۷-۱۶ می‌بینیم، جریان افزایش می‌یابد. وقتی  $X_L$  افزایش و  $X_C$  کاهش می‌یابد تا به مقدار برابر برسند، جریان به بیشترین مقدار می‌رسد و مدار با  $\omega_d = \omega$  به



شکل ۲۷-۱۶ منحنیهای تشدید برای مدار  $RLC$  شکل ۲۷-۷ با  $C = 100 \text{ pF}$ ،  $L = 100 \text{ mH}$  و سه مقدار متفاوت برای  $R$  دامنه جریان  $I$  جریان متناوب بستگی به این دارد که چقدر بسامد زاویه‌ای محرک  $\omega_d$  به بسامد زاویه‌ای طبیعی  $\omega$  نزدیک باشد. پیکان افقی روی هر منحنی اندازه‌نیم-پهنای آن منحنی را اندازه می‌گیرد که پهنای تراز نصف بیشینه است و تیزی تشدید را به دست می‌دهد. در سمت چپ  $\omega_d/\omega = 100$ ، مدار اساساً خازنی با  $X_C > X_L$  است؛ برای سمت راست، مدار اساساً القایی با  $X_L > X_C$  است.

وقتی افزایش  $\omega_d$  ادامه یابد، افزایش واکنشی  $X_L$  به طور چشمگیری بر کاهش واکنشی  $X_C$  بیشتر غالب می‌شود. بنابراین، مقاومت ظاهری بر اثر  $X_L$ ، افزایش می‌یابد و مطابق طرف راست هر منحنی تشدید در شکل ۲۷-۱۶، جریان کاهش می‌یابد. پس، به طور خلاصه: در طرف بسامدهای زاویه‌ای پایین منحنی تشدید واکنشی خازنی غالب است؛ و در طرف بسامدهای زاویه‌ای بالای منحنی تشدید واکنشی القایی غالب است و تشدید بین این دو ناحیه رخ می‌دهد.<sup>۱</sup>

✓ **نکته وارسی ۶** در اینجا به ترتیب واکنشی خازنی و واکنشی القایی برای سه مدار  $RLC$  متوالی با محرک سینوسی، داده شده‌اند. (۱)  $50 \Omega$ ،  $100 \Omega$ ؛ (۲)  $100 \Omega$ ،  $50 \Omega$ ؛ (۳)  $50 \Omega$ ،  $50 \Omega$ . (الف) برای هر یک از آنها آیا جریان از نیروی محرکه الکتریکی اعمال شده جلو می‌افتد، عقب می‌ماند یا هر دو همفازند؟ (ب) کدام مدار در تشدید است؟

### مسئله نمونه ۲۷-۷

در شکل ۲۷-۷ فرض کنید،  $R = 200 \Omega$ ،  $C = 150 \mu\text{F}$ ،  $L = 230 \text{ mH}$ ،  $f_d = 600 \text{ Hz}$  و  $\mathcal{E}_m = 360 \text{ V}$ . (این مقادیرها همانهایی هستند که در مسئله‌های نمونه ۲۷-۴، ۲۷-۵ و ۲۷-۶ به کار برده شده‌اند.)

(الف) دامنه جریان  $I$  چقدر است؟

✓ **نکته کلیدی** دامنه جریان  $I$  بنابر معادله ۲۷-۶۲ ( $I = \mathcal{E}_m / Z$ ) به دامنه نیروی محرکه الکتریکی مولد  $\mathcal{E}_m$  و مقاومت ظاهری مدار بستگی دارد.

**محاسبه‌ها:** بنابراین، باید  $Z$  را که به مقاومت  $R$ ، واکنشی خازنی  $X_C$  و واکنشی  $X_L$  بستگی دارد، به دست آوریم. تنها مقاومت مدار همان مقاومت داده شده  $R$  است. تنها واکنشی خازنی به خاطر خازن داده شده است و از مسئله نمونه ۲۷-۵، داریم  $X_C = 177 \Omega$ . تنها واکنشی القایی به خاطر القایدگی داده شده است و از مسئله نمونه ۲۷-۶، داریم  $X_L = 86/7 \Omega$ . پس، مقاومت ظاهری مدار برابر است با

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\ &= \sqrt{(200 \Omega)^2 + (86/7 \Omega - 177 \Omega)^2} \\ &= 219 \Omega \end{aligned}$$

و داریم

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{Z} = \frac{360 \text{ V}}{219 \Omega} = 0.164 \text{ A} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) ثابت فاز  $\phi$  جریان در مدار نسبت به نیروی محرکه الکتریکی محرک چقدر است؟

✓ **نکته کلیدی** ثابت فاز بنابر معادله ۲۷-۶۵ به واکنشی خازنی، واکنشی القایی و مقاومت مدار بستگی دارد.

**محاسبه:** با حل معادله برای  $\phi$  داریم

$$\begin{aligned} \phi &= \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R} = \tan^{-1} \frac{86/7 \Omega - 177 \Omega}{200 \Omega} \\ &= -24.3^\circ = -0.424 \text{ rad} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

علامت منفی ثابت فاز با این واقعیت که در مدار بار خازنی غالب است سازگاری دارد؛ یعنی  $X_C > X_L$ . در قسمتی از تدبیر حل مسئله ۱ این مدار به صورت « $JCE$ » نشان داده شده است، یعنی جریان جلوتر از نیروی محرکه الکتریکی است.

## ۲۷-۱۰ توان در مدارهای جریان متناوب

در مدار  $RLC$  شکل ۲۷-۷ منبع انرژی یک مولد جریان متناوب است. مقداری از انرژی که مولد تهیه می‌کند در میدان الکتریکی خازن و مقداری در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره می‌شود و مقداری نیز به صورت انرژی گرمایی در مقاومت تلف می‌شود. در حالت پایا - که فرض بر آن است - میانگین انرژی ذخیره در خازن و در القاگر ثابت می‌ماند. بنابراین، انتقال انرژی خالص از مولد به مقاومت است که در آنجا انرژی الکترومغناطیسی به صورت انرژی گرمایی تلف می‌شود.

آهنگ لحظه‌ای اتلاف انرژی در مقاومت را می‌توان به کمک معادله‌های ۲۷-۲۲ و ۲۷-۲۹ به صورت زیر نوشت

$$\begin{aligned} P &= i^2 R = [I \sin(\omega_d t - \phi)]^2 R \\ &= I^2 R \sin^2(\omega_d t - \phi) \quad (27-68) \end{aligned}$$

ولی، آهنگ میانگین اتلاف انرژی در مقاومت، مقدار میانگین

معادله ۲۷-۶۸ روی زمان است. مقدار میانگین  $\sin^2 \theta$  که هر تغییر می‌کند، در یک چرخه کامل صفر است (شکل ۲۷-۱۷)

www.iran-mavad.com

مرجع دانشجویان و مهندسان مواد

گرفته شده است. مقدار بیشینه اختلاف پتانسیل خروجی برابر  $\sqrt{2}(220V)$  یا  $310V$  است.

چون ضریب تناسب  $1/\sqrt{2}$  در معادله‌های ۲۷-۷۰ و ۲۷-۷۲ برای هر سه متغیر یکسان است، می‌توانیم معادله‌های ۲۷-۶۲ و ۲۷-۶۰ را به صورت زیر بنویسیم

$$I_{\text{rms}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}}{Z} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \quad (37-27)$$

و در واقع، این همان شکلی است که ما تقریباً همیشه به کار می‌بریم.

می‌توانیم رابطه  $I_{rms} = \mathcal{E}_{rms} / Z$  را برای طرح دوباره معادله ۲۷-۲۱ به صورت معادله مفیدی به کار ببریم. می‌نویسیم

$$P_{\text{avg}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}}{Z} I_{\text{rms}} R = \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \frac{R}{Z} \quad (\text{Vf-27})$$

ولسی، از شکل ۲۷-۱۴، جدول ۲۷-۲ و معادله ۲۷-۶۲ می‌بینیم که  $R/Z$  درست کسینوس ثابت فاز  $\phi$  است

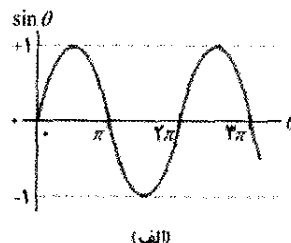
$$\cos \phi = \frac{V_R}{E_m} = \frac{IR}{IZ} = \frac{R}{Z} \quad (75-27)$$

پس، معادله ۲۷-۷۴ به صورت زیر درمی آید

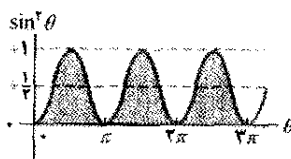
$$P_{avg} = \mathcal{E}_{rms} I_{rms} \cos \phi \quad (\text{توان میانگین}) \quad (۷۶-۲۷)$$

که در آن  $\cos \phi$  ضریب توان نامیده می‌شود. چون،  
 $\cos \phi = \cos(-\phi)$  ، معادله ۲۷-۷۶ مستقل از علامت ثابت فاز  $\phi$  است.

برای پیشینه کردن آهنگ انرژی داده شده به یک بار مقاومتی در مدار  $RLC$ ، باید ضریب توان  $\cos \phi$  را تا جایی که ممکن است به یک نزدیک کنیم. این معادل با این است که ثابت فاز  $\phi$  در معادله ۲۷-۲۹ را تا حد امکان به صفر نزدیک کنیم. برای مثال، اگر مدار شدیداً القایی باشد، می‌توان آن را با اضافه کردن ظرفیت بیشتر به طور متوالی به مدار کم کرد. (یادآوری می‌شود که افزودن ظرفیت بیشتر به طور متوالی به ظرفیتهای دیگر موجب کاهش ظرفیت معادل  $C_{eq}$  در مدار می‌شود). بنابراین، کاهش در  $C_{eq}$  موجب کاهش ثابت فاز و افزایش ضریب توان در معادله ۲۷-۷۶ می‌شود. در نیروگاهها برای انجام این عمل خازنهای به طور متوالی در سامانه‌های انتقال قرار داده می‌شود.



الف



(b)

شکل ۲۷-۱۷ (الف) منحنی  $\sin \theta$  بر حسب  $\theta$ . مقدار میانگین در یک چرخه صفر است. (ب) منحنی  $\sin^2 \theta$  بر حسب  $\theta$ . مقدار میانگین در یک چرخه  $\frac{1}{2}$  است.

(الف). اما مقدار میانگین  $\sin^2 \theta$  برابر  $\frac{1}{4}$  است (شکل ۲۷-۱۷ ب). (توجه کنید که در شکل ۲۷-۱۷ ب، قسمتهای سایه دار منحنی که در بالای خط افقی با علامت  $+\frac{1}{4}$  واقع اند چگونه دقیقاً فضاهای خالی زیر آن را پر می کنند). به این ترتیب، از معادله ۲۷-۶۸ می توانیم بنویسیم

$$P_{\text{avg}} = \frac{I^2 R}{2} = \left( \frac{I}{\sqrt{2}} \right)^2 R \quad (69-27)$$

کمیت  $I/\sqrt{2}$  را ریشه میانگین مربعی یا rms مقدار جریان  $i$  می‌نامند

$$I_{\text{rms}} = \frac{I}{\sqrt{2}} \quad (27-70) \quad (\text{ریشه میانگین مربعی جریان})$$

اکنون می‌توانیم معادله ۲۷-۶۹ را به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$P_{\text{avg}} = I_{\text{rms}}^2 R \quad (\text{توان میانگین}) \quad (71-27)$$

معادله ۲۷-۷۱ خیلی شبیه به معادله ۲۲-۲۷ ( $P=i^2R$ ) است؛ این شباهت بیانگر این است که اگر از جریان ریشه میانگین مربعی استفاده کنیم می‌توانیم آهنگ میانگین اتلاف انرژی برای مدارهای جریان متناوب را درست همانند مدارهای جریان مستقیم محاسبه کنیم.

همچنین می‌توانیم مقادارهای rms ولتاژ و نیروی محرکه الکتریکی را برای مدارهای جریان متناوب تعریف کنیم

$$V_{\text{rms}} = \frac{V}{\sqrt{2}} \text{ , } \mathcal{E}_{\text{rms}} = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}} \quad (\text{rms emf , ولتاژ rms}) \quad (۲۷-۷۲)$$

وسایل جریان متناوب مانند آمپرسنجهها و ولت سنجهها، معمولاً طوری واسنجی می شوند تا  $I_{rms}$ ،  $V_{rms}$  و  $I_{rms}$  را نشان دهند. به این ترتیب، اگر یک ولت سنجه جریان متناوب را به برق خانگی بزنیم و  $220V$  را نشان دهد، این ولتاژ  $I_{rms}$  اندازه

متوالی با محرک سینوسی از نیروی محرکه الکتریکی جلو بیافتد، برای افزایش آهنگی که انرژی با آن به مقاومت داده می‌شود، آیا باید ظرفیت را افزایش دهیم یا کاهش؟ (ب) آیا این تغییر، بسامد زاویه‌ای تشدید مدار را به بسامد زاویه‌ای نیروی محرکه الکتریکی نزدیکتر می‌کند یا دورتر؟

## مسئله نمونه ۸-۲۷

با قرار دادن این مقدار در معادله ۲۷-۷۶، داریم

$$P_{avg} = \mathcal{E}_{rms} I_{rms} \cos \phi = \frac{\mathcal{E}_{rms}^2}{Z} \cos \phi$$

$$= \frac{(120V)^2}{211/90\Omega} (\cos \phi = 0.9438) = 64/1W \quad (\text{پاسخ})$$

روش دوم:

$$P_{avg} = I_{rms}^2 R = \frac{\mathcal{E}_{rms}^2}{Z^2} R$$

$$= \frac{(120V)^2}{(211/90\Omega)^2} (200\Omega) = 64/1W \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) اگر عاملهای دیگر در مدار تغییر نکنند، ظرفیت جدید  $C_{new}$  باید چقدر باشد تا  $P_{ave}$  بیشینه شود؟

**نکته‌های کلیدی** (۱) اگر مدار با emf محرک به حالت تشدید درآید، آهنگ میانگین تأمین انرژی  $P_{avg}$  با آهنگ اتلاف انرژی برابر است. (۲) وقتی  $X_C = X_L$  باشد تشدید رخ می‌دهد. **محاسبه‌ها:** از داده‌های مسئله  $X_C > X_L$  است. پس، باید  $X_C$  را کاهش داد تا به تشدید برسیم. از معادله ۲۷-۳۹  $(X_C = 1/\omega_d C)$ ، می‌بینیم که این بدان معناست که باید  $C$  را تا یک مقدار جدید  $C_{new}$  افزایش دهیم. با به کار بردن معادله ۲۷-۳۹، می‌توانیم شرط  $X_C = X_L$  را به این صورت بنویسیم

$$\frac{1}{\omega_d C_{new}} = X_L$$

با قراردادن  $2\pi f_d$  به جای  $\omega_d$  (چون  $\omega_d$  داده نشده ولی  $f_d$  معلوم است) و حل آن برای  $C_{new}$ ، داریم

$$C_{new} = \frac{1}{2\pi f_d X_L} = \frac{1}{(2\pi)(60\text{Hz})(80/90\Omega)}$$

$$= 3/32 \times 10^{-5} \text{F} = 33/2 \mu\text{F} \quad (\text{پاسخ})$$

با روش به کار رفته در قسمت (ب)، می‌توان نشان داد که با این مقدار  $C_{new}$ ، مقدار بیشینه  $P_{avg}$  برابر  $72/0 \text{W}$  خواهد بود.

## ۲۷-۱۱ مبدلها

## شرایط لازم در انتقال انرژی

وقتی یک مدار ac فقط دارای بار مقاومتی باشد، ضریب توان در معادله ۲۷-۷۶ برابر  $\cos \phi = 1$  و در نتیجه rms نیروی محرکه الکتریکی،  $\mathcal{E}_{rms}$  و ولتاژ دو سر مقاومت،  $V_{rms}$  برابر است. بنابراین، اگر rms جریان در مقاومت  $I_{rms}$  باشد، انرژی با آهنگ میانگین زیر تولید و تلف می‌شود

$$P_{ave} = \mathcal{E}I = IV \quad (27-77)$$

(در معادله ۲۷-۷۷ و بقیه این بخش، از قراردادی عملی پیروی می‌کنیم و زیرنویس را که مشخص کننده کمیت‌های ریشه میانگین مربعی است حذف می‌کنیم. مهندسان و دانشمندان فرض می‌کنند که تمام جریان‌ها و ولتاژهای متغیر نسبت به زمان که

مدار RLC متوالی که با  $\mathcal{E}_{rms} = 120 \text{V}$  در بسامد  $f_d = 60/0 \text{Hz}$  کار می‌کند، شامل مقاومت  $R = 200\Omega$ ، القاییدگی  $X_L = 80/90\Omega$  و ظرفیت  $X_C = 150\Omega$  است. (الف) ضریب توان  $\cos \phi$  و ثابت فاز  $\phi$  مدار چقدر است؟

**نکته کلیدی** ضریب توان  $\cos \phi$  را می‌توان از مقاومت  $R$  و مقاومت ظاهری  $Z$  از طریق معادله ۲۷-۷۵ ( $\cos \phi = R/Z$ ) به دست آورد.

**محاسبه‌ها:** برای محاسبه  $Z$ ، از معادله ۲۷-۶۱ استفاده می‌کنیم

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$= \sqrt{(200\Omega)^2 + (80/90\Omega - 150\Omega)^2} = 211/90\Omega$$

حال معادله ۲۷-۷۵ به دست می‌دهد

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{200\Omega}{211/90\Omega} = 0.9438 \approx 0.944 \quad (\text{پاسخ})$$

با معکوس کسینوس گرفتن داریم

$$\phi = \cos^{-1} 0.944 = \pm 19/3^\circ$$

هم  $+19/3^\circ$  و هم  $-19/3^\circ$  دارای کسینوس  $0.944$  هستند. برای تعیین اینکه کدام علامت درست است، باید بررسی کنیم که آیا جریان از نیروی محرکه القایی جلو می‌افتد یا عقب می‌ماند. چون  $X_C > X_L$ ، این مدار اساساً خازنی است و جریان از نیروی محرکه الکتریکی جلو می‌افتد. پس،  $\phi$  باید منفی باشد ( $\phi = -19/3^\circ$ ) (پاسخ)

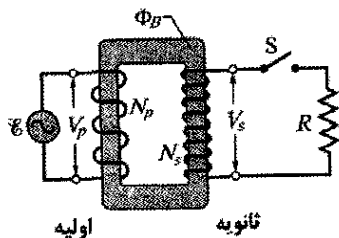
به جای این کار، می‌توانستیم با استفاده از معادله ۲۷-۶۵ مقدار  $\phi$  را به دست آوریم. در این صورت، ماشین حساب پاسخ را با علامت منفی به دست می‌دهد. (ب) آهنگ میانگین  $P_{avg}$  که انرژی با آن در مقاومت تلف می‌شود، چقدر است؟

**نکته‌های کلیدی** دو روش و دو نکته وجود دارد: (۱) چون فرض می‌شود که مدار در حالت پایا است، آهنگی که با آن انرژی در مقاومت تلف می‌شود با آهنگ تأمین انرژی که با معادله ۲۷-۷۶ ( $P_{avg} = \mathcal{E}_{rms} I_{rms} \cos \phi$ ) داده می‌شود، برابر است. (۲) آهنگی که با آن انرژی در مقاومت  $R$  تلف می‌شود بنابر معادله ۲۷-۷۱ به مجذور rms جریان  $I_{rms}$  که از مقاومت می‌گذرد بستگی دارد.

**روش اول:** نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E}_{rms}$  داده شده و از قسمت (الف) مقدار  $\cos \phi$  را می‌دانیم. برای به دست آوردن  $I_{rms}$  که جریان rms از مقدار rms نیروی محرکه الکتریکی و مقاومت ظاهری مدار  $Z$  (که می‌دانیم) محاسبه می‌شود. از معادله ۲۷-۷۳

داریم

$$I_{rms} = \frac{\mathcal{E}_{rms}}{Z}$$



شکل ۲۷-۱۸ یک مبدل آرمانی (دو پیچه که دور یک هسته آهنی پیچیده شده‌اند) در یک مدار اساسی مبدل. یک مولد ac در پیچه سمت چپ (اولیه) جریان را ایجاد می‌کند. وقتی کلید S بسته شود پیچه سمت راست (ثانویه)، به یک بار مقاومتی R متصل می‌شود.

یک مبدل آرمانی در شکل ۲۷-۱۸ شامل دو پیچه با تعداد دورهای متفاوت است که دور یک هسته آهنی پیچیده شده‌اند. (پیچه‌ها نسبت به هسته عایق‌بندی شده‌اند). در عمل، سیم پیچ اولیه با  $N_p$  دور به یک مولد جریان متناوب متصل است که نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E}$  آن در هر لحظه  $t$  با رابطه زیر داده می‌شود

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t \quad (27-78)$$

سیم پیچ ثانویه با  $N_s$  دور سیم به مقاومت بار  $R$  متصل است، اما مدار آن تا وقتی که کلید S بسته نشده یک مدار باز است (فعلاً همین حالت را فرض می‌کنیم). بنابراین، هیچ جریانی از پیچه ثانویه نمی‌گذرد، افزون بر این، برای این مبدل آرمانی فرض می‌کنیم که مقاومت سیم پیچه‌های اولیه و ثانویه ناچیز هستند. مبدلهای ظرفیت بالایی که خوب طراحی شده‌اند اتلاف انرژی پایینی به مقدار ۱٪ دارند و از این رو فرضهای ما منطقی‌اند.

برای شرایط فرض شده، سیم پیچ اولیه (یا اولیه) یک القاگر خالص و مدار اولیه همانند مدار در شکل ۲۷-۱۲ است. بنابراین، جریان اولیه (خیلی کم)، که جریان مغناطیسه  $I_{mag}$  نیز نامیده می‌شود، به اندازه  $90^\circ$  از ولتاژ اولیه  $V_p$  عقب می‌افتد؛ در این حالت، ضریب توان اولیه  $(\cos \phi)$  در ۲۷-۷۶ صفر است و بنابراین، هیچ توانی از مولد به مبدل داده نمی‌شود.

ولی، جریان اولیه متناوب متغیر سینوسی کوچکی  $I_{mag}$  یک شار مغناطیسی متغیر سینوسی  $\Phi_B$  در هسته آهنی ایجاد می‌کند. هسته موجب تقویت شار می‌شود و شار را به سیم پیچ ثانویه (یا ثانویه) هدایت می‌کند. چون  $\Phi_B$  تغییر می‌کند از این رو، موجب یک  $\mathcal{E}_{\text{turn}} (= d\Phi_B / dt)$  القایی در هر دور ثانویه می‌شود. در واقع، این emf بر هر دور  $\mathcal{E}_{\text{turn}}$  برای اولیه و ثانویه یکسان است. ولتاژ  $V_p$  دو سر اولیه برابر است با حاصلضرب  $\mathcal{E}_{\text{turn}}$  در تعداد دور  $N_p$ ؛ یعنی  $V_p = \mathcal{E}_{\text{turn}} N_p$ . به همین ترتیب، ولتاژ  $V_s$  دو سر ثانویه برابر است با  $V_s = \mathcal{E}_{\text{turn}} N_s$ . به همین ترتیب، در دو سر ثانویه ولتاژ عبارت است از  $V_s = \mathcal{E}_{\text{turn}} N_s$  بنابراین، می‌توانیم بنویسیم

$$\mathcal{E}_{\text{turn}} = \frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s}$$

گزارش می‌شوند، یعنی عددی که آمپرسنجها و ولت‌سنجها نشان می‌دهند مقدارهای ریشه میانگین مربعی‌اند.) معادله ۲۷-۷۷ حاکی از آن است که برای ایجاد توان مورد نیاز محدوده‌ای از انتخابها وجود دارد، از یک جریان  $I$  نسبتاً بزرگ و ولتاژ نسبتاً کوچک تا عکس آن، مشروط بر آنکه حاصلضرب  $IV$  مقدار مورد نیاز باشد.

در سامانه‌های توزیع توان الکتریکی به دلایل ایمنی و طراحی وسیله کارآمد، مطلوب آن است که هم در مرکز تولید (نیروگاه الکتریکی) و هم در محل مصرف (منزل یا کارخانه) ولتاژهای نسبتاً پایینی به کار گرفته شوند. هیچ کس نمی‌خواهد که نان برشته کن یا قطار برقی بچه‌ها با ولتاژ مثلاً ۱۰ kV کار کند. از طرف دیگر، در انتقال انرژی الکتریکی از نیروگاه تا محل مصرف می‌خواهیم که برای به حداقل رساندن اتلافهای  $I^2 R$  (که اغلب اتلافهای اهمی نامیده می‌شوند) در خطهای انتقال، کمترین جریان عملی (و در نتیجه بیشترین ولتاژ عملی) برقرار باشد.

به عنوان مثال، یک خط انتقال ۷۳۵ kV را برای انتقال انرژی الکتریکی از نیروگاهی به یک شهر در فاصله ۱۰۰۰ km در نظر بگیرید. فرض کنید که جریان ۵۰۰ A و ضریب توان به یک نزدیک باشد. آنگاه از معادله ۲۷-۷۷، انرژی با آهنگ میانگین زیر تأمین می‌شود

$$P_{\text{avg}} = \mathcal{E}I = (735 \times 10^3 \text{ V})(500 \text{ A}) = 368 \text{ MW}$$

مقاومت خط انتقال تقریباً  $0.22 \Omega/\text{km}$  است، و از آنجا مقاومت کل برای ۱۰۰۰ km خط تقریباً  $22 \Omega$  است. انرژی در این مقاومت تقریباً با آهنگ زیر تلف می‌شود

$$P_{\text{avg}} = I^2 R = (500 \text{ A})^2 (22 \Omega) = 550 \text{ MW}$$

که تقریباً ۱۵٪ آهنگ تولید است.

اکنون تصور کنید که اگر جریان را دو برابر و ولتاژ را نصف کنیم چه رخ می‌دهد. انرژی به وسیله نیروگاه با همان آهنگ میانگین قبلی ۳۶۸ MW تأمین می‌شود، اما اکنون انرژی تقریباً با آهنگ زیر تلف می‌شود

$$P_{\text{avg}} = I^2 R = (1000 \text{ A})^2 (22 \Omega) = 220 \text{ MW}$$

که تقریباً ۶۰٪ آهنگ تولید است. از این رو قاعده کلی انتقال انرژی این است که انتقال انرژی باید در بالاترین ولتاژ ممکن و پایستریترین جریان ممکن انجام گیرد.

## مبدل آرمانی

قاعده انتقال به یک ناهماهنگی اساسی بین ضرورت انتقال کارآمد با ولتاژ بالا و نیاز برای تولید و مصرف ایمن با ولتاژ پایین منجر می‌شود. وسیله‌ای می‌خواهیم که با آن بتوانیم ولتاژ ac در مدار را (برای انتقال) افزایش و (برای مصرف) کاهش دهیم به طوری که حاصلضرب جریان در ولتاژ اساساً ثابت بماند. مبدل چنین وسیله‌ای است. مبدل هیچ بخش متحرکی ندارد، و با قانون القایش فارادی کار می‌کند و هیچ همتای جریان مستقیم ساده نیز ندارد.



$$V_s = V_p \frac{N_s}{N_p} \quad (\text{تبدیل ولتاژ}) \quad (۷۹-۲۷)$$

اگر  $N_s > N_p$  باشد، مبدل یک مبدل افزایش‌دهنده نامیده می‌شود چون مبدل ولتاژ اولیه  $V_p$  را به یک ولتاژ بالاتر  $V_s$  می‌رساند. به همین ترتیب، اگر  $N_s < N_p$  باشد، وسیله یک مبدل کاهش‌دهنده است.

تا اینجا، با کلید S باز، هیچ انرژی از مولد به بقیه مدار منتقل نمی‌شود. اکنون فرض کنید کلید S را ببندیم تا ثانویه به بار مقاومتی  $R$  متصل شود. (به طور کلی، بار شامل عنصرهای القایی و خازنی نیز هست، اما در اینجا فقط مقاومت  $R$  را در نظر می‌گیریم.) درمی‌یابیم که اکنون انرژی از مولد منتقل می‌شود. حال ببینیم چرا؟

وقتی کلید S را می‌بندیم چند چیز رخ می‌دهد.

۱- یک جریان متناوب  $I_s$  با آهنگ اتلاف انرژی برابر  $I_s^2 R (= V_s^2 / R)$  در بار مقاومتی ثانویه برقرار می‌شود.

۲- این جریان در هسته آهنی شار مغناطیسی متناوب مربوط به خودش را ایجاد می‌کند و این شار (با توجه به قانون فارادی و قانون لنز) یک emf مخالف در سیم پیچ اولیه به وجود می‌آورد.

۳- ولتاژ  $V_p$  اولیه نمی‌تواند بر اثر این نیروی محرکه الکتریکی مخالف تغییر کند، چون باید همیشه با نیروی محرکه  $\mathcal{E}$  که به وسیله مولد تأمین می‌شود برابر باشد و بستن کلید S نمی‌تواند این واقعیت را تغییر دهد.

۴- برای ثابت ماندن  $V_p$ ، اکنون مولد جریان متناوب  $I_p$  را (علاوه بر  $I_{mag}$ ) در مدار اولیه ایجاد می‌کند؛ بزرگی و ثابت فاز  $I_p$  درست همانهایی هستند که لازم است تا نیروی محرکه الکتریکی القا شده توسط  $I_p$  در پیچ اولیه بتواند درست نیروی محرکه الکتریکی القا شده توسط  $I_s$  را خنثی کند. چون ثابت فاز  $I_p$  مانند ثابت فاز  $I_{mag}$  برابر  $90^\circ$  نیست جریان  $I_p$  می‌تواند انرژی را به اولیه منتقل کند.

می‌خواهیم  $I_s$  را به  $I_p$  مربوط کنیم. ولی، به جای تحلیل فرایند مفصل و پیچیده ذکر شده در بالا، فقط اصل پایستگی انرژی را به کار می‌بریم. آهنگی که مولد انرژی را با آن به اولیه منتقل می‌کند برابر  $I_p V_p$  است. پس، آهنگی که اولیه انرژی را با آن به ثانویه منتقل می‌کند (از طریق میدان مغناطیسی متناوب که دو پیچ را به هم پیوند می‌دهد) برابر  $I_s V_s$  است. چون فرض کرده‌ایم که در راه هیچ انرژی از دست نمی‌رود، پایستگی انرژی حاکی از آن است که

$$I_p V_p = I_s V_s$$

با قراردادن مقدار  $V_s$  از معادله ۷۹-۲۷ خواهیم داشت

$$I_s = I_p \frac{N_p}{N_s} \quad (\text{تبدیل جریانها}) \quad (۸۰-۲۷)$$

این معادله بر آن دلالت دارد که جریان  $I_s$  در ثانویه می‌تواند با جریان  $I_p$  در اولیه متفاوت باشد، و این بستگی به نسبت دوره‌های  $N_p / N_s$  دارد.

جریان  $I_p$  در مدار اولیه به علت وجود بار مقاومتی  $R$  در مدار ثانویه، ظاهر می‌شود. برای به دست آوردن  $I_p$  مقدار  $I_s = V_s / R$  را در معادله ۷۹-۲۷ و سپس به جای  $V_s$  از معادله ۷۹-۲۷ قرار می‌دهیم. داریم

$$I_p = \frac{1}{R} \left( \frac{N_s}{N_p} \right)^2 V_p \quad (۸۱-۲۷)$$

این معادله به شکل  $I_p = V_p / R_{eq}$  است که در آن مقاومت معادل  $R_{eq}$  برابر است با

$$R_{eq} = \left( \frac{N_p}{N_s} \right)^2 R \quad (۸۲-۲۷)$$

$R_{eq}$  مقدار مقاومت بار است که به وسیله مولد «دیده» می‌شود؛ مولد جریان  $I_p$  و ولتاژ  $V_p$  را به نحوی ایجاد می‌کند که گویا به مقاومت  $R_{eq}$  متصل است.

### تطبیق مقاومت ظاهری

معادله ۸۲-۲۷ نقش دیگری را نیز برای مبدل به دست می‌دهد. برای بیشترین انتقال انرژی از مولد emf به بار مقاومتی، باید مقاومت مولد emf با مقاومت بار برابر باشد. همین رابطه برای مدارهای ac نیز برقرار است به جز اینکه مقاومت ظاهری (به جای فقط مقاومت) مولد باید با مقاومت ظاهری بار برابر باشد. اغلب این شرط برقرار نیست. برای مثال، در یک دستگاه پخش موسیقی، تقویت کننده دارای مقاومت ظاهری زیاد و بلندگو دارای مقاومت ظاهری کم است. تطبیق مقاومت ظاهری دو وسیله با پیوند آنها با مبدلی با نسبت دوره‌های  $N_p / N_s$  مناسب صورت می‌گیرد.

### فعالیت خورشیدی و شبکه‌های فشار قوی

همان‌طور که در تصویر اول این فصل نشان داده شده است، در شراره خورشیدی حلقه عظیمی از الکترون‌ها و پروتون‌ها از سطح خورشید به سمت خارج گسترده می‌شوند. بعضی از شراره‌های خورشیدی منفجر و این ذره‌های باردار به فضا پرتاب می‌شوند. در دهم مارچ ۱۹۸۹/۱۳۶۸ یک شراره خورشیدی غول پیکر به سمت زمین منفجر شد. وقتی ذره‌ها سه روز بعد به ارتفاع زیاد به جو بالای نیمکره شمالی رسیدند یک جریان  $10^6$  آمپری را که الکتروجت نامیده می‌شود ایجاد کردند.

چون الکتروجت یک جریان است در اطراف خود و از جمله در سطح زمین یک میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  ایجاد می‌کند. با به کار بردن قاعده دست راست شکل ۲۵-۴ می‌بینیم که الکتروجت در شکل ۲۷-۱۹ یک مؤلفه میدان مغناطیسی  $B_x$  در امتداد سطح زمین ایجاد می‌کند که همان‌طور که نشان داده شده عمود بر خط دراز انتقال برق است. مبدل‌های افزایش‌دهنده و کاهش‌دهنده روی زمین به هر انتهای خط انتقال متصل‌اند. توجه کنید که خط انتقال، زمین و سیم‌های اتصال به زمین مبدل‌ها تشکیل یک حلقه رسانا را می‌دهند. شار مغناطیسی  $\Phi$  بر اثر  $B_x$  به این حلقه نفوذ می‌کند.

مقادیرهای rms هستند. فرض کنید مبدل کاهنده آرمانی با بار مقاومتی خالص و ضریب توان آن برابر یک است.  
(الف) نسبت دورهای  $N_p / N_s$  چقدر است؟

**نکته کلیدی** نسبت دورهای  $N_p / N_s$  بنابر معادله ۲۷-۷۹  
 $(V_s = V_p N_s / N_p)$  به ولتاژهای rms اولیه (داده شده) و ثانویه مربوط است.

محاسبه: می توان آن را به صورت زیر نوشت

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p}$$

(توجه کنید که سمت راست این معادله وارون نسبت دورهاست.) وارون کردن دو طرف معادله به دست می دهد

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{8/5 \times 10^3 \text{ V}}{120 \text{ V}} = 70/83 \approx 71 \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) آهنگ میانگین انرژی مصرف شده (یا اتلاف) در خانه ها که به وسیله مبدل داده می شود برابر ۷۸ kW است. مقدار rms جریانها در اولیه و ثانویه مبدل چقدر است؟

**نکته کلیدی** برای بار مقاومتی خالص، ضریب توان  $\cos \phi$  برابر یک است؛ بنابراین، آهنگ میانگین که با آن انرژی تولید و تلف می شود با معادله ۲۷-۷۷ ( $P_{\text{avg}} = VI$ ) داده می شود.  
محاسبه ها: در مدار اولیه با  $V_p = 8/5 \text{ kV}$ ، معادله ۲۷-۷۷ به دست می دهد

$$I_s = \frac{P_{\text{avg}}}{V_p} = \frac{78 \times 10^3 \text{ W}}{8/5 \times 10^3 \text{ V}} = 9/176 \text{ A} \approx 9/28 \quad (\text{پاسخ})$$

به همین ترتیب، در مدار ثانویه

$$I_s = \frac{P_{\text{avg}}}{V_s} = \frac{78 \times 10^3 \text{ W}}{120 \text{ V}} = 650 \text{ A} \quad (\text{پاسخ})$$

می توانید با توجه به معادله ۲۷-۸۰ درستی  $I_s = I_p (N_p / N_s)$  را بررسی کنید.

(پ) بار مقاومتی  $R_s$  در مدار ثانویه چقدر است؟ بار مقاومتی متناظر  $R_p$  در مدار اولیه چقدر است؟

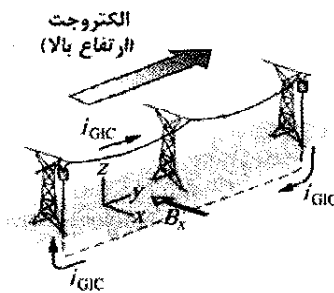
روش اول: می توانیم  $V = IR$  را به کار ببریم تا بار مقاومتی را به rms ولتاژ و جریان ربط دهیم. برای مدار ثانویه، داریم

$$R_s = \frac{V_s}{I_s} = \frac{120 \text{ V}}{650 \text{ A}} = 0/1846 \Omega \approx 0/18 \Omega \quad (\text{پاسخ})$$

به همین ترتیب، برای مدار اولیه داریم

$$R_p = \frac{V_p}{I_p} = \frac{8/5 \times 10^3 \text{ V}}{9/176 \text{ A}} = 926 \Omega \approx 930 \Omega \quad (\text{پاسخ})$$

روش دوم: می توان برای به دست آوردن  $R_p$  این واقعیت را به کاربرد که  $R_p$  معادل بار مقاومتی است که از طرف اولیه مبدل بنابر معادله ۲۷-۸۲  $[R_{\text{eq}} = (N_p / N_s)^2 R]$  «دیده می شود». اگر در این رابطه  $R_p$  را به جای  $R_{\text{eq}}$  و  $R_s$  را به جای  $R$  قرار دهیم، خواهیم داشت



شکل ۲۷-۱۹ یک الکتروجت (جریان) در یونسپهر میدان مغناطیسی  $B_x$  را ایجاد می کند که از حلقه قائمی که از خط انتقال، زمین، و سیمهایی که مبدلها را به زمین وصل می کنند می گذرد (سیمها درون استوانه هایی در دو سر خط انتقال قرار دارند). تغییرات در  $B_x$  جریان  $i_{\text{GIC}}$  را به دور حلقه القا می کند.

الکتروجت هم از نظر بزرگی هم از نظر مکان تغییر می کند و در نتیجه تغییر در  $\Phi$  یک emf القایی و جریان القایی در حلقه ایجاد می کند. جریان  $i_{\text{GIC}}$  که جریان القایی زمین مغناطیسی ( $i_{\text{GIC}}$ ) نامیده می شود، جهتش در امتداد خط انتقال و (مهمتر) از میان مبدلهاست.

انتقال قدرت از طریق شبکه فشار قوی بستگی به تغییرات سینوسی مناسب در جریان و ولتاژ شبکه دارد. وجود  $i_{\text{GIC}}$  در مبدل موجب انهدام توانمندی هسته مبدل می شود و مبدل دیگر نمی تواند تغییرات سینوسی را از اولیه به ثانویه منتقل کند. دلیل آن این است که شار اضافه شده در هسته بر اثر  $i_{\text{GIC}}$  موجب اشباع هسته می شود و هسته نمی تواند پاسخ مناسبی در مقابل تغییرات سینوسی در اولیه از خود نشان دهد. در نتیجه، جریان و ولتاژ در ثانویه به شدت از شکل می افتند و دیگر سینوسی نیستند و این از شکل افتادگی انتقال قدرت را مختل می کند.

در سیزدهم مارچ ۱۹۸۹، این نوع اختلال موجب شد که شبکه فشار قوی ناحیه کبک از کار بیفتد. امروزه، هر وقت شراره خورشیدی به سمت زمین منفجر شود، اخترشناسان بی درنگ مهندسان شبکه را در جریان امر قرار می دهند تا خود را برای اختلال در آن مهیا کنند.

**نکته وارسی ۸** یک مولد نیروی محرکه الکتریکی جریان متناوب در یک مدار معین دارای مقاومتی کمتر از مقاومت بار مقاومتی است؛ برای افزایش انتقال انرژی از مولد به بار، یک مبدل باید بین آن دو متصل شود. (الف) آیا  $N_s$  باید بزرگتر از  $N_p$  باشد یا کوچکتر؟ (ب) این مبدل باید افزایشده باشد یا کاهنده؟

#### مسئله نمونه ۲۷-۹

یک مبدل در دکل مصرف با ولتاژ  $V_p = 8/5 \text{ kV}$  در قسمت اولیه کار می کند و انرژی الکتریکی را با  $V_s = 120 \text{ V}$  برای تعدادی از خانه های مجاور تأمین می کند، هر دوی این ولتاژها

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t \quad (27-28)$$

جریانی که در مدار به وسیله  $\text{emf}$  برقرار می‌شود برابر است با

$$i = I \sin(\omega_d t - \phi) \quad (27-29)$$

که  $\phi$  ثابت فاز جریان است.

**تشدید** دامنه جریان  $I$  که در مدار  $RLC$  متوالی با  $\text{emf}$  خارجی سینوسی برقرار می‌شود، وقتی بیشینه است  $(I = \mathcal{E}_m / R)$  که بسامد زاویه‌ای محرک  $\omega_d$  با بسامد زاویه‌ای طبیعی  $\omega$  برابر باشد (یعنی؛ در تشدید). در این صورت  $X_C = X_L$ ،  $\phi = 0$  و جریان با  $\text{emf}$  همفاز است.

**عنصرهای تک مدار** اختلاف پتانسیل متناوب دو سر یک مقاومت دارای دامنه  $V_R = IR$  است؛ جریان با اختلاف پتانسیل همفاز است.

برای یک خازن،  $V_C = IX_C$ ، که  $X_C = 1/\omega_d C$  و **واکنایی خازنی** است، در اینجا جریان به اندازه  $90^\circ$  ( $90^\circ = -\pi/2 \text{ rad}$ ) از اختلاف پتانسیل جلو می‌افتد.

برای یک القاگر،  $V_L = IX_L$ ، که  $X_L = \omega_d L$  و **واکنایی القایی** است؛ در اینجا جریان به اندازه  $90^\circ$  ( $90^\circ = \pi/2 \text{ rad}$ ) از اختلاف پتانسیل عقب می‌افتد.

**مدارهای  $RLC$  متوالی** برای یک  $RLC$  متوالی با  $\text{emf}$  خارجی که با معادله ۲۷-۲۸ و جریان با معادله ۲۷-۲۹ داده شده است، داریم

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \\ = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (\omega_d L - 1/\omega_d C)^2}} \quad (27-60) \text{ (دامنه جریان)}$$

و

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (27-65) \text{ (ثابت فاز)}$$

مقاومت ظاهری مدار به صورت زیر تعریف می‌شود

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (27-61) \text{ (مقاومت ظاهری)}$$

معادله ۲۷-۶۰ را می‌توان به صورت  $I = \mathcal{E}_m / Z$  نوشت.

**توان** در یک مدار  $RLC$  متوالی، **توان میانگین**  $P_{\text{avg}}$  مولد با ایجاد آهنگ انرژی گرمایی در مقاومت برابر است

$$P_{\text{avg}} = I_{\text{rms}}^2 R = \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \phi \quad (27-71, 27-76)$$

در اینجا  $\text{rms}$  بیانگر ریشه میانگین مربعی است؛ کمیت‌های  $\mathcal{E}_{\text{rms}} = \mathcal{E}_m / \sqrt{2}$  و  $V_{\text{rms}} = V_m / \sqrt{2}$ ،  $I_{\text{rms}} = I / \sqrt{2}$  با رابطه‌های  $\cos \phi$  کمیت بیشینه مربوط‌اند. کمیت  $\cos \phi$  را ضریب توان می‌نامند.

**مبدل‌ها** یک مبدل (با فرض آرمانی بودن) یک هسته آهنی

است که یک پیچه اولیه با  $N_p$  دور سیم و یک پیچه ثانویه با  $N_s$  دور سیم روی آن پیچیده شده‌اند. اگر پیچه اولیه به دو سر  $\omega_d$  محرک  $\text{emf}$  متناوب با بسامد زاویه‌ای  $\omega_d$  [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com) مرجع دانشجویان و مهندسی مولد جریان متناوب بسته شود، ولتاژهای اولیه و ثانویه با رابطه زیر به هم مربوط‌اند

$$R_p = \left( \frac{N_p}{N_s} \right)^2 R_s = (70/83)^2 (0/1846 \Omega)$$

$$= 926 \Omega \approx 930 \Omega$$

(پاسخ)

## بازنگری و خلاصه درس

**تبدیل انرژی در  $LC$**  در یک مدار  $LC$  نوسانی، انرژی به طور متناوب بین میدان الکتریکی خازن و میدان مغناطیسی القاگر رفت و برگشت می‌کند؛ مقدارهای لحظه‌ای این دو شکل انرژی عبارت‌اند از

$$U_E = \frac{q^2}{2C} \text{ و } U_B = \frac{Li^2}{2} \quad (27-1, 27-2)$$

که در آن  $q$  بار لحظه‌ای روی خازن و  $i$  جریان لحظه‌ای در القاگر است. انرژی کل  $U (= U_E + U_B)$  ثابت باقی می‌ماند.

**نوسانهای بار و جریان در  $LC$**  از اصل پایستگی انرژی داریم

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{C} q = 0 \quad (\text{نوسانهای } LC) \quad (27-11)$$

که معادله دیفرانسیل نوسانهای  $LC$  (بدون مقاومت) است. حل معادله ۲۷-۱۱ عبارت است از

$$q = Q \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{بار}) \quad (27-12)$$

که در آن  $Q$  دامنه بار (بار بیشینه در خازن) و بسامد زاویه‌ای نوسانها برابر است با

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (27-4)$$

ثابت فاز  $\phi$  در معادله ۲۷-۱۲ با شرایط اولیه دستگاه (در  $t=0$ ) تعیین می‌شود. جریان  $i$  در دستگاه در هر زمان  $t$  برابر است با

$$i = -\omega Q \sin(\omega t + \phi) \quad (\text{جریان}) \quad (27-13)$$

که در آن  $\omega Q$  دامنه جریان  $I$  است.

**نوسانهای میرا** در مدار  $LC$  وقتی عنصر اتلافی  $R$  نیز وجود داشته باشد نوسانها میرا می‌شوند، و آنگاه داریم

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0 \quad (\text{مدار } RLC) \quad (27-24)$$

حل این معادله دیفرانسیل چنین است

$$q = Q e^{-Rt/2L} \cos(\omega' t + \phi) \quad (27-25)$$

که در آن

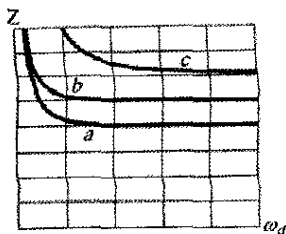
$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - (R/2L)^2} \quad (27-26)$$

ما فقط وضعیتهایی را در نظر می‌گیریم که  $R$  کوچک و در نتیجه میرایی کم باشد؛ در این صورت  $\omega' \approx \omega$ .

**جریانهای متناوب؛ نوسانهای واداشته** یک مدار  $RLC$  متوالی

می‌تواند توسط  $\text{emf}$  متناوب با بسامد زاویه‌ای محرک  $\omega_d$  [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com) مرجع دانشجویان و مهندسی مولد جریان متناوب بسته شود، ولتاژهای اولیه و ثانویه با

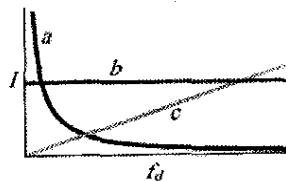
نوسان واداشته درآید



شکل ۲۲-۲۷ پرسش ۵

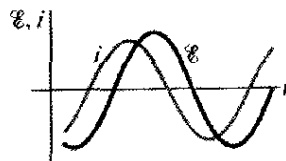
۶- بار روی خازنها در سه مدار LC نوسانی به این صورت تغییر می‌کند: (الف)  $q = 2 \cos 4t$ ؛ (ب)  $q = 4 \cos t$ ؛ (ج)  $q = 3 \cos 4t$  (بر حسب کولن و  $t$  بر حسب ثانیه است). مدارها را به ترتیب بزرگی (الف) دامنه جریان و (ب) زمان تناوب، مرتب کنید.

۷- یک منبع نیروی محرکه الکتریکی متناوب با دامنه emf معین به نوبت به یک مقاومت، یک خازن و سپس به یک القاگر متصل می‌شود. وقتی به یکی از این وسیله‌ها متصل شد، بسامد محرک  $f_d$  تغییر داده شده و دامنه  $I$  جریان حاصل در وسیله اندازه‌گیری و رسم می‌شود. هر یک از سه منحنی شکل ۲۳-۲۷ مربوط به کدام وسیله است؟



شکل ۲۳-۲۷ پرسش ۷

۸- شکل ۲۴-۲۷ جریان  $i$  و emf محرک  $\mathcal{E}$  را برای یک مدار RLC متوالی نشان می‌دهد. (الف) آیا جریان از emf جلو می‌افتد یا عقب می‌ماند؟ (ب) آیا بار مدارها اساساً خازنی است یا القایی؟ (پ) آیا بسامد زاویه‌ای  $\omega_d$  نیروی محرکه الکتریکی از بسامد زاویه‌ای طبیعی بیشتر است یا کمتر؟



شکل ۲۴-۲۷ پرسشهای ۸ و ۹

۹- شکل ۲۴-۲۷ جریان  $i$  و نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E}$  را برای یک مدار RLC متوالی نشان می‌دهد. نسبت به منحنی emf، آیا منحنی جریان به سمت چپ یا به سمت راست می‌افتد یا به سمت راست و اگر کمی (الف)  $L$ ، (ب)  $C$  و (پ)  $\omega_d$  را افزایش دهیم، آیا دامنه آن منحنی افزایش می‌یابد یا کاهش؟

۱۰- مقدارهای ثابت فاز  $\phi$  برای چهار مدار RLC متوالی سینوسی عبارت‌اند از (۱)  $-15^\circ$ ، (۲)  $+35^\circ$ ، (۳)  $\pi/3$  رادیان و (۴)  $-\pi/6$  رادیان. (الف) در کدامیک بار اساساً رادیان و (ب) در کدامیک جریان از emf متناوب عقب می‌افتد؟

$$V_s = V_p \frac{N_s}{N_p} \quad (\text{انتقال ولتاژ}) \quad (27-79)$$

جریانها با رابطه زیر به هم مربوط‌اند

$$I_s = I_p \frac{N_p}{N_s} \quad (\text{تبدیل جریانها}) \quad (27-80)$$

مقاومت معادل مدار ثانویه، که به وسیله مولد دیده می‌شود، برابر است با

$$R_{eq} = \left( \frac{N_p}{N_s} \right)^2 R \quad (27-82)$$

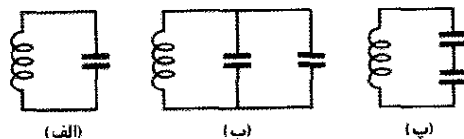
که  $R$  بار مقاومتی در مدار ثانویه است.  $N_p/N_s$  نسبت دورهای مبدل نامیده می‌شود.

## پرسشها

۱- یک خازن باردار و یک القاگر در زمان  $t=0$  به هم متصل می‌شوند. بر حسب زمان تناوب  $T$  نوسانهای حاصل، پس از چه مدت زمان کمیت‌های زیر به بیشینه مقدار خود می‌رسند: (الف)  $U_B$ ، (ب) شار مغناطیسی عبوری از القاگر، (پ)  $di/dt$  و (ت) نیروی محرکه الکتریکی القاگر؟

۲- کدام مقدارهای ثابت فاز  $\phi$  در معادله ۲۷-۱۲ امکان می‌دهند که وضعیت‌های (الف)، (پ)، (ت) و (ج) شکل ۲۷-۱، در  $t=0$  رخ دهند؟

۳- شکل ۲۷-۲۰ سه مدار LC نوسانی را با القاگرها و خازنهای مشابه نشان می‌دهد. مدارها را به ترتیب بزرگی زمانی که در طی نوسانها طول می‌کشد تا خازنها کاملاً تخلیه شوند مرتب کنید.



شکل ۲۰-۲۷ پرسش ۳

۴- شکل ۲۷-۲۱ نمودارهای ولتاژ خازن  $V_C$  را برای مدارهای LC، ۱ و ۲ نشان می‌دهد که دارای ظرفیتهای یکسان و بار  $Q$  بیشینه یکسان هستند. آیا (الف) القایدگی و (ب) جریان بیشینه  $I$  در مدار ۱ نسبت به همین مقدارها در مدار ۲ بزرگترند یا کوچکتر یا با هم مساوی‌اند؟



شکل ۲۱-۲۷ پرسش ۴

۵- منحنی  $a$  در شکل ۲۲-۲۷ مقاومت ظاهری  $Z$  یک مدار RC را بر حسب بسامد زاویه‌ای محرک  $\omega_d$  به دست می‌دهد. دو منحنی دیگر مشابه‌اند اما برای مقدارهای مختلف مقاومت  $R$  و خازن  $C$ ، سه منحنی را به ترتیب بزرگی مقدار  $R$  مرتب کنید.

۴۰- بسامد نوسان یک مدار  $LC$  معین  $200\text{ kHz}$  است. در زمان  $t=0$ ، صفحه  $A$  خازن بیشترین بار مثبت را دارد. در چه کوچکترین زمان  $t>0$ ، (الف) صفحه  $A$  مجدداً بیشترین بار مثبت را خواهد داشت؛ (ب) صفحه دیگر خازن بیشترین بار مثبت را خواهد داشت و (پ) القاگر بیشترین میدان مغناطیسی را خواهد داشت؟

۵۰- یک مدار  $LC$  نوسانی شامل یک القاگر  $75.0\text{ mH}$  و یک خازن  $3.60\text{ }\mu\text{F}$  است. اگر بار بیشینه روی خازن  $2.90\text{ }\mu\text{C}$  باشد (الف) انرژی کل در مدار چقدر است؟ (ب) جریان بیشینه چقدر است؟

### بخش ۲۷-۳ قیاس الکتریکی - مکانیکی

۶۰- وقتی یک جسم  $5\text{ kg}$  متصل به فنر  $2/0\text{ mm}$  از وضعیت تعادل کشیده و رها شود؛ با نیروی بازگرداننده  $8/0\text{ N}$  حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. (الف) بسامد زاویه‌ای نوسان چقدر است؟ (ب) دوره تناوب نوسان چقدر است؟ (پ) ظرفیت یک مدار  $LC$  با همان دوره تناوب اگر  $L$  برابر  $5/0\text{ H}$  باشد چقدر است؟

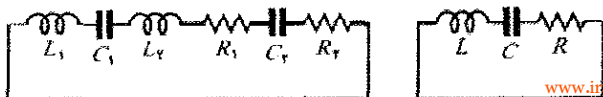
۷۰۰- انرژی در یک مدار  $LC$  نوسانی شامل القاگر  $1/25\text{ H}$  برابر  $5/70\text{ }\mu\text{J}$  است. بیشترین بار روی خازن  $175\text{ }\mu\text{C}$  است. مطلوب است (الف) جرم، (ب) ثابت فنر، (پ) بیشترین جابه‌جایی و (ت) بیشترین تندی برای یک دستگاه مکانیکی با همان دوره تناوب.

### بخش ۲۷-۴ نوسانهای LC، بررسی کمی

۸۰- نوسانگرهای  $LC$  در مدارهای متصل به بلندگوها به کار برده می‌شوند تا برخی از صداهای موسیقی الکترونیکی را ایجاد کنند. با یک خازن  $6/7\text{ }\mu\text{F}$ ، چه القاگری باید به کار برده شود تا بسامد  $10\text{ kHz}$  را که وسط محدوده بسامدهای صوتی است ایجاد کند؟

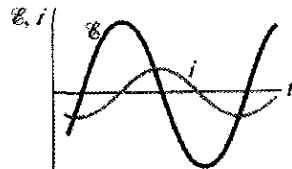
۹۰- در یک مدار  $LC$  با  $L=5.0\text{ mH}$  و  $C=4/0\text{ }\mu\text{F}$  جریان در ابتدا بیشینه است. چه مدت طول می‌کشد؛ تا خازن برای اولین بار به طور کامل پر شود؟ ILW

۱۰۰- یک تک حلقه شامل چندین القاگر  $(L_1, L_2, \dots)$ ، چندین خازن  $(C_1, C_2, \dots)$  و چندین مقاومت  $(R_1, R_2, \dots)$  است که به ترتیب نشان داده شده در شکل ۲۷-۲۷ الف به طور متوالی به هم متصل‌اند. نشان دهید که بدون توجه به ترتیب این عنصرهای مدار در حلقه، رفتار این مدار با رفتار مدار  $LC$  ساده نشان داده شده در شکل ۲۷-۲۷ ب یکسان است. (راهنمایی: قاعده حلقه را بررسی و به مسئله ۲۶ در فصل ۲۶ نگاه کنید.)



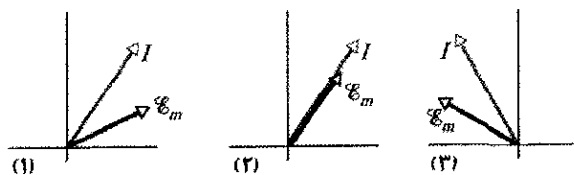
(الف)

۱۱- شکل ۲۷-۲۵ جریان  $i$  و نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E}$  را برای یک مدار  $RLC$  متوالی نشان می‌دهد. (الف) آیا ثابت فاز مثبت است یا منفی؟ (ب) برای افزایش آهنگی که طی آن انرژی به بار مقاومتی انتقال می‌یابد، آیا  $L$  باید افزایش یابد یا کاهش؟ (پ) به جای آن، آیا  $C$  باید افزایش یابد یا کاهش؟



شکل ۲۵-۲۷ پرسش ۱۱

۱۲- شکل ۲۶-۲۷ سه وضعیت مشابه وضعیتهای شکل ۲۷-۱۵ را نشان می‌دهد. در هر حالت (الف) ۱، (ب) ۲ و (پ) ۳ بسامد زاویه‌ای محرک از بسامد زاویه‌ای تشدید مدار بزرگتر است یا کمتر یا با آن برابر است؟



شکل ۲۶-۲۷ پرسش ۱۲

## مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

•••• تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرنده فیزیک و در

[flyingcircusofphysics.com](http://flyingcircusofphysics.com) قابل دسترس است.

### بخش ۲۷-۲ نوسانهای LC، بررسی کیفی

۱۰- در یک مدار  $LC$  نوسانی معین، انرژی کل در  $1/50\text{ }\mu\text{s}$  از انرژی الکتریکی در خازن به انرژی مغناطیسی در القاگر تبدیل می‌شود. (الف) دوره تناوب نوسان چقدر است؟ (ب) بسامد نوسان چقدر است؟ (پ) وقتی انرژی مغناطیسی بیشینه است، پس از چه مدت مجدداً بیشینه خواهد بود؟

۲۰- ظرفیت یک مدار  $LC$  نوسانی در صورتی که بار بیشینه روی خازن  $1/6\text{ }\mu\text{C}$  و انرژی کل  $140\text{ }\mu\text{J}$  باشد، چقدر است؟

۳۰- در یک مدار  $LC$  نوسانی،  $L=1/10\text{ mH}$  و  $C=4/00\text{ }\mu\text{F}$  است. بار بیشینه روی خازن  $3/00\text{ }\mu\text{C}$  است. جریان بیشینه را به دست آورید.

کنید. (راهنمایی: فرمولهای ظرفیت معادل و القایدگی معادل را به کار برید؛ بخش ۲۱-۴ و مسئله ۴۵ در فصل ۲۶ را نگاه کنید.)

۱۷۰۰- در یک مدار نوسانگر  $LC$  با  $C=64/0 \mu F$  جریان با رابطه  $i=(1/60)\sin(2500t + 0/680)$  داد می شود که در آن  $t$  برحسب ثانیه،  $i$  برحسب آمپر و ثابت فاز برحسب رادیان است. (الف) پس از  $t=0$  جریان طی چه مدتی به مقدار بیشینه اش می رسد؟ (ب) القایدگی و (پ) انرژی کل چقدر است؟  $ILW$

۱۸۰۰- در یک مدار نوسانگر  $LC$  وقتی  $75\%$  انرژی کل در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره شده است، (الف) چه مضربی از بار بیشینه روی خازن است و (ب) چه مضربی از جریان بیشینه در القاگر برقرار است؟

۱۹۰۰- در یک مدار نوسانگر  $LC$ ،  $L=25/0 mH$  و  $C=7/80 \mu F$  است. در زمان  $t=0$ ، جریان  $9/2 mA$ ، بار روی خازن  $3/80 \mu C$  و خازن در حال پرشدن است. (الف) انرژی کل در مدار، (ب) بیشترین بار خازن و (پ) بیشترین جریان چقدر است؟ (ت) اگر بار روی خازن با رابطه  $q=Q\cos(\omega t - \phi)$  داده شود، ثابت فاز  $\phi$  چقدر است؟ (ث) فرض کنید همه داده ها یکسان بمانند به جز اینکه خازن در  $t=0$  در حال تخلیه شدن است، آنوقت  $\phi$  چقدر است؟

۲۰۰۰- یک مدار نوسانگر  $LC$  دارای دامنه جریان  $7/50 mA$ ، دامنه ولتاژ  $250 mV$  و ظرفیت  $220 nF$  است. مطلوب است محاسبه (الف) دوره تناوب نوسان، (ب) بیشینه انرژی ذخیره شده در خازن، (پ) بیشینه انرژی ذخیره شده در القاگر، (ت) آهنگ بیشینه ای که با آن جریان تغییر می کند و (ث) آهنگ بیشینه ای که با آن القاگر انرژی می گیرد.

۲۱۰۰- در یک مدار نوسانگر  $LC$ ،  $L=3/00 mH$  و  $C=2/70 \mu F$  است. در  $t=0$  بار روی خازن صفر و جریان  $2/00 A$  است. (الف) بیشترین باری که روی خازن ظاهر می شود چقدر است؟ (ب) کمترین زمان  $t>0$  که در طی آن آهنگ ذخیره انرژی در خازن بیشترین مقدار را دارد چقدر است و (پ) این آهنگ بیشترین چقدر است؟  $SSM$

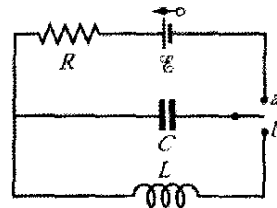
۲۲۰۰- در یک مدار  $LC$  نوسانی که در آن  $C=4/00 \mu F$  است، بیشینه اختلاف پتانسیل دو سرخازن در حین نوسانها  $1/50 V$  و بیشینه جریان عبوری از القاگر  $50/0 mA$  است. (الف) القایدگی و (ب) بسامد نوسانها چقدر است؟ (پ) برای اینکه بار روی خازن از صفر به مقدار بیشینه اش برسد چه مدت زمان مورد نیاز است؟  $SSM$

۲۳۰۰- با به کاربردن قاعده حلقه، برای مدار  $LC$  معادله دیفرانسیلی به دست آورید (معادله ۲۷-۱۱ را ببینید).

### بخش ۲۷-۵ نوسانهای میرا در مدار $RLC$

۲۴۰۰- در یک مدار  $RLC$  متوالی نوسانی، زمان لازم را برای چهار عنصر، برحسب  $\omega$  چقدر است؟ از مقاومت چشم پوشی جریان و مهتابی که انرژی بیشینه موجود در طی یک نوسان به نصف مقدار

۱۱۰۰- در شکل ۲۷-۲۸،  $R=14/0 \Omega$ ،  $C=6/20 \mu F$  و  $L=54/0 mH$  و باتری آرمانی با  $emf$  برابر  $34/0 V$  است. کلید را برای مدتی طولانی در وضعیت  $a$  و سپس در وضعیت  $b$  قرار می دهیم. (الف) بسامد و (ب) دامنه جریان نوسانی حاصل چقدر است؟



شکل ۲۷-۲۸ مسئله ۱۱

۱۲۰۰- برای ساخت یک دستگاه  $LC$  نوسانی، می توانید یک القاگر  $10 mH$ ، یک خازن  $5/0 \mu F$  و یک خازن  $2/0 \mu F$  را انتخاب کنید. (الف) کوچکترین، (ب) دومین کوچکترین، (پ) دومین بزرگترین و (ت) بزرگترین بسامد نوسانی که می توان با این عناصر در ترکیبهای مختلف برقرار کرد، چقدر است؟

۱۳۰۰- یک مدار  $LC$  نوسانی شامل یک خازن  $1/0 nF$  و یک پیچ  $3/0 mH$  دارای بیشترین ولتاژ  $3/0 V$  است. مطلوب است تعیین (الف) بیشترین بار روی خازن، (ب) بیشترین جریانی که از مدار می گذرد و (پ) بیشترین انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی پیچ.  $ILW$

۱۴۰۰- القاگری به دوسر خازنی که ظرفیت آن می تواند با چرخاندن دگمه ای تغییر کند، متصل است. می خواهیم کاری کنیم که بسامد نوسانهای این مدار  $LC$  به طور خطی با زاویه چرخش دگمه متناسب باشد و وقتی دگمه  $180^\circ$  می چرخد بسامد از  $2 \times 10^5 Hz$  به  $4 \times 10^5 Hz$  تغییر کند. اگر  $L=1/0 mH$  باشد، ظرفیت  $C$  مورد نیاز را برحسب تابعی از زاویه چرخش دگمه رسم کنید.

۱۵۰۰- خازن متغیری با گستره از  $10$  تا  $365 pF$  با یک پیچ برای تشکیل یک مدار نوسانگر  $LC$  با بسامد متغیر به کار می رود تا با آن بتوان ورودی یک رادیو را تنظیم کرد. (الف) با چنین خازنی چه نسبتی از بسامد بیشینه به کمینه را می توان به دست آورد؟ اگر این مدار برای به دست آوردن بسامدهایی از  $5/54 MHz$  تا  $1/60 MHz$  به کار رود، نسبت محاسبه شده در (الف) خیلی بزرگ می شود. با افزودن خازنی به طور موازی با خازن متغیر، این گستره را می توان تنظیم کرد. برای به دست آوردن گستره بسامد دلخواه، (ب) چه خازنی باید افزود و (پ) و القایدگی پیچ باید چقدر باشد؟  $SSM WWW$

۱۶۰۰- یک مدار متوالی که شامل القایدگی  $L_1$  و ظرفیت  $C_1$  است در بسامد زاویه ای  $\omega$  نوسان می کند. مدار متوالی دیگری شامل القایدگی  $L_2$  و ظرفیت  $C_2$  در همان بسامد زاویه ای

نوسان می کند. بسامد زاویه ای نوسان مداری متوالی شامل  $L_1$  و  $C_1$  است در بسامد زاویه ای  $\omega$  چقدر است؟ از مقاومت چشم پوشی جریان و مهتابی که انرژی بیشینه موجود در طی یک نوسان به نصف مقدار



اولیه‌اش کاهش یابد، به دست آورید. فرض کنید که در  $t=0$ ،  $q=Q$  است.

۲۵۰۰- چه مقاومت  $R$  باید به طور متوالی به القاییدگی  $L=22\text{mH}$  و ظرفیت  $C=12\text{ }\mu\text{F}$  بسته شود تا اینکه بار بیشینه روی خازن در  $50\%$  چرخه به  $99\%$  مقدار اولیه‌اش کاهش یابد؟ (فرض کنید که  $\omega' \approx \omega$  است.) ILW

۲۶۰۰- یک مدار تک حلقه شامل مقاومت  $7/20\Omega$ ، القاگر  $12/10\text{H}$  و خازن  $3/20\text{ }\mu\text{C}$  است. در ابتدا خازن دارای بار  $6/2\text{ }\mu\text{C}$  و جریان صفر است. بار روی خازن را برای  $N$  چرخه کامل بعدی برای (الف)  $N=5$ ، (ب)  $N=10$  و (پ)  $N=100$  حساب کنید. ⚡

۲۷۰۰۰- در یک مدار  $RLC$  متوالی نوسانی، نشان دهید که کسر اتلاف انرژی در هر چرخه نوسان،  $\Delta U/U$ ، با تقریب خوبی با  $2\pi R/\omega L$  داده می‌شود. کمیت  $\omega L/R$  اغلب  $Q$  مدار نامیده می‌شود (کیفیت). مداری که در آن  $Q$  بالا باشد دارای مقاومت پایین و کسر اتلاف انرژی پایین در هر چرخه  $(=2\pi/Q)$  است. SSM

### بخش ۲۷-۸ سه مدار ساده

۲۸۰- یک مقاومت  $50\Omega$  مطابق شکل ۲۷-۸ به یک مولد ac با  $\mathcal{E}_m=30/10\text{V}$  متصل شده است. اگر بسامد emf برابر باشد با (الف)  $1/10\text{kHz}$  و (ب)  $8/10\text{kHz}$ ، دامنه جریان متناوب حاصل چقدر است؟

۲۹۰- (الف) در چه بسامدی، القاگر  $6/10\text{mH}$  و خازن  $10\text{ }\mu\text{F}$  دارای واکنایی یکسان هستند؟ (ب) واکنایی چقدر خواهد بود؟ (پ) نشان دهید که این بسامد، بسامد طبیعی مدار نوسانی با  $L$  و  $C$  یکسان است.

۳۰۰- یک خازن  $1/50\text{ }\mu\text{F}$  مطابق شکل ۲۷-۱۰ به یک مولد ac با  $\mathcal{E}_m=30/10\text{V}$  متصل شده است. اگر بسامد emf برابر باشد با (الف)  $1/10\text{kHz}$  و (ب)  $8/10\text{kHz}$ ، دامنه جریان متناوب حاصل چقدر است؟

۳۱۰- یک القاگر  $50/10\text{mH}$  مطابق شکل ۲۷-۱۲ به یک مولد ac با  $\mathcal{E}_m=30/10\text{V}$  متصل شده است. اگر بسامد emf برابر باشد با (الف)  $1/10\text{kHz}$  و (ب)  $8/10\text{kHz}$ ، دامنه جریان متناوب حاصل چقدر است؟ ILW

۳۲۰۰- یک مولد ac با نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E}=\mathcal{E}_m \sin \omega_d t$  که در آن  $\mathcal{E}_m=25/10\text{V}$  و  $\omega_d=377\text{rad/s}$  به یک خازن  $4/15\text{ }\mu\text{F}$  متصل شده است. (الف) مقدار بیشینه جریان چقدر است؟ (ب) وقتی جریان بیشینه است، emf مولد چقدر است؟ (پ) وقتی emf مولد برابر  $12/5\text{V}$  است و بزرگی آن افزایش می‌یابد، جریان چقدر است؟ ⚡

۳۳۰۰- نیروی محرکه الکتریکی یک مولد ac برابر است با  $\mathcal{E}=\mathcal{E}_m \sin (\omega_d t - \pi/4)$  که در آن  $\mathcal{E}_m=30/10\text{V}$  و  $\omega_d=350\text{rad/s}$  است. جریان ایجاد شده در مدار متصل به آن چقدر است؟

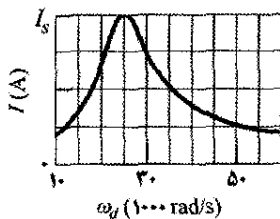
است با  $i(t)=I \sin (\omega_d t - \pi/4)$  که در آن  $I=620\text{mA}$ . در چه زمانی پس از  $t=0$ ، (الف) emf مولد برای بار اول به بیشینه می‌رسد و (ب) جریان برای بار اول به بیشینه می‌رسد؟ (پ) مدار شامل فقط یک تک عنصر دیگر به جز مولد است. این عنصر خازن است یا القاگر یا مقاومت؟ پاسخ خود را توجیه کنید. (ت) در هر حالت، مقدار ظرفیت، القاییدگی یا مقاومت چقدر است؟ SSM

۳۴۰۰- نیروی محرکه الکتریکی یک مولد ac برابر است با  $\mathcal{E}=\mathcal{E}_m \sin \omega_d t$  که در آن  $\mathcal{E}_m=25/10\text{V}$  و  $\omega_d=377\text{rad/s}$  است. این مولد به یک القاگر  $12/10\text{H}$  متصل است. (الف) مقدار بیشینه جریان چقدر است؟ (ب) وقتی جریان بیشینه است، emf مولد چقدر است؟ (پ) وقتی emf مولد برابر  $12/5\text{V}$  است و بزرگی آن افزایش می‌یابد، جریان چقدر است؟ ⚡

### بخش ۲۷-۹ مدار RLC متوالی

۳۵۰- در شکل ۲۷-۷، القاگر را از مدار برمی‌داریم و مقدارهای  $\mathcal{E}_m=36/10\text{V}$  و  $f_d=60/10\text{Hz}$ ،  $C=150\text{ }\mu\text{F}$ ،  $R=200\Omega$  را در نظر می‌گیریم. (الف)  $Z$ ، (ب)  $\phi$  و (پ)  $I$  چقدرند؟ (ت) نمودار بردار فاز را رسم کنید.

۳۶۰- دامنه جریان  $I$  برحسب بسامد زاویه‌ای محرک  $\omega_d$  برای یک مدار  $RLC$  در شکل ۲۷-۲۹ داده شده که در آن مقیاس محور قائم با  $I_s=4/10\text{A}$  مشخص شده است. القاییدگی برابر  $200\text{ }\mu\text{H}$  و دامنه emf برابر  $8/10\text{V}$  است. (الف)  $C$  و (ب)  $R$  چقدرند؟

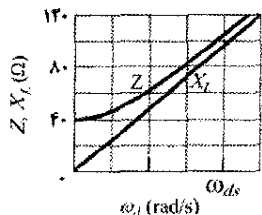


شکل ۲۷-۲۹ مسئله ۳۶

۳۷۰- در شکل ۲۷-۷، خازن را از مدار برمی‌داریم و مقدارهای  $\mathcal{E}_m=36/10\text{V}$  و  $f_d=60/10\text{Hz}$ ،  $L=230\text{mH}$ ،  $R=200\Omega$  را در نظر می‌گیریم. (الف)  $Z$ ، (ب)  $\phi$  و (پ)  $I$  چقدرند؟ (ت) نمودار فاز را رسم کنید.

۳۸۰- یک منبع متناوب با بسامد متغیر، یک القاگر با القاییدگی  $L$  و یک مقاومت  $R$  به طور متوالی به هم متصل‌اند. شکل ۲۷-۳۰ مقاومت ظاهری  $Z$  مدار را برحسب بسامد زاویه‌ای محرک  $\omega_d$  به دست می‌دهد.

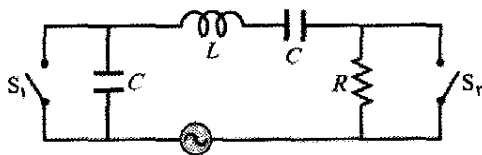
مقیاس محور افقی با  $\omega_{ds}=1600\text{rad/s}$  مشخص شده است. شکل همچنین واکنایی  $X_L$  را برای القاگر برحسب  $\omega_d$  به دست می‌دهد. (الف)  $R$  و (ب)  $L$



شکل ۲۷-۳۰ مسئله ۳۸

است. (الف) در کدام بسامد زاویه‌ای  $\omega_d$  دامنه جریان مقدار بیشینه خود را همانند منحنیهای تشدید شکل ۲۷-۱۶ خواهد داشت؟ (ب) مقدار این بیشینه چقدر است؟ در کدام (پ) بسامد زاویه‌ای پایتتر  $\omega_d$  و (ت) بسامد زاویه‌ای بالاتر  $\omega_d$ ، دامنه جریان نصف این مقدار بیشینه خواهد بود؟ (ث) کسر نیم پهنای  $[(\omega_d - \omega_{d1})/\omega]$  منحنی تشدید برای این مدار چقدر است؟ SSM WWW

۴۶۰۰- شکل ۲۷-۳۲ یک مدار  $RLC$  را نشان می‌دهد که شامل دو خازن مشابه و دو کلید است. دامنه  $\text{emf}$  در  $120\text{ V}$  و بسامد محرک در  $60\text{ Hz}$  تنظیم شده‌اند. وقتی دو کلید باز هستند، جریان به اندازه  $30/9^\circ$  از  $\text{emf}$  جلو می‌افتد. وقتی کلید  $S_1$  بسته شود ولی کلید  $S_2$  هنوز باز باشد،  $\text{emf}$  به اندازه  $15/0^\circ$  از جریان جلو می‌افتد. وقتی دو کلید بسته شوند، دامنه جریان برابر  $447\text{ mA}$  است. (الف)  $R$ ، (ب)  $C$  و (پ)  $L$  چقدرند؟



شکل ۲۷-۳۲ مسئله ۴۶

۴۷۰۰- (الف) در یک مدار  $RLC$ ، آیا دامنه ولتاژ دو سر القاگر می‌تواند بزرگتر از دامنه مولد  $\text{emf}$  باشد؟ (ب) یک مدار  $RLC$  را با  $C = 1/0\text{ }\mu\text{F}$ ،  $L = 1/0\text{ H}$ ،  $R = 10\text{ }\Omega$ ،  $\mathcal{E}_m = 10\text{ V}$  در نظر بگیرید. دامنه ولتاژ دو سر القاگر در تشدید چقدر است؟

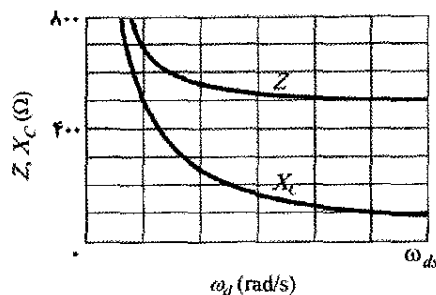
۴۸۰۰- یک منبع  $\text{emf}$  متناوب با بسامد متغیر  $f_d$  به طور متوالی به یک مقاومت  $80/0\text{ }\Omega$  و القاگر  $40/0\text{ mH}$  متصل است. دامنه  $\text{emf}$  برابر  $6/00\text{ V}$  است. (الف) نمودار بردار فاز را برای بردار فاز  $V_R$  (پتانسیل دو سر مقاومت) و بردار فاز  $V_L$  (پتانسیل دو سر القاگر) رسم کنید. (ب) در کدام بسامد محرک  $f_d$  دو بردار فاز طول یکسانی دارند؟ در این بسامد محرک، مطلوب است (پ) زاویه فاز برحسب درجه، (ت) تندی زاویه‌ای که بردارهای فاز با آن می‌چرخند و (ث) دامنه جریان.

۴۹۰۰- کسر نیم - پهنای  $\Delta\omega_d$  منحنی تشدید همانند شکل ۲۷-۱۶، برابر پهنای منحنی در نصف مقدار بیشینه  $I$  است. نشان دهید که  $\Delta\omega_d/\omega = R(\mathcal{E}_m/L)^{1/2}$ ، که در آن  $\omega$  بسامد زاویه‌ای در تشدید است. توجه کنید که نسبت  $\Delta\omega_d/\omega$ ، همان‌طور که شکل ۲۷-۱۳ می‌دهد، با  $R$  افزایش می‌یابد. SSM

۵۰۰۰- یک مولد  $ac$  با  $\mathcal{E}_m = 220\text{ V}$  که در  $400\text{ Hz}$  کار می‌کند، نوسانهایی در مدار  $RLC$  متوالی با  $R = 220\text{ }\Omega$ ،  $L = 150\text{ mH}$  و  $C = 24/0\text{ }\mu\text{F}$  به وجود می‌آورد. مطلوب است (الف) واکنشی خازنی  $X_C$ ، (ب) مقاومت ظاهری  $Z$  و (پ) دامنه جریان  $I$ . سپس خازن دیگری را با ظرفیت یکسان به طور متوالی به سایر اجزا می‌بندیم. معین کنید که آیا (ت)  $X_C$ ، (ب)  $Z$  و (ج)  $I$  افزایش می‌یابند یا کاهش می‌یابند یا یکسان باقی می‌مانند؟

۳۹۰- در شکل ۲۷-۷، مقدارهای  $C = 70/0\text{ }\mu\text{F}$ ،  $R = 200\text{ }\Omega$ ،  $L = 230\text{ mH}$ ،  $f_d = 60/0\text{ Hz}$  و  $\mathcal{E}_m = 36/0\text{ V}$  را در نظر می‌گیریم. (الف)  $Z$ ، (ب)  $\phi$  و (پ)  $I$ ، چقدرند؟ نمودار بردار فاز را رسم کنید. SSM

۴۰۰- یک منبع متناوب با بسامد متغیر، یک خازن با ظرفیت  $C$  و یک مقاومت با مقاومت  $R$  به طور متوالی به هم متصل‌اند. شکل ۲۷-۳۱ مقاومت ظاهری  $Z$  مدار را برحسب بسامد زاویه‌ای محرک  $\omega_d$  به دست می‌دهد؛ منحنی در  $500\text{ }\Omega$  به مجانب می‌رسد. مقیاس محور افقی با  $\omega_{ds} = 300\text{ rad/s}$  مشخص شده است. شکل همچنین واکنشی  $X_C$  را برای خازن برحسب  $\omega_d$  به دست می‌دهد. (الف)  $R$  و (ب)  $C$  چقدرند؟



شکل ۲۷-۳۱ مسئله ۴۰

۴۱۰- یک موتور الکتریکی وقتی با بار کار می‌کند دارای مقاومت مؤثر  $32/0\text{ }\Omega$  و واکنشی القایی  $45/0\text{ }\Omega$  است. ولتاژ  $rms$  دو سر منبع تناوبی  $420\text{ V}$  است. جریان  $rms$  را حساب کنید.

۴۲۰- یک منبع متناوب یک مدار  $RLC$  متوالی را با دامنه  $\text{emf}$  برابر  $6/00\text{ V}$  در ثابت فاز  $+3/0^\circ$  به کار می‌اندازد. وقتی اختلاف پتانسیل دو سر خازن به بیشینه مقدار مثبت خود برابر  $5/00\text{ V}$  می‌رسد، اختلاف پتانسیل دو سر القاگر چقدر است (شامل علامت آن)؟

۴۳۰- پیچهای با القابیدگی  $88\text{ mH}$  و مقاومت نامعلوم و یک خازن  $94/0\text{ }\mu\text{F}$  به طور متوالی به یک  $\text{emf}$  متناوب با بسامد  $930\text{ Hz}$  متصل‌اند. اگر ثابت فاز بین ولتاژ اعمال شده و جریان برابر  $75^\circ$  باشد، مقاومت پیچه چقدر است؟ ILW

۴۴۰۰- یک منبع  $\text{emf}$  تناوبی با بسامد متغیر  $f_d$  به طور متوالی به مقاومت  $50/0\text{ }\Omega$  و خازن  $20/0\text{ }\mu\text{F}$  بسته شده است. دامنه  $\text{emf}$  برابر  $12/0\text{ V}$  است. (الف) نمودار بردار فاز را برای بردار فاز  $V_R$  (پتانسیل دو سر مقاومت) و بردار فاز  $V_C$  (پتانسیل دو سر خازن) رسم کنید. (ب) در کدام بسامد محرک  $f_d$  دو بردار فاز دارای طول یکسان هستند؟ در این بسامد محرک، (پ) زاویه فاز برحسب درجه، (ت) تندی زاویه‌ای که بردارهای فاز با آن می‌چرخند و (ث) دامنه جریان، چقدرند؟

۴۵۰۰- یک مدار  $RLC$  همانند مدار شکل ۲۷-۷ دارای  $C = 20/0\text{ }\mu\text{F}$ ،  $R = 50/0\text{ }\Omega$  و  $L = 1/0\text{ H}$  و  $\mathcal{E}_m = 30/0\text{ V}$  است.

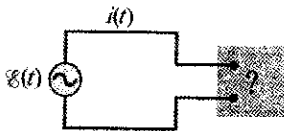
باشد که اجزای آن و چگونگی اتصال آنها را نمی‌دانیم. اندازه‌گیرهای خارج جعبه رابطه‌های زیر را به دست می‌دهند

$$\mathcal{E}(t) = (75/0 \text{ V}) \sin \omega_d t$$

و

$$i(t) = (1/2 \text{ A}) \sin(\omega_d t + 42/0^\circ)$$

(الف) ضریب توان چقدر است؟ (ب) آیا جریان نسبت به emf جلو می‌افتد یا عقب می‌ماند؟ (پ) آیا مدار داخل جعبه بیشتر القایی است یا خازنی؟ (ت) آیا جریان در جعبه در تشدید است؟ (ث) آیا باید در جعبه خازن، (ج) القاگر یا (چ) مقاومت وجود داشته باشد؟ (ح) با چه آهنگ میانگینی انرژی به وسیله مولد به جعبه داده می‌شود؟ (خ) چرا برای پاسخ این پرسشها نیاز به دانستن  $\omega_d$  ندارید؟ SSM WWW



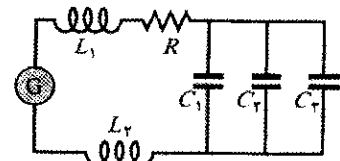
شکل ۲۷-۳۵ مسئله ۵۷

۵۸۰۰- در یک مدار  $RLC$  نوسانی متوالی،  $R = 16/0 \Omega$ ،  $C = 31/2 \mu F$  و  $L = 9/2 \text{ mH}$  و  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t$  با  $\mathcal{E}_m = 45/0 \text{ V}$  و  $\omega_d = 300 \text{ rad/s}$  است. برای زمان  $t = 0/442 \text{ ms}$ ، مطلوب است (الف) آهنگ  $P_g$  که با آن انرژی به وسیله مولد تأمین می‌شود، (ب) آهنگ  $P_C$  که با آن انرژی در خازن تغییر می‌کند و (پ) آهنگ  $P_L$  که با آن انرژی در القاگر تغییر می‌کند و (ت) آهنگ  $P_R$  که با آن انرژی در مقاومت تلف می‌شود. (ث) آیا جمع  $P_C$ ،  $P_L$  و  $P_R$  بزرگتر از  $P_g$  است یا کوچکتر یا برابر با آن است؟

۵۹۰۰- در یک مدار  $RLC$  مانند مدار شکل ۲۷-۷، فرض کنید که  $R = 500 \Omega$ ،  $L = 60/0 \text{ mH}$ ،  $f_d = 60/0 \text{ Hz}$  و  $\mathcal{E}_m = 30/0 \text{ V}$  است. برای چه مقدارهایی از ظرفیت، آهنگ متوسط اتلاف انرژی در مقاومت (الف) بیشینه و (ب) کمینه خواهد بود؟ (پ) بیشینه آهنگ اتلاف و (ت) زاویه فاز و (ث) ضریب توان مربوط چقدر است؟ (ج) کمینه آهنگ اتلاف و (ح) زاویه فاز و (خ) ضریب توان مربوط چقدر است؟ SSM

۶۰۰۰- یک «کم‌کننده نور» نوعی که برای کم کردن نور صحنه تأثیر به کار می‌رود شامل یک القاگر متغیر  $L$  است (که القابیدگی آن بین صفر و  $L_{\max}$  قابل تنظیم است) و به طور متوالی مطابق شکل ۲۷-۳۶ به لامپ  $B$  بسته شده است. منبع الکتریکی  $120 \text{ V (rms)}$  در  $60/0 \text{ Hz}$  است؛ لامپ در  $120 \text{ V}$  و  $1000 \text{ W}$  کار می‌کند. (الف) اگر آهنگ اتلاف انرژی در لامپ با ضریب ۵ از حد بالای  $1000 \text{ W}$  تغییر کند،  $L_{\max}$  مورد نیاز چقدر است؟ فرض کنید مقاومت لامپ مستقل از دمای آن است. (ب) آیا می‌توان به جای القاگر از مقاومت متغیر (که بین صفر و  $R_{\max}$  قابل تنظیم است) استفاده کرد؟ در این صورت  $R_{\max}$  مورد نیاز چقدر است؟ چرا این کار انجام نمی‌گیرد؟

۵۱۰۰- در شکل ۲۷-۳۳، مولدی با بسامد نوسان قابل تنظیم به مقاومت  $R = 100 \Omega$  و القاگرهای  $L_1 = 1/7 \text{ mH}$  و  $L_2 = 2/3 \text{ mH}$  و خازنهای  $C_1 = 400 \mu F$  و  $C_2 = 2/5 \mu F$  بسته شده است. (الف) بسامد تشدید مدار چقدر است؟ (راهنمایی: به مسئله ۴۷ فصل ۲۶ نگاه کنید.) اگر (ب) مقدار  $R$  افزایش یابد، (پ) مقدار  $L_1$  افزایش یابد و (ت) خازن  $C_2$  از مدار خارج شود، چه اتفاقی برای بسامد تشدید رخ می‌دهد؟



شکل ۲۷-۳۳ مسئله ۵۱

### بخش ۲۷-۱۰ توان در مدارهای جریان متناوب

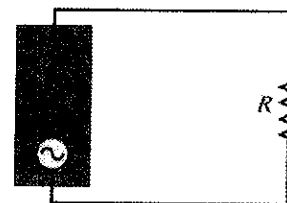
۵۲۰- مقدار بیشینه یک ولتاژ ac که مقدار rms آن  $100 \text{ V}$  است، چقدر است؟

۵۳۰- چه مقدار جریان مستقیم در یک مقاومت معین مقدار گرمایی یکسان با جریان متناوبی با مقدار بیشینه  $2/6 \text{ A}$  تولید می‌کند؟

۵۴۰- یک ولت سنج ac با مقاومت ظاهری بزرگ به نوبت به دو سر القاگر، خازن و مقاومت در یک مدار متوالی که دارای emf متناوب  $100 \text{ V (rms)}$  است بسته می‌شود؛ در هر نوبت ولت سنج عدد یکسانی را نشان می‌دهد. این عدد چقدر است؟

۵۵۰- یک دستگاه تهویه مطبوع که به یک خط ac با ولتاژ rms برابر  $120 \text{ V}$  متصل است معادل با یک مقاومت  $12/0 \Omega$  و یک واکنایی القایی  $1/30 \Omega$  است که به طور متوالی بسته شده باشند. مطلوب است محاسبه (الف) مقاومت ظاهری دستگاه تهویه و (ب) آهنگ میانگینی که با آن انرژی به این دستگاه داده می‌شود.

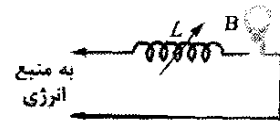
۵۶۰۰- برای شکل ۲۷-۳۴، نشان دهید که وقتی مقاومت  $R$  با مقاومت داخلی  $r$  مولد ac برابر باشد، آهنگ میانگینی که با آن انرژی در مقاومت  $R$  تلف می‌شود بیشینه است.



شکل ۲۷-۳۴ مسئله‌های ۵۶ و ۸۸

۵۷۰۰- شکل ۲۷-۳۵ یک مولد ac را نشان می‌دهد که از طریق یک زوج پایانه به یک «جعبه سیاه» متصل است. جعبه شامل یک مدار  $RLC$  است، که حتی ممکن است مداری چند حلقه‌ای

گرمایی چقدرند؟ اگر  $V_f = 8/0 \text{ kV}$  باشد، (پ)  $\Delta V$  و (ت)  $P_d$  چقدرند؟ اگر  $V_f = 0/80 \text{ kV}$  باشد، (ث)  $\Delta V$  و (ج)  $P_d$  چقدرند؟

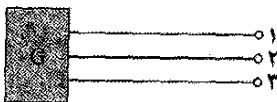


شکل ۲۷-۳۶ مسئله ۶۰

### مسئله‌های اضافی

۶۶- یک موتور الکتریکی به خروجی  $ac$ ،  $120 \text{ V}$  و  $60/0 \text{ Hz}$  وصل شده است و با آهنگ  $0/10 \text{ hp}$  ( $746 \text{ W}$ ) کار مکانیکی انجام می‌دهد. (الف) اگر موتور یک جریان  $rms$ ، برابر  $0/650 \text{ A}$  بکشد، مقاومت مؤثر آن نسبت به توان انتقالی چقدر است؟ (ب) آیا این مقاومت با مقاومت پیچ موتور در وقتی که موتور از خروجی جدا شده و به وسیله اهم‌سنج اندازه‌گیری شود، برابر است؟

۶۷- در شکل ۲۷-۳۸ مولد سه فاز  $G$  توان الکتریکی ای ایجاد می‌کند که به وسیله سه سیم انتقال می‌یابد. پتانسیل‌های الکتریکی این سیمها (نسبت به سطح مرجع مشترک) عبارت‌اند از  $V_1 = A \sin \omega_d t$  برای سیم ۱،  $V_2 = A \sin(\omega_d t - 120^\circ)$  برای سیم ۲ و  $V_3 = A \sin(\omega_d t - 240^\circ)$  برای سیم ۳. برخی از انواع وسایل صنعتی (برای مثال، موتورها) دارای سه پایانه هستند و چنان طراحی می‌شوند که به طور مستقیم به این سه سیم متصل شوند. برای به کار بردن وسیله معمولتر دو پایانه‌ای (برای مثال، لامپ)، آن را به هر دو تا از سه سیم وصل می‌کنند. نشان دهید که اختلاف پتانسیل بین هر دو تا از سه سیم (الف) به طور سینوسی با بسامد زاویه‌ای  $\omega_d$  نوسان می‌کند و (ب) دارای دامنه  $A\sqrt{3}$  است. SSM



خط انتقال با سه سیم

شکل ۲۷-۳۸ مسئله ۶۷

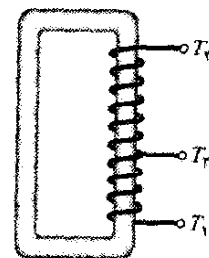
۶۸- یک خازن  $1/50 \mu\text{F}$  دارای واکنشی خازنی  $12/0 \Omega$  است. (الف) بسامد عملیاتی آن باید چقدر باشد؟ (ب) اگر بسامد دو برابر شود، واکنشی خازنی چقدر خواهد بود؟  
۶۹- برای یک مدار  $RLC$  متوالی معین، بیشینه نیروی محرکه الکتریکی مولد برابر  $125 \text{ V}$  و بیشینه جریان برابر  $3/20 \text{ A}$  است. اگر جریان به مقدار  $0/982 \text{ rad}$  از نیروی محرکه الکتریکی مولد جلو باشد، (الف) مقاومت ظاهری و (ب) مقاومت مدار چقدر است؟ (پ) آیا مدار بیشتر خازنی است یا القایی؟

۷۰- یک مدار  $LC$  نوسانی دارای القایدگی  $3/00 \text{ mH}$  و ظرفیت  $10/0 \mu\text{F}$  است. مطلوب است محاسبه (الف) بسامد زاویه‌ای و (ب) دوره تناوب نوسان. (پ) در زمان  $t = 0$  خازن تا  $200 \mu\text{F}$  باردار می‌شود و جریان صفر است. بار روی خازن

۶۱- در شکل ۲۷-۷،  $C = 4/70 \mu\text{F}$ ،  $R = 15/0 \Omega$ ،  $V = 27 \text{ V}$  و  $L = 25/0 \text{ mH}$  است. مولدی یک  $emf$  با ولتاژ  $rms$   $75/0 \text{ V}$  و بسامد  $550 \text{ Hz}$  ایجاد می‌کند. (الف)  $rms$  جریان چقدر است؟ مطلوب است محاسبه ولتاژ  $rms$  در دو سر (ب)  $R$ ، (پ)  $C$ ، (ت)  $L$ ، (ث)  $C$  و  $L$  با هم و (ج)  $R$ ،  $C$  و  $L$  با هم. با چه آهنگ میانگینی انرژی به وسیله (ج)  $R$ ، (ح)  $C$  و (خ)  $L$  تلف می‌شود؟

### بخش ۲۷-۱۱ مبدلها

۶۲- شکل ۲۷-۳۷ یک «مبدل خودکار» را نشان می‌دهد. این مبدل شامل یک تک پیچه (با هسته آهنی) است. سه اتصال  $T_1$ ،  $T_2$  و  $T_3$  در نظر گرفته شده است. بین اتصالهای  $T_1$  و  $T_2$ ،  $200$  دور و بین  $T_2$  و  $T_3$ ،  $800$  دور وجود دارند. هر دو اتصال را می‌توان به عنوان پایانه اولیه یا پایانه ثانویه در نظر گرفت. برای ایجاد مبدل افزایشنده، (الف) کمترین، (ب) دومین کمترین و (پ) بزرگترین مقدارهای نسبت  $V_s/V_p$  چقدرند؟ برای ایجاد مبدل کاهشنده، (ت) کمترین، (ث) دومین کمترین و (ج) بیشترین مقدارهای نسبت  $V_s/V_p$  چقدرند؟



شکل ۲۷-۳۷ مسئله ۶۲

۶۳- مبدلی دارای اولیه  $500$  دور و ثانویه  $10$  دور است. (الف) اگر  $V_p$  برابر  $120 \text{ V}$  ( $rms$ ) باشد، با فرض باز بودن مدار،  $V_s$  چقدر است؟ (ب) حال اگر ثانویه به بار مقاومتی  $15 \Omega$  بسته شود، جریانه‌ها در اولیه و ثانویه چقدرند؟ SSM ILW  
۶۴- مولدی  $100 \text{ V}$  را برای پیچه اولیه یک مبدل  $50$  دور تأمین می‌کند. اگر پیچه ثانویه دارای  $500$  دور باشد، ولتاژ ثانویه چقدر است؟

۶۵- یک مولد  $ac$  برای بار مقاومتی در کارخانه دوری به وسیله دو کابل خط انتقال  $emf$  را فراهم می‌کند. در کارخانه یک مبدل کاهشنده ولتاژ را از مقدار انتقالی  $V_f$  ( $rms$ ) به مقدار خیلی کمتری کاهش می‌دهد تا برای کار در کارخانه ایمن و راحت باشد. مقاومت خط انتقال  $0/30 \Omega$  برای هر کابل و توان مولد  $250 \text{ kW}$  است. اگر  $V_f = 80 \text{ kV}$  باشد، (الف) کاهش ولتاژ  $\Delta V$  در خط انتقال و (ب) آهنگ  $P_d$  اتلاف انرژی به صورت

۸۱- مولدی با بسامد نوسانی قابل تنظیم به طور متوالی به یک القاگر  $L = 2/50 \mu F$  و یک خازن  $C = 3/00 \mu F$  بسته شده است. در چه بسامدی مولد بزرگترین دامنه جریان ممکن را در مدار ایجاد می‌کند؟

۸۲- یک مدار  $RLC$  متوالی به وسیله یک منبع متناوب با بسامد  $400 \text{ Hz}$  و دامنه  $\text{emf} = 90/0 \text{ V}$  به کار می‌افتد. مقاومت  $20/0 \Omega$ ، ظرفیت  $12/1 \mu F$  و القایدگی  $24/2 \text{ mH}$  است. اختلاف پتانسیل  $\text{rms}$  دو سر (الف) مقاومت، (ب) خازن و (پ) القاگر چقدر است؟ (ت) آهنگ متوسطی که با آن انرژی تلف می‌شود چقدر است؟

۸۳- (الف) در یک مدار  $LC$  نوسانی، وقتی انرژی میدان الکتریکی  $50\%$  انرژی میدان مغناطیسی است مقدار بار روی خازن برحسب بار بیشینه روی آن چقدر است؟ (ب) پس از زمانی که خازن کاملاً پرشد چه کسری از زمان تناوب باید بگذرد تا این شرط ایجاد شود؟

۸۴- یک موتور الکتریکی معین وقتی تحت بار است و در ولتاژ  $\text{rms}$  برابر  $220 \text{ V}$  کار می‌کند جریان  $\text{rms}$   $3/00 \text{ A}$  را می‌کشد. موتور دارای مقاومت  $24/0 \Omega$  است و واکنایی خازنی ندارد. واکنایی القایی موتور چقدر است؟

۸۵- برای یک مدار  $RLC$  متوالی با محرک سینوسی نشان دهید که در یک چرخه کامل با دوره تناوب  $T$ ، (الف) انرژی ذخیره شده در خازن تغییر نمی‌کند؛ (ب) انرژی ذخیره شده در القاگر تغییر نمی‌کند؛ (پ) نیروی محرکه الکتریکی انرژی  $I \cos \phi$  را تولید می‌کند؛ (ت) مقاومت مقدار انرژی  $RI^2$  را تلف می‌کند. (ث) نشان دهید کمیت‌هایی که در (پ) و (ت) به دست آورده‌اید مساوی‌اند.

۸۶- وقتی مولد  $\text{emf}$  در مسئله نمونه ۲۷-۷ بیشینه است، ولتاژ دو سر (الف) مولد، (ب) مقاومت، (پ) خازن و (ت) القاگر چقدر است؟ (ث) با جمع اینها با علامتهای مناسب نشان دهید که قاعده حلقه برقرار است.

۸۷- یک مولد  $\text{ac}$  نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin(\omega_d t - \pi/4)$  را ایجاد می‌کند که در آن  $\mathcal{E}_m = 30/0 \text{ V}$  و  $\omega_d = 250 \text{ rad/s}$  و جریانی که در مدار متصل به مولد برقرار می‌شود با رابطه  $i(t) = I \sin(\omega_d t + \pi/4)$  داده می‌شود که در آن  $I = 620 \text{ mA}$  است. (الف) در چه زمانی پس از  $t = 0$   $\text{emf}$  مولد به اولین بیشینه می‌رسد؟ (ب) در چه زمانی پس از  $t = 0$  جریان برای اولین بار به بیشینه می‌رسد؟ (پ) مدار به جز مولد به یک عنصر دیگر متصل است. آیا این عنصر یک خازن، یک القاگر یا یک مقاومت است؟ جواب خود را توجیه کنید. (ت) مقدار ظرفیت، القایدگی یا مقاومت را بسته به اینکه کدام مورد پاسخ است پیدا کنید.

۷۱- در یک مدار  $RLC$  متوالی معین که در بسامد  $60/0 \text{ Hz}$  کار می‌کند بیشینه ولتاژ دو سر القاگر  $2/00$  برابر بیشینه ولتاژ دو سر مقاومت و  $2/00$  برابر بیشینه ولتاژ دو سر خازن است. (الف) جریان از نیروی محرکه الکتریکی مولد چه زاویه‌ای عقب می‌افتد؟ (ب) اگر بیشینه نیروی محرکه الکتریکی مولد برابر  $30/0 \text{ V}$  باشد، مقاومت مدار باید چه مقدار باشد تا بیشینه جریان  $300 \text{ mA}$  به دست آید؟

۷۲- چه ظرفیتی باید به دوسر یک القاگر  $1/30 \text{ mH}$  بسته شود تا نوسانگر حاصل در  $3/50 \text{ kHz}$  به حالت تشدید درآید؟

۷۳- یک مدار  $LC$  در بسامد  $10/4 \text{ kHz}$  نوسان می‌کند. (الف) اگر ظرفیت  $340 \mu F$  باشد، القایدگی چقدر است؟ (ب) اگر بیشینه جریان برابر  $7/20 \text{ mA}$  باشد، انرژی کل در مدار چقدر است؟ (پ) بار بیشینه روی خازن چقدر است؟

۷۴- یک مدار  $RLC$  متوالی دارای بسامد تشدید  $6/00 \text{ kHz}$  است. وقتی مدار در  $8/00 \text{ kHz}$  به کار افتد، دارای مقاومت ظاهری  $1/00 \text{ k}\Omega$  و ثابت فاز  $45^\circ$  است. (الف)  $R$ ، (ب)  $L$  و (پ)  $C$  برای این مدار چقدرند؟

۷۵- خازنی با ظرفیت  $158 \mu F$  و یک القاگر تشکیل مدار  $LC$  را می‌دهند که با دامنه جریان  $4/21 \text{ mA}$  در  $8/15 \text{ kHz}$  نوسان می‌کند. (الف) القایدگی، (ب) انرژی کل در مدار و (پ) بار بیشینه روی خازن چقدرند؟

۷۶- یک مدار  $RLC$  متوالی به گونه‌ای به کار می‌افتد که ولتاژ بیشینه دو سر القاگر  $1/50$  برابر ولتاژ بیشینه دوسر خازن و  $2$  برابر ولتاژ بیشینه دوسر مقاومت است. (الف)  $\phi$  برای مدار چقدر است؟ (ب) آیا مدار القایی است یا خازنی یا در تشدید است؟ مقاومت برابر  $49/9 \Omega$  و دامنه جریان برابر  $200 \text{ mA}$  است. (پ) دامنه نیروی محرکه الکتریکی چقدر است؟

۷۷- یک مدار  $RLC$  به وسیله مولدی با دامنه  $\text{emf}$  برابر  $80/0 \text{ V}$  و دامنه جریان  $1/25 \text{ A}$  به کار می‌افتد. جریان به مقدار  $0/65 \text{ rad}$  از  $\text{emf}$  جلوتر است. (الف) مقاومت ظاهری و (ب) مقاومت مدار چقدرند؟ (پ) آیا مدار القایی است یا خازنی یا در تشدید است؟

۷۸- القاگر  $45/0 \text{ mH}$  دارای واکنایی  $1/30 \text{ k}\Omega$  است. (الف) بسامد کاری آن چقدر است؟ (ب) با واکنایی یکسان در آن بسامد، ظرفیت خازن چقدر است؟ اگر بسامد دو برابر شود، واکنایی جدید (پ) القایی و (ت) خازنی چقدر است؟

۷۹- مولدی با بسامد  $3000 \text{ Hz}$  یک مدار  $RLC$  متوالی را با  $\text{emf}$  برابر  $120 \text{ V}$  به کار می‌اندازد. مقاومت برابر  $40/0 \Omega$ ، ظرفیت برابر  $1/60 \mu F$  و القایدگی برابر  $850 \mu H$  است. (الف) ثابت فاز برحسب رادیان و (ب) دامنه جریان چقدرند؟ (پ) آیا مدار خازنی است یا القایی یا در تشدید است؟

۸۰- یک القاگر  $1/50 \text{ mH}$  در یک مدار  $LC$  نوسانی انرژی  $10/0 \mu J$  را ذخیره می‌کند. جریان بیشینه چقدر است؟ [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com) در شکل ۲۷-۳۴ فرض می‌کنیم که جعبه مکعبی شکل در مقطع چپ نشان دهنده خروجی یک تقویت کننده صوتی (با

(الف) در حین نوسانها بار بیشینه روی خازن چقدر است؟ (ب) در  $t > 0$  کمترین زمانی که در آن آهنگ تغییر بار روی خازن بیشینه می شود چقدر است؟ (پ) این آهنگ بیشینه چقدر است؟

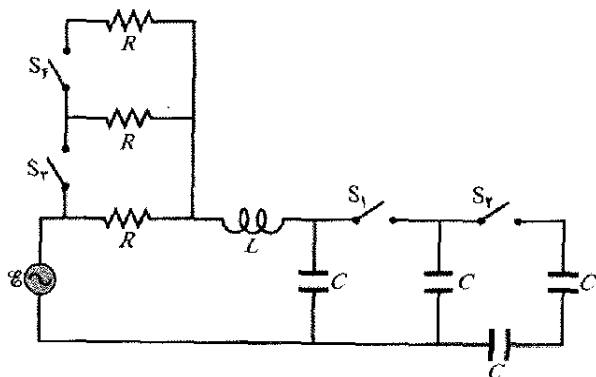
۹۳- یک مدار  $RLC$  متوالی به وسیله مولدی در بسامد  $1050 \text{ Hz}$  به کار می افتد. القاییدگی  $90 \text{ mH}$ ؛ ظرفیت  $500 \text{ } \mu\text{F}$ ؛ و ثابت فاز برابر  $60^\circ$  است (شما باید علامت مناسب را برای زاویه قرار دهید). (الف) مقاومت چقدر است؟ برای افزودن دامنه جریان آیا باید (ب) بسامد محرک، (پ) القاییدگی و (ت) ظرفیت را افزایش داد یا کاهش ؟

۹۴- یک مدار  $RLC$  متوالی به وسیله مولدی در بسامد  $2000 \text{ Hz}$  و دامنه  $\text{emf}$  برابر  $170 \text{ V}$  به کار می افتد. القاییدگی  $60 \text{ mH}$ ، ظرفیت  $400 \text{ } \mu\text{F}$  و مقاومت برابر  $200 \text{ } \Omega$  است. (الف) ثابت فاز برحسب رادیان چقدر است؟ (ب) دامنه جریان چقدر است؟

۹۵- وقتی یک خازن  $700 \text{ } \mu\text{F}$  به دو سر یک القاگر بسته شود دارای پتانسیل اولیه  $120 \text{ V}$  است. این ترکیب در بسامد  $715 \text{ Hz}$  نوسان می کند. القاییدگی القاگر چقدر است؟

۹۶- یک نوسانگر  $LC$  شامل یک خازن  $200 \text{ mF}$  و یک القاگر  $200 \text{ mH}$  است. ولتاژ بیشینه برابر  $400 \text{ V}$  است. (الف) بسامد نوسانها، (ب) جریان بیشینه، (پ) انرژی بیشینه ذخیره شده در القاگر و (ت) آهنگ بیشینه  $di/dt$  که با آن جریان تغییر می کند، چقدرند؟

۹۷- شکل ۲۷-۴۱ یک مدار  $RLC$  را نشان می دهد که توسط یک منبع  $\text{emf}$  با دامنه ثابت  $\mathcal{E}_m$  کار می کند. در ابتدا مدار شامل یک مقاومت  $R$ ، یک القاگر با القاییدگی  $L$  و یک خازن با ظرفیت  $C$  است و بسامد محرک با بسامد طبیعی برابر است. سپس کلیدهای  $S_1$ ،  $S_2$ ،  $S_3$  و  $S_4$  به ترتیب بسته می شوند. بستن کلیدها موجب یکسان شدن خازنها با اولین خازن یا یکسان شدن مقاومتها با اولین مقاومت می شود.

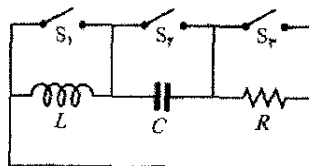


شکل ۲۷-۴۱ مسئله ۹۷

مقاومت ظاهری بالا) با  $r=1000 \text{ } \Omega$  باشد. فرض می کنیم  $R=10 \text{ } \Omega$  نشان دهنده پیچۀ یک بلندگو (با مقاومت ظاهری پایین) است. برای انتقال بیشترین انرژی به بار  $R$  باید داشته باشیم  $R=r$  که در این حالت چنین نیست. اما، مبدل می تواند برای «تبدیل» مقاومتها به کار رود، آنها از نظر الکتریکی طوری رفتار می کنند که گویا از مقدار واقعی بزرگتر یا کوچکترند. (الف) پیچۀهای اولیه و ثانویه یک مبدل را به گونه ای طرح کنید که بتوانند بین تقویت کننده و بلندگوی شکل ۲۷-۳۴ مقاومتهای ظاهری تطبیق شده ای ایجاد کنند. (ب) نسبت دورها باید چقدر باشد؟

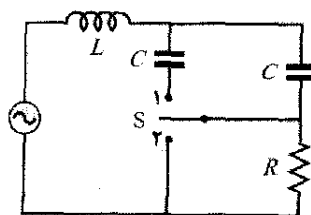
۸۹- یک مدار متوالی شامل مقاومت، القاگر و خازن با ترکیب  $R_1$ ،  $L_1$  و  $C_1$  دارای بسامد تشدید یکسان با مدار دیگری با ترکیب متفاوت  $R_2$ ،  $L_2$  و  $C_2$  است. حال این دو ترکیب را به طور متوالی به هم می بندیم. نشان دهید که مدار جدید دارای بسامد تشدیدی یکسان با وقتی است که مدارها جدا بودند.

۹۰- مدار نشان داده در شکل ۲۷-۳۹ را در نظر بگیرید. وقتی کلید  $S_1$  بسته باشد و دو کلید دیگر باز باشند، مدار دارای ثابت زمانی  $\tau_C$  است. وقتی کلید  $S_2$  بسته باشد و دو کلید دیگر باز باشند، مدار دارای ثابت زمانی  $\tau_L$  است. وقتی کلید  $S_3$  بسته باشد و دو کلید دیگر باز باشند، مدار دارای ثابت زمانی  $\tau_R$  است. وقتی کلید  $S_4$  بسته باشد و دو کلید دیگر باز باشند، مدار با دوره تناوب  $T$  نوسان می کند. نشان دهید که  $T = 2\pi\sqrt{\tau_C\tau_L}$  است.



شکل ۲۷-۳۹ مسئله ۹۰

۹۱- مولد  $\text{ac}$  در شکل ۲۷-۴۰،  $40 \text{ V}$  را در  $60 \text{ Hz}$  تولید می کند. وقتی در شکل کلید  $S$  باز است، جریان به اندازه  $20^\circ$  از  $\text{emf}$  مولد جلو می افتد. وقتی کلید در وضعیت ۱ است، جریان به اندازه  $10^\circ$  از  $\text{emf}$  مولد عقب می افتد. وقتی کلید در وضعیت ۲ قرارگیرد دامنه جریان  $200 \text{ A}$  است. (الف)  $R$ ، (ب)  $L$  و (پ)  $C$  چقدرند؟



شکل ۲۷-۴۰ مسئله ۹۱

۹۲- در یک مدار  $LC$  نوسانی،  $L=800 \text{ mH}$  و  $C=1/40 \text{ } \mu\text{F}$  فرض کنید  $\mathcal{E}_m=120 \text{ V}$  و  $R=120 \text{ } \Omega$ . (الف) اولین ستون خالی جدول را برای

۹۲- در یک مدار  $LC$  نوسانی،  $L=800 \text{ mH}$  و  $C=1/40 \text{ } \mu\text{F}$  فرض کنید  $\mathcal{E}_m=120 \text{ V}$  و  $R=120 \text{ } \Omega$ . (الف) اولین ستون خالی جدول را برای

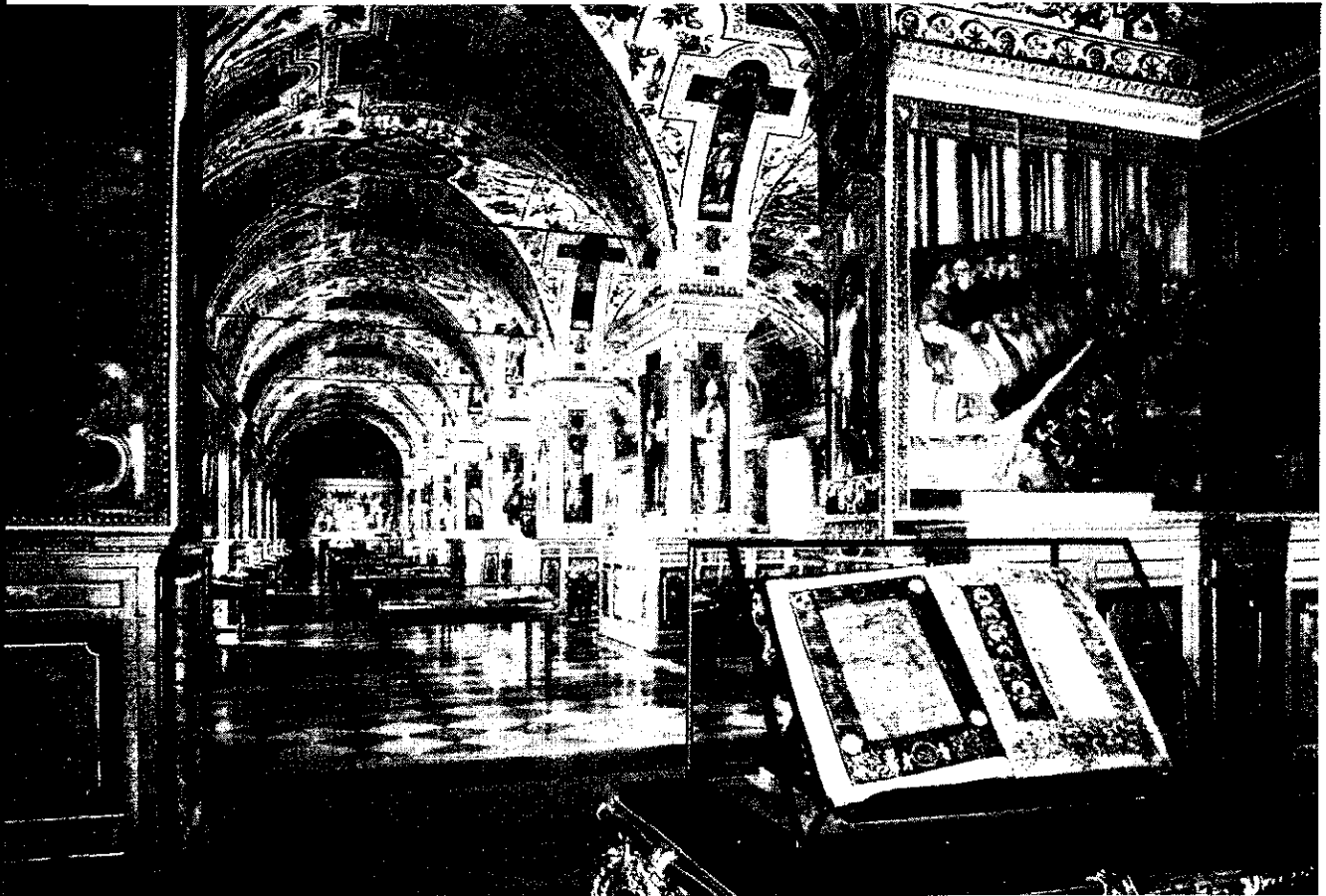


مقدارهای ظرفیت معادل  $C_{eq}$  پس از بستن هر کلید، پر کنید. به همین ترتیب، سایر ستونها را برای مقدارهای (ب) بسامد تشدید، (پ) مقاومت معادل  $R_{eq}$ ، (ت) مقاومت ظاهری  $Z$  و (ث) دامنه جریان  $I$ ، پر کنید. (قبل از اتمام تمام محاسبات عددی را گرد نکنید.)

بستن	$C_{eq}$	$f$	$R_{eq}$	$Z$	$I$
$S_1$					
$S_2$					
$S_3$					
$S_4$					

# معادله‌های ماکسول؛

## خواص مغناطیسی ماده



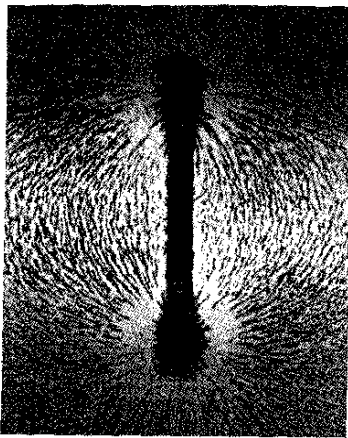
چون میدان مغناطیسی زمین بتدریج اما به طور دائم تغییر می‌کند، جهت شمال که قطب‌نما نشان می‌دهد نیز تغییر می‌کند. به دلایل زیادی، پژوهشگران می‌خواهند جهت شمال را در گذشته و در زمانهای مشخصی بدانند، اما یافتن ثبت تاریخی خواندن قطب‌نما بسیار بعید است. ولی، نقاشیهای معینی وجود دارند که می‌توانند در این مورد کمک کنند. برای مثال، نقاشیهای دیواری تالاری در واتیکان به خوبی جهت شمال را وقتی در سال ۱۷۴۰/۱۱۱۹ نقاشی شده‌اند نشان می‌دهند.

نقاشی چگونه می‌تواند جهت میدان مغناطیسی زمین را ثبت کند؟

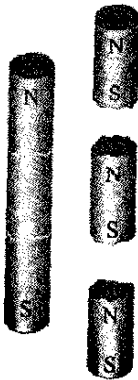
پاسخ در همین فصل.

## ۲۸-۲ قانون گاوس درباره میدانهای مغناطیسی

شکل ۲۸-۲ براده‌های آهن را نشان می‌دهد که روی ورقه شفاف پاشیده شده‌اند و ورقه بالای یک آهنربای میله‌ای قرار دارد. دانه‌های براده که تمایل دارند خود را با میدان مغناطیسی هم‌ردیف کنند، نقشی را به خود می‌گیرند که میدان را مشخص می‌کند. یک سر آهنربا چشمه میدان (خطهای میدان از آنجا واگرا می‌شوند) و سر دیگر آهنربا چاهک میدان است (خطهای میدان به سمت آن همگرا می‌شوند). بنابر قرارداد، چشمه را قطب شمال آهنربا و چاهک را قطب جنوب آهنربا می‌نامند و می‌گوییم که آهنربا با دو قطب آن نمونه‌ای از یک دو قطبی مغناطیسی است.



شکل ۲۸-۲ آهنربای میله‌ای یک دو قطبی مغناطیسی است. براده‌های آهن خطهای میدان مغناطیسی را به دست می‌دهند. (زمینه شکل با نور روشن شده است).



شکل ۲۸-۳ اگر آهنربایی را بشکنیم، هر تکه از آن یک آهنربای مجزا است و قطبهای شمال و جنوب مربوط به خود را دارد.

فرض کنید به همان شکلی که قطعه گچی را می‌شکنیم، آهنربایی را بشکنیم (شکل ۲۸-۳). به نظر می‌رسد که به بتوانیم یک قطب منفرد منزوی که آن را تک قطبی مغناطیسی می‌نامند داشته باشیم. اما، حتی اگر آهنربا را تا حد اتمهای مجزا و سپس به الکترون‌ها و هسته‌هایش بشکنیم، نمی‌توانیم تک قطبی داشته باشیم. هر تکه دارای قطب شمال و جنوب است. پس

## ۲۸-۱ فیزیک چیست؟

این فصل مقداری از گستردگی فیزیک را آشکار می‌کند چون از علم پایه میدانهای الکتریکی و مغناطیسی تا علم کاربردی و مهندسی مواد مغناطیسی گسترده است. ابتدا با جمع‌بندی بحث پایه‌ای میدانهای الکتریکی و مغناطیسی برای به دست آوردن بیشتر اصول فیزیکی ۱۱ فصل قبل، می‌توانیم آنها را فقط در چهار معادله که به معادله‌های ماکسول مشهورند، خلاصه کنیم.

سپس، علم و مهندسی مواد مغناطیسی را بررسی می‌کنیم. تلاش بسیاری از دانشمندان و مهندسان در این امر متمرکز بوده است که بفهمند چرا برخی از مواد مغناطیسی هستند و برخی نیستند و چگونه می‌توان مواد مغناطیسی موجود را بهبود بخشید. این پژوهشگران در شگفت‌اند که چرا زمین میدان مغناطیسی دارد ولی ما نداریم. آنها کاربردهای پیشماری برای مواد مغناطیسی ارزان قیمت در اتومبیلها، آشپزخانه‌ها، اداره‌ها و بیمارستانها، و مواد مغناطیسی که گاهی به طرز غیر قابل انتظاری مشاهده می‌شوند یافته‌اند. برای مثال، اگر شخصی خالکوبی داشته باشد (شکل ۲۸-۱) و تحت اسکن MRI (تصویرگری با تشدید مغناطیسی) قرار گیرد، میدان مغناطیسی بزرگ که در اسکن به کار می‌رود می‌تواند به طور قابل ملاحظه‌ای پوست خالکوبی شده را بکشد زیرا برخی از رنگهای خالکوبی شامل ذره‌های مغناطیسی هستند. در مثالی دیگر، در مورد برخی از صبحانه‌هایی که از غلات تهیه می‌شوند تبلیغ می‌شود که «سرشار از آهن» هستند زیرا آنها حاوی ذره‌های بسیار کوچکی از آهن هستند که خورده می‌شوند. چون خرده آهنها مغناطیسی هستند، با حرکت دادن آهنربا روی محلولهای آبکی غلات می‌توان آنها را جمع آوری کرد. اولین قدم ما در اینجا بازنگری قانون گاوس است، اما این بار برای میدانهای مغناطیسی.



شکل ۲۸-۱ برخی از رنگهایی که برای خالکوبی به کار می‌روند دارای ذره‌های مغناطیسی هستند.

ساده‌ترین ساختار مغناطیسی که می‌تواند وجود داشته باشد، دو قطبی مغناطیسی است. تک قطبی مغناطیسی (تا جایی که می‌دانیم) وجود ندارد.

قانون گاوس برای میدانهای مغناطیسی یک روش صوری برای بیان این است که تک قطبی مغناطیسی وجود ندارد. این قانون بر آن دلالت دارد که شار مغناطیسی خالص  $\Phi$  که از هر سطح بسته گاوسی می‌گذرد صفر است

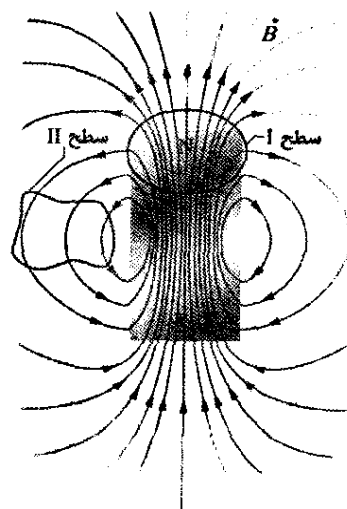
$$\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (1-28) \quad \text{(قانون گاوس برای میدانهای مغناطیسی)}$$

این را با قانون گاوس برای میدانهای الکتریکی مقایسه کنید

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \quad (2-28) \quad \text{(قانون گاوس برای میدانهای الکتریکی)}$$

در هر دو معادله، انتگرال روی یک سطح بسته گاوسی انجام می‌شود. قانون گاوس برای میدانهای الکتریکی حاکی از آن است که این انتگرال (شار الکتریکی خالصی که از سطح می‌گذرد) با بار الکتریکی خالص  $q_{\text{enc}}$  که به وسیله سطح احاطه شده متناسب است. قانون گاوس برای میدانهای مغناطیسی نشان می‌دهد که هیچ شار مغناطیسی خالصی از سطح نمی‌گذرد چون هیچ «بار مغناطیسی» خالصی (قطبهای مغناطیسی مجزا) به وسیله سطح احاطه نشده است. ساده‌ترین ساختار مغناطیسی که می‌تواند وجود داشته باشد و در نتیجه به وسیله سطح گاوسی احاطه شود یک دو قطبی مغناطیسی است که شامل هم چشمه و هم چاهک برای خطهای میدان است. بنابراین، همواره باید همان‌قدر شار که به سطح وارد می‌شود از آن خارج شود و شار مغناطیسی خالص باید همواره صفر باشد.

قانون گاوس درباره میدانهای مغناطیسی، برای ساختارهای پیچیده‌تر از دو قطبی مغناطیسی، حتی اگر سطح گاوسی تمام ساختار را احاطه نکند نیز برقرار است. سطح گاوسی II نزدیک

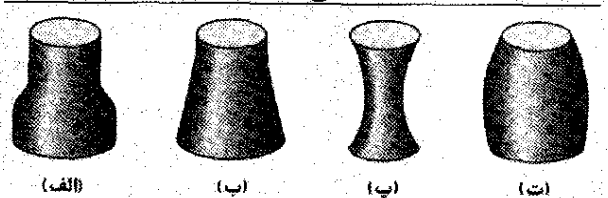


شکل ۲۸-۴ خطهای میدان برای میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  یک آهنربای مغناطیسی. اغلب این کوتاه. خطهای خمیده سطح مقطعی سطحهای سطحهای گویای دانشجویان و مهندسی مواد می‌نامیم و به صورت زیر می‌نویسیم

آهنربای میله‌ای در شکل ۲۸-۴. هیچ قطبی را احاطه نکرده است و ما به سادگی نتیجه می‌گیریم که شار مغناطیسی خالص عبوری از میان آن صفر است. شرایط برای سطح گاوسی I مشکل‌تر است. به نظر می‌رسد که این سطح فقط قطب شمال آهنربا را احاطه کرده است چون قطبی را که با N مشخص شده احاطه کرده و قطب S را احاطه نکرده است. اما قطب جنوب باید به مرز پایینی سطح وابسته باشد، چون در آنجا خطهای میدان مغناطیسی وارد سطح می‌شوند. (بخش احاطه شده مانند یک قطعه از آهنربای میله‌ای شکسته در شکل ۲۸-۳ است). بنابراین، سطح گاوسی I یک دو قطبی مغناطیسی را احاطه کرده و شار خالصی که از این سطح می‌گذرد صفر است.

✓ **نکته واریسی ۱** شکل چهار سطح بسته را نشان می‌دهد که وجه‌های بالا و پایین آنها تخت و بدنه آنها خمیده است. در جدول مساحت A و وجه‌ها و بزرگی B میدان مغناطیسی که به طور عمود از این وجه‌ها می‌گذرند آمده است؛ یکای A و B اختیاری اما سازگارند. سطحها را به ترتیب بزرگی شار مغناطیسی که از قسمتهای خمیده می‌گذرد مرتب کنید.

سطح	بالا A	پایین B	پایین A	پایین B
الف	۲	۶، به سمت خارج	۴	۳، به سمت داخل
ب	۲	۱، به سمت داخل	۴	۲، به سمت داخل
پ	۲	۶، به سمت داخل	۲	۸، به سمت خارج
ت	۲	۳، به سمت خارج	۲	۲، به سمت خارج



## ۲۸-۳ میدانهای مغناطیسی القا شده

در فصل ۲۶ دیدیم که تغییر شار مغناطیسی یک میدان الکتریکی القا می‌کند و به قانون القایش فارادی به شکل زیر رسیدیم

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (2-28) \quad \text{(قانون القایش فارادی)}$$

در اینجا  $\vec{E}$  میدان الکتریکی در طول یک حلقه بسته است که با تغییر شار مغناطیسی  $\Phi_B$  که از حلقه می‌گذرد القا می‌شود. چون تقارن اغلب در فیزیک دارای توانمندی زیادی است می‌توان این پرسش را مطرح کرد که آیا القایش در جهت مخالف نیز می‌تواند صورت بگیرد یا خیر؟ یعنی، آیا تغییر شار الکتریکی می‌تواند میدان مغناطیسی القا کند؟

پاسخ مثبت است؛ علاوه بر این، معادله‌ای که بر القایش

میدان مغناطیسی حاکم است تقریباً قرینه معادله ۲۸-۲ است، که اغلب آن را به نام جیمز کلارک ماکسول، قانون القایش ماکسول

$$(۳-۲۸) \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{قانون القایش ماکسول})$$

در اینجا  $\vec{B}$  میدان مغناطیسی در طول یک حلقه بسته است که با تغییر شار  $\Phi_E$  احاطه شده با حلقه در آن القا می‌شود.

به عنوان مثالی از این نوع القایش، باردار شدن یک خازن صفحه - موازی یا صفحه‌های دایره‌ای را بررسی می‌کنیم (شکل ۵-۲۸ الف). اگرچه توجه خود را به این آرایش ویژه متمرکز می‌کنیم، اما هرگاه شار الکتریکی تغییر کند همیشه یک میدان مغناطیسی القا می‌شود. فرض می‌کنیم که بار روی خازن با آهنگی پایا به وسیله جریان ثابت  $i$  در سیمهای رابط افزایش یابد. پس، بزرگی میدان الکتریکی میان صفحه‌ها نیز باید با یک آهنگ پایا افزایش پیدا کند.

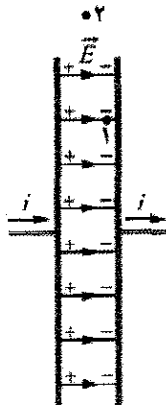
شکل ۵-۲۸ ب، نمایی از صفحه سمت راست شکل ۵-۲۸ الف از بین صفحه‌هاست. میدان الکتریکی به سمت داخل صفحه است. یک حلقه دایره‌ای را که از نقطه ۱ در شکل‌های ۵-۲۸ الف و ب می‌گذرد در نظر می‌گیریم که هم مرکز با صفحه‌های خازن و شعاع آن کوچکتر از شعاع صفحه‌هاست. چون میدان الکتریکی که از حلقه می‌گذرد تغییر می‌کند، شار الکتریکی گذشته از حلقه نیز باید تغییر کند. بنابر معادله ۳-۲۸، این تغییر شار الکتریکی دور حلقه یک میدان مغناطیسی القا می‌کند.

تجربه ثابت می‌کند که به راستی یک میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  دور چنین حلقه‌ای در جهت نشان داده شده القا می‌شود. این میدان مغناطیسی در هر نقطه دور حلقه بزرگی یکسانی دارد و در نتیجه دارای یک تقارن دایره‌ای حول محور مرکزی صفحه‌های خازن است (محور از مرکز یک صفحه به مرکز صفحه دیگر ادامه دارد).

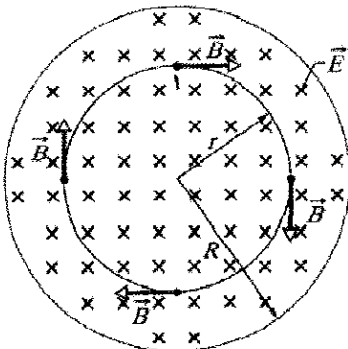
حال اگر حلقه بزرگتری را در نظر بگیریم، مثلاً حلقه‌ای که از نقطه ۲ خارج صفحه‌های شکل ۵-۲۸ الف و ب می‌گذرد، درمی‌یابیم که دور این حلقه نیز میدان مغناطیسی القا می‌شود. به این ترتیب، وقتی میدان الکتریکی تغییر می‌کند، میدان مغناطیسی میان صفحه‌ها، هم داخل و هم خارج شکاف القا می‌شود. وقتی تغییر میدان الکتریکی متوقف شود، این میدانهای مغناطیسی القا شده نیز ناپدید می‌شوند.

اگر چه معادله‌های ۳-۲۸ و ۲-۲۸ مشابه‌اند، اما از دو نظر تفاوت دارند. اول اینکه معادله ۳-۲۸ دو نماد اضافی  $\mu_0$  و  $\epsilon_0$  دارد که فقط به خاطر به کار بردن یکای SI ظاهر شده‌اند. دوم اینکه معادله ۳-۲۸ علامت منهای ۲-۲۸ را ندارد، این بدان معناست که میدان الکتریکی القایی  $\vec{E}$  و میدان مغناطیسی القایی  $\vec{B}$  وقتی در وضعیتهای مشابهی ایجاد شوند دارای جهت‌های مخالف‌اند. برای دیدن این مخالفت جهت‌ها، شکل ۶-۲۸ را در نظر می‌گیریم که در آن افزایش میدان مغناطیسی  $\vec{B}$ ، که به طرف داخل کاغذ است، یک میدان الکتریکی  $\vec{E}$  القا می‌کند.

میدان القا شده  $\vec{E}$  پاد ساعتگرد است و در جهت مخالف میدان مغناطیسی القایی  $\vec{B}$  در شکل ۵-۲۸ ب قرار دارد.



(الف)



(ب)

شکل ۵-۲۸ الف) یک خازن صفحه - موازی دایره‌ای که نمای از پهلوی آن نشان داده شده است، به وسیله جریان  $i$  باردار می‌شود. (ب) نمای از میان خازن به سمت راست در الف). میدان الکتریکی  $\vec{E}$  یکنواخت و به سمت داخل صفحه کاغذ است (به سمت صفحه) و بزرگی آن با افزایش بار روی خازن، زیاد می‌شود. میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  القا شده به وسیله تغییر میدان الکتریکی در چهار نقطه روی دایره‌ای به شعاع  $R$ ، کوچکتر از شعاع صفحه‌ها نشان داده شده است.

### قانون آمپر - ماکسول

اکنون یادآوری می‌کنیم که سمت چپ معادله ۳-۲۸، که انتگرال ضرب نقطه‌ای  $\vec{B} \cdot d\vec{s}$  دور یک حلقه بسته است، در معادله دیگری یعنی قانون آمپر ظاهر می‌شود

$$(۳-۲۸) \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{enc} \quad (\text{قانون آمپر})$$

که در آن  $i_{enc}$  جریانی است که حلقه بسته را در بر دارد. بنابراین، دو معادله ما که مشخص می‌کنند میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  که به وسیله چیزی به غیر از ماده مغناطیسی ایجاد شده (یعنی، با جریان و با تغییر میدان الکتریکی) میدانی دقیقاً با شکل مشابه به دست می‌دهند. می‌توانیم دو معادله را ترکیب کنیم و به صورت

یک معادله بنویسیم

$$(۵-۲۸) \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 i_{enc} \quad (\text{قانون آمپر - ماکسول})$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (۶-۲۸)$$

سمت چپ و سمت راست این معادله را جداگانه محاسبه می‌کنیم.

سمت چپ معادله ۶-۲۸: با توجه به اینکه می‌خواهیم میدان مغناطیسی را در  $r \leq R$  محاسبه کنیم، یک حلقه آمپری دایره‌ای به شعاع  $r \leq R$  مطابق شکل ۵-۲۸ ب انتخاب می‌کنیم که داخل خازن است. میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  در تمام نقطه‌های حلقه و نیز هر عنصر مسیر  $d\vec{s}$  بر حلقه مماس است. بنابراین،  $\vec{B}$  و  $d\vec{s}$  در هر نقطه از مسیر یا موازی‌اند یا پادموازی. برای سادگی، فرض می‌کنیم این بردارها موازی‌اند (انتخابی که نتیجه را در اینجا تغییر نمی‌دهد). در این صورت داریم

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B ds \cos 0^\circ = \oint B ds \quad (۶-۲۸)$$

همچنین با توجه به تقارن دایره‌ای صفحه‌ها می‌توانیم فرض کنیم که بزرگی  $B$  در تمام نقطه‌ها دور حلقه یکسان است. پس، می‌توان  $B$  را از انتگرال خارج کرد. انتگرال باقیمانده  $\oint ds$  است که به سادگی برابر با پیرامون حلقه یعنی  $2\pi r$  است. در این صورت سمت چپ معادله ۶-۲۸ برابر است با  $(B)(2\pi r)$ . سمت راست معادله ۶-۲۸: فرض می‌کنیم که میدان الکتریکی  $\vec{E}$  میان صفحه‌های خازن یکنواخت و بر صفحه‌ها عمود است. آنگاه شار الکتریکی عبوری از حلقه آمپری برابر  $EA$  است که در آن  $A$  مساحت احاطه شده توسط حلقه در داخل میدان الکتریکی است. بنابراین، سمت راست معادله ۶-۲۸ برابر است با  $\mu_0 \epsilon_0 d(EA)/dt$ .

ترکیب نتیجه‌ها: با قراردادن نتیجه‌ها در سمت چپ و راست معادله ۶-۲۸، داریم

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d(EA)}{dt}$$

چون  $A$  ثابت است  $d(EA)$  را به صورت  $A dE$  می‌نویسیم، در این صورت داریم

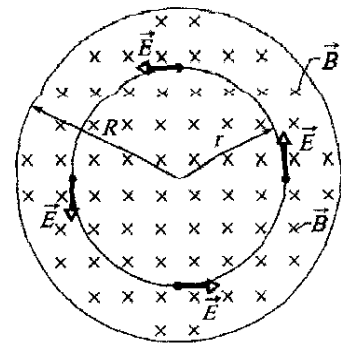
$$(B)(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} \quad (۷-۲۸)$$

مساحت  $A$  که توسط حلقه آمپری در داخل میدان الکتریکی احاطه شده برابر تمام مساحت  $\pi r^2$  است چون  $r$  شعاع حلقه کوچکتر از (یا مساوی با) شعاع  $R$  صفحه است. با قراردادن  $\pi r^2$  به جای  $A$  در معادله ۷-۲۸ و حل آن برای  $B$ ، به ازای  $r \leq R$  به دست می‌دهد

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 r}{2} \frac{dE}{dt} \quad (\text{پاسخ}) \quad (۸-۲۸)$$

این معادله حاکی از آن است که، داخل خازن،  $B$  به طور خطی با افزایش فاصله شعاعی  $r$  زیاد می‌شود. این افزایش از صفر در محور مرکزی تا مقدار بیشینه در شعاع  $R$  صفحه است.

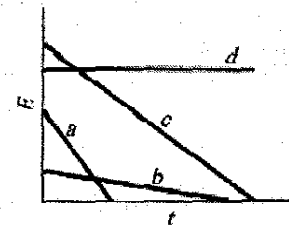
(ب) بزرگی میدان  $B$  را برای  $r = R/5 = 11 \text{ mm}$  و  $dE/dt = 1/5 \times 10^{12} \text{ V/m.s}$  محاسبه کنید.



شکل ۶-۲۸: میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  در یک ناحیه دایره‌ای. میدان به طرف داخل صفحه، و بزرگی آن در حال افزایش است. میدان الکتریکی  $\vec{E}$  القا شده به وسیله تغییر میدان مغناطیسی در چهار نقطه روی دایره‌ای هم مرکز با ناحیه دایره‌ای نشان داده شده است. این وضعیت را با شکل ۵-۲۸ ب مقایسه کنید.

وقتی جریان وجود دارد اما تغییری در شار الکتریکی صورت نمی‌گیرد (مانند سیمی که حامل جریان ثابت است)، جمله اول سمت راست معادله ۵-۲۸ صفر است و معادله ۵-۲۸ به معادله ۴-۲۸ یعنی قانون آمپر، تبدیل می‌شود. وقتی تغییر شار الکتریکی وجود دارد ولی جریانی وجود ندارد (مانند داخل و خارج شکاف خازن در حال پرشدن)، جمله دوم سمت راست معادله ۵-۲۸ صفر است و در نتیجه معادله ۵-۲۸ به معادله ۳-۲۸ یعنی قانون القایش ماکسول، تبدیل می‌شود.

✓ نکته وارسی ۲: شکل نمودارهایی از بزرگی میدان الکتریکی  $E$  بر حسب  $t$  را برای چهار میدان الکتریکی یکنواخت نشان می‌دهد که همگی در ناحیه دایره‌ای یکسانی مطابق شکل ۵-۲۸ ب واقع‌اند. میدانها را به ترتیب بزرگی میدان مغناطیسی که در لبه ناحیه القا می‌کنند مرتب کنید.



### مسئله نمونه ۱-۲۸

یک خازن صفحه - موازی با صفحه‌های دایره‌ای به شعاع  $R$ ، مطابق شکل ۵-۲۸ الف باردار شده است. (الف) عبارتی برای میدان مغناطیسی در شعاع  $r$  برای حالت  $r \leq R$ ، به دست آورید.

نکته‌های کلیدی: میدان مغناطیسی می‌تواند به وسیله جریان و القایش حاصل از تغییر شار الکتریکی به وجود آید؛ معادله ۵-۲۸ شامل هر دو اثر است. جریانی بین صفحه‌های خازن شکل ۵-۲۸ وجود ندارد، اما شار الکتریکی تغییر می‌کند. بنابراین، مرجع دانشجویان و مهندسان مواد  $dE/dt = 1/5 \times 10^{12} \text{ V/m.s}$  معادله ۵-۲۸ به معادله زیر تبدیل می‌شود



محاسبه: از پاسخ (الف) داریم

$$B = \frac{1}{4} \mu_0 \epsilon_0 r \frac{dE}{dt} \\ = \frac{1}{4} (\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A}) (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N.m}^2) \\ \times (110 \times 10^{-3} \text{ m}) (1.5 \times 10^{12} \text{ V/m.s}) \\ = 9.18 \times 10^{-8} \text{ T.} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) عبارتی برای میدان مغناطیسی القا شده به ازای  $r \geq R$  به دست آورید.

محاسبه: روش محاسبه همان روش (الف) است بجز اینکه برای محاسبه  $B$  خارج از خازن اکنون حلقه آمپری را با شعاع  $r$  بزرگتر از شعاع  $R$  صفحه در نظر می‌گیریم. از محاسبه سمت چپ و سمت راست معادله ۲۸-۶ باز هم به معادله ۲۸-۷ می‌رسیم. ولی حالا به این نکته زیرکانه نیاز داریم: میدان الکتریکی فقط بین صفحه‌ها وجود دارد و در خارج آنها وجود ندارد. بنابراین، مساحت  $A$  که توسط حلقه آمپری در میدان الکتریکی احاطه شده تمام مساحت  $\pi R^2$  حلقه نیست. بلکه  $A$  فقط مساحت  $\pi r^2$  صفحه است.

با قراردادن  $\pi R^2$  به جای  $A$  در معادله ۲۸-۷ و حل نتیجه برای  $B$ ، به ازای  $r \geq R$  خواهیم داشت

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 R^2}{2r} \frac{dE}{dt} \quad (\text{پاسخ}) \quad (9-28)$$

این معادله حاکی از آن است که خارج از خازن میدان  $B$  با افزایش فاصله شعاعی  $r$  از یک مقدار بیشینه در لبه صفحه‌ها (که برای آن  $r=R$ ) کاهش می‌یابد. با قراردادن  $r=R$  در معادله‌های ۲۸-۸ و ۲۸-۹ می‌توان نشان داد که این معادله‌ها سازگاری دارند؛ یعنی، هر دو مقدار بیشینه  $B$  یکسانی را در شعاع حلقه به دست می‌دهند.

بزرگی میدان مغناطیسی القا شده که در (ب) محاسبه شده آنقدر کوچک است که با وسایل ساده به دشواری قابل اندازه‌گیری است. این کاملاً با میدانهای الکتریکی القایی (قانون فارادی) که به سادگی قابل اندازه‌گیری است اختلاف زیادی دارد. بخشی از این اختلاف تجربی به خاطر نیروهای محرکه القا شده است که به سادگی با توجه به تعداد دور پیچ‌ها چند برابر می‌شوند. ولی هیچ روش قابل مقایسه‌ای برای چند برابر کردن میدانهای مغناطیسی القا شده وجود ندارد. در هر حالت، آزمایش مربوط به این مسئله نمونه انجام گرفته و وجود میدانهای مغناطیسی القا شده به طور کمی ثابت شده است.

## ۲۸-۴ جریان جابه‌جایی

اگر دو جمله سمت راست معادله ۲۸-۵ را مقایسه کنیم، خواهیم دید که حاصلضرب  $\epsilon_0 (d\Phi_E/dt)$  باید ابعاد جریان را داشته باشد. در واقع، این حاصلضرب به عنوان یک جریان تخیلی در نظر گرفته شده که جریان جابه‌جایی  $i_d$  نامیده می‌شود

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{جریان جابه‌جایی}) \quad (10-28)$$

واژه «جابه‌جایی» انتخاب مناسبی نیست چون چیزی جابه‌جا نمی‌شود، اما ما آن را به کار می‌بریم. با این همه، اکنون می‌توانیم معادله ۲۸-۵ را به صورت زیر بنویسیم

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{d, \text{enc}} + \mu_0 i_{\text{enc}} \quad (\text{قانون آمپر - ماکسول}) \quad (11-28)$$

که  $i_{d, \text{enc}}$  جریان جابه‌جایی است که توسط حلقه انتگرالگیری در بر گرفته شده است.

دوباره خازن در حال باردار شدن با صفحه‌های دایره‌ای مطابق شکل ۲۸-۷ الف را در نظر می‌گیریم. جریان واقعی  $i$  که صفحه‌ها را باردار می‌کند، میدان الکتریکی  $\vec{E}$  میان صفحه‌ها را تغییر می‌دهد. جریان جابه‌جایی تخیلی  $i_d$  میان صفحه‌ها مربوط به این میدان متغیر  $\vec{E}$  است، حال ارتباط این دو جریان را پیدا می‌کنیم.

بار  $q$  روی صفحه‌ها بنابر معادله ۲۸-۴ در هر لحظه به بزرگی میدان  $E$  میان صفحه‌ها بستگی دارد

$$q = \epsilon_0 A E \quad (12-28)$$

که در آن  $A$  مساحت صفحه است. برای به دست آوردن جریان واقعی  $i$ ، از معادله ۲۸-۱۲ نسبت به زمان مشتق می‌گیریم، خواهیم داشت

$$\frac{dq}{dt} = i = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} \quad (13-28)$$

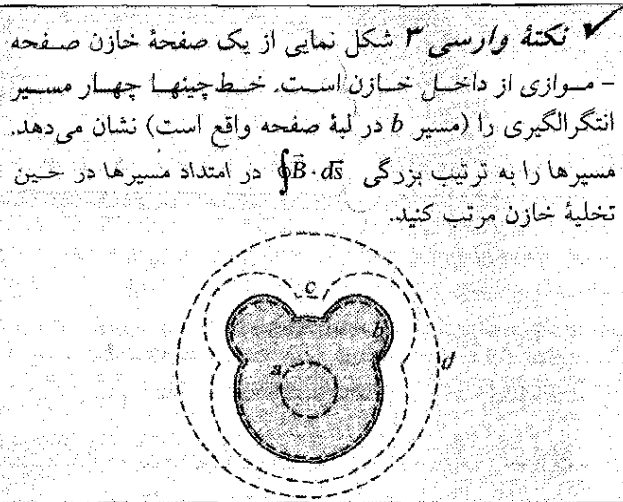
برای به دست آوردن جریان جابه‌جایی  $i_d$ ، می‌توانیم معادله ۲۸-۱۰ را به کار ببریم. با فرض اینکه میدان الکتریکی  $\vec{E}$  میان دو صفحه یکنواخت است (از اثر کناره چشمپوشی می‌کنیم)، می‌توانیم به جای شار الکتریکی  $\Phi_E$  در آن معادله  $EA$  را قرار دهیم. پس، معادله ۲۸-۱۰ به صورت زیر درمی‌آید

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 \frac{d(EA)}{dt} = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} \quad (14-28)$$

با مقایسه معادله‌های ۲۸-۱۳ و ۲۸-۱۴ می‌بینیم که جریان واقعی  $i$  که خازن را باردار می‌کند و جریان جابه‌جایی تخیلی  $i_d$  بین صفحه‌ها بزرگی یکسانی دارند

$$i_d = i \quad (\text{جریان جابه‌جایی در یک خازن}) \quad (15-28)$$

به این ترتیب، می‌توانیم جریان جابه‌جایی تخیلی  $i_d$  را به سادگی ادامه جریان واقعی  $i$  از یک صفحه به صفحه دیگر، در فاصله دو صفحه خازن در نظر بگیریم. چون میدان الکتریکی به طور یکنواخت روی صفحه‌ها توزیع شده است، چنین مطلبی، همان‌طور که به وسیله پیکانهای جریان در شکل ۲۸-۷ الف مشاهده می‌شود، برای جریان جابه‌جایی تخیلی  $i_d$  نیز درست است. اگر چه عملاً هیچ‌باری در فاصله بین صفحه‌ها حرکت نمی‌کند، اما تصور جریان جابه‌جایی تخیلی  $i_d$  می‌تواند به سرعت به ما کمک کند تا جهت و بزرگی میدان مغناطیسی القا شده را به این ترتیب به دست آوریم.



### مسئله نمونه ۲۸-۲

خازن صفحه - موازی دایره‌ای در مسئله نمونه ۲۸-۱ با جریان  $i$  باردار شده است.

(الف) بزرگی  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  برحسب  $\mu_0$  و  $i$  در نقطه‌ای میان صفحه‌های خازن و به فاصله  $r = R/5$  از مرکز، چقدر است؟

**نکته کلیدی** میدان مغناطیسی را می‌توان به وسیله جریان و همچنین القا بر اثر تغییر شار الکتریکی برقرار کرد، معادله ۲۸-۵ شامل این هردو اثر است. در اینجا جریانی بین صفحه‌های خازن شکل ۲۵-۵ برقرار نیست ولی شار الکتریکی تغییر می‌کند. در اینجا به جای حاصلضرب  $\epsilon_0 d\Phi_E/dt$  در معادله ۲۸-۵، جریان جابه‌جایی فرضی  $i_d$  را قرار می‌دهیم. در این صورت انتگرال  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  با معادله ۲۸-۱۱ داده می‌شود. اما چون هیچ جریان واقعی  $i$  میان صفحه‌های خازن وجود ندارد، آن معادله به صورت زیر درمی‌آید

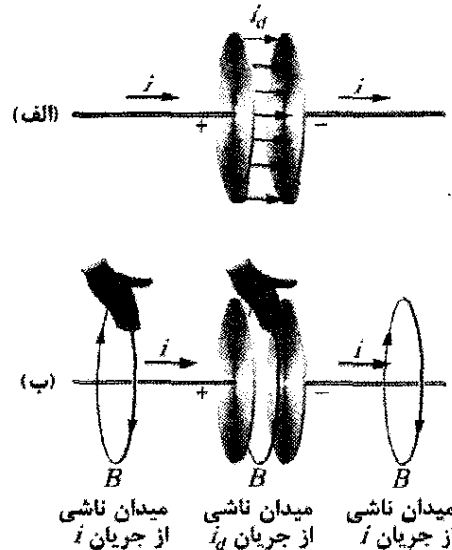
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{d,enc} \quad (28-18)$$

**محاسبه‌ها:** چون می‌خواهیم  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  را در نقطه‌ای به فاصله  $r = R/5$  (داخل خازن) حساب کنیم، حلقه انتگرالگیری فقط بخش  $i_{d,enc}$  جریان جابه‌جایی کل  $i_d$  را در بردارد. فرض کنید  $i_d$  به طور یکنواخت روی کل سطح صفحه توزیع شده است. در نتیجه، بخشی از جریان جابه‌جایی که به وسیله حلقه در برگرفته شده متناسب با مساحتی است که به وسیله حلقه در برگرفته شده است:

$$\frac{(i_{d,enc} \text{ جریان جابه‌جایی در برگرفته شده})}{\text{مساحت کل صفحه}} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \quad (i_d \text{ جریان جابه‌جایی کل})$$

که از آن داریم

$$i_{d,enc} = i_d \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$



شکل ۲۸-۷ (الف) جریان جابه‌جایی  $i_d$  میان صفحه‌های خازنی که به وسیله جریان  $i$  در حال باردار شدن است. (ب) قاعده دست راست برای یافتن جهت میدان مغناطیسی دور سیم با جریان واقعی (مطابق شکل سمت چپ) همان جهت میدان مغناطیسی مربوط به جریان جابه‌جایی را (مطابق شکل وسط) به دست می‌دهد.

### تعیین میدان مغناطیسی القا شده

در فصل ۲۵ جهت میدان مغناطیسی ایجاد شده به وسیله جریان واقعی  $i$  را با به کاربردن قاعده دست راست در شکل ۲۵-۴ به دست آوردیم. می‌توانیم همین قاعده را، همان‌طور که در قسمت میانی شکل ۲۸-۷ ب برای خازن نشان داده شده است، برای به دست آوردن جهت میدان مغناطیسی القا شده به وسیله جریان جابه‌جایی تخیلی  $i_d$  به کار ببریم.

همچنین برای به دست آوردن بزرگی میدان مغناطیسی القا شده برای خازن در حال باردار شدن با صفحه‌های دایره‌ای موازی به شعاع  $R$ ، می‌توانیم  $i_d$  را به کار ببریم. به طور ساده فضای میان صفحه‌ها را یک سیم دایره‌ای فرضی به شعاع  $R$  در نظر می‌گیریم که حامل جریان  $i_d$  است. بنابراین، از معادله ۲۵-۲۰ بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه‌ای داخل خازن به شعاع  $r$  از مرکز برابر است با

$$B = \left( \frac{\mu_0 i_d}{2\pi R} \right) r \quad (\text{داخل یک خازن دایره‌ای}) \quad (28-16)$$

به همین ترتیب، از معادله ۲۵-۱۷ بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه‌ای خارج از خازن به شعاع  $r$  از مرکز برابر است با

$$B = \frac{\mu_0 i_d}{2\pi r} \quad (\text{خارج یک خازن دایره‌ای}) \quad (28-17)$$

این را در معادله ۲۸-۱۸ قرار می‌دهیم، خواهیم داشت

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_d \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \quad (۲۸-۱۹)$$

اکنون،  $i_d = i$  (از معادله ۲۸-۱۵) و  $r = R/5$  را در معادله ۲۸-۱۹ قرار می‌دهیم، به دست می‌دهد

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i \frac{(R/5)^2}{R^2} = \frac{\mu_0 i}{25} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) بزرگی میدان مغناطیسی القا شده در فاصله  $r = R/5$  داخل خازن، برحسب بیشینه میدان مغناطیسی القا شده چقدر است؟

**نکته کلیدی** چون خازن دارای صفحه‌های دایره‌ای موازی است، می‌توان فضای میان صفحه‌ها را به صورت یک سیم فرضی به شعاع  $R$  حامل جریان فرضی  $i_d$  در نظر گرفت. به این ترتیب، می‌توان از معادله ۲۸-۱۶ برای به دست آوردن میدان مغناطیسی القا شده  $B$  در هر نقطه داخل خازن استفاده کرد.

محاسبه‌ها: در  $r = R/5$ ، معادله ۲۸-۱۶ به دست می‌دهد

$$B = \left( \frac{\mu_0 i_d}{2\pi R^2} \right) r = \frac{\mu_0 i_d (R/5)}{2\pi R^2} = \frac{\mu_0 i_d}{10\pi R} \quad (۲۸-۲۰)$$

از معادله ۲۸-۱۶، بیشینه بزرگی میدان مغناطیسی  $B_{\max}$  داخل خازن در  $r = R$  به دست می‌آید که برابر است با

$$B_{\max} = \left( \frac{\mu_0 i_d}{2\pi R^2} \right) R = \frac{\mu_0 i_d}{2\pi R} \quad (۲۸-۲۱)$$

با تقسیم کردن معادله ۲۸-۲۰ بر ۲۸-۲۱ و دوباره مرتب کردن نتیجه حاصل، داریم

$$B = \frac{B_{\max}}{5} \quad (\text{پاسخ})$$

باید بتوانیم همین نتیجه را با استدلال اندک و کار کمتر به دست آوریم. معادله ۲۸-۱۶ حاکی از آن است که داخل خازن، میدان  $B$  به طور خطی با  $r$  افزایش می‌یابد. بنابراین، در نقطه‌ای به فاصله  $\frac{1}{5}$  از مرکز صفحه به شعاع  $R$  که  $B_{\max}$  واقع است، میدان  $B$  باید  $\frac{1}{5} B_{\max}$  باشد.

## ۲۸-۵ معادله‌های ماکسول

معادله ۲۸-۵ آخرین معادله از معادله‌های بنیادی الکترومغناطیسی است که معادله‌های ماکسول نامیده می‌شوند و در جدول ۲۸-۱ نشان داده شده‌اند. این چهار معادله گستره گوناگونی از پدیده‌ها را شرح می‌دهند، از اینکه چرا عقربه قطب‌نما به طرف شمال است تا اینکه چرا وقتی کلید استارت را می‌زنیم موتور اتومبیل به حرکت درمی‌آید. آنها پایه‌ای هستند برای عملکرد وسایل الکترومغناطیسی از جمله موتورهای الکتریکی، تلویزیونها، فرستنده‌ها، گیرنده‌ها، تلفنها، دستگاههای دورنگار، رادارها و اجاقهای میکروموج.

بر اساس معادله‌های ماکسول می‌توان معادله‌هایی را که از فصل ۱۷ به بعد دیده‌ایم به دست آورد. آنها همچنین پایه بسیاری از معادله‌هایی هستند که از فصل ۳۴ تا ۳۶ در مورد نورشناسی با آنها آشنا خواهیم شد.

## ۲۸-۶ آهنرباها

اولین آهنرباهای شناخته شده سنگهای آهنربا بودند که سنگهایی هستند که به طور طبیعی مغناطیده شده‌اند. وقتی یونانیها و چینیهای باستان این سنگهای کمیاب را کشف کردند از اینکه این سنگها مثل کاری سحرآمیز، توانایی جذب فلزات را در فاصله‌های کوتاه دارند، با آنها سرگرم می‌شدند. مدتها بعد توانستند این سنگها را (و قطعه آهنهایی را که به طور مصنوعی مغناطیده شده بودند) در قطب‌نما برای تعیین جهت به کار برند.

امروزه، آهنرباها و مواد مغناطیسی در همه جا موجودند. خواص مغناطیسی آنها را می‌توان با بررسی اتمها و الکترونها دریافت. درواقع، آهنربای ارزان قیمتی که برای نگهداری یادداشت روی در یخچال به کار می‌رود نتیجه مستقیم فیزیک کوانتومی است که در مواد اتمی و زیر اتمی در آهنربا رخ می‌دهد. پیش از آنکه درباره بخشی از این فیزیک بحث کنیم، به طور مختصر بزرگترین آهنربایی را که به طور معمول به کار می‌بریم، بررسی می‌کنیم - یعنی خود زمین.

### جدول ۲۸-۱

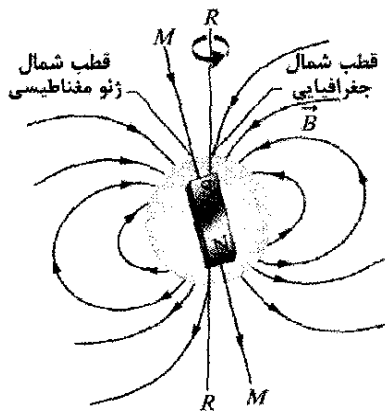
معادله‌های ماکسول

اسم	معادله	شرح
قانون گاوس در الکتریسته	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{\text{enc}} / \epsilon_0$	شار الکتریکی خالص را به بار الکتریکی خالص در برگرفته شده مربوط می‌کند.
قانون گاوس در مغناطیس	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$	شار مغناطیسی خالص را به بار الکتریکی خالص در برگرفته شده مربوط می‌کند.
قانون فارادی	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$	میدان الکتریکی القا شده را به شار مغناطیسی متغیر مربوط می‌کند.
قانون آمپر - ماکسول	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 i_{\text{enc}}$	میدان مغناطیسی القا شده را به شار الکتریکی متغیر و جریان مربوط می‌کند.

www.tan-magad.com مرجع دانشجویان و مهندسان مواد

۱- این معادله‌ها با این فرض نوشته شده‌اند که هیچ دی الکتریک و ماده مغناطیسی وجود ندارد.

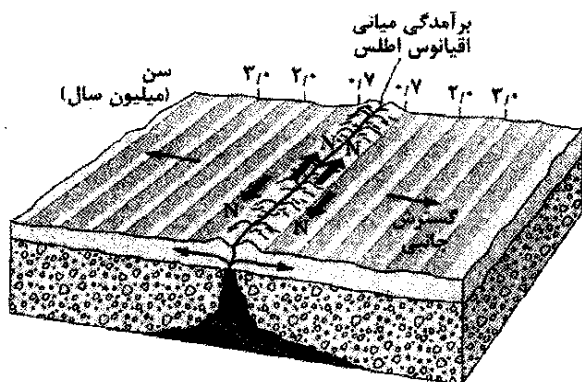
شمال شیب می‌نامند در جزیره ملکه الیزابت در کانادای شمالی و دور از گرینلند واقع است.



شکل ۲۸-۸ میدان مغناطیسی زمین به صورت یک دو قطبی مغناطیسی نمایش داده شده است. محور دو قطبی  $MM$  با محور چرخشی زمین  $RR$  زاویه  $11/5^\circ$  می‌سازد. قطب جنوب این دو قطبی در نیمکره شمالی زمین قرار دارد.

علاوه بر این، میدان مشاهده شده در هر مکانی روی سطح زمین با مقدارهای قابل اندازه‌گیری در دوره‌های چند ساله و مقدارهای قابل ملاحظه مثلاً در طول صدها سال، نسبت به زمان تغییر می‌کند. برای مثال میان سالهای ۱۵۸۰/۹۵۹ و ۱۸۲۰/۱۲۹۹ راستایی که به وسیله قطب‌نما در لندن نشان داده شده به اندازه  $35^\circ$  تغییر کرده است.

به رغم این تغییرات محلی، متوسط میدان دو قطبی در دوره‌های زمانی کوتاه تنها کمی تغییر می‌کند. تغییرات در دوره‌های طولانی‌تر را می‌توان با اندازه‌گیری خاصیت مغناطیسی ضعیف کف اقیانوس اطلس در دو طرف برآمدگی میانی اقیانوس (شکل ۲۸-۹) مطالعه کرد. این کف به وسیله مواد



شکل ۲۸-۹ نیمرخ مغناطیسی کف دریا در دو طرف برآمدگی اقیانوس اطلس میانی. کف دریا از برآمدگی بیرون می‌آید و به صورت قسمتی از یک سامانه رانشی زمین گسترش می‌یابد و گذشته تاریخ مغناطیسی هسته زمین را به نمایش می‌گذارد. جهت میدان مغناطیسی ایجاد شده به وسیله هسته تقریباً هر چند میلیون سال معکوس می‌شود.

www.iran-mavad.com

مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

## مغناطیس زمین

زمین یک آهنربای بسیار بزرگ است؛ برای نقطه‌های نزدیک زمین، میدان مغناطیسی آن می‌تواند همانند میدان مغناطیسی یک آهنربای میله‌ای عظیم بیان شود. یک دو قطبی مغناطیسی - که در مرکز سیاره قرار دارد. شکل ۲۸-۸ یک نقش متقارن آرمانی از میدان این دو قطبی است، بدون اینکه ذره‌های باردار ارسالی از خورشید اعوجاجی ایجاد کنند.

چون میدان مغناطیسی زمین همانند میدان مغناطیسی یک دو قطبی است، یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{m}$  به میدان وابسته است. برای میدان آرمانی شکل ۲۸-۸ بزرگی  $\mu$  برابر  $10^{22} \text{ J/T}$  و جهت  $\vec{m}$  با محور چرخشی ( $RR$ ) زمین زاویه  $11/5^\circ$  می‌سازد. محور دو قطبی ( $MM$ ) در شکل ۲۸-۸ در راستای  $\vec{m}$  واقع است که سطح زمین را در قطب شمال ژئومغناطیسی در شمال غربی گرینلند و قطب جنوب ژئومغناطیسی را در جنوبگان قطع می‌کند. خطهای میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  به طور کلی از نیمکره جنوبی بیرون می‌آیند و در نیمکره شمالی دوباره به زمین وارد می‌شوند. به این ترتیب، قطب مغناطیسی واقع در نیمکره شمالی که به عنوان «قطب مغناطیسی شمال» نامیده می‌شود در واقع قطب جنوب دو قطبی مغناطیسی زمین است.

راستای میدان مغناطیسی در هر نقطه از سطح زمین معمولاً برحسب دو زاویه مشخص می‌شود. میل میدان زاویه (چپ یا راست) میان شمال جغرافیایی (که به سمت عرض جغرافیایی  $90^\circ$  است) و مؤلفه افقی میدان است. شیب میدان زاویه (بالا یا پایین) میان صفحه افقی و راستای میدان است.

مغناطیس‌سنج این زاویه‌ها را اندازه می‌گیرد و میدان را با دقت زیادی معین می‌کند. البته، به طور نسبتاً قابل قبولی می‌توان این عمل را با قطب‌نما و شیب‌سنج انجام داد. قطب‌نما به طور ساده یک آهنربای عقربه‌ای شکل است و به گونه‌ای نصب شده که می‌تواند آزادانه حول محوری قائم بچرخد. وقتی آن را در صفحه افقی نگه داریم، قطب شمال عقربه معمولاً به سمت قطب شمال ژئومغناطیسی قرار می‌گیرد (به خاطر داشته باشید که در واقع به سمت قطب مغناطیسی جنوب). زاویه میان عقربه و شمال جغرافیایی میل میدان است. شیب‌سنج آهنربای مشابهی است که می‌تواند آزادانه حول محوری افقی بچرخد. وقتی صفحه قائم چرخش آن در راستای قطب‌نما قرار گیرد، زاویه میان عقربه دستگاه و افق، شیب میدان است.

در هر نقطه از سطح زمین، میدان مغناطیسی اندازه‌گیری شده ممکن است به طور قابل ملاحظه‌ای از نظر بزرگی و جهت نسبت به میدان دو قطبی آرمانی شکل ۲۸-۸ متفاوت باشد. در واقع، نقطه‌ای که در آن میدان واقعاً عمود بر سطح زمین و به سمت داخل است، در قطب شمال ژئومغناطیس در گرینلند که مورد انتظار ماست قرار ندارد، بلکه این نقطه که آن را قطب

حال فرض می‌کنیم که مؤلفه اسپین  $\vec{S}$  در راستای محور  $z$  دستگاه مختصات اندازه‌گیری شده باشد. آنگاه، مؤلفه اندازه‌گیری شده  $S_z$  می‌تواند فقط دو مقدار زیر را داشته باشد

$$S_z = m_s \frac{h}{2\pi} \quad , \quad m_s = \pm \frac{1}{2} \quad (23-28)$$

که در آن  $m_s$  عدد کوانتومی مغناطیسی اسپینی است و  $h (= 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})$  ثابت پلانک است، ثابتی که در فیزیک کوانتومی فراگیر است. علامتهای مثبت و منفی در معادله ۲۳-۲۸ جهت  $S_z$  در راستای  $z$  را نشان می‌دهند. وقتی  $S_z$  موازی محور  $z$  باشد،  $m$  برابر  $+\frac{1}{2}$  است و می‌گویند الکترون اسپین بالا دارد. وقتی  $S_z$  پاد موازی با محور  $z$  باشد،  $m$  برابر  $-\frac{1}{2}$  است و می‌گویند الکترون اسپین پایین دارد.

گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی  $\vec{\mu}_s$  الکترون را نیز نمی‌توان اندازه‌گیری کرد: فقط مؤلفه آن را می‌توان در راستای هر محوری اندازه گرفت و این مؤلفه نیز کوانتیده است و دو مقدار ممکن با بزرگی یکسان ولی علامت متفاوت دارد. می‌توانیم مؤلفه  $\mu_{s,z}$  اندازه‌گیری شده در راستای محور  $z$  را با بازنویسی معادله ۲۳-۲۸ به شکل مؤلفه‌ای برای محور  $z$  با رابطه زیر بنویسیم

$$\mu_{s,z} = -\frac{e}{m} S_z$$

با قراردادن  $S_z$  از معادله ۲۳-۲۸، داریم

$$\mu_{s,z} = \pm \frac{eh}{4\pi m} \quad (24-28)$$

که علامت مثبت و منفی برای وقتی است که  $\mu_{s,z}$  به ترتیب موازی و پاد موازی با محور  $z$  باشد.

کمیت سمت راست معادله ۲۴-۲۸، مگنتون بور  $\mu_B$  نامیده می‌شود

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T} \quad (25-28) \quad (\text{مگنتون بور})$$

گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی اسپینی الکترونها و سایر ذره‌های بنیادی را می‌توان برحسب  $\mu_B$  بیان کرد. برای الکترون، بزرگی مؤلفه  $z$  اندازه‌گیری شده  $\mu_s$  برابر است با

$$|\mu_{s,z}| = \mu_B \quad (26-28)$$

(فیزیک کوانتومی الکترون که الکتروپنایمیک کوانتومی یا QED نامیده می‌شود حاکی از آن است که  $\mu_{s,z}$  در واقع کمی بیشتر از  $\mu_B$  است، اما از این واقعیت چشمپوشی می‌کنیم.)

وقتی الکترون در یک میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}_{\text{ext}}$  قرار گیرد، می‌توان انرژی پتانسیلی مثل  $U$  وابسته به سمتگیری دو قطبی مغناطیسی اسپینی الکترون  $\vec{\mu}_s$  به آن نسبت داد، درست مانند انرژی پتانسیلی که می‌توان به سمتگیری گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}$  یک حلقه جریان واقع در  $\vec{B}_{\text{ext}}$  به آن نسبت داد.

مرجع دانشجویان و معادله ۲۴-۳۸، انرژی پتانسیل الکترون برابر است با

مغناطیسی مذاب که در برآمدگی از قسمت داخلی زمین نشست کرده و با آهنگ چند سانتی‌متر در سال (به وسیله رانش صفحه‌های زمین ساختی) بیرون آمده و سخت گردیده تشکیل شده است. مواد مذاب موقع سخت شدن به طور ضعیفی مغناطیده شده‌اند، در آن موقع میدان مغناطیسی آن در جهت میدان مغناطیسی زمین بوده است. مطالعه مواد مذاب سخت شده در سرتاسر کف اقیانوس مشخص می‌کند که قطبیت زمین (جهت قطب شمال و قطب جنوب) تقریباً هر چند میلیون سال معکوس شده است. دلیل این معکوس شدن هنوز مشخص نیست. در واقع ساز و کاری که میدان مغناطیسی زمین را ایجاد می‌کند فقط به طور مبهمی شناخته شده است.

## ۲۸-۷ مغناطیس و الکترونها

مواد مغناطیسی، از سنگ آهن‌ریا گرفته تا نوارهای ویدیویی به‌خاطر الکترونهایی که در آنها وجود دارد، مغناطیسی‌اند. قبلاً روشی را دیدیم که الکترونها میدان مغناطیسی ایجاد می‌کنند، آنها از یک سیم به صورت جریان الکتریکی عبور می‌کنند و حرکت آنها، در دور سیم یک میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند. دو روش دیگر نیز وجود دارد، که هر کدام به یک دو قطبی مغناطیسی مربوط است که در فضای اطراف خود یک میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند. اما، توضیح آنها به فیزیک کوانتومی نیاز دارد که خارج از فیزیک ارائه شده در این کتاب است. بنابراین، در اینجا فقط نتیجه آنها را مطرح می‌کنیم.

### گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی

هر الکترون به طور ذاتی دارای اندازه حرکت زاویه‌ای است که آن را اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی (یا فقط اسپین)  $\vec{S}$  می‌نامند؛ وابسته به این اسپین یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی  $\vec{\mu}_s$  ذاتی وجود دارد. (منظور از ذاتی این است که  $\vec{S}$  و  $\vec{\mu}_s$  مشخصه‌های پایه‌ای الکترون هستند؛ مثل جرم و بار الکتریکی.)  $\vec{S}$  و  $\vec{\mu}_s$  با رابطه زیر به هم مربوط‌اند

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m} \vec{S} \quad (29-28)$$

که در آن  $e$  بار بنیادی  $(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$  و  $m$  جرم الکترون  $(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})$  است. علامت منفی بدان معناست که جهت‌های  $\vec{\mu}_s$  و  $\vec{S}$  مخالف یکدیگر است.

اسپین  $\vec{S}$  از دو نظر کاملاً با اندازه حرکت زاویه‌ای فصل ۱۱، متفاوت است:

- ۱- خود اسپین  $\vec{S}$  را نمی‌توان اندازه گرفت. ولی، فقط مؤلفه آن را در راستای هر محوری می‌توان اندازه‌گیری کرد.
- ۲- مؤلفه اندازه‌گیری شده  $\vec{S}$  کوانتیده است که به طور کلی به این معناست که محدود به مقدارهای معینی است. مؤلفه اندازه‌گیری شده  $\vec{S}$  می‌تواند فقط دو مقدار داشته باشد که تنها از نظر علامت متفاوت‌اند.

علامت منفی به این معنی است که  $\vec{\mu}_{orb}$  و  $\vec{L}_{orb}$  در جهتهای مخالف‌اند.

اندازه حرکت زاویه‌ای مداری  $\vec{L}_{orb}$  را نمی‌توان اندازه گرفت؛ فقط مؤلفه آن را در راستای یک محور می‌توان اندازه‌گیری کرد و این مؤلفه کوانتیده است. این مؤلفه‌ها مثلاً در راستای محور  $z$  فقط می‌توانند مقداری را که با رابطه زیر داده می‌شود، داشته باشند.

$$L_{orb,z} = m_l \frac{h}{2\pi} \quad m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (28-29)$$

که در آن  $m_l$  عدد کوانتومی مغناطیسی مداری است و «مقدار حدی» بیانگر بزرگترین عدد صحیح مجاز برای  $m_l$  است. علامتها در معادله ۲۸-۲۹ به جهت  $L_{orb,z}$  در راستای محور  $z$  بستگی دارند.

گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری  $\vec{\mu}_{orb,z}$  الکترون را نیز نمی‌توان اندازه گرفت؛ فقط مؤلفه آن را می‌توان اندازه‌گیری کرد و این مؤلفه نیز کوانتیده است. با نوشتن معادله ۲۸-۲۸ به شکل مؤلفه‌ای در راستای محور  $z$  و سپس قرار دادن  $L_{orb,z}$  از معادله ۲۸-۲۹، می‌توانیم مؤلفه  $z$  گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری،  $\vec{\mu}_{orb,z}$  را با رابطه زیر بنویسیم

$$\mu_{orb,z} = -m_l \frac{eh}{4\pi m} \quad (28-30)$$

و برحسب مگنتون بور عبارت است از

$$\mu_{orb,z} = -m_l \mu_B \quad (28-31)$$

وقتی اتم در میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}_{ext}$  قرار گیرد، می‌توان به سمتگیری گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری هر الکترون در اتم، انرژی پتانسیل  $U$  را وابسته کرد که مقدار آن برابر است با

$$U = -\vec{\mu}_{orb} \cdot \vec{B}_{ext} = -\mu_{orb,z} B_{ext} \quad (28-32)$$

که در آن محور  $z$  در جهت  $\vec{B}_{ext}$  در نظر گرفته شده است. اگر چه ما واژه‌های «مدار» و «مداری» را در اینجا به کار بردیم اما الکترون حرکت مداری دور هسته، مانند حرکت مداری سیاره‌ها به دور خورشید ندارد. پس چگونه است که الکترون که حرکت مداری با مفهوم معمول آن را ندارد، می‌تواند اندازه حرکت زاویه‌ای مداری داشته باشد؟ یکبار دیگر برای پاسخ به فیزیک کوانتومی نیاز است.

### مدل حلقه‌ای برای مدارهای الکترون

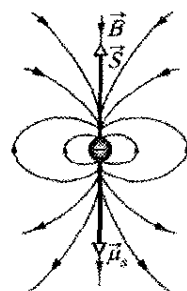
معادله ۲۸-۲۸ را می‌توان به صورت غیرکوانتومی نیز به دست آورد. به این صورت که فرض می‌کنیم الکترونی در امتداد یک مسیر دایره‌ای با شعاعی خیلی بزرگتر از شعاع اتم حرکت می‌کند (به همین دلیل نام «مدل حلقه‌ای» به کار رفته است). البته، این رابطه مربوط به الکترون در داخل اتم نیست (که در این صورت به فیزیک کوانتومی نیاز است).

$$U = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_{ext} = -\mu_{s,z} B_{ext} \quad (28-29)$$

که محور  $z$  در جهت  $B_{ext}$  انتخاب شده است.

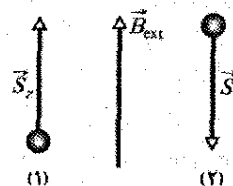
اگر فرض کنیم الکترون یک کره میکروسکوپی است (که چنین نیست) می‌توانیم اسپین  $\vec{S}$ ، گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی  $\vec{\mu}_s$  و میدان دو قطبی مغناطیسی وابسته به آن را مطابق شکل ۲۸-۱۰ نشان دهیم. اگر چه در اینجا واژه «اسپین» را به کار می‌بریم، ولی الکترون مانند فرفره چرخش نمی‌کند، آن وقت، چطور چیزی بدون اینکه واقعاً بچرخد، اندازه حرکت زاویه‌ای دارد؟ باز هم فیزیک کوانتومی به این مسئله پاسخ می‌دهد.

پروتونها و نوترونها نیز اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی به نام اسپین و یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی ذاتی دارند. برای پروتون این دو بردار یک جهت دارند و برای نوترون آنها متقابل‌اند. ماسهم این گشتاورهای دو قطبی را در میدان مغناطیسی اتم در نظر نمی‌گیریم چون اثر آنها هزاران مرتبه کمتر از اثر الکترون است.



شکل ۲۸-۱۰ اسپین  $\vec{S}$ ، گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی  $\vec{\mu}_s$ ، و میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  الکترون به صورت یک کره میکروسکوپی نشان داده شده است.

نکته واریسی ۴ شکل زیر سمتگیری اسپین دو ذره را در میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}_{ext}$  نشان می‌دهد. (الف) اگر ذره‌ها الکترون باشند، کدام سمتگیری اسپین در انرژی پتانسیل پایبتری است؟ (ب) اگر ذره‌ها پروتون باشند، کدام سمتگیری در انرژی پتانسیل پایبتری است؟



### گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری

وقتی الکترون را در اتم در نظر بگیریم، الکترون دارای یک اندازه حرکت زاویه‌ای اضافی است که آن را اندازه حرکت زاویه‌ای مداری  $\vec{L}_{orb}$  می‌نامند. وابسته به  $\vec{L}_{orb}$  یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری  $\vec{\mu}_{orb}$  وجود دارد؛ این دو با رابطه زیر به هم مربوط‌اند

$$\vec{\mu}_{orb} = -\frac{e}{2m} \vec{L}_{orb} \quad (28-28)$$



تعمیم فرمولبندی برداری و نشان دادن جهت‌های مخالف بردارها با علامت منها داریم

$$\vec{\mu}_{\text{orb}} = -\frac{e}{2m} \vec{L}_{\text{orb}}$$

که همان معادله ۲۸-۲۸ است. به این ترتیب، با تحلیل «کلاسیکی» (غیر کوانتومی) همان نتیجه‌ای که به وسیله فیزیک کوانتومی، هم برای بزرگی و هم برای جهت به دست می‌آید حاصل می‌شود. ممکن است تعجب کنید که با وجودی که رابطه حاصل نتیجه درستی برای الکترون داخل اتم به دست می‌دهد چرا رابطه حاصل برای این وضعیت معتبر نیست. پاسخ این است که با این روش استدلال نتیجه‌های دیگری نیز به دست می‌آید که با نتیجه تجربی متناقض است.

### مدل حلقه‌ای در میدان غیریکنواخت

به بررسی مدار الکترون به صورت یک حلقه جریان، همان‌طور که در شکل ۲۸-۱۱ انجام داریم، ادامه می‌دهیم. ولی، اکنون حلقه‌ای را مطابق شکل ۲۸-۱۲ الف در میدان مغناطیسی غیر یکنواخت  $\vec{B}_{\text{ext}}$  در نظر می‌گیریم. این میدان می‌تواند میدان واگرایی نزدیک قطب شمال آهنربا در شکل ۲۸-۴ باشد. این تغییر را انجام می‌دهیم تا برای چند بخش آینده که در آنها نیروهایی را مورد بحث قرار می‌دهیم که به مواد مغناطیسی واقع در میدان مغناطیسی غیر یکنواخت وارد می‌شوند آماده باشیم. این نیروها را با فرض اینکه مدارهای الکتریکی در مواد حلقه‌های جریان کوچکی مانند شکل ۲۸-۱۲ الف هستند مورد بحث قرار می‌دهیم.

در اینجا فرض می‌کنیم که بردارهای میدان مغناطیسی دور مسیر دایره‌ای الکترون همگی بزرگی یکسانی دارند و مطابق شکل ۲۸-۱۲ ب و ت زاویه یکسانی با راستای قائم می‌سازند. همچنین، فرض می‌کنیم که تمام الکترون‌ها در اتم یا پادساعتگرد (شکل ۲۸-۱۲ ب) یا ساعتگرد (شکل ۲۸-۱۲ ت) حرکت می‌کنند. جریان قراردادی  $i$  دور حلقه و گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}_{\text{orb}}$  ایجاد شده به وسیله  $i$ ، برای هریک از جهت‌های حرکت نشان داده شده‌اند.

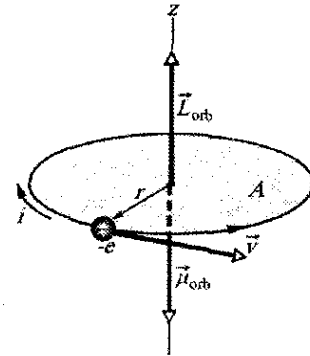
شکل‌های ۲۸-۱۲ پ و ث وقتی از صفحه مدار نگاه کنیم، دید از دو سر قطر یک عنصر  $d\vec{L}$  از حلقه را که با جهت  $i$  یکسان است نشان می‌دهند. همچنین، میدان  $\vec{B}_{\text{ext}}$  و نیروی مغناطیسی حاصل  $d\vec{F}$  روی  $d\vec{L}$  نشان داده شده‌اند. یادآوری می‌شود که جریان در طول عنصر  $d\vec{L}$  در یک میدان مغناطیسی  $\vec{B}_{\text{ext}}$  تحت تأثیر نیروی مغناطیسی  $d\vec{F}$  قرار می‌گیرد که با رابطه ۲۸-۲۴ داده می‌شود

$$d\vec{F} = i d\vec{L} \times \vec{B}_{\text{ext}} \quad (28-27)$$

در سمت چپ شکل ۲۸-۱۲ پ، معادله ۲۸-۳۷ حاکی از آن است که  $d\vec{F}$  به طرف بالا و به سمت راست است. در سمت راست، نیروی  $d\vec{F}$  درست به همان بزرگی به طرف بالا ولی به سمت چپ است. چون زاویه آنها با راستای قائم یکسان است، مؤلفه‌های افقی این نیروها یکدیگر را خنثی و مؤلفه‌های قائم با

فرض می‌کنیم الکترونی با تندی ثابت  $v$  در مسیر دایره‌ای به شعاع  $r$  مطابق شکل ۲۸-۱۱ به صورت پادساعتگرد حرکت کند. حرکت الکترون با بار منفی معادل با جریان قراردادی  $i$  است (مربوطه به بار مثبت) که ساعتگرد است و در شکل ۲۸-۱۱ نیز نشان داده شده است. بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری این حلقه جریان از معادله ۲۴-۳۵ به ازای  $N = 1$  به دست می‌آید

$$\mu_{\text{orb}} = iA \quad (28-33)$$



شکل ۲۸-۱۱ الکترونی با تندی ثابت  $v$  در مسیری دایره‌ای به شعاع  $r$  که مساحت  $A$  را دربردارد، حرکت می‌کند. الکترون دارای اندازه حرکت زاویه‌ای مداری  $\vec{L}_{\text{orb}}$  و گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری  $\vec{\mu}_{\text{orb}}$  وابسته به آن است. جریان ساعتگرد  $i$  (مربوط به بارهای مثبت) معادل چرخش پاد ساعتگرد الکترون‌ها با بار منفی است.

که در آن  $A$  مساحتی است که توسط حلقه در برگرفته شده است. جهت این گشتاور دو قطبی مغناطیسی از قاعده دست راست شکل ۲۵-۱۲ تعیین می‌شود که در شکل ۲۸-۱۱ به سمت پایین است.

برای ارزیابی معادله ۲۸-۳۳، جریان  $i$  مورد نیاز است. به طور کلی، جریان عبارت است از آهنگی که بار از نقطه‌ای در مدار می‌گذرد. در اینجا برای بار به بزرگی  $e$  زمان  $T = 2\pi r / v$  طول می‌کشد تا از یک نقطه روی دایره حرکت کند و به همان نقطه برگردد. بنابراین،

$$i = \frac{\text{بار الکتریکی}}{\text{زمان}} = \frac{e}{2\pi r / v} \quad (28-34)$$

با قراردادن این مقدار و مساحت  $A = \pi r^2$  حلقه در معادله ۲۸-۳۳، رابطه زیر به دست می‌آید

$$\mu_{\text{orb}} = \frac{e}{2\pi r / v} \pi r^2 = \frac{evr}{2} \quad (28-35)$$

برای به دست آوردن عبارتی برای اندازه حرکت زاویه‌ای مداری  $\vec{L}_{\text{orb}}$  الکترون، معادله ۱۱-۱۸،  $\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$  را به کار می‌بریم. چون  $\vec{r}$  و  $\vec{v}$  بر هم عمودند،  $\vec{L}_{\text{orb}}$  دارای بزرگی زیر است

$$L_{\text{orb}} = mrv \sin 90^\circ = mrv \quad (28-36)$$

در شکل ۲۸-۱۱، جهت  $\vec{L}_{\text{orb}}$  به سمت بالاست (به شکل ۱۱-۱۲ نگاه کنید). با ترکیب معادله‌های ۲۸-۳۵ و ۲۸-۳۶، برای

## ۲۸-۸ مواد مغناطیسی

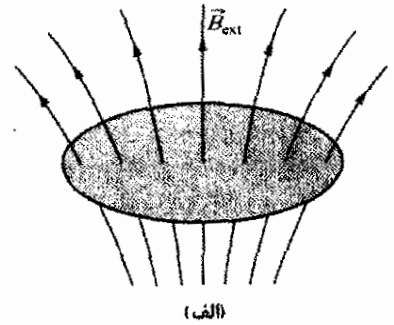
هر الکترون در اتم دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری و گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی است که به صورت برداری با هم ترکیب می‌شوند. براینده این دو بردار با برایندهای مشابه مربوط به الکترونهای دیگر درون اتم و براینده مربوط به هر اتم با براینده اتمهای دیگر در ماده نمونه ترکیب می‌شوند. اگر ترکیب همه این گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی یک میدان مغناطیسی ایجاد کند، آن وقت ماده مغناطیسی است. سه نوع کلی ماده مغناطیسی وجود دارد: دیامغناطیس، پارامغناطیس و فرو مغناطیس.

۱- **دیامغناطیس** خاصیت دیامغناطیسی در همه مواد معمولی وجود دارد، اما آنقدر ضعیف است که وقتی ماده‌ای خاصیت مغناطیسی از یکی از دو نوع دیگر را داشته باشد این خاصیت پنهان می‌ماند. در دیامغناطیس، وقتی ماده در میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}_{ext}$  قرار گیرد، گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی ضعیفی در اتمهای ماده ایجاد می‌شود؛ ترکیب همه این گشتاورهای دو قطبی القایی باعث می‌شود که تمام ماده میدان مغناطیسی خالص ضعیفی داشته باشد. وقتی  $\vec{B}_{ext}$  قطع شود، گشتاورهای دو قطبی و در نتیجه میدان خالص آنها از بین می‌روند. اصطلاح **ماده دیامغناطیس** معمولاً به ماده‌ای اشاره دارد که فقط خاصیت دیامغناطیسی از خود نشان می‌دهد.

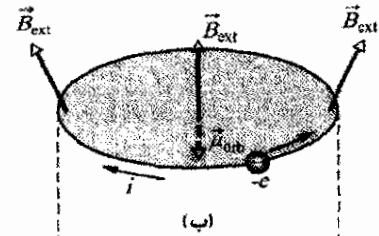
۲- **پارامغناطیس** این خاصیت در موادی شامل عنصرهای واسطه، عنصرهای خاکی نادر و عنصرهای اکتینیدی (پیوسته) را نگاه کنید وجود دارد. هر اتم چنین ماده‌ای دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص دائمی است، اما گشتاورها به صورت کاتوره‌ای در ماده سم‌گیری می‌کنند و ماده در کل میدان مغناطیسی خالص ندارد. با این وجود، میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}_{ext}$  می‌تواند به طور جزئی گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی اتمها را هم‌ردیف کند و در نتیجه در ماده یک میدان مغناطیسی خالص به وجود آورد. هم‌ردیفی و بنابراین، میدان آن وقتی  $\vec{B}_{ext}$  قطع شود، از بین می‌رود. اصطلاح **ماده پارامغناطیسی** به موادی اشاره دارد که عمدتاً خاصیت پارامغناطیسی را نشان می‌دهند.

۳- **فرو مغناطیس** این خاصیت در آهن، نیکل و برخی عنصرهای ویژه دیگر (و ترکیب و آلیاژ این عنصرها) وجود دارد. بعضی از الکترونهای این مواد گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی براینده ردیف شده دارند و در آنها ناحیه‌هایی با گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی قوی به وجود می‌آیند. به این ترتیب، یک میدان خارجی  $\vec{B}_{ext}$  می‌تواند گشتاورهای دو قطبی این ناحیه‌ها را ردیف کند و در کل یک میدان مغناطیسی قوی برای ماده به وجود آورد؛ وقتی  $\vec{B}_{ext}$  قطع شود میدان به

هم جمع می‌شوند. این امر برای هر دو نقطه متقارن روی حلقه برقرار است. بنابراین، نیروی خالص وارد بر حلقه در شکل ۱۲-۲۸ ب باید به طرف بالا باشد. استدلال مشابهی به یک نیروی خالص روی حلقه به طرف پایین در شکل ۱۲-۲۸ ت منجر می‌شود. به زودی، وقتی که رفتار موارد مغناطیسی در میدانهای مغناطیسی غیر یکنواخت را بررسی می‌کنیم، این دو نتیجه را به کار خواهیم برد.



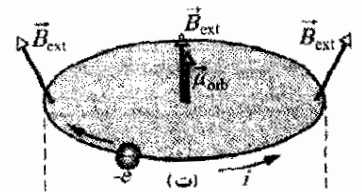
(الف)



(ب)



(پ)



(ت)



(ث)

شکل ۱۲-۲۸ (الف) مدل حلقه‌ای برای حرکت مداری الکترون در اتمی که در یک میدان مغناطیسی غیر یکنواخت  $\vec{B}_{ext}$  قرار دارد. (ب) بار الکتریکی  $-e$  به صورت پادساعتگرد حرکت می‌کند؛ جریان قراردادی  $i$  وابسته ساعتگرد است. (پ) نیروهای مغناطیسی  $d\vec{F}$  وقتی که از صفحه حلقه نگاه کنیم به طرف چپ و راست حلقه وارد می‌شوند. نیروی خالص وارد بر حلقه به سمت بالاست. (ت) حال بار  $-e$  به صورت ساعتگرد حرکت می‌کند. (ث) اکنون نیروی خالص وارد بر حلقه به سمت پایین است.

که به سمت بالاست. اگر میدان مغناطیسی یکنواخت هم باشد همین عمل اتفاق می‌افتد.

غیریکنواختی میدان  $\vec{B}_{ext}$  نیز روی اتم اثر دارد. چون جریان  $i$  در شکل ۲۸-۱۲ ب افزایش می‌یابد، نیروهای مغناطیسی به طرف بالای  $d\vec{F}$  در شکل ۲۸-۱۲ پ و در نتیجه نیروی به طرف بالای خالص روی حلقه جریان نیز افزایش می‌یابد. چون جریان  $i$  در شکل ۲۸-۱۲ کاهش می‌یابد، نیروهای مغناطیسی به طرف پایین  $d\vec{F}$  در شکل ۲۸-۱۲ ت و در نتیجه نیروی به طرف پایین روی حلقه جریان نیز کاهش می‌یابد. بنابراین، با برقراری میدان غیر یکنواخت  $\vec{B}_{ext}$ ، یک نیروی خالص به اتم وارد می‌شود؛ علاوه بر این، جهت این نیرو در جهت دور شدن از ناحیه میدان مغناطیسی قویتر است.

با آنکه بحث در مورد مدارهای الکترونی فرضی (حلقه جریان) بود، اما به نتیجه‌ای دست یافتیم که دقیقاً برای ماده دیامغناطیسی رخ می‌دهد: اگر میدان مغناطیسی شکل ۲۸-۱۲ را برقرار کنیم، در ماده یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی به طرف پایین ظاهر می‌شود و یک نیروی به طرف بالا بر آن اثر می‌کند. وقتی میدان برداشته شود، هم گشتاور دو قطبی و هم نیرو از بین می‌روند. نیازی نیست میدان خارجی به صورتی که در شکل ۲۸-۱۲ نشان داده است باشد؛ می‌توان بحث مشابهی را برای سمتگیرهایی دیگر  $\vec{B}_{ext}$  انجام داد. به طور کلی:

در ماده دیا مغناطیسی که در میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}_{ext}$  واقع شده باشد، یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی در خلاف  $\vec{B}_{ext}$  برقرار می‌شود. اگر میدان غیر یکنواخت باشد، ماده دیامغناطیسی از ناحیه میدان مغناطیسی قویتر به طرف ناحیه میدان مغناطیسی ضعیفتر رانده می‌شود.

قورباغه در شکل ۲۸-۱۳ دیامغناطیس است (همانند هر حیوان دیگری). وقتی قورباغه در میدان مغناطیسی واگرای نزدیک یک سر سیملوله قائم حامل جریان قرار گیرد، هر اتم بدن قورباغه به طرف بالا رانده می‌شود و از ناحیه با میدان



شکل ۲۸-۱۳ نمای از بالای یک قورباغه که در میدان مغناطیسی ایجاد شده به وسیله جریان در یک سیملوله قائم در زیر قورباغه به صورت معلق بالا آمده است. (قورباغه ناراحت نیست، احساس او مانند شناور بودن در آب است که قورباغه‌ها خیلی هم دوست دارند.)

طور جزئی باقی می‌ماند. ما معمولاً اصطلاح ماده فرو مغناطیسی و ماده مغناطیسی را به کار می‌بریم تا به موادی اشاره کنیم که اساساً فرو مغناطیس هستند. سه بخش بعدی مربوط به شناخت این سه نوع مغناطیس است.

## ۲۸-۹ دیامغناطیس

هنوز هم نمی‌توانیم توصیف فیزیک کوانتومی دیامغناطیسی را مورد بحث قرار دهیم، اما می‌توانیم با مدل حلقه‌ای شکلهای ۲۸-۱۱ و ۲۸-۱۲ توصیفی کلاسیکی از آن ارائه دهیم. برای شروع، فرض می‌کنیم که در یک اتم از ماده دیامغناطیسی هر الکترون می‌تواند مطابق شکل ۲۸-۱۲ ت یا شکل ۲۸-۱۲ ب به ترتیب حرکت ساعتگرد یا پادساعتگرد داشته باشد. برای اینکه فقدان خاصیت مغناطیسی را در نبود میدان خارجی  $\vec{B}_{ext}$  توضیح دهیم، فرض می‌کنیم که اتم فاقد گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص است. این فرض بیانگر این است که پیش از اعمال  $\vec{B}_{ext}$ ، هر تعداد الکترون که در یک جهت حرکت مداری دارند همان تعداد در جهت دیگر حرکت مداری دارند و در نتیجه گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص به طرف بالای اتم با گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص به طرف پایین اتم برابر است.

اکنون فرض می‌کنیم میدان غیر یکنواخت  $\vec{B}_{ext}$  شکل ۲۸-۱۲ الف را برقرار کنیم که در آن  $\vec{B}_{ext}$  به سمت بالا اما واگراست (خطهای میدان مغناطیسی واگرا هستند). این کار را می‌توان با افزایش جریان در آهنربای الکتریکی یا با نزدیک کردن قطب شمال آهنربای میله‌ای از زیر به مدارها انجام داد. وقتی بزرگی  $\vec{B}_{ext}$  از صفر به بیشینه نهایی‌اش که مقداری پایاست، افزایش یابد بنابر قانون فارادی و قانون لنز یک میدان الکتریکی ساعتگرد دور حلقه مداری هر الکترون القا می‌شود. حال بینیم که چطور این میدان الکتریکی القا شده روی حرکت مداری الکترونها در شکلهای ۲۸-۱۲ ب و ت اثر می‌گذارد.

در شکل ۲۸-۱۲ ب، الکترون پادساعتگرد توسط میدان الکتریکی ساعتگرد شتاب می‌گیرد. در نتیجه، وقتی میدان مغناطیسی  $\vec{B}_{ext}$  تا مقدار بیشینه‌اش افزایش می‌یابد، تندی الکترون تا مقدار بیشینه‌ای زیاد می‌شود. این بدان معناست که جریان قراردادی وابسته  $i$  و گشتاور دو قطبی مغناطیسی به طرف پایین  $\vec{\mu}$  که از این جریان ناشی می‌شوند نیز افزایش می‌یابند.

در شکل ۲۸-۱۲ ت، حرکت الکترون ساعتگرد به وسیله میدان الکتریکی ساعتگرد کند می‌شود. در نتیجه، در اینجا تندی الکترون، جریان وابسته  $i$ ، و گشتاور دو قطبی مغناطیسی رو به

بالای  $\vec{\mu}$  که ناشی از  $i$  است، همگی کاهش می‌یابند. با برقراری  $\vec{B}_{ext}$ ، به اتم یک گشتاور دو قطبی خالص داده می‌شود و مهندسی مواد

می‌کند، همدردی آنها مختل می‌شود و بنابراین، گشتاور دو قطبی مغناطیسی نمونه کاهش می‌یابد.

میزان اغتشاش گرمایی می‌تواند با مقایسه دو انرژی اندازه‌گیری شود. یکی، از معادله ۱۵-۲۴، انرژی جنبشی انتقالی میانگین  $K = \left( \frac{3}{2} kT \right)$  اتم در دمای  $T$  است که در آن  $k$  ثابت بولتزمن  $(1/28 \times 10^{-23} \text{ J/K})$  و  $T$  برحسب کلونین (نه برحسب درجه سلسیوس) است و دیگری از معادله ۲۳-۲۸ به دست می‌آید که اختلاف در انرژی  $\Delta U_B (= 2\mu B_{\text{ext}})$  میان همدردی موازی و پاد موازی گشتاور دو قطبی مغناطیسی اتم با میدان خارجی است. همان‌طور که نشان خواهیم داد، حتی برای دماها و میدانهای با بزرگی معمولی  $K \gg \Delta U_B$  است. بنابراین، انتقال انرژی میان اتمها در حین برخورد به طور چشمگیری همدردی گشتاورهای دو قطبی اتمی را به هم می‌زند و گشتاور دو قطبی مغناطیسی نمونه را به مقداری خیلی کمتر از  $N\mu$  می‌رساند.

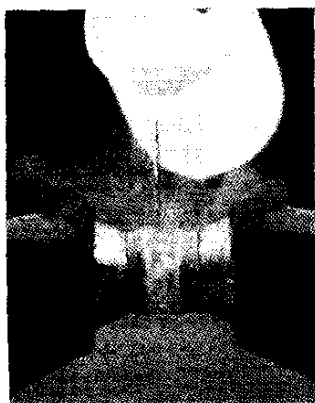
میزان مغناطیدگی یک نمونه پارامغناطیسی را می‌توان به وسیله نسبت گشتاور دو قطبی مغناطیسی آن به حجم  $V$  نمونه بیان کرد. این کمیت برداری، که گشتاور دو قطبی مغناطیسی بر یکای حجم است، مغناطش  $\vec{M}$  نمونه نامیده می‌شود و بزرگی آن برابر است با

$$M = \frac{\text{گشتاور مغناطیسی اندازه‌گیری شده}}{V} \quad (28-38)$$

یکای  $\vec{M}$ ، آمپر-مترمربع بر مترمکعب یا آمپر بر متر (A/m) است. وقتی همدردی گشتاورهای دو قطبی اتمی کامل باشد آن را حالت/شیاع نمونه می‌گویند و مربوط به بیشینه مقدار  $M_{\text{max}} = N\mu/V$  است.

در سال ۱۸۹۵/۱۲۷۴ پیرکوری<sup>۱</sup> به طور تجربی کشف کرد که مغناطش یک نمونه پارامغناطیسی با میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}_{\text{ext}}$  نسبت مستقیم و با دمای  $T$  برحسب کلونین نسبت معکوس دارد؛ یعنی

$$M = C \frac{B_{\text{ext}}}{T} \quad (28-39)$$



اکسیژن مایع میان وجه‌های دو قطب یک آهنربا معلق است زیرا مایع اکسیژن مایع مغناطیسی است و به طور مغناطیسی جذب آهنربا می‌شود.

مغناطیسی قویتر در آن سر سیملوله دور می‌شود. قورباغه به طرف میدان ضعیفتر و ضعیفتر به طرف بالا حرکت می‌کند تا جایی که میدان مغناطیسی به طرف بالا با نیروی گرانش وارد بر آن برابر شود، و قورباغه در هوا معلق بماند. اگر سیملوله‌ای بسازیم که به اندازه کافی بزرگ باشد، می‌توان به همین ترتیب شخصی را به خاطر خاصیت دیامغناطیسی داشتن در هوا معلق نگه داشت.

✓ نکته وارسی ۵ شکل دو کره دیامغناطیسی را که در نزدیکی قطب جنوب یک آهنربای میله‌ای واقع‌اند نشان می‌دهد. آیا (الف) نیروهای مغناطیسی وارد بر کره‌ها، و (ب) گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی کره‌ها به طرف آهنربای میله‌ای هستند یا از آن دور می‌شوند؟ (پ) آیا نیروی وارد بر کره ۱ بزرگتر از نیروی وارد بر کره ۲ است یا کوچکتر، یا با آن مساوی است؟



## ۲۸-۱۰ پارامغناطیس

در مواد پارامغناطیسی، اسپین و گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی مداری الکترونها در هر اتم یکدیگر را خنثی نمی‌کنند بلکه به طور برداری جمع می‌شوند و برای اتم یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص (و دائمی)  $\vec{\mu}$  حاصل می‌شود. در نبود میدان مغناطیسی خارجی، این گشتاورهای دو قطبی اتمی به صورت کاتوره‌ای سمتگیری می‌کنند، و گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص ماده صفر است. ولی، اگر نمونه‌ای از ماده در میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}_{\text{ext}}$  قرار گیرد، گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی با میدان همدردی می‌شوند، که در نتیجه آن به نمونه یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص داده می‌شود. این همدردی با میدان خارجی مخالف آن چیزی است که در مواد دیامغناطیس دیدیم.

وقتی ماده پارامغناطیسی در میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}_{\text{ext}}$  قرار گیرد، یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی در جهت  $\vec{B}_{\text{ext}}$  به وجود می‌آید. اگر میدان غیر یکنواخت باشد، ماده پارامغناطیسی از ناحیه میدان ضعیفتر به سمت ناحیه میدان قویتر جذب می‌شود.

یک نمونه پارامغناطیسی با  $N$  اتم، وقتی همدردی دو قطبیهای اتمی آن کامل باشد، دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی با بزرگی  $N\mu$  خواهد بود. ولی، برخوردی کاتوره‌ای اتمها بر اثر آشفتگی گرمایی، انرژی را بین آنها منتقل

## مسئله نمونه ۲۸-۳

یک گاز پارامغناطیسی در دمای اتاق ( $T \approx 300\text{K}$ ) در میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی به بزرگی  $B = 1/\text{ÅT}$  قرار دارد؛ اتمهای گاز دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\mu = 1/5 \mu_B$  هستند. مطلوب است محاسبه انرژی جنبشی انتقالی میانگین  $K$  یک اتم گاز و اختلاف انرژی  $\Delta U_B$  میان همردیفی موازی و پاد موازی گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی اتمها با میدان خارجی.

**نکته‌های کلیدی (۱)** انرژی جنبشی انتقالی میانگین  $K$  یک اتم در گاز به دمای گاز بستگی دارد. (۲) انرژی پتانسیل  $U_B$  دو قطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}$  در میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}$  بستگی به زاویه میان جهت‌های  $\vec{\mu}$  و  $\vec{B}$  دارد.

**محاسبه‌ها:** از معادله ۱۵-۲۴، داریم

$$K = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} (1/38 \times 10^{-23} \text{J/K}) (300\text{K})$$

$$= 6/2 \times 10^{-21} \text{J} = 0/039 \text{eV} \quad (\text{پاسخ})$$

از معادله ۲۴-۲۸ ( $U_B = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ ) می‌توانیم اختلاف  $\Delta U_B$  بین همردیفی موازی ( $\theta = 0^\circ$ ) و همردیفی پادموازی ( $\theta = 180^\circ$ ) را به صورت زیر بنویسیم

$$\Delta U_B = -\mu B \cos 180^\circ - (-\mu B \cos 0^\circ) = 2\mu B$$

$$= 2\mu_B B = 2(9/27 \times 10^{-24} \text{J/T})(1/\text{ÅT})$$

$$= 2/8 \times 10^{-23} \text{J} = 0/00017 \text{eV} \quad (\text{پاسخ})$$

در اینجا  $K$  تقریباً ۲۴۰ برابر  $\Delta U_B$  است؛ در نتیجه، تبادل انرژی در حین برخورد اتمها با یکدیگر به سادگی می‌تواند به گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی سمتگیری جدیدی بدهد که ممکن است در جهت میدان مغناطیسی خارجی باشد. در این صورت گشتاور دو قطبی مغناطیسی نشان داده شده به وسیله گاز پارامغناطیسی باید برآثر همردیفی جزئی و زودگذر گشتاورهای دو قطبی اتمی باشد.

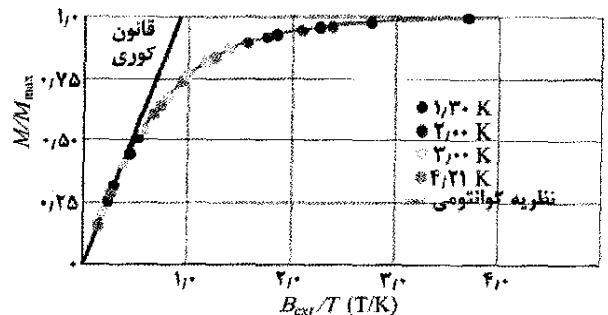
## ۲۸-۱۱ فرو مغناطیس

وقتی در گفتگوی روزانه از مغناطیس صحبت می‌کنیم، تقریباً همواره تصویری ذهنی از آهنربای میله‌ای یا آهنربای قرص مانند داریم (احتمالاً آنهایی که به در یخچال می‌چسبانیم)، یعنی به یک ماده فرو مغناطیسی که دارای خاصیت مغناطیسی دائمی و قوی است فکر می‌کنیم نه یک ماده دیامغناطیسی یا پارامغناطیسی که دارای خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقتی است.

آهن، کبالت، نیکل، گادولینیم، دیسپروزیوم و آلیاژهای شامل این عناصر، خاصیت فرومغناطیسی را به علت یک اثر فیزیک کوانتومی که جهت شدگی تبادل می‌شود به نمایش می‌گذارند که در این فرایند اسپین الکترونها یک اتم با اسپین

معادله ۲۸-۳۹ به عنوان قانون کوری شناخته شده و  $C$  ثابت کوری نامیده می‌شود. قانون کوری از این نظر منطقی است که افزایش  $B_{\text{ext}}$  گشتاورهای دو قطبی اتمی نمونه را همردیف می‌کند و به این ترتیب  $M$  را افزایش می‌دهد، در حالی که افزایش  $T$  از طریق اغتشاش گرمایی همردیفی را مختل می‌کند و به این ترتیب باعث کاهش  $M$  می‌شود. ولی، این قانون در واقع تقریبی است و فقط وقتی که نسبت  $B_{\text{ext}}/T$  خیلی بزرگ نیست برقرار است.

شکل ۲۸-۱۴ نسبت  $M/M_{\text{max}}$  را به صورت تابعی از  $B_{\text{ext}}/T$  برای نمونه‌ای از نمک پتاسیم کرومیوم سولفات نشان می‌دهد که در آن یونهای کروم ماده پارا مغناطیسی‌اند. این نمودار منحنی مغناطش نامیده می‌شود. خط راست مربوط به قانون کوری با داده‌های تجربی در سمت چپ، به ازای  $B_{\text{ext}}/T$  پایتتر از حدود  $0/5 \text{ T/K}$  همخوانی دارد. منحنی که با همه داده‌ها همخوانی داشته باشد بر پایه فیزیک کوانتومی است. داده‌های سمت راست، نزدیک اشباع، بسیار مشکل به دست می‌آیند چون آنها حتی در دمای خیلی پایین به میدانهای مغناطیسی بسیار قوی نیاز دارند (تقریباً  $100/000$  برابر میدان مغناطیسی زمین).



شکل ۲۸-۱۴ منحنی مغناطش برای پتاسیم کرومیوم سولفات که یک نمک پارامغناطیسی است. نسبت مغناطش  $M$  این نمک به مغناطش بیشینه ممکن  $M_{\text{max}}$  برحسب نسبت میدان مغناطیسی اعمال شده  $B_{\text{ext}}$  بر دمای  $T$  رسم شده است. قانون کوری با داده‌های سمت چپ منحنی همخوانی دارد؛ فیزیک کوانتومی با همه داده‌ها همخوانی دارد.

**نکته وارسی ۶** شکل زیر دو کره پارامغناطیسی را نشان می‌دهد که نزدیک قطب جنوب یک آهنربای میله‌ای واقع‌اند. آیا (الف) نیروهای مغناطیسی وارد بر کره‌ها، و (ب) گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی کره‌ها به طرف آهنربای میله‌ای است یا از آن دور می‌شوند؟ (پ) آیا نیروی مغناطیسی وارد بر کره ۱ بزرگتر از نیروی مغناطیسی وارد بر کره ۲ است یا کوچکتر یا با آن مساوی است.

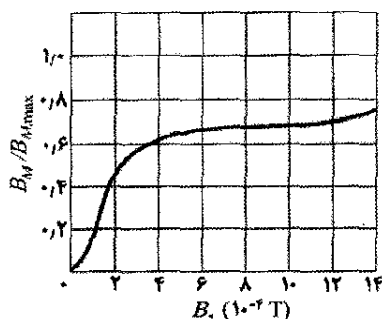




می‌شود و متناسب با مغناطش  $M$  آهن است. یعنی، مقدار  $B_M$  با گشتاور دو قطبی مغناطیسی یکای حجم آهن نسبت مستقیم دارد. برای محاسبه  $B_M$  از پیچۀ ثانویه  $S$  برای اندازه‌گیری  $B$  استفاده می‌کنیم و از معادله ۲۸-۴۰،  $B_0$  را محاسبه و مطابق معادله ۲۸-۴۱ آنها را از هم کم می‌کنیم.

شکل ۲۸-۱۶ منحنی مغناطش را برای یک ماده فرومغناطیسی در حلقه رولند نشان می‌دهد: تغییرات نسبت  $B_M / B_{M,max}$  که در آن  $B_{M,max}$  بیشترین مقدار ممکن  $B_M$  و مربوط به حالت اشباع است برحسب  $B_0$  رسم شده است. این منحنی مشابه منحنی ۲۸-۱۴، منحنی مغناطش برای ماده پارامغناطیسی است: هر دو منحنی معیاری هستند از میزانی که میدان مغناطیسی به کاربرده شده می‌تواند گشتاورهای دو قطبی اتمی ماده را هم‌ردیف کند.

برای هسته فرومغناطیسی به کار رفته در شکل ۲۸-۱۶، هم‌ردیفی گشتاورهای دو قطبی برای میدان  $B_0 \approx 1 \times 10^{-3} T$  تقریباً ۵۰٪ مقدار کامل است. اگر  $B_0$  به ۱T افزایش یابد هم‌ردیفی تقریباً کامل خواهد بود (ایجاد  $1T = B_0$  و رسیدن به اشباع کامل بسیار دشوار است).



شکل ۲۸-۱۶ منحنی مغناطش برای ماده هسته فرومغناطیس در حلقه رولند در شکل ۲۸-۱۵. روی محور قائم عدد ۱/۵ مربوط به هم‌ردیفی کامل (اشباع) دو قطبهای اتمی در ماده است.

### حوزه‌های مغناطیسی

جفت شدگی تبدلی در ماده فرومغناطیسی در دمای پایتتر از دمای کوری هم‌ردیفی قوی از دو قطبهای اتمی مجاور هم ایجاد می‌کند. پس چرا، حتی وقتی که یک میدان مغناطیسی  $B_0$  اعمال نشده است، ماده به طور طبیعی در حالت اشباع نیست؟ یعنی چرا هر قطعه آهن مانند یک میخ آهنی، یک آهنربای قوی طبیعی نیست؟

برای درک این مطلب، نمونه‌ای از یک ماده فرومغناطیسی مانند آهن به صورت تک بلور را در نظر می‌گیریم، یعنی آرایشی را در نظر می‌گیریم که اتمهای سازنده بلور - شبکه بلوری - بدون به هم خوردن نظم در سراسر حجم نمونه گسترش یافته‌اند. چنین بلوری در حالت عادی خود، از تعدادی حوزه‌های مغناطیسی تشکیل شده است. اینها ناحیه‌هایی از بلورند که در آنها هم‌ردیفی دو قطبهای اتمی اساساً کامل است.

الکترونهاى اتمهای دیگر بر هم کنش می‌کنند. نتیجه این امر، به‌رغم تمایل به کاتوره‌ای بودن برخوردهای اتمی، هم‌ردیفی گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی اتمهاست. این هم‌ردیفی مداوم همان چیزی است که به مواد فرو مغناطیس، خاصیت مغناطیسی دائمی می‌دهد.

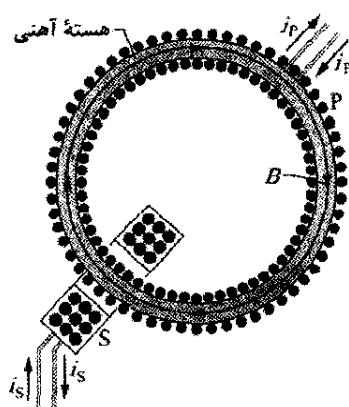
اگر دمای یک ماده فرومغناطیسی از یک مقدار بحرانی معین که دمای کوری نامیده می‌شود بیشتر شود، جفت شدگی تبدلی از اثر می‌افتد. در این صورت، بیشتر چنین موادی به سادگی پارامغناطیس می‌شوند؛ یعنی، دو قطبها باز هم تمایل به هم‌ردیف شدن با میدان خارجی دارند، اما خیلی ضعیفتر، و اکنون اغتشاش گرمایی خیلی آسانتر هم‌ردیفی را برهم می‌زند. دمای کوری برای آهن  $1043 K (= 770^\circ C)$  است.

مغناطش یک ماده فرومغناطیسی مانند آهن را می‌توان با آرایشی به نام حلقه رولند (شکل ۲۸-۱۵) مطالعه کرد. این ماده را به شکل یک هسته چنبره‌ای باریک با سطح مقطع دایره‌ای درمی‌آورند. پیچۀ اولیه  $P$  دارای  $n$  دور در یکای طول است که دور هسته پیچیده شده و جریان  $i_P$  از آن می‌گذرد (این پیچۀ اساساً یک سیم‌لوله دراز است که خمیده شده و به شکل دایره درآمده است). اگر هسته آهنی وجود نداشته باشد، بزرگی میدان مغناطیسی داخل پیچۀ، از معادله ۲۴-۲۳ عبارت است از

$$B_0 = \mu_0 i_P n \quad (28-40)$$

اما، با وجود هسته آهنی، بزرگی میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  داخل هسته معمولاً به مقدار خیلی زیادی بزرگتر از  $\vec{B}_0$  است. بزرگی این میدان را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$B = B_0 + B_M \quad (28-41)$$



شکل ۲۸-۱۵ حلقه رولند. جریان  $i_P$  از پیچۀ اولیه  $P$  می‌گذرد که هسته آن ماده فرومغناطیس مورد مطالعه (اینجا آهن) است، هسته به وسیله جریان  $i_P$  که از پیچۀ  $P$  می‌گذرد مغناطیده می‌شود. (دوره‌های پیچۀ با نقطه نشان داده شده‌اند). میزان مغناطیدگی هسته، میدان مغناطیسی کل  $\vec{B}$  را در پیچۀ  $P$  معین می‌کند. میدان  $\vec{B}$  را می‌توان با پیچۀ ثانویه  $S$  اندازه گرفت.

که در آن  $B_M$  بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از هسته آهنی است. این سهم از هم‌ردیفی گشتاورهای دو قطبی اتمی در آهن، بر اثر جفت شدگی تبدلی و اثر میدان مغناطیسی  $B_0$  حاصل می‌شود.



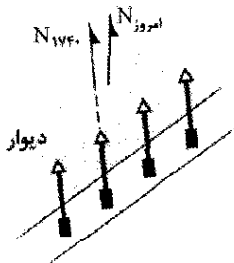
می‌شود. دومین اثر جابه‌جایی سمتگیری دو قطبها در یک حوزه، به صورت یک واحد است تا به راستای میدان نزدیکتر شوند.

جفت شدگی تبادلی و جابه‌جایی حوزه نتیجه زیر را در بردارد:

ماده فرومغناطیسی واقع در یک میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}_{ext}$ ، یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی قوی در جهت  $\vec{B}_{ext}$  ایجاد می‌کند. اگر میدان غیریکنواخت باشد، ماده فرومغناطیسی از ناحیه میدان ضعیفتر به طرف ناحیه میدان قویتر جذب می‌شود.

### نقاشیهای دیواری میدان مغناطیسی زمین را ثبت می‌کنند

رنگدانه‌های قرمز به کار رفته در بسیاری از نقاشیهای دیواری، نظیر تصویر نقاشی نشان داده در شروع فصل، شامل دانه‌های سنگ معدن اکسید آهن (خونستگ) هستند. هر دانه شامل یک تک حوزه است که دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی خاصی است. رنگدانه‌های هنرمندان شامل اجسام گوناگونی است که در مایعی معلق‌اند. وقتی رنگدانه برای ایجاد یک نقاشی دیواری به کار می‌رود، هر دانه در مایع می‌چرخد تا وقتی گشتاور دو قطبی‌اش با میدان مغناطیسی زمین هم‌ردیف شود. وقتی رنگ خشک شد گشتاورها در محل ثابت می‌شوند و در نتیجه جهت میدان مغناطیسی در زمان نقاشی کردن ثبت می‌شود. شکل ۲۸-۱۸ بیانگر هم‌ردیفی دو قطبها در رنگ در سال ۱۷۴۰/۱۱۱۹ است، وقتی که قطب ژئومغناطیسی در جهت نشان داده شده با  $N_{1740}$  بوده است.

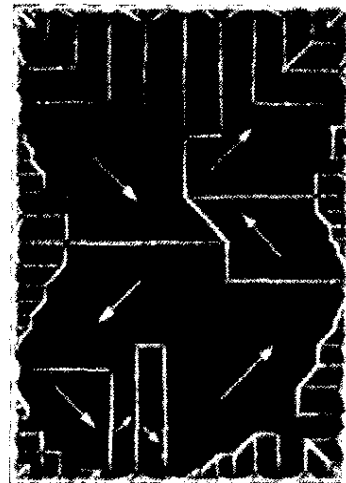


شکل ۲۸-۱۸ نمای از بالای سطح مقطع یک لایه نازک نقاشی در یک نقاشی دیواری واتیکان. گشتاورهای مغناطیسی دانه‌های سنگ معدن اکسید آهن در رنگهای قرمز، وقتی در سال ۱۷۴۰ نقاشی دیواری کشیده شده است در جهت میدان مغناطیسی زمین هم‌ردیف شده‌اند. قطب ژئومغناطیسی (همان‌طور که به وسیله یک قطب نمای افقی نشان داده می‌شود) برای امروز و برای سال ۱۷۴۰ نشان داده شده است.

پژوهشگران می‌توانند جهت میدان مغناطیسی زمین را در زمانی که نقاشی دیواری نقاشی شده است به وسیله سمتگیری گشتاورهای دو قطبی در رنگ مشخص کنند. یک تکه کوچک از نواری روی قسمت کوچکی از نقاشی دیواری قرار داده و به سمت شمال

اما همه حوزه‌ها هم‌ردیف نیستند زیرا در کل بلور، حوزه‌ها به گونه‌ای سمتگیری کرده‌اند که تا وقتی آثار میدان خارجی آنها مورد نظر است، عمدتاً یکدیگر را خنثی می‌کنند.

شکل ۲۸-۱۷ تصویر بزرگ شده‌ای از چنین مجموعه‌ای از حوزه‌ها در تک بلور نیکل است. این تصویر با پاشیدن محلول کلوتیدی پودر نرم اکسید آهن روی سطح بلور گرفته شده است. مرز حوزه‌ها ناحیه‌های باریکی هستند که در آنها هم‌ردیفی دو قطبهای اولیه از سمتگیری معینی در یک حوزه تا سمتگیری متفاوتی در حوزه دیگر تغییر می‌کنند. این ناحیه‌ها جایگاه میدانهای مغناطیسی شدید اما بسیار جایگزین شده و غیریکنواخت‌اند. ذره‌های کلوتیدی معلق به طرف این مرزها جذب می‌شوند که به صورت خطهای سفید نشان داده شده‌اند (همه مرزهای حوزه‌ها در شکل ۲۸-۱۷ ظاهر نشده‌اند). اگر چه دو قطبهای اتمی در هر حوزه همان‌طور که به وسیله پیکان نشان داده شده، کاملاً هم‌ردیف‌اند، اما کل بلور ممکن است گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص بسیار کوچکی داشته باشد.



شکل ۲۸-۱۷ تصویری از نقش حوزه‌ها در یک تک بلور نیکل؛ خطهای سفید مرز حوزه‌ها را نشان می‌دهند. پیکانهای سفید روی تصویر سمتگیریهای دو قطبهای مغناطیسی را در حوزه و در نتیجه سمتگیریهای دو قطبهای مغناطیسی خالص حوزه‌ها را نشان می‌دهند. در کل بلور اگر میدان مغناطیسی خالص (جمع برداری روی همه حوزه‌ها) صفر باشد آن وقت بلور نامغناطیده است.

در واقع، یک قطعه آهن در حالت عادی یک تک بلور نیست، بلکه مجموعه‌ای از بسیاری بلورهای ریز است که به صورت کاتوره‌ای آرایش یافته‌اند؛ این ماده را جامد بس بلوری می‌نامند. البته، هر بلور ریز، مطابق شکل ۲۸-۱۷، آرایه خودش را با حوزه‌هایی که به طور متفاوت سمتگیری کرده‌اند دارد. اگر چنین نمونه‌ای را با قراردادن در یک میدان خارجی که شدتش بتدریج زیاد می‌شود مغناطیده کنیم، دو اثر ایجاد می‌شود؛ که با هم منحنی مغناطش شکل ۲۸-۱۶ را به وجود می‌آورند. یک اثر رشد اندازه حوزه‌هایی است که در امتداد میدان خارجی سمتگیری دارند که به قیمت عدم رشد سایر حوزه‌ها انجام

اطلاعات به روش مغناطیسی در نوارهای کاست و دیسکهای رایانه‌ای است.

این حافظه همدیفی حوزه‌ها می‌تواند به طور طبیعی نیز رخ دهد. وقتی آذرخش در طول مسیرهایی پیچ در پیچ جریانهای را به زمین می‌فرستد، این جریانها میدانهای مغناطیسی شدیدی ایجاد می‌کنند که می‌تواند به طور ناگهانی هر ماده فرومغناطیسی را در داخل صخره نزدیک مغناطیده کند. بر اثر پسماند، در ماده چنین صخره‌ای تا اندازه‌ای مغناطیدگی پس از برخورد آذرخش (پس از ناپدید شدن جریانها) باقی می‌ماند. سپس تکه‌هایی از این صخره‌ها به وسیله جریانهای جوی بتدریج لق شده و می‌شکنند که همان سنگهای آهنربایی هستند.

### مسئله نمونه ۲۸-۴

عقربه قطب‌نمایی از آهن خالص (با چگالی  $7900 \text{ kg/m}^3$ ) دارای طول  $L$  برابر  $3.0 \text{ cm}$ ، پهنای  $1.0 \text{ mm}$  و ضخامت  $0.50 \text{ mm}$  است. بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی مربوط به اتم آهن برابر است با  $\mu_{\text{Fe}} = 2.1 \times 10^{-23} \text{ J/T}$ .  
(الف) اگر مغناطیدگی عقربه معادل همدیفی  $10\%$  اتمها در عقربه باشد، بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}$  عقربه چقدر است؟

**نکته‌های کلیدی (۱)** همدیفی همه  $N$  اتم در عقربه، بزرگی  $N\mu_{\text{Fe}}$  را برای گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}$  به دست می‌دهد. ولی عقربه دارای  $10\%$  همدیفی است (سمتگیری کاتوره‌ای بقیه اثر خالصی در  $\vec{\mu}$  ندارند). پس

$$\mu = 0.10 N \mu_{\text{Fe}} \quad (42-28)$$

(۲) می‌توانیم تعداد اتمهای  $N$  در عقربه را از جرم عقربه به دست آوریم

$$N = \frac{\text{جرم عقربه}}{\text{جرم اتمی آهن}} \quad (43-28)$$

**یافتن  $N$ :** جرم اتمی آهن در پیوست ج نیامده است ولی جرم مولی  $M$  آن آمده است. بنابراین، می‌توان نوشت

$$\text{جرم مولی آهن} = \frac{M}{N_A} = \text{جرم اتمی آهن} \quad (44-28)$$

در نتیجه معادله ۲۸-۴۳ به صورت زیر در می‌آید

$$N = \frac{m N_A}{M} \quad (45-28)$$

جرم  $m$  عقربه برابر است با حاصلضرب چگالی در حجم آن. حجم آن برابر  $1/5 \times 10^{-8} \text{ m}^3$  است، پس

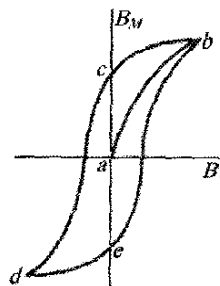
$$\begin{aligned} (\text{حجم عقربه}) (\text{چگالی عقربه}) &= \text{جرم } m \text{ عقربه} \\ &= (7900 \text{ kg/m}^3) (1/5 \times 10^{-8} \text{ m}^3) \\ &= 1/185 \times 10^{-4} \text{ kg} \end{aligned}$$

ژئومغناطیسی در حال حاضر ( $N_{\text{today}}$ ) تعیین می‌گردد. وقتی نوار از دیوار جدا شود شامل یک لایه نازک از نقاشی است. در آزمایشگاه این تکه نوار روی دستگاهی نصب و سمتگیری گشتاورهای دو قطبی در آن لایه از نقاشی مشخص می‌شود. شواهد مربوط به نقاشیهای دیواری و بسیاری منابع دیگر بیانگر این است که جهت قطب ژئومغناطیسی بتدریج ولی به طور مداوم در طول تاریخ تغییر کرده است. علت آن هنوز معلوم نیست.

### پسماند

برای مواد فرومغناطیسی، وقتی که میدان مغناطیسی خارجی  $B_0$  را افزایش و سپس کاهش دهیم، منحنیهای مغناطش روی هم نمی‌افتند. شکل ۲۸-۱۹ نموداری از تغییرات  $B_M$  برحسب  $B_0$  هنگام انجام عملیات زیر با حلقه رولند است: (۱) با یک آهن نامغناطیده شروع می‌کنیم (نقطه  $a$ ) و جریان را در چنبره افزایش می‌دهیم تا  $B_0 (= \mu_0 n i)$  به مقدار مربوط به نقطه  $b$  برسد؛ (۲) جریان چنبره را کاهش می‌دهیم تا جریان در سیم پیچ چنبره (و در نتیجه  $B_0$ ) به صفر برگردد (در نقطه  $c$ )؛ (۳) جریان در چنبره را معکوس می‌کنیم و مقدار آن را افزایش می‌دهیم تا  $B_0$  به مقدار مربوط به نقطه  $d$  برسد؛ (۴) جریان را دوباره تا صفر کاهش می‌دهیم (نقطه  $e$ )؛ (۵) یک بار دیگر جریان را معکوس می‌کنیم تا دوباره به نقطه  $b$  برسیم.

عدم برگشت‌پذیری منحنی روی خودش در شکل ۲۸-۱۹، پسماند نامیده می‌شود و منحنی  $bcdab$  را حلقه پسماند می‌نامند. توجه کنید که در نقطه‌های  $c$  و  $e$  هسته آهنی، با وجودی که در سیم پیچهای چنبره جریانی برقرار نیست، مغناطیده است؛ این پدیده آشنای مغناطیس دائم است.



شکل ۲۸-۱۹ منحنی مغناطش ( $ab$ ) برای یک نمونه فرومغناطیسی و حلقه پسماند ( $bcdab$ ) مربوط به آن.

پسماند را می‌توان از مفهوم حوزه‌های مغناطیسی درک کرد. بدیهی است که حرکت مرزهای حوزه و سمتگیریهای دوباره جهت‌های حوزه به طور کامل برگشت پذیر نیستند. وقتی میدان مغناطیسی اعمال شده  $B_0$  افزایش یابد و سپس تا مقدار اولیه‌اش کم شود، حوزه‌ها به طور کامل به پیکربندی اولیه خود برنمی‌گردند بلکه قدری از «حافظه» سمتگیری پس از افزایش اولیه باقی می‌ماند. این حافظه مواد مغناطیسی اساس ذخیره‌سازی و مهندسی مواد

$$I = \frac{mL^2}{12} = \frac{(1/185 \times 10^{-4} \text{ kg})(0.03 \text{ m})^2}{12}$$

$$= 8/888 \times 10^{-9} \text{ kg/m}^2$$

با قراردادن این مقدار،  $\mu$  را به دست می‌آوریم و با قراردادن مقدار داده شده برای  $T$  در معادله ۲۸-۴۸، خواهیم داشت

$$B_h = \frac{8/888 \times 10^{-9} \text{ kg/m}^2 \left( \frac{2\pi}{2/682 \times 10^{-2} \text{ J/T}} \right)^2}{2/7 \times 10^{-5} \text{ T}}$$

(پاسخ)

بنابراین، حتی با یک قطب‌نمای ارزان قیمت می‌توانیم با تکان دادن عقربه و سنجش زمان نوسان، میدان مغناطیسی محلی را اندازه‌گیری کنیم.

## بازنگری و خلاصه درس

### قانون گاوس درباره میدانهای مغناطیسی

ساده‌ترین ساختارهای مغناطیسی، دو قطبهای مغناطیسی هستند. تک قطبی مغناطیسی وجود ندارد (تا جایی که می‌دانیم). قانون گاوس برای میدانهای مغناطیسی، یعنی

$$\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (1-28)$$

بیانگر این است که شار مغناطیسی که از هر سطح گاوسی (بسته) می‌گذرد صفر است. این دلالت بر این دارد که تک قطبی مغناطیسی وجود ندارد.

**تعمیم ماکسول از معادله آمپر** شار الکتریکی متغیر، یک میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  القا می‌کند. قانون ماکسول

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (\text{قانون القایش ماکسول}) \quad (3-28)$$

میدان مغناطیسی القا شده در طول حلقه بسته را به شار الکتریکی متغیر  $\Phi_E$  که از حلقه می‌گذرد مربوط می‌کند. قانون آمپر،  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{enc}}$  (معادله ۲۸-۴)، میدان مغناطیسی تولید شده به وسیله جریان  $i_{\text{enc}}$  را که به وسیله حلقه در بر گرفته شده است، به دست می‌دهد. قانون ماکسول و قانون آمپر را می‌توان به صورت یک معادله نوشت

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 i_{\text{enc}} \quad (\text{قانون آمپر - ماکسول}) \quad (5-28)$$

**جریان جابه‌جایی** جریان جابه‌جایی فرضی ناشی از تغییر میدان الکتریکی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (10-28)$$

به این ترتیب معادله ۲۸-۵ به صورت زیر درمی‌آید

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{d,\text{enc}} + \mu_0 i_{\text{enc}} \quad (\text{قانون آمپر - ماکسول}) \quad (11-28)$$

که در آن  $i_{d,\text{enc}}$  جریان جابه‌جایی در بر گرفته شده به وسیله حلقه انتگرالگیری است. تصور جریان جابه‌جایی به ما امکان می‌دهد که اندیشه تداوم جریان از خازن را در ذهن نگهداریم. مرجع دانشجویان و مهندسان [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com)

با قراردادن این مقدار  $m$  در معادله ۲۸-۴۵ و همچنین مقدار  $55/847 \text{ g/mole} (= 0.055847 \text{ kg/mole})$  به جای  $M$  و مقدار  $6/02 \times 10^{23}$  به جای  $N_A$  خواهیم داشت

$$N = \frac{(1/185 \times 10^{-4} \text{ kg})(6/02 \times 10^{23})}{55847 \text{ kg/mole}}$$

$$= 1/2774 \times 10^{21}$$

**یافتن  $\mu$ :** با قراردادن این مقدار  $N$  و مقدار  $\mu_{\text{Fe}}$  در معادله ۲۸-۴۲ خواهیم داشت

$$\mu = (0/10)(1/2774 \times 10^{21})(2/1 \times 10^{-23} \text{ J/T})$$

$$= 2/682 \times 10^{-2} \text{ J/T} \approx 2/7 \times 10^{-2} \text{ J/T} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) اگر عقربه قطب‌نما کمی از وضعیت تعادل شمال - جنوب (افقی) تکان بخورد، حول آن وضعیت نوسان می‌کند. اگر دوره تناوب نوسان  $2/28$  باشد، مؤلفه افقی میدان مغناطیسی محلی چقدر است؟

**نکته‌های کلیدی (۱)** عقربه قطب‌نما آهنرباست با گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}$  که در امتداد طولش، از قطب جنوب به طرف قطب شمال است. (۲) وقتی عقربه افقی از وضعیت تعادلش تکان بخورد، میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  زمین روی عقربه گشتاور نیرویی حول محور چرخش عقربه ایجاد می‌کند. محاسبه‌ها: چون عقربه فقط می‌تواند افقی بچرخد در نتیجه فقط مؤلفه افقی  $B_h$  میدان زمین گشتاور نیرویی ایجاد می‌کند که آن را به حالت تعادلش بچرخاند. از معادله ۲۴-۳۶ ( $\tau = \mu B \sin \theta$ ) می‌توانیم گشتاور نیرو را به صورت زیر بنویسیم

$$\tau = -\mu B_h \sin \theta \quad (46-28)$$

که در آن علامت منفی بیانگر این است که  $\tau$  با جابه‌جایی زاویه‌ای  $\theta$  مخالفت می‌کند. چون زاویه چرخش کوچک است، می‌توان نوشت  $\sin \theta \approx \theta$ ، به طوری که خواهیم داشت

$$\tau = -\mu B_h \theta \quad (47-28)$$

چون  $\mu$  و  $B_h$  هر دو ثابت‌اند، معادله ۲۸-۴۷ حاکی از آن است که گشتاور نیروی بازگرداننده متناسب با منفی جابه‌جایی زاویه‌ای است. این نوع رابطه مشخص کننده یک حرکت هماهنگ ساده زاویه‌ای است که در بخش ۳۱-۵ می‌بینیم. از معادله‌های ۳۱-۲۲ ( $\tau = -k\theta$ ) و ۳۱-۲۳ ( $T = 2\pi(I/k)^{1/2}$ ) دوره تناوب نوسان را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\mu B_h}}$$

که به دست می‌دهد

$$B_h = \frac{I}{\mu} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \quad (48-28)$$

که در آن  $I$  لختی چرخشی عقربه است. اگر با تقریب عقربه را یک میله باریک یکنواخت در نظر بگیریم، می‌توانیم از معادله ۱۰-۲ استفاده کنیم، داریم

بنابراین، بزرگی گشتاور زاویه‌ای مداری برابر است با

$$\mu_{orb,z} = -m_l \frac{eh}{4\pi m} = -m_l \mu_B \quad (۲۸-۳۱)$$

انرژی پتانسیل  $U$  مربوط به سم‌گیری گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری در یک میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}_{ext}$  برابر است با

$$U = -\vec{\mu}_{orb} \cdot \vec{B}_{ext} = -\mu_{orb,z} B_{ext} \quad (۲۸-۳۲)$$

**دیامغناطیس** مواد دیامغناطیسی تا وقتی که در یک میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}_{ext}$  قرار نگیرند، خاصیت مغناطیسی نشان نمی‌دهند. آنها پس از قرارگرفتن در میدان خارجی یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی در جهت مخالف  $\vec{B}_{ext}$  ایجاد می‌کنند. اگر میدان غیریکنواخت باشد، ماده دیامغناطیسی از ناحیه‌هایی که میدان مغناطیسی قویتر است، دفع می‌شود. این خاصیت دیامغناطیس نامیده می‌شود.

**پارامغناطیس** در مواد پارامغناطیسی هر اتم دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی دائم  $\vec{\mu}$  است، اما گشتاورهای دو قطبی به طور کاتوره‌ای سم‌گیری کرده‌اند و ماده در کل میدان مغناطیسی ندارد. ولی، میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}_{ext}$  می‌تواند به طور جزئی گشتاورهای دو قطبی اتمی را هم‌ردیف کند و به ماده یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص در جهت  $B_{ext}$  بدهد. اگر  $B_{ext}$  غیریکنواخت باشد، ماده به ناحیه‌هایی که میدان مغناطیسی قویتر است، جذب می‌شود. این خاصیت پارامغناطیس نامیده می‌شود.

هم‌ردیفی گشتاورهای دو قطبی اتمی با افزایش  $B_{ext}$  افزایش و با زیاد شدن دمای  $T$  کاهش می‌یابد. میزانی که نمونه‌ای با حجم  $V$  مغناطیده می‌شود با مغناطش  $M$  آن داده می‌شود که بزرگی آن برابر است با

$$M = \frac{\text{گشتاور مغناطیسی اندازه‌گیری شده}}{V} \quad (۲۸-۳۷)$$

هم‌ردیفی کامل همه  $N$  دوقطبیهای مغناطیسی اتمی در نمونه، حالت اشباع نمونه نامیده می‌شود که به مقدار مغناطش پیشینه  $M_{max} = N\mu/V$  مربوط است. برای مقدارهای کم نسبت  $B_{ext}/T$ ، تقریب زیر را داریم

$$M = C \frac{B_{ext}}{T} \quad (۲۸-۳۹)$$

که  $C$  ثابت کوری نامیده می‌شود.

**فرومغناطیس** در نبود میدان مغناطیسی خارجی، برخی الکترون‌ها در ماده فرومغناطیسی به علت برهم‌کنش فیزیکی کوانتومی که جفت شدگی تبادلی نامیده می‌شود دارای هم‌ردیفی گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی هستند که ناحیه‌هایی را (حوزه‌هایی) در ماده با گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی قوی ایجاد می‌کنند.

میدان خارجی  $\vec{B}_{ext}$  می‌تواند گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی این ناحیه‌ها را هم‌ردیف کند و برای کل ماده در جهت  $\vec{B}_{ext}$  یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص قوی به وجود آورد. این گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص وقتی  $\vec{B}_{ext}$  قطع شود،

**معادله‌های ماکسول** معادله‌های ماکسول که در جدول ۲۸-۱ آورده شده‌اند، الکترومغناطیس را خلاصه می‌کنند و اساس آن را تشکیل می‌دهند.

**میدان مغناطیسی زمین** میدان مغناطیسی زمین را تقریباً می‌توان به عنوان میدان یک دو قطبی مغناطیسی فرض کرد که گشتاور دو قطبی آن با محور چرخش زمین زاویه  $11/5^\circ$  می‌سازد و قطب جنوب دو قطبی در نیمکره شمالی است. جهت میدان مغناطیسی محلی در هر نقطه روی سطح زمین با میل میدان (زاویه چپ یا راست نسبت به شمال جغرافیایی) و شیب میدان (زاویه بالا یا پایین نسبت به افق) داده می‌شود.

**گشتاور دو قطبی اسپینی** الکترون دارای اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی است که اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی (یا اسپین)  $\vec{S}$  نامیده می‌شود و به آن یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی  $\vec{\mu}_s$  وابسته است

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m} \vec{S} \quad (۲۸-۲۲)$$

خود اسپین  $\vec{S}$  را نمی‌توان اندازه‌گیری کرد، اما مؤلفه آن را می‌توان اندازه گرفت. با فرض اینکه اندازه‌گیری در امتداد محور  $z$  دستگاه مختصات است، مؤلفه  $S_z$  فقط می‌تواند مقدارهایی را که با رابطه زیر داده می‌شود، داشته باشد

$$S_z = m_s \frac{h}{4\pi} \quad m_s = \pm \frac{1}{2} \quad (۲۸-۲۳)$$

که در آن  $h (= 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})$  ثابت پلانک است. به همین ترتیب، خود گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}_s$  را نمی‌توان اندازه گرفت اما می‌توان مؤلفه آن را اندازه‌گیری کرد. در امتداد محور  $z$  مؤلفه برابر است با

$$\mu_{s,z} = \pm \frac{eh}{4\pi m} = \pm \mu_B \quad (۲۸-۲۶)$$

که در آن  $\mu_B$  مگنتون بور است

$$\mu_B = \pm \frac{eh}{4\pi m} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T} \quad (۲۸-۲۵)$$

انرژی پتانسیل  $U$  مربوط به سم‌گیری گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی در یک میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}_{ext}$  برابر است با

$$U = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_{ext} = -\mu_{s,z} B_{ext} \quad (۲۸-۲۷)$$

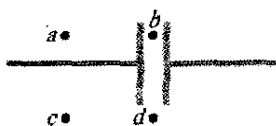
**گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری** الکترون در اتم دارای یک اندازه حرکت زاویه‌ای دیگر است که آن را اندازه حرکت زاویه‌ای مداری  $\vec{L}_{orb}$  می‌نامند و به آن یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری  $\vec{\mu}_{orb}$  وابسته است

$$\vec{\mu}_{orb} = -\frac{e}{2m} \vec{L}_{orb}$$

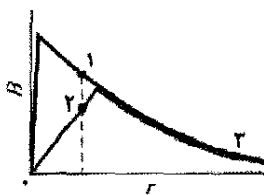
اندازه حرکت زاویه‌ای مداری کوانتیده است و می‌تواند فقط مقدارهایی را که با رابطه زیر داده می‌شود، داشته باشد

$$\mu_{orb,z} = m_l \frac{h}{4\pi} \quad m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (۲۸-۲۹)$$

طور جزئی برهم منطبق‌اند. کدامیک از سه نقطه روی منحنیها مربوط به کدام چهار نقطه شکل ۲۸-۲۲ الف است.



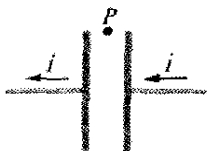
(الف)



(ب)

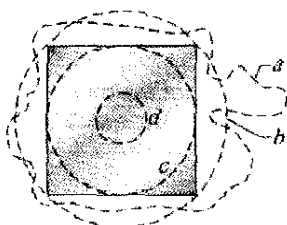
شکل ۲۲-۲۸ پرسش ۳

۴- شکل ۲۳-۲۸ یک خازن صفحه - موازی و جریان در سیمهای رابط که خازن را تخلیه می‌کنند نشان می‌دهد. آیا جهت (الف) میدان الکتریکی  $\vec{E}$  و (ب) جریان جابه‌جایی  $i_d$  به طرف راست است یا به طرف چپ؟ (پ) آیا میدان مغناطیسی در نقطه P به طرف داخل صفحه کاغذ است یا خارج؟



شکل ۲۳-۲۸ پرسش ۴

۵- شکل ۲۴-۲۸ نمای جانبی یکی از صفحه‌های مربعی یک خازن صفحه - موازی و نیز چهار حلقه را که میان صفحه‌ها واقع‌اند نشان می‌دهد. خازن تخلیه شده است. (الف) با چشمپوشی از اثر کناره‌ای میدان مغناطیس، حلقه‌ها را به ترتیب بزرگی  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  در طول حلقه‌ها مرتب کنید. (ب) در طول کدام حلقه، اگر حلقه‌ای باشد، زاویه  $\vec{B}$  و  $d\vec{s}$  ثابت است (به طوری که ضرب نقطه‌ای آنها به سادگی محاسبه می‌شود)؟ (پ) در طول کدام حلقه، اگر حلقه‌ای باشد،  $\vec{B}$  ثابت است (به طوری که می‌توان B را در معادله ۳-۲۸ به جلوی علامت انتگرال آورد)؟



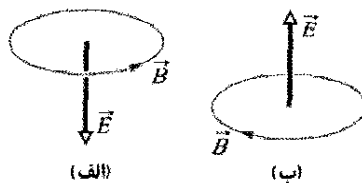
شکل ۲۴-۲۸ پرسش ۵

۶- شکل ۲۵-۲۸ سه حلقه مربوط به الکترونی که مداری را پادساعتگرد در میدان مغناطیسی طی می‌کند، نشان می‌دهد.

می‌تواند به طور جزئی باقی بماند. اگر  $\vec{B}_{ext}$  غیریکنواخت باشد، ماده فرومغناطیسی به سمت ناحیه‌های میدان مغناطیسی قویتر جذب می‌شود. این خاصیت فرومغناطیس نامیده می‌شود. وقتی دمای نمونه به دمایی بیش از دمای کوری برسد، جفت شدگی تبدیلی ناپدید می‌شود.

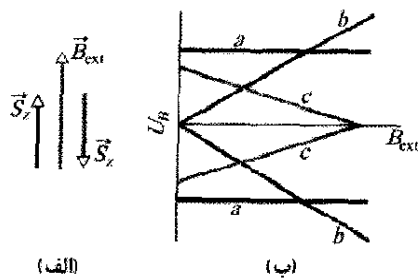
## پرسشها

۱- شکل ۲۰-۲۸ بردار میدان الکتریکی  $\vec{E}$  و خط میدان مغناطیسی القا شده را در دو وضعیت نشان می‌دهد. در هر یک از این دو وضعیت آیا بزرگی  $\vec{E}$  در حال افزایش است یا کاهش؟



شکل ۲۰-۲۸ پرسش ۱

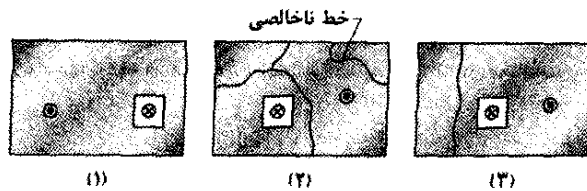
۲- شکل ۲۱-۲۸ الف جفت سمتگیرهای اسپینی مخالف الکترونی را که در میدان مغناطیسی خارجی  $B_{ext}$  واقع است نشان می‌دهد. شکل ۲۱-۲۸ ب سه گزینه مربوط به نمودار انرژیهای پتانسیل وابسته به این سمتگیرها را برحسب تابعی از بزرگی  $B_{ext}$  نشان می‌دهد. گزینه‌های b و c شامل خطهای متقاطع و گزینه a شامل خطهای موازی‌اند. کدام گزینه درست است؟



شکل ۲۱-۲۸ پرسش ۲

۳- شکل ۲۲-۲۸ الف یک خازن با صفحه‌های دایره‌ای را نشان می‌دهد که در حال باردار شدن است. نقطه a نزدیک یکی از سیمهای رابط و نقطه b (داخل فاصله خازن) با فاصله یکسانی از محور مرکزی واقع‌اند، همچنین نقطه c (که زیاد به سیم نزدیک نیست) و نقطه d (میان صفحه‌ها اما خارج از فاصله خازن) نیز در فاصله یکسانی از محور مرکزی قرار دارند. شکل ۲۲-۲۸ ب، منحنی تغییرات بزرگی میدان مغناطیسی را نسبت به r در داخل و خارج سیم به دست می‌دهد. منحنی دیگر

نشان‌دهنده تغییرات بزرگی میدان مغناطیسی نسبت به r در داخل و خارج فاصله خازن است. بخشهایی از دو منحنی به



شکل ۲۸-۲۶ پرسش ۱۱

## مسئله‌ها

● مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

●●●● تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

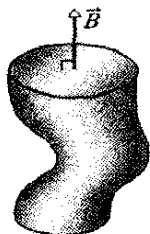
اطلاعات اضافی در سبک پرند فیزیک و در

[flyingcircusofphysics.com](http://flyingcircusofphysics.com) قابل دسترس است.

## بخش ۲۸-۲ قانون گاوس درباره میدانهای مغناطیسی

۱۰- شار مغناطیسی که از هر یک از پنج وجه یک تاس می‌گذرد با  $\Phi_B = \pm N Wb$  داده می‌شود که  $N$  (۵ تا ۱) تعداد نقطه‌های روی وجه است. شار برای  $N$  زوج مثبت (به سمت خارج) و برای  $N$  فرد منفی (به سمت داخل است). شاری که از وجه ششم تاس می‌گذرد چقدر است؟

۲۰- شکل ۲۸-۲۷ سطح بسته‌ای را نشان می‌دهد. به طرف جلوی وجه تخت بالایی که دارای شعاع  $2.0\text{ cm}$  است یک میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  به بزرگی  $0.30\text{ T}$  عمود و به طرف خارج برقرار است. از وجه تخت پایین شار مغناطیسی  $0.70\text{ mWb}$  به طرف خارج می‌گذرد. مطلوب است تعیین (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج) شار مغناطیسی که از سطح خمیده بدنه می‌گذرد.



شکل ۲۸-۲۷ مسئله ۲۰

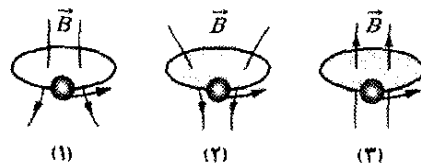
۳۰۰- یک سطح گاوسی به شکل استوانه دایره‌ای قائم، دارای

شعاع  $12.0\text{ cm}$  و طول  $80.0\text{ cm}$  است. از یک انتهای استوانه

شار مغناطیسی  $25.0\text{ }\mu\text{Wb}$  به طرف داخل می‌گذرد. در انتهای

دیگر میدان مغناطیسی یکنواخت  $0.16\text{ mT}$  عمود بر سطح

میدانها برای حلقه‌های ۱ و ۲ غیر یکنواخت و برای حلقه ۳ یکنواخت هستند. برای هر حلقه، آیا (الف) گشتاور دو قطبی مغناطیسی حلقه و (ب) نیروی وارد بر حلقه، به سمت بالاست یا پایین، یا صفر است؟



شکل ۲۸-۲۵ پرسشهای ۶، ۷ و ۸

۷- حلقه‌های جریان پرسش ۶ و شکل ۲۸-۲۵ را با کره‌های دیامغناطیسی جایگزین می‌کنیم. برای هر میدان، آیا (الف) گشتاور دو قطبی مغناطیسی کره و (ب) نیروی مغناطیسی وارد بر کره به سمت بالاست یا پایین، یا صفر است؟

۸- حلقه‌های جریان پرسش ۶ و شکل ۲۸-۲۵ را با کره‌های پارامغناطیسی جایگزین می‌کنیم. برای هر میدان، آیا (الف) گشتاور دو قطبی مغناطیسی کره و (ب) نیروی مغناطیسی وارد بر کره به سمت بالاست یا پایین، یا صفر است؟

۹- الکترونی در یک میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}_{\text{ext}}$ ، با اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی  $S_z$  پاد موازی با  $B_{\text{ext}}$  قرار دارد. اگر اسپین الکترون وارونه شود به طوری که  $S_z$  با  $\vec{B}_{\text{ext}}$  موازی باشد، آیا باید به الکترون انرژی داد یا الکترون انرژی از دست می‌دهد؟

۱۰- اگر در شکلهای ۲۸-۱۲ الف و ب (الف) بزرگی  $\vec{B}_{\text{ext}}$  و (ب) واگرایی  $B_{\text{ext}}$  را افزایش دهیم، آیا بزرگی نیروی خالص روی حلقه افزایش می‌یابد یا کاهش، یا یکسان باقی می‌ماند؟

۱۱- شکل ۲۸-۲۶ سه نمونه مستطیلی شکل از ماده فرومغناطیسی را نشان می‌دهد که در آنها دو قطبهای مغناطیسی حوزه‌ها که به سمت خارج از صفحه‌اند (دایره و نقطه) به وسیله یک میدان  $B_0$  بسیار قوی ایجاد شده‌اند. در هر نمونه، حوزه جزیره‌ای وجود دارد که جهت میدان مغناطیسی خود را به سمت داخل صفحه (دایره و  $\times$ ) حفظ کرده است. نمونه ۱ یک بلور (خالص) است. نمونه‌های دیگر ناخالصیهایی دارند که در امتداد خطها جمع شده‌اند؛ حوزه‌ها نمی‌توانند به سادگی به خارج خطها گسترش یابند.

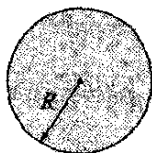
حال میدان اعمال شده معکوس و بزرگی آن در مقداری متوسط نگه داشته می‌شود. این تغییر باعث رشد حوزه جزیره‌ای می‌شود. (الف) سه نمونه را به ترتیب بیشترین موفقیت در رشد مرتب کنید. مواد فرومغناطیسی که در آنها دو قطبی مغناطیسی به سادگی تغییر کند از نظر مغناطیسی نرم نامیده می‌شوند؛ وقتی تغییر به سختی انجام شود و به میدان اعمال شده قوی نیاز باشد، مواد را از نظر مغناطیسی سخت می‌نامند. (ب) از این سه نمونه کدامیک از نظر مغناطیسی سخت‌تر است؟



(الف)  $B_{\max}(R)$  یعنی، مقدار بیشینه میدان مغناطیسی القا شده در  $r=R$  به دست آورید. (ب)  $B_{\max}(r)$  را به ازای  $0 < r < 10\text{ cm}$  رسم کنید.

۸۰۰- یک خازن صفحه- موازی با صفحه‌های دایره‌ای به شعاع  $40\text{ mm}$  با جریان  $6/0\text{ A}$  در حال تخلیه است. در چه شعاعی (الف) داخل و (ب) خارج از فاصله خازن بزرگی میدان مغناطیسی القا شده برابر  $7/5\%$  مقدار بیشینه خود است؟ (پ) این مقدار بیشینه چقدر است؟

۹۰۰- شار الکتریکی یکنواخت، شکل ۲۸-۳۰ ناحیه‌ای دایره‌ای با شعاع  $R=3/00\text{ cm}$  را نشان می‌دهد که شار الکتریکی یکنواختی به طرف خارج صفحه کاغذ از آن می‌گذرد. شار الکتریکی کل از این ناحیه با رابطه  $\Phi_E = (3/00\text{ mV.m/s})t$  داده می‌شود که  $t$  برحسب ثانیه است. بزرگی میدان مغناطیسی که در فاصله‌های (الف)  $2/00\text{ cm}$  و (ب)  $5/00\text{ cm}$  القا می‌شود چقدر است؟



شکل ۲۸-۳۰ مسئله‌های ۹-۱۲ و ۲۵-۲۸

۱۰۰۰- شار الکتریکی غیر یکنواخت: شکل ۲۸-۳۰ ناحیه‌ای دایره‌ای با شعاع  $R=3/00\text{ cm}$  را نشان می‌دهد که شار در بر گرفته شده الکتریکی به طرف خارج از صفحه کاغذ از آن می‌گذرد. شار با یک دایره هم مرکز به شعاع  $r$  با رابطه  $(\Phi_{E,\text{enc}} = 0/600\text{ V.m.s})(r/R)t$  که آن  $r \leq R$  و  $t$  برحسب ثانیه است داده می‌شود. بزرگی میدان مغناطیسی القا شده در فاصله‌های شعاعی (الف)  $2/00\text{ cm}$  و (ب)  $5/00\text{ cm}$  چقدر است؟

۱۱۰۰- میدان الکتریکی یکنواخت: در شکل ۲۸-۳۰ میدان الکتریکی یکنواختی در ناحیه‌ای دایره‌ای با شعاع  $R=3/00\text{ cm}$  به طرف خارج از صفحه کاغذ برقرار است. بزرگی میدان الکتریکی با رابطه  $E = (4/50 \times 10^{-3}\text{ V/m.s})t$  داده می‌شود که در آن  $t$  برحسب ثانیه است. بزرگی میدان مغناطیسی القا شده در فاصله‌های شعاعی (الف)  $2/00\text{ cm}$  و (ب)  $5/00\text{ cm}$  چقدر است؟



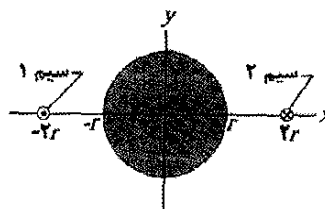
۱۲۰۰- میدان الکتریکی غیر یکنواخت: در شکل ۲۸-۳۰ میدان الکتریکی در ناحیه‌ای دایره‌ای با شعاع  $R=3/00\text{ cm}$  به طرف خارج از صفحه کاغذ برقرار است. بزرگی میدان الکتریکی با رابطه  $E = (0/500\text{ V/m.s})(1-r/R)t$  داده می‌شود که در آن  $t$  برحسب ثانیه است. بزرگی میدان مغناطیسی القا شده در فاصله‌های شعاعی (الف)  $2/00\text{ cm}$  و (ب)  $5/00\text{ cm}$  چقدر است؟

www.iran-mavad.com

مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

و به طرف خارج وجود دارد. مطلوب است (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف بالا یا به طرف پایین) شار مغناطیسی خالص از میان بدنه خمیده. SSM ILW

۴۰۰۰- دو سیم موازی با محور  $z$  به فاصله  $4r$  از یکدیگر مطابق شکل ۲۸-۲۸ حامل جریانهای یکسان  $i$  در جهت‌های مخالف‌اند. استوانه‌ای با مقطع دایره‌ای به شعاع  $r$  و طول  $L$ ، محورش روی محور  $z$  و وسط دو سیم قرار دارد. با استفاده از قانون گاوس برای مغناطیس، شار مغناطیسی خروجی خالصی را که از نصف سطح استوانه در بالای محور  $x$  می‌گذرد محاسبه کنید. (راهنمایی: شار عبوری از آن بخش از صفحه  $xz$  را که داخل استوانه است پیدا کنید.)



شکل ۲۸-۲۸ مسئله ۴

### بخش ۲۸-۳ میدانهای مغناطیسی القا شده

۵۰- میدان مغناطیسی القا شده در فاصله شعاعی  $6/0\text{ mm}$  از محور مرکزی یک خازن صفحه- موازی دایره‌ای برابر  $2/0 \times 10^{-7}\text{ T}$  است. شعاع صفحه‌ها  $3/0\text{ mm}$  است. با چه آهنگ  $dE/dt$ ، میدان الکتریکی بین صفحه‌ها در حال تغییر است؟ SSM

۶۰- خازنی با صفحه‌های مربعی شکل به ضلع  $L$  با جریان  $0/75\text{ A}$  تخلیه می‌شود. شکل ۲۸-۲۹ نمای از بالای یکی از صفحه‌ها را از داخل خازن نشان می‌دهد. یک مسیر مستطیلی شکل خط چین نشان داده شده است. اگر  $L=12\text{ cm}$ ،  $H=2/0\text{ cm}$  و  $W=4/0\text{ cm}$  باشند، مقدار  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  دور مسیر خط چین چقدر است؟



شکل ۲۸-۲۹ مسئله ۶

۷۰۰- فرض کنید یک خازن صفحه - موازی دارای صفحه‌های دایره‌ای به شعاع  $R=3/0\text{ mm}$  و فاصله صفحه‌ها  $5/0\text{ mm}$  است. همچنین فرض کنید که یک اختلاف پتانسیل سینوسی با مقدار بیشینه  $150\text{ V}$  و بسامد  $60\text{ Hz}$  به دو صفحه اعمال شده است؛ یعنی

$$V = (150\text{ V}) \sin[2\pi(60\text{ Hz})t]$$

### بخش ۲۸-۴ جریان جابه‌جایی

۱۳۰- ثابت کنید که جریان جابه‌جایی در یک خازن صفحه موازی با ظرفیت  $C$  را می‌توان به صورت  $i_d = C(dV/dt)$  نوشت، که در آن  $V$  اختلاف پتانسیل بین صفحه‌هاست. SSM

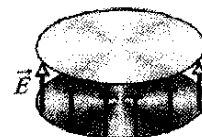
۱۴۰- یک خازن صفحه-موازی با صفحه‌های دایره‌ای به شعاع  $0.10\text{ m}$  باردار می‌شود. یک حلقه دایره‌ای به شعاع  $0.05\text{ m}$  با خازن هم محور است و در وسط صفحه‌ها قرار دارد. جریان جابه‌جایی در حلقه  $2.0\text{ A}$  است. میدان الکتریکی بین صفحه‌ها با چه آهنگی تغییر می‌کند؟

۱۵۰- اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های یک خازن صفحه-موازی با ظرفیت  $2.0\text{ }\mu\text{F}$  با چه آهنگی باید تغییر کند تا جریان جابه‌جایی  $1.0\text{ A}$  ایجاد شود؟

۱۶۰- برای وضعیت مسئله نمونه ۲۸-۱، نشان دهید که بزرگی چگالی جریان جابه‌جایی به ازای  $r \leq R$  برابر  $J_d = \epsilon_0 (dE/dt)$  است.

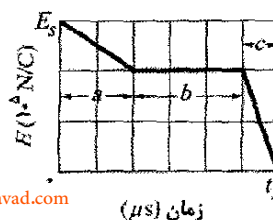
۱۷۰۰- وقتی یک خازن صفحه-موازی با صفحه‌های دایره‌ای به قطر  $2.0\text{ cm}$  در حال پر شدن است، چگالی جریان جابه‌جایی در ناحیه میان دو صفحه یکنواخت و دارای بزرگی  $2.0\text{ A/m}^2$  است. (الف) بزرگی  $\vec{B}$  میدان مغناطیسی را در فاصله  $r = 5.0\text{ mm}$  از محور تقارن این ناحیه به دست آورید. (ب)  $dE/dt$  را در این ناحیه حساب کنید. ILW

۱۸۰۰- بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحه دایره‌ای موازی در شکل ۲۸-۳۱ برابر  $E = (4.0 \times 10^5) - (6.0 \times 10^4 t)$  است، که در آن  $E$  بر حسب ولت بر متر و  $t$  بر حسب ثانیه است. در  $t = 0$ ،  $\vec{E}$  به طرف بالاست. مساحت صفحه  $4.0 \times 10^{-2}\text{ m}^2$  است. به ازای  $t \geq 0$ ، مطلوب است (الف) بزرگی و (ب) جهت (بالا یا پایین) جریان جابه‌جایی بین صفحه‌ها. (پ) آیا جهت میدان مغناطیسی القا شده در شکل ساعتگرد است یا پاد ساعتگرد؟



شکل ۲۸-۳۱ مسئله ۱۸

۱۹۰۰- در شکل ۲۸-۳۲ میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E}$  کاهش می‌یابد. مقیاس محور قائم با  $E_s = 6.0 \times 10^5\text{ N/C}$  و مقیاس محور افقی با  $t_s = 12.0\text{ }\mu\text{s}$  مشخص شده است. بزرگی جریان جابه‌جایی را که از سطحی با مساحت  $1/6\text{ m}^2$  عمود بر میدان در طی بازه‌های زمانی  $a$  و  $b$  نشان داده شده روی نمودار می‌گذرد حساب کنید. (از رفتار میدان در انتهای هر بازه چشمپوشی کنید.) SSM WWW



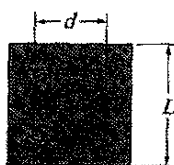
شکل ۲۸-۳۲ مسئله ۱۹

۲۰۰۰- یک خازن صفحه-موازی با صفحه‌های دایره‌ای به شعاع  $1/2\text{ cm}$  با جریان  $12/0\text{ A}$  تخلیه می‌شود. حلقه‌ای دایره‌ای به شعاع  $R/3$  را در نظر بگیرید که مرکز آن روی محور مرکزی میان صفحه‌ها قرار دارد. (الف) در حلقه محصور شده جریان جابه‌جایی چقدر است؟ میدان مغناطیسی القا شده بیشینه دارای بزرگی  $12/0\text{ mT}$  است. در چه شعاعی (ب) داخل و (پ) خارج از فاصله خازن بزرگی میدان مغناطیسی القا شده برابر  $3/00\text{ mT}$  است؟

۲۱۰۰- یک خازن صفحه-موازی مطابق شکل ۲۸-۳۳ دارای صفحه‌های مربعی با ضلع  $L = 1/0\text{ cm}$  است. جریان  $2/0\text{ A}$  که خازن را باردار می‌کند، یک میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E}$  میان صفحه‌ها ایجاد می‌کند که بر صفحه‌ها عمود است. (الف) جریان جابه‌جایی که از میان صفحه‌ها می‌گذرد چقدر است؟ (ب)  $dE/dt$  در این ناحیه چقدر است؟ (پ) جریان جابه‌جایی محصور که از مسیر مربع خط چین به ضلع  $d = 0.50\text{ m}$  میان صفحه‌ها می‌گذرد چقدر است؟ (ت)  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  دور این مسیر مربع خط‌چین چقدر است؟ SSM ILW



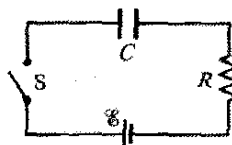
نمای از پهلو



نمای از بالا

شکل ۲۸-۳۳ مسئله ۲۱

۲۲۰۰- مدار شکل ۲۸-۳۴ شامل کلید  $S$ ، باتری آرمانی  $12/0\text{ V}$ ، مقاومت  $20/0\text{ M}\Omega$  و خازنی پر شده از هواست. خازن دارای صفحه‌های دایره‌ای موازی به شعاع  $5/00\text{ cm}$  است که به فاصله  $3/00\text{ mm}$  از هم قرار دارند. در زمان  $t = 0$ ، کلید  $S$  بسته شده و خازن شروع به پر شدن می‌کند. میدان الکتریکی میان صفحه‌ها یکنواخت است. در  $t = 250\text{ }\mu\text{s}$ ، بزرگی میدان مغناطیسی در خازن و به فاصله شعاعی  $3/00\text{ cm}$  چقدر است؟



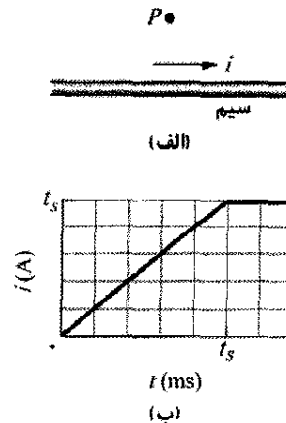
شکل ۲۸-۳۴ مسئله ۲۲

۲۳- یک سیم نقره‌ای دارای مقاومت ویژه

$\rho = 1/62 \times 10^{-8}\text{ }\Omega\text{m}$  و مساحت سطح مقطع  $5/00\text{ mm}^2$  مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

است. جریان در سیم یکنواخت و وقتی  $100\text{ A}$  است با آهنگ  $2000\text{ A/s}$  تغییر می‌کند. (الف) وقتی جریان در سیم  $100\text{ A}$  است، بزرگی میدان الکتریکی (یکنواخت) در سیم چقدر است؟ (ب) در این زمان بزرگی جریان جابه‌جایی در سیم چقدر است؟ (پ) در فاصله  $r$  از سیم نسبت بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از جریان جابه‌جایی به بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از جریان چقدر است؟

۲۴۰۰- شکل ۲۵-۲۸ الف جریان  $i$  ایجاد شده در سیمی با مقاومت ویژه  $1/62 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$  را نشان می‌دهد. بزرگی جریان بر حسب زمان  $t$  در شکل ۲۵-۲۸ ب نشان داده شده است. مقیاس محور قائم با  $i_s = 10/0\text{ A}$  و مقیاس محور افقی با  $t_s = 50/0\text{ ms}$  مشخص شده است. نقطه  $P$  در فاصله شعاعی  $9/00\text{ mm}$  از مرکز سیم واقع است. بزرگی میدان مغناطیسی  $\vec{B}_i$  ناشی از جریان واقعی  $i$  را در (الف)  $t = 20\text{ ms}$ ، (ب)  $t = 40\text{ ms}$  و (پ)  $t = 60\text{ ms}$  حساب کنید. حال، فرض کنید که میدان الکتریکی که جریان را به حرکت می‌اندازد محدود به داخل سیم باشد. در این صورت، بزرگی میدان مغناطیسی  $B_{id}$  ناشی از جریان جابه‌جایی  $i_d$  را در (ت)  $t = 20\text{ ms}$ ، (ث)  $t = 40\text{ ms}$  و (ج)  $t = 60\text{ ms}$  حساب کنید. در نقطه  $P$  در  $t = 20\text{ s}$  جهت (به داخل یا خارج صفحه کاغذ)  $(\vec{B}_i)$  و  $(\vec{B}_{id})$  چیست؟



شکل ۲۵-۲۸ مسئله ۲۴

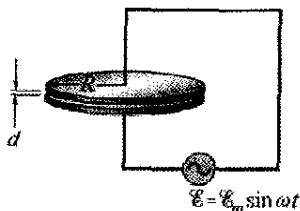
۲۵۰۰- چگالی جریان جابه‌جایی یکنواخت. شکل ۲۵-۲۸ ناحیه‌ای دایره‌ای به شعاع  $R = 3/00\text{ cm}$  را نشان می‌دهد که در آن جریان جابه‌جایی به سمت خارج صفحه کاغذ است. جریان جابه‌جایی دارای چگالی یکنواخت به بزرگی  $J_d = 6/00\text{ A/m}^2$  است. بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از جریان جابه‌جایی در فاصله شعاعی (الف)  $2/00\text{ cm}$  و (ب)  $5/00\text{ cm}$  چقدر است؟ ۲۶۰۰- جریان جابه‌جایی یکنواخت. شکل ۲۵-۲۸ ناحیه‌ای دایره‌ای به شعاع  $R = 3/00\text{ cm}$  را نشان می‌دهد که در آن جریان جابه‌جایی یکنواخت  $i_d = 0/500\text{ A}$  به طرف خارج صفحه کاغذ است. بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از جریان

جابه‌جایی در فاصله شعاعی (الف)  $2/00\text{ cm}$  و (ب)  $5/00\text{ cm}$  چقدر است؟

۲۷۰۰- چگالی جریان جابه‌جایی غیر یکنواخت. شکل ۲۵-۲۸ ناحیه‌ای دایره‌ای به شعاع  $R = 3/00\text{ cm}$  را نشان می‌دهد که در آن جریان جابه‌جایی به طرف خارج صفحه کاغذ برقرار است. بزرگی چگالی جریان جابه‌جایی با رابطه  $J_d = (4/00\text{ A/m}^2)(1 - r/R)$  داده می‌شود که  $r$  فاصله شعاعی  $(r \leq R)$  است. بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از جریان جابه‌جایی در (الف)  $2/00\text{ cm}$  و (ب)  $5/00\text{ cm}$  چقدر است.

۲۸۰۰- جریان جابه‌جایی غیر یکنواخت. شکل ۲۵-۲۸ ناحیه‌ای دایره‌ای به شعاع  $R = 3/00\text{ cm}$  را نشان می‌دهد که در آن جریان  $i_d$  به طرف خارج صفحه کاغذ برقرار است. بزرگی جریان جابه‌جایی با رابطه  $i_d = (3/00\text{ A})(r/R)$  داده می‌شود که  $r$  فاصله شعاعی  $(r \leq R)$  است. بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از  $i_d$  در فاصله شعاعی (الف)  $2/00\text{ cm}$  و (ب)  $5/00\text{ cm}$  چقدر است؟

۲۹- در شکل ۲۵-۲۸، یک خازن با صفحه‌های دایره‌ای به شعاع  $R = 18/0\text{ cm}$  به منبع نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$  متصل است که در آن  $\mathcal{E}_m = 220\text{ V}$  و  $\omega = 130\text{ rad/s}$ . مقدار بیشینه جریان جابه‌جایی  $i_d = 7/60\text{ }\mu\text{A}$  است. از اثر میدان الکتریکی در لبه صفحه‌ها چشمپوشی کنید. (الف) مقدار بیشینه جریان  $i$  در مدار چقدر است؟ (ب) مقدار بیشینه  $d\Phi_E/dt$  چقدر است، که در آن شار الکتریکی است که از ناحیه میان صفحه‌ها می‌گذرد؟ (پ) فاصله  $d$  میان صفحه‌ها چقدر است؟ (ت) مقدار بیشینه بزرگی  $\vec{B}$  میان صفحه‌ها در فاصله  $r = 11/0\text{ mm}$  از مرکز چقدر است؟



شکل ۲۵-۲۸ مسئله ۲۹

### بخش ۲۸-۶ آهنگها

۳۰۰- فرض کنید مقدار میانگین مؤلفه عمودی میدان مغناطیسی زمین در همه آریزونا که دارای مساحت  $2/95 \times 10^5\text{ km}^2$  است برابر  $43\text{ }\mu\text{T}$  (به طرف پایین) است. در این صورت، (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل یا طرف خارج) شار خالص عبوری از بقیه سطح زمین (جدا از سطح آریزونا) چقدر

که بر اثر آهنربای میله‌ای از ماده و اطراف آن می‌گذرد رسم کنید. (ب) جهت گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص  $\vec{\mu}$  چیست؟ (پ) جریان قراردادی  $i$  در حلقه در چه جهتی است (ساعتگرد یا پادساعتگرد در شکل)؟ (ت) نیروی مغناطیسی وارد بر حلقه در چه جهتی است؟



شکل ۲۸-۳۸ مسئله ۳۷ و ۷۳

۳۸۰۰۰- فرضی کنید که الکترونی به جرم  $m$  و بزرگی بار  $e$  در مداری دایره‌ای به شعاع  $r$  به دور هسته می‌چرخد. سپس میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  عمود بر صفحه مدار برقرار می‌شود. همچنین با فرض اینکه شعاع مدار تغییر نمی‌کند و اینکه تغییر تندی الکترون بر اثر میدان  $\vec{B}$  ناچیز است، عبارتی را برای تغییر در گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری الکترون ناشی از میدان به دست آورید.

#### بخش ۲۸-۱۰ پارامغناطیس

۳۹۰- آهنربایی به شکل میله‌ای استوانه‌ای دارای طول  $5/00\text{cm}$  و قطر  $1/00\text{cm}$  است. آهنربا دارای مغناطیدگی یکنواخت  $5/30 \times 10^2 \text{ A/m}$  است. گشتاور دو قطبی مغناطیسی آن چقدر است؟ SSM ILW

۴۰۰- میدان مغناطیسی  $0/50\text{T}$  به گازی پارامغناطیسی که اتم‌هایش دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی ذاتی  $1/0 \times 10^{-23} \text{ J/T}$  هستند اعمال می‌شود. در چه دمایی انرژی جنبشی میانگین انتقالی اتم‌های گاز با انرژی مورد نیاز برای وارونه کردن دو قطبی در این میدان مغناطیسی برابر است؟

۴۱۰- نمونه‌ای از یک نمک پارامغناطیسی با منحنی مغناطیدگی شکل ۲۸-۱۴، برای اینکه آیا از قانون کوری پیروی می‌کند یا خیر مورد آزمون قرار می‌گیرد. نمونه در میدان مغناطیسی یکنواخت  $0/50\text{T}$  قرار داده می‌شود که در طول آزمایش ثابت می‌ماند. سپس مغناطیدگی  $M$  در محدوده دمای  $10$  تا  $300\text{K}$  اندازه‌گیری می‌شود. آیا قانون کوری در این شرایط برقرار است؟

۴۲۰- نمونه‌ای از یک نمک پارامغناطیسی با منحنی مغناطیدگی شکل ۲۸-۱۴ در دمای اتاق ( $300\text{K}$ ) قرار دارد. در چه میدان مغناطیسی اعمال شده‌ای اشباع مغناطیسی نمونه (الف)  $50\%$  و (ب)  $90\%$  خواهد بود؟ (پ) آیا این میدانها در آزمایشگاه قابل دسترسی‌اند؟

۴۳۰۰- الکترونی با انرژی جنبشی  $K_e$  در مسیری دایره‌ای که عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت در جهت مثبت محور  $z$  است حرکت می‌کند. حرکت الکترون فقط از نیروی ناشی از میدان تأثیر می‌پذیرد. (الف) نشان دهید که گشتاور دو قطبی مغناطیسی الکترون بر اثر حرکت مداری آن دارای بزرگی

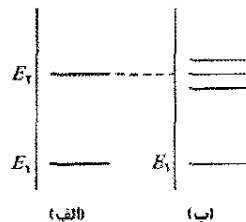
۳۱۰- در نیوهمشایر<sup>۱</sup> میانگین مؤلفه افقی میدان مغناطیسی زمین در سال  $1912/1291$ ،  $16\mu\text{T}$  و میانگین زاویه میل  $73^\circ$  بوده است. بزرگی میدان مغناطیسی مربوط به زمین چقدر بوده است؟ SSM

#### بخش ۲۸-۶ مغناطیس و الکترونیا

۳۲۰- اختلاف انرژی میان همدیفی موازی و پادموازی مؤلفه  $z$  گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی الکترونها با میدان مغناطیسی خارجی  $0/25\text{T}$  در جهت موازی با محور  $z$ ، چقدر است؟  
۳۳۰- مؤلفه اندازه‌گیری شده گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری الکترون با (الف)  $m_l = 1$  و (ب)  $m_l = -2$ ، چقدر است؟ SSM  
۳۴۰- الکترونی در میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  که در امتداد محور  $z$  است قرار دارد. اختلاف انرژی میان سمتگیری موازی و پادموازی مؤلفه  $z$  گشتاور مغناطیسی اسپینی با  $\vec{B}$  برابر  $6/00 \times 10^{-25} \text{ J}$  است. بزرگی  $\vec{B}$  چقدر است؟

۳۵۰- اگر الکترونی در یک اتم دارای اندازه حرکت زاویه‌ای مداری  $m_l = 0$  باشد، مؤلفه‌های (الف)  $L_{\text{orb},z}$  و (ب)  $\mu_{\text{orb},z}$  چقدرند؟ اگر اتم در میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B}$  که دارای بزرگی  $35\text{mT}$  و در امتداد محور  $z$  است قرار گیرد، (پ) انرژی پتانسیل  $U_{\text{orb}}$  مربوط به  $\vec{\mu}_{\text{orb},z}$  و (ت) انرژی پتانسیل  $U_{\text{spin}}$  مربوط به  $\vec{\mu}_s$  چقدرند؟ حال اگر، الکترون دارای  $m_l = -3$  باشد (ث)  $L_{\text{orb},z}$ ، (ج)  $\mu_{\text{orb},z}$ ، (چ)  $U_{\text{orb}}$  و (ح)  $U_{\text{spin}}$  چقدرند؟ SSM WWW

۳۶۰- شکل ۲۸-۳۷ الف یک نمودار تک محوری است که در امتداد آن دو مقدار مجاز (ترازهای) یک اتم رسم شده‌اند. وقتی اتم در یک میدان مغناطیسی  $0/500\text{T}$  قرار گیرد، نمودار به علت انرژی مربوط به  $\vec{\mu}_{\text{orb}} \cdot \vec{B}$  (از  $\vec{\mu}_s$  چشمپوشی می‌کنیم) به نمودار شکل ۲۸-۳۷ ب تغییر می‌کند. تراز  $E_1$  تغییر نکرده است اما تراز  $E_2$  به ترازهای سه گانه (خیلی نزدیک به هم) شکافته شده است. مقدارهای مجاز  $m_l$  مربوط به (الف) تراز انرژی  $E_1$  و (ب) تراز انرژی  $E_2$ ، چقدرند؟ (پ) برحسب  $J$ ، مقدار انرژی مربوط به جدایی میان ترازهای سه گانه چقدر است؟



شکل ۲۸-۳۷ مسئله ۳۶

#### بخش ۲۸-۹ دیامغناطیس

۳۷۰- شکل ۲۸-۳۸ یک مدل حلقه‌ای (حلقه  $I$ ) را برای ماده‌ای دیامغناطیسی نشان می‌دهد. (الف) خطهای میدان مغناطیسی

که طول آن  $5.0\text{ cm}$  و مساحت سطح مقطع آن  $1.0\text{ cm}^2$  است گشتاورهای دو قطبی همدیفا داشته باشند. (الف) گشتاور دو قطبی میله چقدر است؟ (ب) برای نگهداری این آهنربا به طور عمود بر میدان خارجی  $1.5\text{ T}$ ، چه گشتاور نیرویی باید اعمال شود؟ (چگالی آهن  $7.9\text{ g/cm}^3$  است.)

۴۷۰- جفت شدگی تبادل که به عنوان عاملی برای فرومغناطیس در بخش ۲۸-۱۱ ذکر شد، برهم کنش مغناطیسی متقابل بین دو دو قطبی مغناطیسی بنیادی نیست. برای نشان دادن این مطلب، مطلوب است محاسبه (الف) بزرگی میدان مغناطیسی در فاصله  $10\text{ nm}$  در امتداد محور دو قطبی از یک اتم با گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $1.5 \times 10^{-23}\text{ J/T}$  (کبالت) و (ب) کمترین انرژی مورد نیاز برای چرخاندن دو قطبی مشابه دوم از یک سر به سر دیگر در این میدان. (پ) با مقایسه مطلب اخیر با نتیجه‌های مسئله نمونه ۲۸-۳ چه چیزی حاصل می‌شود؟ SSM

۴۸۰- اندازه‌گیرها در معادن و چاههای تجسسی بیانگر این است که دمای داخل زمین برحسب عمق با آهنگ میانگین  $30^\circ\text{C/km}$  افزایش می‌یابد. با فرض اینکه دمای سطح زمین  $10^\circ\text{C}$  است، در چه عمقی آهن دیگر فرومغناطیس نخواهد بود؟ (دمای کوری آهن با فشار خیلی کم تغییر می‌کند.)

۴۹۰- مغناطیدگی اشباع  $M_{\text{max}}$  نیکل فلزی فرو مغناطیسی برابر  $4.7 \times 10^5\text{ A/m}$  است. گشتاور دو قطبی مغناطیسی تک اتم نیکل را محاسبه کنید. (چگالی نیکل  $8.9\text{ g/cm}^3$  و جرم مولی آن  $58.71\text{ g/mol}$  است.)

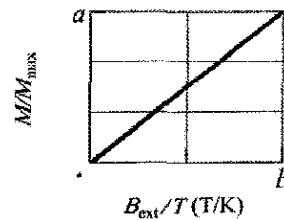
۵۰۰- یک قطب‌نمای مغناطیسی را روی یک سطح افقی قرار می‌دهیم، و می‌گذاریم تا عقربه در وضعیت تعادلش قرار گیرد. سپس، یک ضربه آرام به قطب‌نما وارد می‌کنیم به طوری که عقربه حول وضعیت تعادلش نوسان کند. پسامد نوسان برابر  $0.312\text{ Hz}$  است. میدان مغناطیسی زمین در محل قطب‌نما دارای مؤلفه افقی  $18.0\text{ }\mu\text{T}$  است. عقربه دارای گشتاور مغناطیسی  $0.68\text{ mJ/T}$  است. لختی چرخشی عقربه را حول محور (قائم) چرخش محاسبه کنید.  $\text{SSM}$

۵۱۰۰- یک حلقه رولند از ماده فرومغناطیس تشکیل شده است. سطح مقطع دایره‌ای آن به شعاع داخلی  $5\text{ cm}$  و شعاع خارجی  $6\text{ cm}$  و با  $400$  دور سیم پیچیده شده است. (الف) چه جریانی باید در سیم پیچها برقرار شود تا میدان چنبره‌ای با بزرگی دارای  $B_0 = 0.20\text{ mT}$  به دست آید؟ (ب) پیچه ثانویه دور چنبره دارای  $50$  دور و مقاومت  $8.0\text{ }\Omega$  است. اگر برای این مقدار  $B_0$  داشته باشیم  $B_M = 80.0 B_0$ ، وقتی جریان در سیم پیچهای چنبره برقرار شود چه مقدار بار از پیچه ثانویه می‌گذرد؟

۵۲۰۰- یک میله مغناطیسی با طول  $6.00\text{ cm}$  و شعاع  $3.00\text{ mm}$  و مغناطیدگی  $2.7 \times 10^3\text{ A/m}$  (یکنواخت) می‌تواند نظیر عقربه قطب‌نما حول مرکزش بچرخد. این میله در میدان مغناطیسی یکنواخت  $B_0$  به بزرگی  $25.0\text{ mT}$  طوری قرار داده می‌شود که گشتاور دو قطبی‌اش با  $B_0$  زاویه  $68.0^\circ$  بسازد. (الف) بزرگی گشتاور نیروی وارد بر میله ناشی از  $B_0$  چقدر

است؟  $\mu = K_e/B$  و جهت آن مخالف جهت  $B_0$  است. (ب) بزرگی و (پ) جهت گشتاور دو قطبی مغناطیسی یک یون مثبت با انرژی جنبشی  $k_i$  با شرایط یکسان چیست؟ (ت) یک گاز یونیده شامل  $5/3 \times 10^{21}$  الکترون بر مترمکعب و دارای همین تعداد یون است. فرض کنید انرژی جنبشی میانگین الکترون  $6/2 \times 10^{-21}\text{ J}$  و انرژی جنبشی میانگین یون  $7/2 \times 10^{-21}\text{ J}$  باشد. مغناطیدگی گاز را وقتی در میدان مغناطیسی  $1/2\text{ T}$  قرار گیرد محاسبه کنید.

۴۴۰- شکل ۲۸-۳۹ منحنی مغناطیدگی را برای یک ماده پارامغناطیسی به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با  $a = 0.15$  و مقیاس محور افقی با  $b = 0.2\text{ T/K}$  مشخص شده است. فرض کنید  $\mu_{\text{sam}}$  گشتاور مغناطیسی خالص اندازه‌گیری شده در ماده نمونه و  $\mu_{\text{max}}$  گشتاور مغناطیسی خالص بیشینه ممکن در این نمونه باشد. بنابر قانون کوری وقتی نمونه در میدان مغناطیسی یکنواخت با بزرگی  $0.800\text{ T}$  قرار داده شود، در دمای  $2.00\text{ K}$  نسبت  $\mu_{\text{sam}}/\mu_{\text{max}}$  چه خواهد بود؟



شکل ۲۸-۳۹ مسئله ۴۴

۴۵- جسم صلبی را در نظر بگیرید که شامل  $N$  اتم در یکای حجم و هراتم دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{\mu}$  است. فرض کنید جهت  $\vec{\mu}$  فقط می‌تواند موازی یا پادموازی با میدان مغناطیسی اعمال شده خارجی  $B_0$  باشد (این حالتی خواهد بود که  $\vec{\mu}$  ناشی از اسپین یک الکترون منفرد باشد). بنابر مکانیک آماری، احتمال اینکه یک اتم در حالتی با انرژی  $U$  باشد متناسب با  $e^{-U/kT}$  است، که در آن  $T$  دما و  $k$  ثابت بولتزمن است. بنابراین، چون انرژی  $U$  برابر  $\vec{\mu} \cdot B_0$  است، کسر اتمهایی که گشتاور دو قطبی آنها موازی  $B_0$  باشد متناسب با  $e^{\mu B/kT}$  و کسر اتمهایی که گشتاور دو قطبی آنها پادموازی با  $B_0$  باشد متناسب با  $e^{-\mu B/kT}$  است. (الف) نشان دهید که مغناطش این جسم صلب برابر است با  $M = N\mu \tanh(\mu B/kT)$ . در اینجا  $\tanh$  تابع تانژانت هذلولوی است:  $\tanh(x) = (e^x - e^{-x})/(e^x + e^{-x})$ . (ب) نشان دهید که نتیجه داده شده در (الف) به ازای  $B \ll kT$  به  $M = N\mu^2 B/kT$  تبدیل می‌شود. (پ) نشان دهید که نتیجه داده شده در (الف) به ازای  $B \gg kT$  به  $M = N\mu$  تبدیل می‌شود. (ت) نشان دهید که هر دو قسمت (ب) و (پ) به طور کیفی با شکل ۲۸-۱۴ سازگارند.

## بخش ۲۸-۱۱ فرومغناطیس

۴۶۰- بزرگی گشتاور دو قطبی مربوط به اتم آهن در یک میله آهنی  $2.1 \times 10^{-23}\text{ J/T}$  است. فرض کنید که تمام اتمها در میله

باید از آن بگذرد؟ آیا چنین آرایشی می‌تواند برای خشتی کردن مغناطیس زمین (ب) در نقطه‌هایی در فضا کاملاً بالای سطح زمین و (پ) روی سطح زمین به کار رود؟

۵۸- با به کار بردن تقریب داده شده در مسئله ۵۵ مطلوب است (الف) عرض جغرافیایی در بالای سطح زمین در جایی که بزرگی میدان مغناطیسی آن برابر ۵۰٪ مقدار آن روی سطح در همان عرض جغرافیایی باشد، (ب) بزرگی میدان مغناطیسی بیشینه در مرز هسته-جبهه،  $2900 \text{ km}$  زیر سطح زمین و (پ) بزرگی و (ت) میل میدان مغناطیسی زمین در قطب شمال جغرافیایی. توضیح دهید که چرا مقادارهایی که برای (پ) و (ت) محاسبه کرده‌اید با مقادارهای اندازه‌گیری شده متفاوت‌اند.

۵۹- می‌خواهیم یک خازن صفحه-موازی با صفحه‌های دایره‌ای با شعاع  $55.0 \text{ mm}$  را پر کنیم. در چه شعاعی (الف) داخل و (ب) خارج از فاصله خازن بزرگی میدان مغناطیسی القا شده برابر  $50\%$  بیشینه آن است.

۶۰- بار  $q$  به طور یکنواخت دور حلقه باریکی به شعاع  $r$  توزیع شده است. حلقه حول محوری که از مرکز آن می‌گذرد و بر صفحه حلقه عمود است با تندی زاویه‌ای  $\omega$ ، می‌چرخد. (الف) نشان دهید که گشتاور مغناطیسی ناشی از بار در حال چرخش دارای بزرگی  $\mu = \frac{1}{2} q \omega r^2$  است. (ب) اگر بار مثبت باشد، این گشتاور مغناطیسی در چه جهتی است؟

۶۱- اگر الکترونی در یک اتم دارای اندازه حرکت زاویه‌ای مداری با مقادارهای  $m_l$  که به  $\pm 3$  محدودند باشد، الکترون چند مقدار (الف)  $L_{orb,z}$  و (ب)  $\mu_{orb,z}$  می‌تواند داشته باشد؟ بر حسب  $h$ ،  $m$  و  $e$  بزرگترین مقدار مجاز برای (پ)  $L_{orb,z}$  و (ت)  $\mu_{orb,z}$  چقدر است؟ (ث) بزرگترین مقدار مجاز برای مؤلفه  $z$  اندازه حرکت زاویه‌ای خالص الکترون (مداری به علاوه اسپینی) چقدر است؟ (ج) چند مقدار (علامتها را در نظر بگیرید) برای مؤلفه  $z$  اندازه حرکت زاویه‌ای خالص آن مجازند؟ SSM

۶۲- خازن شکل ۲۸-۷ با جریان  $2.50 \text{ A}$  پر می‌شود. شعاع سیم  $1.50 \text{ mm}$  و شعاع صفحه برابر  $2.00 \text{ cm}$  است. فرض کنید که جریان  $i$  در سیم و جریان جابه‌جایی  $i_d$  در فاصله خازن هر دو به طور یکنواخت توزیع شده‌اند. مطلوب است تعیین بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از  $i$  در فاصله‌های شعاعی (الف)  $1.00 \text{ mm}$  (داخل سیم)، (ب)  $3.00 \text{ mm}$  (خارج از سیم) و (پ)  $2.20 \text{ cm}$  (خارج از سیم) از مرکز سیم. بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از  $i_d$  را در فاصله‌های شعاعی (ت)  $1.00 \text{ mm}$  (داخل فاصله)، (ث)  $3.00 \text{ mm}$  (داخل فاصله) و (ج)  $2.20 \text{ cm}$  (خارج از فاصله) از محور مرکزی میان صفحه‌ها پیدا کنید. (ج) توضیح دهید که چرا میدان برای دو شعاع کوچکتر سیم و فاصله این قدر متفاوت‌اند، اما میدانها برای بزرگترین شعاع متفاوت نیستند.

۶۳- فرض کنید که حدود مقادارهای  $m_l$  برای الکترون در اتم  $44$  باشد. (الف) برای مؤلفه  $z$  گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری  $\mu_{orb,z}$  چند مقدار متفاوت امکانپذیر است؟ (ب)

است؟ (ب) اگر زاویه  $34^\circ$  تغییر کند، انرژی پتانسیل مغناطیسی میله چقدر تغییر می‌کند؟

۵۳۰۰- بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی زمین  $8.0 \times 10^{22} \text{ J/T}$  است. (الف) اگر منشأ این مغناطیس یک کره آهنی مغناطیده در مرکز زمین باشد، شعاع آن باید چقدر باشد؟ (ب) چنین کره‌ای چه کسری از حجم زمین را اشغال می‌کند؟ فرض کنید دو قطبها به طور کامل هم‌ردیف هستند و چگالی هسته داخلی زمین  $14 \text{ g/cm}^3$  است. گشتاور دو قطبی مغناطیسی اتم آهن  $2.1 \times 10^{-23} \text{ J/T}$  است. (توجه: در واقع چنین تصور می‌شود که هسته داخلی زمین به صورت هم مایع و هم صلب است و قسمتی از آن آهن است، اما آهنربای دائمی به عنوان منبع مغناطیس با ملاحظات چندی کنار گذاشته شده است. یکی از آنها این است که دما مسلماً بالاتر از نقطه کوری است.) SSM ILW WWW

### مسئله‌های اضافی

۵۴- دو صفحه (مطابق شکل ۲۸-۷) با جریان ثابتی تخلیه می‌شوند. هر صفحه دارای شعاع  $4.00 \text{ cm}$  است. در حین تخلیه، در نقطه‌ای میان صفحه‌ها در فاصله شعاعی  $2.00 \text{ cm}$  از محور مرکزی، بزرگی میدان مغناطیسی برابر  $12/5 \text{ nT}$  است. (الف) بزرگی میدان مغناطیسی در فاصله شعاعی  $6.00 \text{ cm}$  چقدر است؟ (ب) جریان در سیمی که دو صفحه را به هم متصل می‌کند چقدر است؟

۵۵- میدان مغناطیسی زمین را با تقریب می‌توان به عنوان میدان یک دو قطبی مغناطیسی در نظر گرفت که مؤلفه‌های افقی و قائم آن در نقطه‌ای به فاصله  $r$  از مرکز زمین با رابطه‌های زیر داده می‌شوند

$$B_h = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \cos \lambda_m \quad \text{و} \quad B_v = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \sin \lambda_m$$

که در آنها  $\lambda_m$  عرض جغرافیایی است (این نوع عرض جغرافیایی از استوای ژئومغناطیسی به سمت شمال یا جنوب قطب ژئومغناطیسی اندازه‌گیری می‌شود). فرض کنید که گشتاور دو قطبی مغناطیسی زمین  $\mu = 8.00 \times 10^{22} \text{ A.m}^2$  است. (الف) نشان دهید که بزرگی میدان مغناطیسی زمین در عرض جغرافیایی  $\lambda_m$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda_m}$$

(ب) نشان دهید که میل  $\phi_i$  میدان مغناطیسی با این رابطه به عرضی جغرافیایی  $\lambda_m$  مربوط است،  $\tan \phi_i = 2 \tan \lambda_m$ . SSM

۵۶- با استفاده از نتیجه‌های مسئله ۵۵ (الف) بزرگی و (ب) میل میدان مغناطیسی زمین در استوای ژئومغناطیسی؛ (پ) بزرگی و (ت) میل در عرض ژئومغناطیسی  $60^\circ$ ؛ و (ث) بزرگی و (ج) میل در قطب ژئومغناطیسی شمال را پیش‌بینی کنید.

۵۷- زمین دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $8.0 \times 10^{22} \text{ J/T}$  است. (الف) اگر بخواهیم یک دور سیم منفرد دور زمین در استوای جغرافیایی آن همین دو قطبی را ایجاد کند، چه جریانی و مهندسی مواد



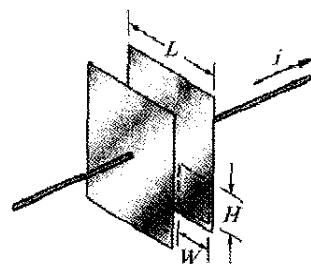
بزرگترین این مقادارهای ممکن چیست؟ حال، فرض کنید که اتم در یک میدان مغناطیسی به بزرگی  $0.25\text{ T}$ ، در جهت مثبت محور  $z$  قرار گیرد. (پ) انرژی پتانسیل بیشینه و (ت) انرژی پتانسیل کمینه مربوط به این مقادارهای ممکن  $\mu_{\text{orb},z}$  چقدرند؟

۶۴- مؤلفه اندازه‌گیری شده گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری الکترون با مقادارهای (الف)  $m_l = 3$  و (ب)  $m_l = -4$  چقدر است؟

۶۵- عقربه یک قطب‌نمای مغناطیسی با جرم  $50\text{ kg}$  و طول  $40\text{ cm}$  همدیاف مؤلفه افقی میدان مغناطیسی زمین در جایی است که این مؤلفه مقدار  $B_H = 16\text{ }\mu\text{T}$  را دارد. پس از اینکه ضربه آرامی به قطب‌نما وارد شود، عقربه با بسامد زاویه‌ای  $\omega = 45\text{ rad/s}$  نوسان می‌کند. با فرض اینکه عقربه یک میله باریک یکنواخت و روی مرکزش سوار شده است، بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی آن را به دست آورید.

۶۶- می‌خواهیم یک خازن صفحه- موازی با صفحه‌های دایره‌ای را پرکنیم. یک حلقه دایره‌ای هم مرکز با محور مرکزی واقع در میان صفحه‌ها را در نظر بگیرید. اگر شعاع حلقه  $300\text{ cm}$  بزرگتر از شعاع صفحه باشد، وقتی میدان مغناطیسی در طول حلقه دارای بزرگی  $200\text{ }\mu\text{T}$  باشد، جریان جابه‌جایی میان صفحه‌ها چقدر است؟

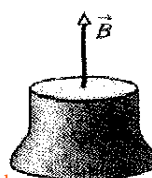
۶۷- در شکل ۲۸-۴۰، می‌خواهیم یک خازن صفحه - موازی را با جریان  $i = 50\text{ A}$  تخلیه کنیم. صفحه‌ها مربع به ضلع  $L = 800\text{ mm}$  هستند. (الف) آهنگی که با آن میدان الکتریکی میان صفحه‌ها تغییر می‌کند چقدر است؟ (ب) مقدار  $\int \vec{B} \cdot d\vec{s}$  دور مسیر خط چین، که در آن  $H = 20\text{ mm}$  و  $W = 30\text{ mm}$ ، چقدر است؟



شکل ۲۸-۴۰ مسئله ۶۷

۶۸- شار مغناطیسی  $70\text{ mWb}$  به طرف خارج از وجه تخت پایین سطح بسته نشان داده شده در شکل ۲۸-۴۱ می‌گذرد. از وجه تخت بالایی (که دارای شعاع  $4/2\text{ cm}$  است) میدان

مغناطیسی  $\vec{B}$  برابر با  $0.40\text{ T}$  عمود بر وجه می‌گذرد. مطلوب است (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج) شار مغناطیسی که از سطح خمیده می‌گذرد.



شکل ۲۸-۴۱ مسئله ۶۸ مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

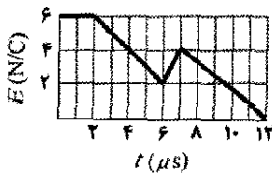
۶۹- یک خازن صفحه- موازی با صفحه‌های دایره‌ای با شعاع  $R = 16\text{ mm}$  و فاصله  $d = 50\text{ mm}$  دارای میدان الکتریکی یکنواخت در میان صفحه‌هاست. با شروع در زمان  $t = 0$ ، اختلاف پتانسیل میان صفحه‌ها برابر  $V = (100\text{ V})e^{-t/\tau}$  است که در آن ثابت زمانی  $\tau = 12\text{ ms}$  است. بزرگی میدان مغناطیسی در فاصله شعاعی  $r = 0.80R$  از محور مرکزی (الف) بر حسب تابعی از زمان به ازای  $t \geq 0$  و (ب) در زمان  $t = 3\tau$  چقدر است؟

۷۰- نمونه‌ای از یک نمک پارامغناطیسی که منحنی مغناطیدگی شکل ۲۸-۱۴ برای آن برقرار است در یک میدان مغناطیسی  $20\text{ T}$  غوطه‌ور است. در چه دمایی درجه اشباع مغناطیسی نمونه (الف)  $50\%$  و (ب)  $90\%$  خواهد بود؟

۷۱- می‌خواهیم یک خازن صفحه- موازی با صفحه‌های دایره‌ای به شعاع  $R$  را تخلیه کنیم، جریان جابه‌جایی از میان ناحیه دایره‌ای مرکزی، موازی با صفحه‌ها با شعاع  $R/2$  برابر  $20\text{ A}$  است. جریان موقع تخلیه خازن چقدر است؟

۷۲- شکل ۲۸-۴۲ تغییرات یک میدان مغناطیسی را که عمود بر

سطحی دایره‌ای به مساحت  $20\text{ m}^2$  است به دست می‌دهد. در طول دوره زمانی نشان داده شده، بزرگترین جریان جابه‌جایی گذشته از سطح چقدر است؟

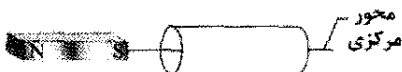


شکل ۲۸-۴۲ مسئله ۷۲

۷۳- شکل ۲۸-۳۸ یک مدل حلقه‌ای (حلقه  $L$ ) را برای یک ماده دیامغناطیسی نشان می‌دهد. (الف) خطهای میدان مغناطیسی ناشی از آهنربا را که از میان و اطراف ماده می‌گذرند، رسم کنید. (ب) گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص حلقه  $\vec{\mu}$ ، (پ) جریان قراردادی  $i$  در حلقه (ساعتگرد یا پادساعتگرد در شکل)، و (ت) نیروی مغناطیسی وارد بر حلقه، در کدام جهت‌اند؟

۷۴- در پایتترین حالت انرژی اتم هیدروژن، محتملترین فاصله یک الکترون منفرد از پروتون مرکزی (هسته) برابر  $5.2 \times 10^{-11}\text{ m}$  است. (الف) بزرگی میدان الکتریکی پروتون در این فاصله را حساب کنید. بزرگی اندازه‌گیری شده مؤلفه  $\mu_{s,z}$  گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی پروتون روی محور  $z$  برابر  $1/4 \times 10^{-36}\text{ J/T}$  است. (ب) بزرگی میدان مغناطیسی پروتون را در فاصله  $5.2 \times 10^{-11}\text{ m}$  روی محور  $z$  حساب کنید. (راهنمایی: معادله ۲۵-۲۷ را به کار ببرید.) (پ) نسبت گشتاور دو قطبی مغناطیسی الکترون به گشتاور دو قطبی مغناطیسی پروتون چقدر است؟

۷۵- در شکل ۲۸-۴۳ یک آهنربای میله‌ای در نزدیکی یک استوانه کاغذی قرار دارد. (الف) خطهای میدان مغناطیسی را که از سطح استوانه می‌گذرند رسم کنید. (ب) علامت  $\vec{B} \cdot d\vec{A}$  برای هر مساحت  $d\vec{A}$  چیست؟ (پ) آیا این با قانون گاوس برای مغناطیس مغایر است؟ توضیح دهید؟



شکل ۲۸-۴۳ مسئله ۷۵

## ۲۹ موجهای الکترومغناطیسی



در روزهای درخشان، آسمان می‌تواند لکه‌هایی تابان و کمانهایی (هاله‌هایی) متنوع را به نمایش گذارد. احتمالاً معمولترین این نمایش لکه تابانی است که خورشید کاذب نامیده می‌شود که سمت چپ یا راست خورشید و گاهی نیز هر دو طرف خورشید ظاهر می‌شود. چون خورشیدهای کاذب اغلب رنگی هستند از اینرو با رنگین کمان اشتباه گرفته می‌شوند. ولی خورشیدهای کاذب بر خلاف رنگین کمانها از قطره‌های آب تشکیل نشده‌اند. پاسخ در همین فصل.

## ۲۹-۱ فیزیک چیست؟

فرو سرخ و فرا بنفش تنها موجهای الکترومغناطیسی شناخته شده بودند. ولی، هانریش هرتز با الهام از کار ماکسول چیزی را کشف کرد که ما اکنون آن را موجهای رادیویی می‌نامیم و نشان داد که آنها با همان سرعت نور مرنی در آزمایشگاه حرکت می‌کنند.

همان‌طور که شکل ۲۹-۱ نشان می‌دهد، ما اکنون یک طیف وسیع (یا گستره) از موجهای الکترومغناطیسی را می‌شناسیم: رنگین کمان ماکسول. به گستردگی موجهای الکترومغناطیسی در سرتاسر این طیف که ما را در برگرفته‌اند توجه کنید. خورشید، که تابشهای آن محیط زیستی ما را معنا می‌بخشد و ما به عنوان موجودات زنده در آن تکامل یافته و سازگار شده‌ایم یک چشمه تعیین کننده است. ما همچنین در معرض سیگنالهای رادیویی و تلویزیونی هستیم. میکروموجها از دستگاههای رادار و رله تلفن نیز ممکن است به ما برسند. از لامپهای روشنایی، قطعه‌های گرم شده موتور اتومبیل، دستگاههای پرتو ایکس، چراغهای چشمک زن و مواد پرتوزای دفن شده نیز موجهای الکترومغناطیسی به ما می‌رسند. علاوه بر این، از ستاره‌ها و اجسام دیگر در کهکشان ما و سایر کهکشانها نیز تابشهایی به ما می‌رسند. موجهای الکترومغناطیسی در جهتهای دیگر نیز حرکت می‌کنند. سیگنالهای تلویزیونی که تقریباً از سال ۱۹۵۰/۱۳۲۹ از زمین گسیل شده‌اند، حالا اخبار ما را (همراه با قسمتهایی از داستانهای تلویزیونی اگرچه خیلی محو) برای ساکنین پیشرفته‌ای برده‌اند که ممکن است روی سیاره‌هایی باشند که با ۴۰۰ ستاره یا در این حدود احاطه شده‌اند.

در مقیاس طول موج در شکل ۲۹-۱ (و به همین ترتیب در مقیاس بسامد مربوط) هر علامت مقیاس بیانگر تغییر در طول موج با ضریب ۱۰ (و نظیر آن در بسامد) است. دو انتهای مقیاس باز است؛ موجهای الکترومغناطیسی دارای حدودی ذاتی در بالا و پایین نیستند.

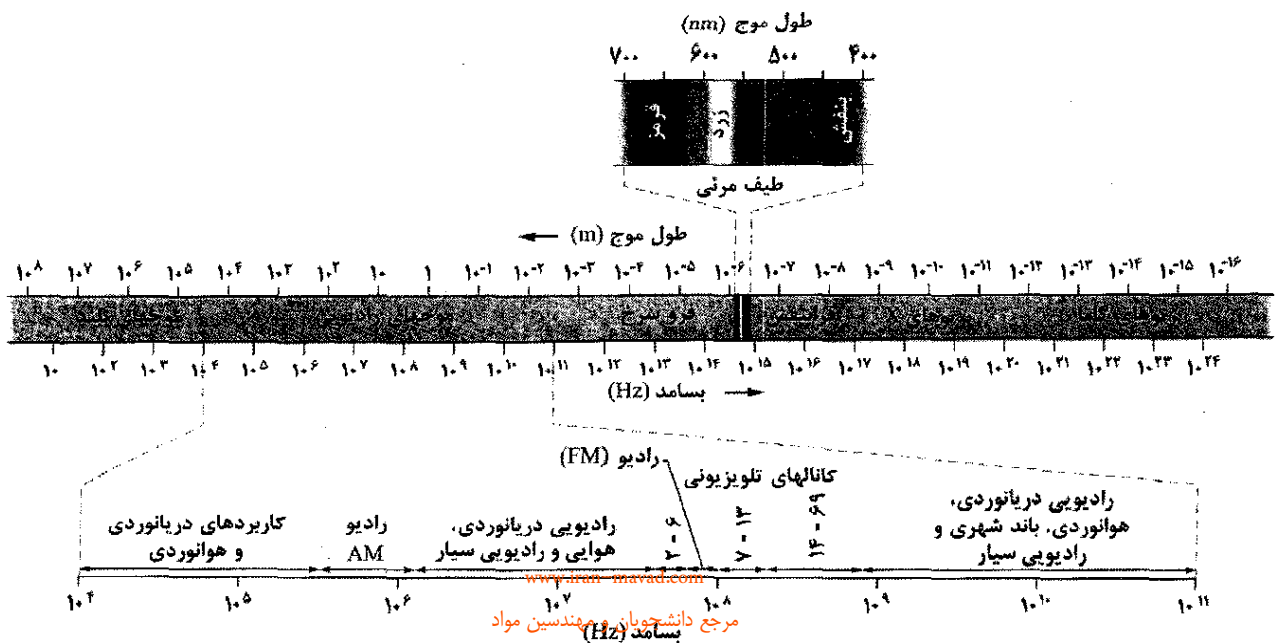
عصر اطلاعاتی که ما در آن زندگی می‌کنیم تقریباً به طور کامل بر پایه فیزیک موجهای الکترومغناطیسی استوار است. چه بخواهیم یا نخواهیم، به طور جهانی به وسیله تلویزیون، تلفن و غیره به هم مرتبط شده‌ایم. و باز چه بخواهیم یا نخواهیم، به وسیله فرستنده‌های تلویزیونی، رادیویی و تلفنی به طور مستمر در سیگنالهای آنها غوطه‌وریم.

اغلب این پردازشگرهای اطلاعاتی برای ارتباطات متقابل جهانی حتی توسط خیالباfterین مهندسان ۲۰ سال قبل نیز قابل تصور نبود. چالش مهندسان امروز این است که سعی کنند تا پیش‌بینی کنند که در ۲۰ سال دیگر ارتباطات جهانی به چه شکل خواهد بود. نقطه شروع برای برخورد با این چالش در درک اساس فیزیک موجهای الکترومغناطیسی است، که به شکلهای بسیار متفاوتی هستند که به طور شاعرانه به آنها رنگین کمان ماکسول گفته می‌شود.

## ۲۹-۲ رنگین کمان ماکسول

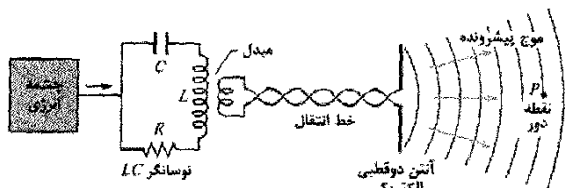
بزرگترین دستاورد جیمز کلارک ماکسول (فصل ۲۸ را ببینید) این بود که نشان داد یک باریکه نور عبارت است از یک موج در حال حرکت از میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یعنی یک موج الکترومغناطیسی، و به این ترتیب نورشناسی که به مطالعه نور مرنی می‌پردازد شاخه‌ای از الکترومغناطیس است. در این فصل از یک میدان به میدان دیگر می‌رویم: ما بحث خود را صرفاً به پدیده‌های الکتریکی و مغناطیسی محدود و شالوده نورشناسی را پی‌ریزی می‌کنیم.

در زمان ماکسول در میانه سالهای ۱۸۰۰ (میلادی) نور مرنی،



شکل ۲۹-۱ طیف موجهای الکترومغناطیسی

قرار می‌دهیم. برای ساده کردن موضوع، خود را محدود به ناحیه‌ای از طیف می‌کنیم (طول موج  $\lambda \approx 1\text{m}$ ) که در آن چشمه تابش (موجهای گسیل شده) هم ماکروسکوپی و هم دارای ابعاد منطقی است.



شکل ۲۹-۳ آرایشی برای تولید موج الکترومغناطیسی پیشرونده در ناحیه موج کوتاه رادیویی طیف: یک نوسانگر LC جریان سینوسی در آنتن به وجود می‌آورد که موج را ایجاد می‌کند. P نقطه دوری است که در آنجا آشکارساز می‌تواند موج پیشرونده‌ای را که عبور می‌کند نشان دهد.

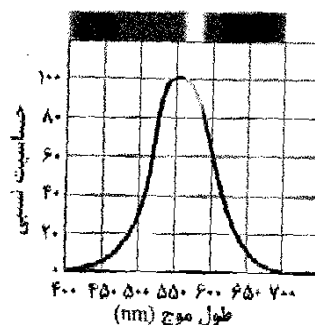
شکل ۲۹-۳ طرح کلی مولد چنین موجهایی را نشان می‌دهد. در قلب این مولد یک نوسانگر LC قرار دارد که نوسانهایی با بسامد زاویه‌ای  $\omega = \sqrt{1/LC}$  تولید می‌کنند. بارها و جریانهایی در این مدار، همان‌طور که در شکل ۲۹-۱ نشان داده شده است، با این بسامد به صورت سینوسی تغییر می‌کنند. یک چشمه خارجی - احتمالاً یک مولد  $ac$  - باید اضافه شود تا انرژی لازم برای جبران انرژی تلف شده به صورت گرما در مدار و همچنین انرژی هدر رفته به صورت تابش الکترومغناطیسی را تأمین کند.

نوسانگر LC در شکل ۲۹-۳ به وسیله یک مدل و یک خط انتقال به آنتنی که اساساً از دو میله رسانای باریک توپر تشکیل شده، جفت شده است. با این جفت شدگی، جریان متغیر سینوسی در نوسانگر باعث می‌شود که بار در امتداد میله آنتن با بسامد زاویه‌ای  $\omega$  نوسانگر LC به صورت سینوسی نوسان کند. جریان وابسته به این حرکت بار در میله‌ها نیز از نظر بزرگی و جهت با بسامد زاویه‌ای  $\omega$  تغییر می‌کند. آنتن دارای اثر یک دو قطبی الکتریکی است که گشتاور الکتریکی دو قطبی آن از نظر بزرگی و جهت در امتداد آنتن به صورت سینوسی تغییر می‌کند. چون بزرگی و جهت گشتاور دو قطبی تغییر می‌کند، میدان الکتریکی ایجاد شده توسط دو قطبی نیز از نظر جهت و بزرگی تغییر می‌کند. همچنین چون جریان تغییر می‌کند، بزرگی و جهت میدان مغناطیسی حاصل نیز تغییر می‌کند. البته، تغییرات در میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در هر نقطه به طور آبی اتفاق نمی‌افتد؛ بلکه، تغییرات با سرعت نور  $c$  از آنتن به سمت خارج حرکت می‌کند. تغییر میدانها با هم تشکیل یک موج الکترومغناطیسی را می‌دهد که با سرعت  $c$  از آنتن به سمت خارج منتشر می‌شود. بسامد زاویه‌ای این موج همان بسامد زاویه‌ای نوسانگر LC است.

ناحیه‌های خاصی از طیف الکترومغناطیسی در شکل ۲۹-۱ با اسامی آشنایی، نظیر پرتوهای  $x$  و موجهای رادیویی مشخص شده‌اند. این اسامی تقریباً گستره‌های طول موجی معینی را که در آنها انواع خاصی از چشمه‌ها و آشکارسازهای موجهای الکترومغناطیسی به کار می‌روند مشخص می‌کنند. ناحیه‌های دیگر شکل ۲۹-۱، مانند آنهایی که کانالهای تلویزیونی و رادیویی AM نامیده می‌شوند دارای نوارهای طول موجی معینی هستند که به وسیله قانون برای کارهای تجاری خاص یا سایر مقاصد مشخص شده‌اند. در طیف الکترومغناطیسی فاصله‌های جدایی وجود ندارد، و همه موجهای الکترومغناطیسی، بدون توجه به اینکه در کجای طیف واقع‌اند در فضای آزاد (خلاء) با سرعت یکسان  $c$  حرکت می‌کنند.

البته ناحیه مرئی طیف برای ما از اهمیت خاصی برخوردار است. شکل ۲۹-۲ حساسیت نسبی چشم انسان را به نور با طول موجهای متفاوت نشان می‌دهد. وسط ناحیه مرئی تقریباً  $555\text{nm}$  است که حساسیتی ایجاد می‌کند که زرد-سبز نامیده می‌شود.

حدود طیف مرئی به طور کامل مشخص نیست چون منحنی حساسیت چشم به طور مجانب در طول موجهای بلند و کوتاه به خط با حساسیت صفر میل می‌کند. اگر به طور اختیاری حدود را در طول موجهایی در نظر بگیریم که حساسیت چشم به ۱٪ مقدار بیشینه‌اش افت می‌کند، این حدود تقریباً ۴۳۰ و  $690\text{nm}$  هستند؛ با وجود این، اگر آنها به قدر کافی شدید باشند چشم می‌تواند طول موجهای قدری خارج از این محدوده را نیز ببیند.



شکل ۲۹-۲ حساسیت نسبی چشم به موجهای الکترومغناطیسی در طول موجهای متفاوت. این قسمت از طیف الکترومغناطیس که چشم نسبت به آن حساس است نور مرئی نامیده می‌شود.

## ۲۹-۳ موج الکترومغناطیسی پیشرونده، بررسی کیفی

برخی موجهای الکترومغناطیسی از جمله پرتوهای  $x$ ، پرتوهای گاما و نور مرئی از چشمه‌هایی در ابعاد اتمی و هسته‌ای تابش (گسیل) می‌شوند، جایی که فیزیک کوانتومی حاکم است. در اینجا چگونگی ایجاد موجهای الکترومغناطیسی را مورد بحث

می‌کند، به طوری که میدان الکتریکی در شکل ۲۹-۴ موازی محور  $y$  و میدان مغناطیسی موازی با محور  $z$  نوسان می‌کند، (البته با به کار بردن دستگاه مختصات راستگرد). حال می‌توانیم میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را به صورت تابعی سینوسی از مکان  $x$  (در امتداد مسیر حرکت موج) و زمان  $t$  بنویسیم

$$E = E_m \sin(kx - \omega t) \quad (1-29)$$

$$B = B_m \sin(kx - \omega t) \quad (2-29)$$

که در آنها  $E_m$  و  $B_m$  دامنه میدانها و  $\omega$  و  $k$  به ترتیب بسامد زاویه‌ای و عدد موج هستند. از این معادله‌ها متوجه می‌شویم که نه تنها این دو میدان تشکیل یک موج الکترومغناطیسی می‌دهند بلکه هر کدام میدان خودشان را نیز تشکیل می‌دهند. معادله ۲۹-۱ مؤلفه الکتریکی موج الکترومغناطیسی و معادله ۲۹-۲ مؤلفه مغناطیسی موج الکترومغناطیسی را به دست می‌دهند. همان‌طور که در زیر بحث خواهیم کرد، این دو مؤلفه نمی‌توانند به طور مستقل وجود داشته باشند.

می‌دانیم که تندی موج  $\omega/k$  است. البته، چون این یک موج الکترومغناطیسی است تندی آن (در خلأ) به جای  $v$  با نماد  $c$  داده می‌شود. در بخش بعد خواهیم دید که  $c$  دارای مقدار زیر است

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (3-29) \quad (\text{تندی موج})$$

که تقریباً برابر  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$  است. به عبارت دیگر

همه موجهای الکترومغناطیسی، از جمله نور مرئی، در خلأ دارای تندی یکسان  $c$  هستند.

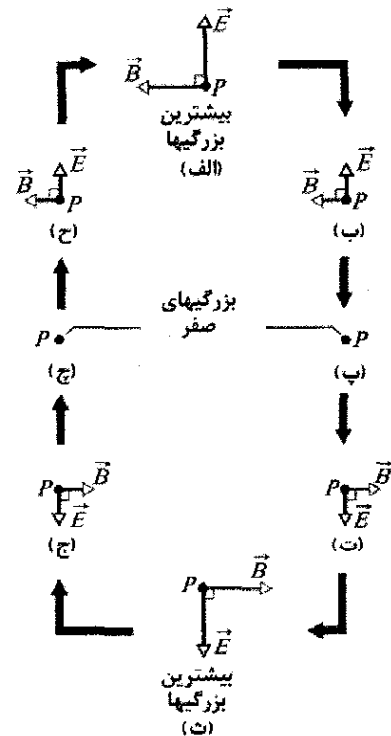
همچنین خواهیم دید که تندی موج  $c$  و دامنه میدانهای الکتریکی و مغناطیسی با رابطه زیر به هم مربوطاند

$$\frac{E_m}{B_m} = c \quad (4-29) \quad (\text{نسبت دامنه‌ها})$$

اگر معادله ۲۹-۱ را بر ۲۹-۲ تقسیم و سپس در معادله ۲۹-۴ قرار دهیم، در می‌یابیم که بزرگی میدانها در هر لحظه با رابطه زیر به هم مربوطاند

$$\frac{E}{B} = c \quad (5-29) \quad (\text{نسبت بزرگیها})$$

می‌توان موج الکترومغناطیسی را همانند شکل ۲۹-۵ الف با یک پرتو (یک خط جهت‌دار که جهت حرکت موج را نشان می‌دهد) یا با جبهه‌های موج (سطحهایی فرضی که روی آنها موج دارای بزرگی میدان الکتریکی یکسان است) یا هر دو نمایش داد. دو جبهه موج نشان داده شده در شکل ۲۹-۵ الف به اندازه یک طول موج  $\lambda (= 2\pi/k)$  از هم فاصله دارند. (موجهایی که تقریباً در یک جهت حرکت می‌کنند تشکیل یک باریکه می‌دهند، مانند باریکه لیزر، که می‌تواند با یک پرتو نمایش داده شود).



شکل ۲۹-۴ (الف) - (ح) تغییرات میدان الکتریکی  $\vec{E}$  و میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  در نقطه دور  $P$  در شکل ۲۹-۳ وقتی که یک طول موج از موج الکترومغناطیسی از آن می‌گذرد. در این شکل، موج مستقیماً به سمت خارج صفحه حرکت می‌کند. بزرگی و جهت این دو میدان به‌طور سینوسی تغییر می‌کنند. توجه کنید که آنها همواره بر یکدیگر و بر جهت حرکت موج عمودند.

شکل ۲۹-۴ نشان می‌دهد که میدان الکتریکی  $\vec{E}$  و میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  وقتی یک طول موج از موج از نقطه دوری مثل  $P$  در شکل ۲۹-۳ می‌گذرد چطور با زمان تغییر می‌کند؛ در هر قسمت از شکل ۲۹-۴، موج مستقیماً به سمت خارج از صفحه حرکت می‌کند. (ما این نقطه دور را چنان انتخاب می‌کنیم که در آنجا انحای موجهای نشان داده شده در شکل ۲۹-۴ قابل چشمپوشی باشند. در چنین نقطه‌هایی، موج را **موج تخت** می‌نامند و بحث درباره موج خیلی ساده‌تر می‌شود). به چند ویژگی کلیدی در شکل ۲۹-۴ توجه کنید؛ آنها بدون توجه به چگونگی ایجاد موج برقرارند:

- ۱- میدانهای الکتریکی و مغناطیسی  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  همواره بر جهت حرکت موج عمودند. بنابراین، موج یک **موج عرضی** است.
- ۲- میدان الکتریکی همواره بر میدان مغناطیسی عمود است.
- ۳- ضرب برداری  $\vec{E} \times \vec{B}$  همواره جهت حرکت موج را به دست می‌دهد.
- ۴- میدانها همواره به طور سینوسی تغییر می‌کنند، علاوه بر این، میدانها با بسامد یکسان تغییر می‌کنند و با یکدیگر همفاز (همگام) هستند.

با در نظر گرفتن این ویژگیها، می‌توانیم فرض کنیم که موج الکترومغناطیسی در جهت مثبت محور  $x$  به سمت  $P$  حرکت

تغییر می‌کند، در نتیجه یک میدان الکتریکی عمودی القا می‌کند (از طریق قانون القایش فارادی) که آن هم به طور سینوسی تغییر می‌کند. اما چون این میدان الکتریکی به طور سینوسی تغییر می‌کند، یک میدان مغناطیسی عمودی القا می‌کند (از طریق قانون القایش ماکسول) که این نیز به طور سینوسی تغییر می‌کند. این فرایند همین طور ادامه می‌یابد. دو میدان به طور پیوسته یکدیگر را از طریق القا ایجاد می‌کنند و حاصل این میدانهای متغیر سینوسی است که به صورت یک موج، یعنی موج الکترومغناطیسی حرکت می‌کند. بدون این نتیجه شگفت انگیز ما قادر به دیدن نبودیم، در واقع چون ما به موجهای الکترومغناطیسی گسیل شده از خورشید برای حفظ دمای زمین نیاز داریم، بدون این نتیجه نمی‌توانستیم حتی وجود داشته باشیم.

### عجیب‌ترین موج

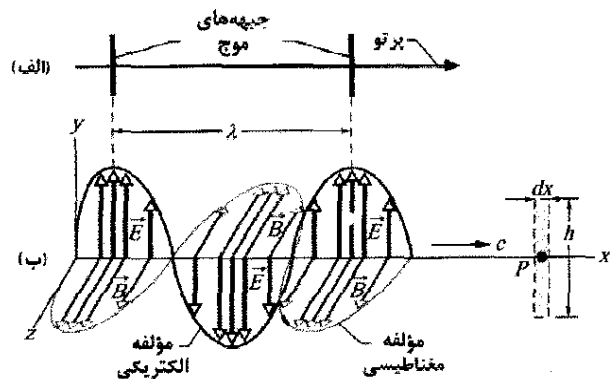
موجهایی که در فصلهای ۳۲ و ۳۳ بحث خواهیم کرد به محیطی (مادی) نیاز دارند که از میان آن یا در امتداد آن حرکت کنند. موجهایی خواهیم داشت که در امتداد ریزمان، در زمین و هوا حرکت می‌کنند. اما موج الکترومغناطیسی (مثل موج نوری یا نور) به طور عجیبی در این مورد متفاوت است و به محیطی برای حرکت نیاز ندارد. در واقع نور می‌تواند در محیطی مانند هوا یا شیشه حرکت کند، اما نور همچنین می‌تواند در میان فضای خلأ بین یک ستاره و زمین نیز حرکت کند.

وقتی نظریه نسبیت توسط اینشتین در ۱۹۰۵/۱۲۸۴ منتشر شد، مدتها پس از آن مورد پذیرش قرار گرفت و معلوم شد که تندی نور یک تندی خاص است. یک دلیل آن این بود که تندی نور بدون توجه به اینکه در کدام چارچوب مرجع اندازه‌گیری شود، دارای مقدار یکسانی است. اگر یک باریکه نوری در امتداد محوری ارسال شود و از چند ناظر که با تندیهای مختلف در امتداد آن محور، در جهت یا مخالف جهت نور در حرکت‌اند بخواهیم تندی نور را اندازه بگیرند همگی آنها تندی یکسانی را برای نور اندازه می‌گیرند. این یک نتیجه شگفت انگیز و کاملاً متفاوت با وقتی است که آنها تندی موج دیگری را اندازه بگیرند؛ برای موجهای دیگر تندی ناظر نسبت به موج در اندازه‌گیری مؤثر است.

امروزه متر به گونه‌ای تعریف شده که تندی نور (یا هر موج الکترومغناطیسی) در خلأ دارای مقدار دقیق زیر است

$$c = 299792458 \text{ m/s}$$

که می‌تواند به عنوان استاندارد متر به کار رود. اگر زمان حرکت یک تپ نوری از یک نقطه به نقطه دیگر را اندازه‌گیری کنیم، در واقع تندی نور را اندازه‌گیری نکرده‌ایم بلکه مسافت بین آن دو نقطه را اندازه‌گیری کرده‌ایم.



شکل ۲۹-۵ (الف) یک موج الکترومغناطیسی با یک پرتو و دو جبهه موج نمایش داده شده است؛ جبهه‌های موج به اندازه یک طول موج λ از هم فاصله دارند. (ب) همان موج در یک «تصویر لحظه‌ای» از میدان الکتریکی E و میدان مغناطیسی B آن در نقطه‌هایی روی محور x در امتدادی که موج با تندی c حرکت می‌کند نمایش داده شده است. وقتی موج از نقطه P می‌گذرد، میدانها مطابق شکل ۲۹-۴ تغییر می‌کنند. مؤلفه الکتریکی موج فقط شامل میدانهای الکتریکی و مؤلفه مغناطیسی موج فقط شامل میدانهای مغناطیسی است. مستطیل خط‌چین واقع در P در شکل ۲۹-۶ به کار برده شده است.

همچنین می‌توان موج را همانند شکل ۲۹-۵ ب که بردارهای میدان الکتریکی و مغناطیسی یک موج را در یک «تصویر لحظه‌ای» در یک لحظه معین نشان می‌دهد، نمایش داد. منحنیهایی که از نوک پیکانها می‌گذرند نوسانهای سینوسی داده شده با معادله‌های ۲۹-۱ و ۲۹-۲ را نمایش می‌دهند؛ مؤلفه‌های E و B همفاز، عمود بر هم و عمود بر جهت حرکت هستند.

توجیه شکل ۲۹-۵ ب به کمی دقت نیاز دارد. ترسیم مشابهی برای موج عرضی روی ریزمان کشیده که در فصل ۳۲ مورد بحث قرار خواهد گرفت جابه‌جایی قسمتهایی از ریزمان را به صورت بالا و پایین موقع عبور موج (چیزی که در واقع حرکت می‌کند) نشان می‌دهد. شکل ۲۹-۵ ب انتزاعی‌تر است. در لحظه نشان داده شده، میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در هر نقطه در امتداد محور x دارای بزرگیها و جهت‌های معینی (اما همواره عمود بر محور x) هستند. این کمیتهای برداری را با پیکانهایی برای هر نقطه نشان داده‌ایم، بنابراین، باید پیکانهایی با طولهای متفاوت که همه آنها به سمت دور از محور x باشند، شبیه خارهای روی ساقه گل رز، رسم کنیم. البته، پیکانها فقط مقادیرهای میدان را در نقطه‌هایی که روی محور x واقع‌اند، نمایش می‌دهند. نه پیکانها و نه منحنیهای سینوسی و همچنین پیکانهایی که نقطه‌های روی محور x را به نقطه‌های خارج از محور متصل می‌کنند، حرکت‌های جانبی چیزی را نمایش نمی‌دهند.

شکلهایی مانند شکل ۲۹-۵ ب ما کمک می‌کنند تا چیزی را که در واقع یک وضعیت پیچیده است، مجسم کنیم. ابتدا، میدان مغناطیسی را در نظر می‌گیریم. چون این میدان به طور سینوسی و مهندسی مواد

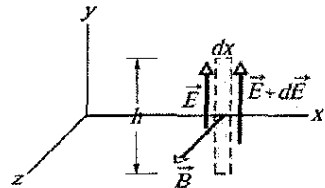


## ۴-۲۹ موج الکترومغناطیسی پیشرونده، بررسی کمی

اکنون معادله‌های ۳-۲۹ و ۴-۲۹ را به دست می‌آوریم و از آن مهتر القایش دوگانه میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را بررسی می‌کنیم که نور را به وجود می‌آورند.

### معادله ۴-۲۹ و میدان الکتریکی القایی

مستطیل خط‌چین با ابعاد  $dx$  و  $h$  در شکل ۶-۲۹ در نقطه  $P$  روی محور  $x$  و در صفحه  $xy$  قرار دارد (این مستطیل در سمت راست شکل ۵-۲۹ ب نشان داده شده است). در حین حرکت موج الکترومغناطیسی به سمت راست و عبور از مستطیل، شار مغناطیسی  $\Phi_B$  که از مستطیل می‌گذرد تغییر می‌کند و بنابر قانون القایش فارادی- میدانهای الکتریکی القایی در سراسر ناحیه مستطیل ظاهر می‌شوند.  $\vec{E}$  و  $\vec{E} + d\vec{E}$  را میدانهای القایی در امتداد دو طول مستطیل در نظر می‌گیریم. این میدانهای الکتریکی در واقع مؤلفه الکتریکی موج الکترومغناطیسی هستند.



شکل ۶-۲۹ در حین حرکت موج الکترومغناطیسی به سمت راست و عبور از نقطه  $P$  در شکل ۵-۲۹ ب، تغییر سینوسی میدان مغناطیسی که از مستطیل واقع در نقطه  $P$  می‌گذرد در امتداد مستطیل میدانهای الکتریکی ایجاد می‌کند. در لحظه نشان داده شده، بزرگی  $\vec{B}$  در حال کاهش است و بنابراین، بزرگی میدان الکتریکی القایی در سمت راست مستطیل بزرگتر از سمت چپ آن است.

حال توجه خود را به منحنی مؤلفه میدان مغناطیسی دور از محور  $z$  در قسمت سایه‌دار در شکل ۵-۲۹ ب معطوف می‌کنیم. میدانهای الکتریکی القایی را در لحظه‌ای که این بخش از مؤلفه مغناطیسی از مستطیل می‌گذرد در نظر می‌گیریم. درست در این لحظه، میدان مغناطیسی که از مستطیل می‌گذرد در جهت مثبت محور  $z$  بوده و بزرگی آن در حال کاهش است (بزرگی این مؤلفه درست پیش از رسیدن به ناحیه سایه‌دار بزرگتر بوده است). چون میدان مغناطیسی در حال کاهش است، شار مغناطیسی  $\Phi_B$  که از مستطیل می‌گذرد نیز در حال کاهش است. بنابر قانون فارادی، این تغییر شار با میدانهای الکتریکی القایی مخالفت می‌کند و باعث می‌شود که یک میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  در جهت مثبت  $z$  ایجاد شود.

بنابر قانون لنز، این بدان معناست که اگر محدوده مستطیل را یک حلقه رسانا در نظر بگیریم، باید یک جریان القایی یاد ساعتگرد در آن ظاهر شود. البته، در آنجا حلقه رسانایی وجود ندارد؛ اما این تحلیل نشان می‌دهد که بردارهای میدان الکتریکی

القایی  $\vec{E}$  و  $\vec{E} + d\vec{E}$  در واقع مطابق شکل ۶-۲۹ سمتگیری کرده‌اند و بزرگی  $\vec{E} + d\vec{E}$  از بزرگی  $\vec{E}$  بیشتر است. به بیان دیگر، میدان الکتریکی القایی خالص دور مستطیل به صورت پادساعتگرد اثر نمی‌کند.

حال قانون القایش فارادی را به صورت پاد ساعتگرد دور مستطیل شکل ۶-۲۹ به کار می‌بریم

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (۶-۲۹)$$

قسمت بالا و پایین مستطیل سهمی در انتگرال ندارند، چون  $\vec{E}$  و  $d\vec{s}$  در آنجا بر هم عمودند. پس انتگرال دارای مقدار زیر است

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = (E + dE)h - Eh = h dE \quad (۷-۲۹)$$

شار  $\Phi_B$  که از این مستطیل می‌گذرد برابر است با

$$\Phi_B = (B)(h dx) \quad (۸-۲۹)$$

که در آن  $B$  بزرگی میانگین  $\vec{B}$  درون مستطیل و  $h dx$  مساحت مستطیل است. مشتق‌گیری از معادله ۸-۲۹ نسبت به زمان به دست می‌دهد

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = h dx \frac{dB}{dt} \quad (۹-۲۹)$$

اگر معادله‌های ۷-۲۹ و ۹-۲۹ را در معادله ۶-۲۹ قرار دهیم، خواهیم داشت

$$h dE = -h dx \frac{dB}{dt}$$

یا

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{dB}{dt} \quad (۱۰-۲۹)$$

در واقع، هم  $B$  و هم  $E$  بنابر معادله‌های ۱-۲۹ و ۲-۲۹ تابعی از دو متغیر  $x$  و  $t$  هستند. البته، در محاسبه  $dE/dx$  باید فرض کنیم که  $t$  ثابت است چون شکل ۶-۲۹ یک «تصویر لحظه‌ای» است. همچنین، در محاسبه  $dB/dt$  باید  $x$  را ثابت در نظر بگیریم زیرا آهنگ زمانی تغییر  $B$  در یک نقطه مشخص، مانند نقطه  $P$  در شکل ۵-۲۹ ب مورد بحث است. در این شرایط مشتقها، مشتق جزئی هستند و باید معادله ۱۰-۲۹ به صورت زیر نوشته شود

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (۱۱-۲۹)$$

علامت منها در این معادله مناسب و لازم است چون اگر چه در شکل ۶-۲۹ در محل مستطیل  $E$  با  $x$  زیاد می‌شود، اما  $B$  با  $t$  کاهش می‌یابد. از معادله ۱-۲۹ داریم

$$\frac{\partial E}{\partial x} = k E_m \cos(kx - \omega t)$$

و از معادله ۲-۲۹ داریم

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\omega B_m \cos(kx - \omega t)$$

معادله ۱۱-۲۹ به صورت زیر درمی‌آید [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com)

$$k E_m \cos(kx - \omega t) = \omega B_m \cos(kx - \omega t) \quad (۱۲-۲۹)$$

مرجع دانشجویان و مهندسان مواد

شار  $\Phi_E$  که از مستطیل می‌گذرد برابر است با

$$\Phi_E = (E)(hdx) \quad (۱۶-۲۹)$$

که در آن  $E$  میانگین بزرگی  $\vec{E}$  داخل مستطیل است. با مشتق‌گیری از معادله ۱۶-۲۹ نسبت  $t$  داریم

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = hdx \frac{dE}{dt}$$

اگر این معادله و معادله ۱۵-۲۹ را در معادله ۱۴-۲۹ قرار دهیم، داریم

$$-h dB = \mu_0 \epsilon_0 (hdx \frac{dE}{dt})$$

یا مثل قبل که برای معادله ۱۱-۲۹ انجام دادیم، با تغییر به نمادگذاری با مشتق جزئی، داریم

$$-\frac{\partial B}{\partial x} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (۱۷-۲۹)$$

دوباره، علامت منها در این معادله ضروری است، چون اگرچه  $B$  بر حسب  $x$  در نقطه  $P$  در مستطیل شکل ۷-۲۹ در حال افزایش است اما  $E$  بر حسب  $t$  در حال کاهش است. با به کار بردن معادله‌های ۱-۲۹ و ۲-۲۹، محاسبه ۱۷-۲۹ به رابطه زیر منجر می‌شود

$$-kB_m \cos(kx - \omega t) = -\mu_0 \epsilon_0 \omega E_m \cos(kx - \omega t)$$

که آن را می‌توان به صورت زیر نوشت

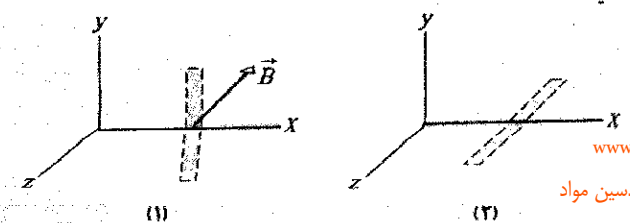
$$\frac{E_m}{B_m} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0 (\omega/k)} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0 c}$$

ترکیب این معادله و معادله ۱۳-۲۹ بلافاصله به رابطه زیر می‌انجامد

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (\text{تندی موج}) \quad (۱۸-۲۹)$$

که دقیقاً همان معادله ۳-۲۹ است.

**نکته واریسی ۱** میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  که از مستطیل شکل ۶-۲۹ می‌گذرد در اینجا در لحظه متفاوتی در قسمت ۱ شکل نشان داده شده است؛  $\vec{B}$  در صفحه  $xz$  و موازی محور  $z$  قرار دارد و بزرگی آن در حال افزایش است. (الف) با ترسیم میدانهای الکتریکی القایی و مشخص کردن جهت و بزرگی آنها (نظیر شکل ۶-۲۹) قسمت ۱ را کامل کنید. (ب) برای همان لحظه، با ترسیم میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی قسمت ۲ شکل را کامل کنید. همچنین، میدانهای مغناطیسی القایی را با مشخص کردن جهت و بزرگی آنها (نظیر شکل ۷-۲۹) رسم کنید.



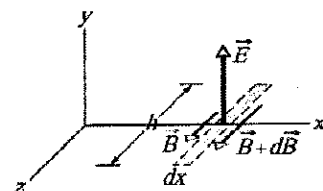
برای یک موج پیشرونده، نسبت  $\omega/k$  تندی آن است که آن را  $c$  می‌نامیم. بنابراین، معادله ۱۲-۲۹ به صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{E_m}{B_m} = c \quad (\text{نسبت دامنه}) \quad (۱۳-۲۹)$$

که همان معادله ۴-۲۹ است.

### معادله ۲۹-۳ و میدان مغناطیسی القایی

شکل ۷-۲۹ مستطیل خط‌چین دیگری را در نقطه  $P$  از شکل ۵-۲۹ ب نشان می‌دهد؛ این مستطیل در صفحه  $xz$  واقع است. وقتی موج الکترومغناطیسی به سمت راست حرکت و از این مستطیل جدید عبور می‌کند، شار الکتریکی  $\Phi_E$  که از مستطیل می‌گذرد تغییر می‌کند و- بنابر قانون القایش ماکسول - میدانهای مغناطیسی القایی در سراسر مستطیل ظاهر می‌شود. این میدانهای مغناطیسی القایی در واقع مؤلفه مغناطیسی موج الکترومغناطیسی هستند.



شکل ۷-۲۹ تغییرات سینوسی میدان الکتریکی که از مستطیل واقع در نقطه  $P$  (که نشان داده نشده است) در شکل ۵-۲۹ می‌گذرد، میدانهای مغناطیسی در امتداد مستطیل القا می‌کند. لحظه نشان داده شده همان لحظه شکل ۶-۲۹ است: بزرگی  $E$  کاهش می‌یابد و بزرگی میدان مغناطیسی القا شده در طرف راست مستطیل از طرف چپ بزرگتر است.

از شکل ۵-۲۹ ب می‌بینیم که در لحظه انتخاب شده برای میدان مغناطیسی در شکل ۶-۲۹، میدان الکتریکی که از مستطیل می‌گذرد در جهت نشان داده شده در شکل ۷-۲۹ است. یادآوری می‌کنیم که در لحظه انتخاب شده، میدان مغناطیسی در شکل ۶-۲۹ در حال کاهش است. چون دو میدان همفازند، میدان الکتریکی در شکل ۷-۲۹ باید در حال کاهش بوده و بنابراین، شار الکتریکی  $\Phi_E$  که از مستطیل می‌گذرد نیز باید در حال کاهش باشد. با به کار بردن همان استدلال به کار رفته برای شکل ۶-۲۹، می‌بینیم که تغییر شار الکتریکی  $\Phi_E$ ، میدان مغناطیسی با بردارهای  $\vec{B}$  و  $\vec{B} + d\vec{B}$  القا می‌کند که به ترتیب نشان داده در شکل ۷-۲۹ سمتگیری دارند و  $\vec{B} + d\vec{B}$  بزرگتر از  $\vec{B}$  است.

اکنون، در حالی که مستطیل خط‌چین را به طور پاد ساعتگرد دور می‌زنیم، قانون القایش ماکسول را به کار می‌بریم

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (۱۴-۲۹)$$

در انتگرال فقط طولهای مستطیل سهم‌اند که مقدار آن برابر است با

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = -(B + dB)h + Bh = -h dB \quad (۱۵-۲۹)$$

## ۲۹-۵ انتقال انرژی و بردار پوین تینگ

همه کسانی که حمام آفتاب می‌گیرند می‌دانند که موجهای الکترومغناطیسی می‌توانند انرژی منتقل کنند و به جسمی که روی آن می‌تابند تحویل دهند. آهنگ انتقال انرژی بر یکای مساحت توسط این موجها به وسیله بردار  $\vec{S}$  بیان می‌شود که به احترام جان هنری پوین تینگ<sup>۱</sup> (۱۸۵۲-۱۹۱۴/۱۲۳۱-۱۲۹۳) که برای اولین بار خواص آن را شرح داد بردار پوین تینگ نامیده شده است.  $\vec{S}$  به این صورت تعریف می‌شود

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (\text{بردار پوین تینگ}) \quad (29-19)$$

بزرگی  $S$  به آهنگی مربوط است که انرژی به وسیله موج از یکای سطح در هر لحظه (isnt) عبور می‌کند

$$S = \left( \frac{\text{توان}}{\text{مساحت}} \right)_{\text{inst}} = \left( \frac{\text{زمان / انرژی}}{\text{مساحت}} \right)$$

از این رابطه درمی‌یابیم که یکای  $SI$  بردار  $\vec{S}$  وات بر متر مربع ( $W/m^2$ ) است.

جهت بردار پوین تینگ  $\vec{S}$  یک موج الکترومغناطیسی در هر نقطه جهت حرکت موج و جهت انتقال انرژی در آن نقطه را به دست می‌دهد.

چون  $\vec{E}$  و  $B$  در یک موج الکترومغناطیسی بر هم عمودند بزرگی  $\vec{E} \times \vec{B}$  برابر  $EB$  است. پس بزرگی  $\vec{S}$  برابر است با

$$S = \frac{1}{\mu_0} EB \quad (29-21)$$

که در آن  $S$ ،  $E$  و  $B$  مقدارهای لحظه‌ای هستند.  $E$  و  $B$  چنان نزدیک به هم جفت شده‌اند که کافی است ما فقط با یکی از آنها کار کنیم؛ عمده‌ما  $E$  را انتخاب می‌کنیم چون اغلب وسایلی که برای آشکارسازی موجهای الکترومغناطیسی مورد استفاده قرار می‌گیرند با مؤلفه الکتریکی موج سروکار دارند نه مؤلفه مغناطیسی آن. بنابراین، با به کار بردن  $B = E/c$  از معادله ۲۹-۵ می‌توانیم معادله ۲۹-۲۱ را به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$S = \frac{1}{c\mu_0} E^2 \quad (29-22) \quad (\text{آهنگ انتشار انرژی لحظه‌ای})$$

با قراردادن  $E = E_m \sin(kx - \omega t)$  در معادله ۲۹-۲۲ می‌توانیم معادله‌ای برای آهنگ انتقال انرژی به صورت تابعی از زمان به دست آوریم. ولی، انتقال انرژی میانگین در زمان در عمل سودمندتر است، و لازم است برای آن مقدار میانگین زمانی  $\overline{S}$  نوشته می‌شود و شدت  $I$  موج نیز نامیده می‌شود به دست آوریم. از معادله ۲۹-۲۰ شدت برابر است با

$$I = S_{\text{avg}} = \left( \frac{\text{زمان / انرژی}}{\text{مساحت}} \right)_{\text{avg}} = \left( \frac{\text{توان}}{\text{مساحت}} \right)_{\text{avg}} \quad (29-23)$$

از معادله ۲۹-۲۲ درمی‌یابیم که

$$I = S_{\text{avg}} = \frac{1}{c\mu_0} [E]_{\text{avg}} = \frac{1}{c\mu_0} [E_m^2 \sin^2(kx - \omega t)]_{\text{avg}} \quad (29-24)$$

در یک چرخه کامل، مقدار میانگین  $\sin^2 \theta$  برای هر متغیر زاویه‌ای  $\theta$  برابر  $\frac{1}{2}$  است (به شکل ۲۷-۱۴ نگاه کنید). افزون بر این، کمیت جدید  $E_{\text{rms}}$ ، جذر میانگین مربعی مقدار میدان الکتریکی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$E_{\text{rms}} = \frac{E}{\sqrt{2}} \quad (29-25)$$

سپس می‌توانیم معادله ۲۹-۲۴ را به صورت زیر بنویسیم

$$I = \frac{1}{c\mu_0} E_{\text{rms}}^2 \quad (29-26)$$

چون  $E = cB$  و  $c$  عدد بسیار بزرگی است می‌توان نتیجه گرفت که انرژی وابسته به میدان الکتریکی خیلی بزرگتر از انرژی وابسته به میدان مغناطیسی است. این نتیجه‌گیری درست نیست؛ دو انرژی دقیقاً برابرند. برای نشان دادن این مطلب، با معادله ۲۱-۲۵ شروع می‌کنیم که چگالی انرژی  $u (= \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2)$  را در میدان الکتریکی به دست می‌دهد. پس از قراردادن  $CB$  به جای  $E$  می‌توان نوشت

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 (cB)^2$$

حال اگر  $c$  را از معادله ۲۹-۳ قرار دهیم، داریم

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} B^2 = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

اما معادله ۲۶-۵۴ حاکی از آن است که  $B^2 / 2\mu_0$  چگالی انرژی  $u_B$  میدان مغناطیسی است، پس مشاهده می‌کنیم که در همه جای موج الکترومغناطیسی  $u_E = u_B$  است.

### تغییرات شدت با فاصله

چگونگی تغییر شدت با فاصله از یک چشمه واقعی تابش الکترومغناطیسی اغلب پیچیده است - به ویژه وقتی چشمه (نظیر نورافکن گردان در فیلمهای سینمایی اولیه) تابش را در جهت خاصی بتاباند. البته، در برخی وضعیتهای می‌توانیم فرض کنیم که چشمه یک چشمه نقطه‌ای است که نور را به طور همسانگرد، یعنی با شدت مساوی در همه جهتها گسیل می‌دارد. مقطع جبهه‌های موج کروی در حال گسترش از چنین چشمه نقطه‌ای همسانگرد  $S$  در یک لحظه خاص در شکل ۲۹-۸ نشان داده شده است.

حال فرض می‌کنیم که انرژی موجهای انتشار یافته از این چشمه پایستار باشد. همچنین، فرض می‌کنیم که مرکز یک کره

۲- چون چشمه خیلی دور است و نور به طور یکسان در تمام جهتها گسیل می‌شود، شدت  $I$  در هر فاصله  $r$  از چشمه با معادله ۲۷-۲۹  $I = \left( \frac{P_s}{4\pi r^2} \right)$  داده می‌شود.

۳- بزرگی میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی در هر لحظه و در هر نقطه از موج با معادله ۵-۲۹  $(E/B=c)$  به تندی نور  $c$  به هم مرتبط‌اند. بنابراین، مقدارهای rms این میدانها نیز با معادله ۵-۲۹ به هم مربوط‌اند.

میدان الکتریکی: وقتی دو نکته اولی را با هم در نظر بگیریم، داریم

$$I = \frac{P_s}{4\pi r^2} = \frac{E_{rms}^2}{c\mu_0}$$

$$E_{rms} = \sqrt{\frac{P_s c \mu_0}{4\pi r^2}}$$

با قرار دادن  $P_s = (2/2 \times 10^3)(3/90 \times 10^{26} \text{ W})$ ،  $r = 431 \text{ ly} = 4/08 \times 10^{18} \text{ m}$

$$E_{rms} = 1/24 \times 10^{-2} \text{ V/m} \approx 1/2 \text{ mV/m} \quad (\text{پاسخ})$$

میدان مغناطیسی: از معادله ۵-۲۹، می‌توان نوشت

$$B_{rms} = \frac{E_{rms}}{c} = \frac{1/24 \times 10^{-2} \text{ V/m}}{3/00 \times 10^8 \text{ m/s}} = 4/1 \times 10^{-12} \text{ T} = 4/1 \text{ pT}$$

میدانها را نمی‌توان مقایسه کرد؛ توجه کنید که  $E_{rms} (= 1/2 \text{ mV/m})$  در مقیاس آزمایشگاههای استاندارد کوچک است، اما  $B_{rms} (= 4/1 \text{ pT})$  کاملاً کوچک است. این اختلاف به این توضیح کمک می‌کند که چرا اغلب وسایل مربوط به آشکارسازی و اندازه‌گیری موجهای الکترومغناطیسی طوری طراحی شده‌اند که به مؤلفه الکتریکی موج حساس هستند. ولی این اشتباه است که بگوییم مؤلفه الکتریکی موج الکترومغناطیسی «قویتر» از مؤلفه مغناطیسی است. دو کمیت را که با یکاهای مختلف اندازه‌گیری می‌شوند نمی‌توانید با هم مقایسه کنید. همان‌طور که دیدیم مؤلفه‌های الکتریکی و مغناطیسی تا وقتی از نظر انتشار موج مورد نظر هستند اساساً مساوی هستند چون میانگین انرژی آنها که قابل مقایسه است، مساوی‌اند.

## ۲۹-۶ فشار تابشی

موجهای الکترومغناطیسی هم اندازه حرکت خطی و هم انرژی

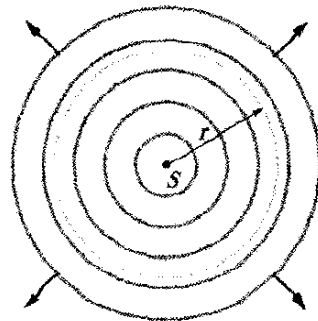
دارند. این بدان معناست که با تابانیدن نور روی یک جسم

می‌تواند به آن فشار - فشار تابشی - وارد کرد. البته، فشار باید مرجع دانشجویان و مهندسان باشد.  $I$  به شدت  $I$  مربوط است.  $(I = E_{rms}^2 / c\mu_0)$  ۲۶-۲۹

فرضی به شعاع  $r$  به ترتیب نشان داده شده در شکل ۸-۲۹ روی چشمه باشد. همه انرژی گسیل شده توسط چشمه باید از این کره بگذرد. بنابراین، آهنگی که انرژی با آن به وسیله تابش از کره عبور می‌کند باید با آهنگی که با آن انرژی از چشمه گسیل می‌شود؛ یعنی توان  $P_s$  چشمه برابر باشد. پس، شدت  $I$  در کره از معادله ۲۳-۲۹، باید برابر باشد با

$$I = \frac{\text{توان}}{\text{مساحت}} = \frac{P_s}{4\pi r^2} \quad (27-29)$$

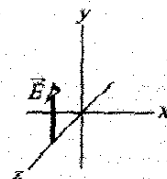
که در آن  $4\pi r^2$  مساحت کره است. معادله ۲۷-۲۹ حاکی از آن است که شدت تابش الکترومغناطیسی از یک چشمه نقطه‌ای همسانگرد با مربع فاصله  $r$  از چشمه کاهش می‌یابد.



شکل ۸-۲۹ یک چشمه نقطه‌ای  $S$  موجهای الکترومغناطیسی را به طور یکنواخت در همه جهتها گسیل می‌کند. جبهه‌های موج کروی از کره فرضی به شعاع  $r$  و هم مرکز با  $S$  می‌گذرند.

## نکته وارسی ۲ شکل میدان الکتریکی یک موج

الکترومغناطیسی را در یک نقطه معین و زمان معین به دست می‌دهد. موج در حال انتقال انرژی در جهت  $z$  منفی است. میدان مغناطیسی موج در این نقطه و این لحظه در کدام جهت است؟



## مسئله نمونه ۲۹-۱

وقتی به ستاره شمال (قطبی) نگاه می‌کنید، نوری که دریافت می‌کنید از ستاره‌ای در فاصله  $431 \text{ ly}$  است و آهنگ گسیل انرژی آن  $2/2 \times 10^3$  برابر آهنگ گسیل انرژی خورشید است.  $(P_{\text{sun}} = 3/90 \times 10^{26} \text{ W})$  با چشمپوشی از جذب جوی، مقدارهای rms میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را وقتی که نور به شما می‌رسد، حساب کنید.

## نکته‌های کلیدی

۱- مقدار rms، میدان الکتریکی  $E_{rms}$ ، در نور با معادله

۲۶-۲۹  $(I = E_{rms}^2 / c\mu_0)$  به شدت  $I$  مربوط است. مرجع دانشجویان و مهندسان

اگر انرژی کاملاً جذب شود، آنگاه معادله ۲۹-۲۸ حاکی از آن است که  $\Delta p = IA\Delta t/c$  و از معادله ۲۹-۳۰، بزرگی نیروی وارد بر مساحت  $A$  برابر است با

$$F = \frac{IA}{c} \quad (29-32) \quad (\text{جذب کامل})$$

به همین ترتیب، اگر نور تابشی کاملاً در امتداد مسیر اولیه‌اش به عقب بازتابیده شود، معادله ۲۹-۲۹ حاکی از آن است که  $\Delta p = 2IA\Delta t/c$  و از معادله ۲۹-۳۰ داریم

$$F = \frac{2IA}{c} \quad (29-33) \quad (\text{بازتاب کامل برگشتی در امتداد مسیر})$$

اگر قسمتی از تابش جذب و قسمت دیگر بازتابیده شود، بزرگی نیروی وارد بر مساحت  $A$  بین مقدارهای  $IA/c$  و  $2IA/c$  خواهد بود.

نیروی وارد بر یکای مساحت جسم بر اثر تابش، فشار تابشی  $P_r$  است. می‌توان آن را برای وضعیت معادله‌های ۲۹-۳۲ و ۲۹-۳۳ با تقسیم دو طرف هر یک از معادله‌ها بر  $A$  به دست آورد. داریم

$$p_r = \frac{I}{c} \quad (29-34) \quad (\text{جذب کامل})$$

و

$$p_r = \frac{2I}{c} \quad (29-35) \quad (\text{بازتاب کامل برگشتی در امتداد مسیر})$$

دقت کنید که نماد  $p_r$  برای فشار تابشی را با نماد  $p$  برای اندازه حرکت اشتباه نگیرید.

پیشرفت فناوری لیزر به پژوهشگران این فرصت را داده است تا با فشارهای تابشی خیلی بزرگتر از مثلاً فشار تابشی بر اثر لامپ فلاش عکاسی، دست یابند. دلیل این امر آن است که باریکه نور لیزر - بر خلاف باریکه نور از یک لامپ رشته‌ای کوچک - می‌تواند در لکه ظریفی با قطر فقط چند طول موج متمرکز شود. این مطلب امکان رساندن انرژی خیلی زیاد به جسمهای کوچک واقع در آن لکه را فراهم می‌آورد.

✓ **نکته واریسی ۳** نوری با شدت یکنواخت به طور عمود به سطح جذب کننده کاملی می‌تابد و تمام سطح را روشن می‌کند. اگر مساحت سطح کاهش یابد آیا (الف) فشار تابشی و (ب) نیروی تابشی وارد بر سطح افزایش می‌یابد یا کاهش یکسان باقی می‌ماند؟

## ۲۹-۷ قطبش

آنتنهای تلویزیونی VHF<sup>۱</sup> (پسامد خیلی بالا) در انگلستان به طور قائم سمتگیری شده‌اند، ولی این آنتن‌ها در آمریکای شمالی افقی‌اند. اختلاف به خاطر جهت نوسان موجهای الکترومغناطیسی حامل سیگنالهای تلویزیونی است. در انگلستان، وسایل انتقال به

خیلی کوچک باشد چون برای مثال وقتی دوربین عکاسی برای گرفتن عکس فلاش می‌زند آن را احساس نمی‌کنیم (که خیلی خوب است چون در غیر این صورت فلاش عکاسی می‌توانست مانند یک ضربه مشت باشد).

جهت یافتن عبارتی برای فشار، باریکه‌ای از یک تابش الکترومغناطیسی - برای مثال، نور - را برای یک بازه زمانی  $\Delta t$  به جسمی می‌تابانیم. علاوه بر این، فرض می‌کنیم که جسم آزاد است که حرکت کند و اینکه تابش کاملاً به وسیله جسم جذب (دریافت) می‌شود. این بدان معناست که در طی بازه  $\Delta t$ ، جسم انرژی  $\Delta U$  را از تابش کسب می‌کند. ماکسول نشان داد که جسم اندازه حرکت خطی نیز به دست می‌آورد. بزرگی  $\Delta p$  تغییر اندازه حرکت جسم با رابطه زیر به تغییر انرژی  $\Delta U$  مربوط است

$$\Delta p = \frac{\Delta U}{c} \quad (29-28) \quad (\text{جذب کامل})$$

که در آن  $c$  تندی نور است. جهت تغییر اندازه حرکت جسم، جهت باریکه فرودی (تابشی) است که جسم جذب می‌کند. تابش به جای اینکه جذب شود می‌تواند به وسیله جسم بازتابیده شود؛ یعنی، وقتی تابش از جسم وا می‌جهد می‌تواند به جهت جدیدی فرستاده شود. اگر تابش به طور کامل به عقب و در امتداد مسیر اولیه‌اش بازتابیده شود، بزرگی تغییر اندازه حرکت جسم دو برابر مقدار داده شده بالا یا برابر است با

$$\Delta p = \frac{2\Delta U}{c} \quad (29-29) \quad (\text{بازتاب کامل برگشتی در امتداد مسیر})$$

به همین ترتیب، وقتی یک توپ تنیس کاملاً کشسان از جسمی وامی‌جهد، تغییر اندازه حرکت جسم دو برابر وقتی است که به وسیله یک توپ کاملاً غیر کشسان (مثل گلوله‌ای از بتونه خیس) با جرم و سرعت یکسان ضربه می‌خورد. اگر قسمتی از تابش فرودی جذب و قسمتی دیگر بازتابیده شود، تغییر اندازه حرکت جسم بین  $\Delta U/c$  و  $2\Delta U/c$  است.

از قانون دوم نیوتون در شکل اندازه حرکتش (بخش ۹-۴)، می‌دانیم که تغییر در اندازه حرکت و نیرو با رابطه زیر به هم مربوط‌اند

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad (29-30)$$

برای یافتن عبارتی برای نیروی وارده توسط تابش بر حسب شدت  $I$  تابش، ابتدا در نظر می‌گیریم که شدت برابر است با

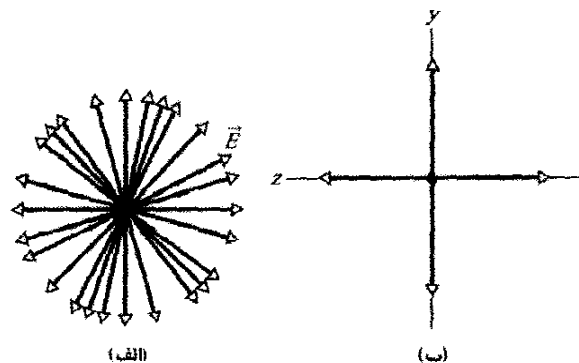
$$I = \frac{\text{زمان / انرژی}}{\text{مساحت}} = \frac{\text{توان}}{\text{مساحت}}$$

حال، فرض می‌کنیم سطح مسطحی به مساحت  $A$ ، که بر مسیر تابش عمود است جلوی تابش را بگیرد. در بازه زمانی  $\Delta t$ ، انرژی تابیده شده به سطحی به مساحت  $A$  برابر است با

$$\Delta U = IA\Delta t \quad (29-31)$$

زمانی نمایش دهیم، رسم ساده‌ای از یک پیکان دوسر تنها نظیر شکل ۲۹-۹ بخواهیم داشت و در عوض پیکانهای دوسر درهم برهمی مشابه شکل ۲۹-۱۰ الف خواهیم داشت.

در اصل، می‌توان این درهم برهمی را با تجزیه هر میدان الکتریکی شکل ۲۹-۱۰ الف به مؤلفه‌های  $y$  و  $z$  ساده کرد. در این صورت، وقتی موج عبور می‌کند مؤلفه  $y$  خالص موازی محور  $y$  و مؤلفه  $z$  خالص موازی محور  $z$  نوسان می‌کند. در نتیجه، می‌توان نور ناقطیده را مطابق شکل ۲۹-۱۰ ب با یک زوج پیکان دو سر نشان داد. پیکان دو سر در امتداد محور  $y$  بیانگر نوسانهای مؤلفه  $y$  خالص میدان الکتریکی و پیکان دو سر در امتداد محور  $z$  بیانگر نوسانهای مؤلفه  $z$  خالص میدان الکتریکی است. با انجام تمام اینها، ما نور ناقطیده را به صورت برهم نهی دو موج قطبیده در نظر می‌گیریم که صفحه نوسان آنها برهم عمودند - یک صفحه شامل محور  $y$  و صفحه دیگر شامل محور  $z$  است. یک دلیل برای این تغییر این است که رسم شکل ۲۹-۱۰ ب خیلی ساده‌تر از رسم شکل ۲۹-۱۰ الف است.



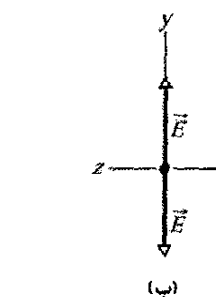
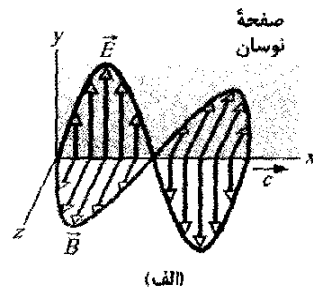
شکل ۲۹-۱۰ (الف) نور ناقطیده از موجهایی با میدانهای الکتریکی کاتوره‌ای تشکیل شده است. در اینجا همه موجها در امتداد محور یکسانی، به سمت خارج صفحه کاغذ، حرکت می‌کنند و همگی دامنه  $E$  یکسانی دارند. (ب) روش دیگر نمایش نور ناقطیده نور حاصل از برهم نهی دو موج قطبیده است که صفحه نوسان آنها برهم عمودند.

می‌توان با شکلهایی مشابه، نور قطبیده جزئی را نمایش داد (نوری که نوسانهای میدان آن نه مطابق شکل ۲۹-۱۰ الف کاملاً کاتوره‌ای‌اند و نه مطابق شکل ۲۹-۹ ب موازی یک محور واحد قرار دارند). برای این وضعیت می‌توانیم یکی از پیکانهای دوسر عمودی را بلندتر از پیکان دیگر رسم کنیم.

می‌توانیم با عبور نور مرئی ناقطیده از یک ورقه قطبیده، مطابق شکل ۲۹-۱۱ نور را قطبیده کنیم. چنین ورقه‌هایی از نظر تجاری پلاروید یا پالایه‌های پولاروید نامیده می‌شوند که در سال ۱۹۳۲/۱۳۱۱ توسط ادوین لند<sup>۱</sup> در زمانی که دانشجوی کارشناسی بود اختراع شده است. ورقه قطبیده شامل مولکولهای دراز معینی است که در پلاستیک قرار داده شده‌اند. موقع ساختن ورقه، آن را می‌کشند تا مولکولها در ردیفهای موازی،

گونه‌ای طراحی شده‌اند تا موجهایی ایجاد کنند که به طور قائم قطبیده باشند؛ یعنی میدان الکتریکی آنها به طور قائم نوسان می‌کنند. بنابراین، برای اینکه میدان الکتریکی موجهای تلویزیونی فرودی در امتداد آنتن جریان برقرار کند (و به این ترتیب برای تلویزیون سیگنالی ایجاد کند)، آنتن باید قائم باشد. در آمریکای شمالی موجها به طور افقی قطبیده‌اند.

شکل ۲۹-۹ الف یک موج الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد که میدان الکتریکی آن موازی با محور قائم  $y$  نوسان می‌کند. صفحه شامل بردارهای  $\vec{E}$ ، صفحه نوسان موج نامیده می‌شود (از این رو، گفته می‌شود که موج قطبیده خطی در جهت  $y$  است). قطبش موج (حالت قطبیدگی) را می‌توان با جهت نوسانهای میدان الکتریکی از دید روبه روی صفحه نوسان، مطابق شکل ۲۹-۹ ب نشان داد. پیکان دو سر قائم در شکل بیانگر این است که میدان الکتریکی موجی که از ما می‌گذرد به طور قائم نوسان می‌کند - میدان به طور پیوسته بین سمت بالا و پایین محور  $y$  تغییر می‌کند.

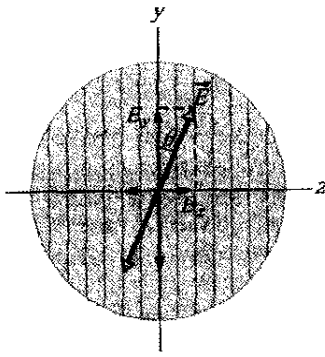


شکل ۲۹-۹ (الف) صفحه نوسان موج الکترومغناطیسی قطبیده. (ب) برای نمایش قطبش، از روبه‌رو به صفحه نوسان نگاه می‌کنیم، جهت نوسان میدان الکتریکی با پیکانهای دوسر نمایش داده شده است.

### نور قطبیده

موجهای الکترومغناطیسی گسیل شده از یک ایستگاه تلویزیونی همگی دارای قطبش یکسانی هستند، اما موجهای الکترومغناطیسی که توسط یک چشمه معمولی نور (مانند خورشید یا لامپ) گسیل می‌شوند قطبیده کاتوره‌ای یا ناقطیده هستند؛ یعنی میدان الکتریکی در هر نقطه معین همواره بر جهت انتشار موج دوسر عمود است اما به طور کاتوره‌ای تغییر جهت می‌دهد. بنابراین، اگر بخواهیم با دید از روبه‌رو نوسانها را در یک دوره





شکل ۲۹-۱۲ نور قطبیده به ورقه قطبیده می‌رسد. میدان الکتریکی  $\vec{E}$  نور را می‌توان به دو مؤلفه  $E_y$  (موازی جهت قطبیده ورقه) و  $E_z$  (عمود بر آن جهت) تجزیه کرد. مؤلفه  $E_y$  از ورقه عبور می‌کند و مؤلفه  $E_z$  جذب می‌شود.

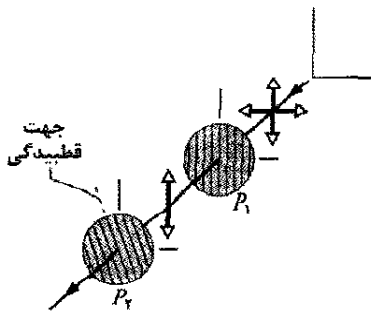
اکنون، فرض می‌کنیم نوری که به ورقه قطبیده می‌رسد قبلاً قطبیده شده باشد. شکل ۲۹-۱۲ یک ورقه قطبیده را نشان می‌دهد و میدان الکتریکی  $\vec{E}$  نور قطبیده‌ای به سمت ورقه (و بنابراین قبل از هرگونه جذبی) حرکت می‌کند. می‌توان  $\vec{E}$  را نسبت به جهت قطبیده ورقه به دو مؤلفه تجزیه کرد: مؤلفه موازی  $E_y$  از ورقه می‌گذرد و مؤلفه عمودی  $E_z$  جذب می‌شود. چون  $\theta$  زاویه میان  $\vec{E}$  و جهت قطبیده ورقه است، مؤلفه موازی عبوری عبارت است از

$$E_y = E \cos \theta \quad (۲۹-۳۷)$$

لازم به یادآوری است که شدت یک موج الکترومغناطیسی (مانند موج نوری) با مربع بزرگی میدان الکتریکی متناسب است (معادله ۲۹-۲۶،  $I = E_{rms}^2 / c\mu_0$ ). در حالت فعلی، شدت  $I$  موج خروجی با  $E_y^2$  و شدت  $I_0$  موج اصلی متناسب با  $E^2$  است. پس، از معادله ۲۹-۳۷ می‌توانیم بنویسیم  $I/I_0 = \cos^2 \theta$  یا

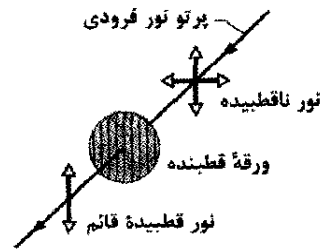
$$I = I_0 \cos^2 \theta \quad (۲۹-۳۸)$$

این قاعده را **قاعده مربع کسینوس** می‌نامیم؛ فقط وقتی می‌توانیم این قاعده را به کار ببریم که نور فرودی به ورقه قطبیده قبلاً قطبیده شده باشد. وقتی موج اصلی موازی جهت قطبیدگی ورقه



شکل ۲۹-۱۳ نوری که از ورقه قطبیده  $P_1$  عبور کرده است، به طور قائم قطبیده می‌شود که با پیکان دوسر قائم نمایش داده شده است. مقدار نوری که سپس از ورقه قطبیده  $P_2$  عبور می‌کند بستگی به زاویه بین جهت قطبش نور و جهت قطبیدگی  $P_2$  دارد. (در ورقه با خطهای چین نمایش داده شده است).

شبهه شیارهای زمین شخم زده، همردیف شوند. سپس وقتی نور از ورقه بگذرد، مؤلفه‌های میدان الکتریکی در امتداد یک جهت از ورقه عبور می‌کنند، در حالی که مؤلفه‌های عمود بر آن جهت به وسیله مولکولها جذب و ناپدید می‌شوند.



شکل ۲۹-۱۱ وقتی نور ناقطبیده از یک ورقه قطبیده بگذرد، قطبیده می‌شود. جهت قطبش، با جهت قطبیده ورقه که در اینجا با رسم خطهای قائم در ورقه نشان داده شده موازی است.

ما به مولکولها نمی‌پردازیم، اما برای ورقه یک جهت قطبیده که مؤلفه‌های میدان الکتریکی در آن جهت از ورقه می‌گذرند را در نظر می‌گیریم:

مؤلفه میدان الکتریکی موازی با جهت قطبیده از ورقه قطبیده عبور می‌کند (تراکسیل می‌شود)، ولی مؤلفه عمود بر آن جذب می‌شود.

بنابراین، نور خروجی از ورقه فقط از مؤلفه‌هایی تشکیل شده است که موازی جهت قطبیده ورقه‌اند، در نتیجه نور در آن جهت قطبیده است. در شکل ۲۹-۱۱، مؤلفه‌های قائم از ورقه عبور می‌کنند و مؤلفه‌های افقی جذب می‌شوند. پس، موجهای عبوری به طور قائم قطبیده‌اند.

### شدت نور قطبیده عبوری

حال شدت نور عبوری از ورقه قطبیده را در نظر می‌گیریم. با نور ناقطبیده شروع می‌کنیم که نوسانهای میدان الکتریکی آن را می‌توان مطابق شکل ۲۹-۱۰ ب به مؤلفه‌های  $y$  و  $z$  تجزیه کرد. علاوه بر این، می‌توانیم محور  $y$  را موازی جهت قطبیده ورقه قرار دهیم. در این صورت، فقط مؤلفه‌های  $y$  میدان الکتریکی نور از ورقه عبور می‌کنند و مؤلفه‌های  $z$  میدان جذب می‌شوند. اگر به طوری که شکل ۲۹-۱۰ ب نشان می‌دهد موجهای اصلی به صورت کاتوره‌ای سمتگیری داشته باشند، مجموع مؤلفه‌های  $y$  و مجموع مؤلفه‌های  $z$  مساوی خواهند بود. وقتی مؤلفه‌های  $z$  جذب شوند، نصف شدت  $I_0$  نور اصلی از دست رفته است. در این صورت شدت  $I$  نور قطبیده خروجی عبارت است از

$$I = \frac{1}{2} I_0 \quad (۲۹-۳۶)$$

این رابطه را **قاعده نیم شدت** می‌نامیم؛ این رابطه فقط وقتی به کار می‌رود که نوری که به ورقه قطبیده می‌رسد ناقطبیده باشد (یعنی موجهای موازی و عمود بر آن موازی هستند).

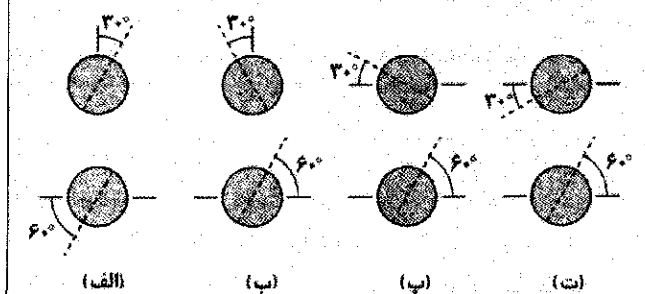
نور با روشهای دیگری به غیر از ورقه‌های قطبیده می‌تواند قطبیده شود، مثلاً با بازتاب (در بخش ۲۹-۱۰ بحث می‌شود) و به وسیله پراکندگی از اتمها یا مولکولها. در پراکندگی، وقتی نور با جسمی مانند یک مولکول برخورد کند، در خیلی از جهتها، معمولاً به طور کاتوره‌ای برگردانده می‌شود. یک مثال آن، پراکندگی نور خورشید از مولکولهای درون جو است که درخشش عمومی آسمان را به وجود می‌آورد.

اگرچه نور مستقیم خورشید ناقطبیده است، نور قسمت عمده‌ای از آسمان بر اثر پراکندگی دست کم دارای قطبیدگی جزئی است. زنبورهای عسل برای جهت‌یابی کندوی خود موقع رفت و آمد از قطبش نور آسمان استفاده می‌کنند. به همین ترتیب، وایکینگها هم برای جهت‌یابی در دریای شمال وقتی در روز خورشید زیر افق قرار داشت (به خاطر عرض جغرافیایی زیاد دریای شمال) از قطبش نور آسمان استفاده می‌کردند. این دریانوردان اولیه بلورهای را کشف کرده بودند که امروزه کردیریت نامیده می‌شود و وقتی در مقابل نور قطبیده دوران داده شود تغییر رنگ می‌دهد. با نگاه کردن به آسمان از میان چنین بلوری در حالی که آن را حول خط دید دوران می‌دادند می‌توانستند مکان خورشید پنهان شده را مشخص و به این ترتیب راه جنوب را پیدا کنند.

است (یعنی وقتی  $\theta$  در معادله ۲۹-۳۸، صفر یا  $۱۸۰^\circ$  است) شدت عبوری  $I$  بیشینه و برابر شدت اصلی  $I_0$  است. وقتی موج اصلی عمود بر جهت قطبیدگی ورقه قطبیده شده باشد (یعنی وقتی  $\theta$ ،  $۹۰^\circ$  است) شدت عبوری صفر است.

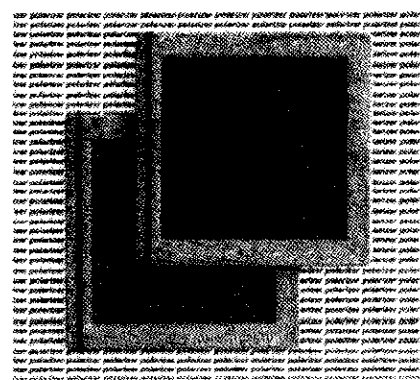
شکل ۲۹-۱۳ آرایشی را نشان می‌دهد که در آن نوری که در ابتدا ناقطبیده است از دو ورقه قطبیده  $P_1$  و  $P_2$  عبور می‌کند. (اغلب ورقه اولی را قطبشگر (پلاریزور) و ورقه دوم را تحلیلیگر (آنالیزور) می‌نامند. چون جهت قطبیدگی  $P_1$  قائم است، نوری که از  $P_1$  به  $P_2$  عبور می‌کند به طور قائم قطبیده شده است. اگر جهت قطبیدگی  $P_2$  نیز قائم باشد آنگاه همه نوری که از  $P_1$  می‌گذرد از  $P_2$  نیز می‌گذرد. اگر جهت قطبیدگی  $P_2$  افقی باشد نور عبوری از  $P_1$  از  $P_2$  نمی‌گذرد. با بررسی فقط سمتگیری نسبی دو ورقه به نتیجه مشابهی می‌رسیم: اگر جهت قطبیده‌ها موازی باشند همه نوری که از ورقه اول عبور می‌کند از ورقه دوم نیز می‌گذرد (شکل ۲۹-۱۴ الف). اگر این جهتها عمود باشند (که گفته می‌شود ورقه‌ها چلیپایی هستند) نوری از ورقه دوم عبور نمی‌کند، (شکل ۲۹-۱۴ ب). سرانجام، اگر جهتهای دو قطبیده شکل ۲۹-۱۴ زاویه‌ای میان  $0^\circ$  و  $90^\circ$  داشته باشند، قسمتی از نور عبوری از  $P_1$  از  $P_2$  عبور خواهد کرد. شدت این نور با معادله ۲۹-۳۸ داده می‌شود.

نکته واریسی ۴ شکل چهار جفت ورقه قطبیده را با دید از روبه‌رو نشان می‌دهد. هر جفت سر راه نوری که در ابتدا ناقطبیده است قرار دارند. جهت قطبش هر یک از ورقه‌ها (با خط چین نشان داده شده است) نسبت به مرجع محور افقی  $x$  یا محور قائم  $y$  مشخص شده است. جفتهای را بنا بر کسری از شدت اولیه که عبور می‌کند به ترتیب بزرگی آنها مرتب کنید.

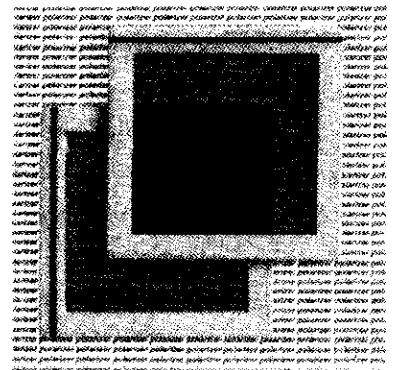


### مسئله نمونه ۲۹-۲ مهارت خود را تقویت کنید

شکل ۲۹-۱۵ الف سامانه‌ای شامل سه ورقه قطبیده را در مسیر نور ناقطبیده اولیه نشان می‌دهد. جهت قطبیده در ورقه اول موازی محور  $y$ ، در ورقه دوم  $60^\circ$  پاد ساعتگرد از محور  $y$  و در ورقه سوم موازی محور  $x$  است. چه کسری از شدت اولیه  $I_0$  از این سامانه خارج می‌شود و قطبیدگی آن چگونه



(الف)

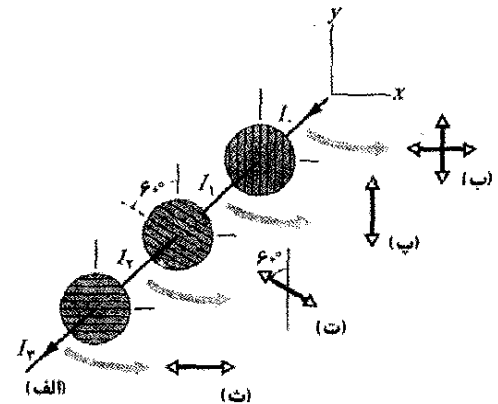


(ب)

شکل ۲۹-۱۴ (الف) وقتی ورقه‌های قطبیده روبه‌هم قرار گیرند در صورتی که جهتهای قطبیده آنها سمتگیری یکسانی داشته باشند، نور به خوبی عبور می‌کند، ولی (ب) وقتی آنها عمود باشند بیشتر نور نمی‌گذرد.

## نکته‌های کلیدی

۱- سامانه را ورقه به ورقه بررسی می‌کنیم، از اولین ورقه که نور به آن فرود آمده تا آخرین ورقه.



شکل ۱۵-۲۹ (الف) نور ناقطیده اولیه با شدت  $I_0$  به سامانه‌ای شامل سه ورقه قطبنده می‌تابد. شدتهای  $I_1$ ،  $I_2$  و  $I_3$  نوری که از ورقه‌ها می‌گذرند نمایش داده شده‌اند. دید از روبه‌روی قطبشها برای (ب) نور اولیه و همچنین نور عبوری از (پ) اولین ورقه، (ت) دومین ورقه و (ث) سومین ورقه نشان داده شده‌اند.

۲- برای یافتن شدت نور عبوری از هر ورقه، یا قاعده نیم شدت یا قاعده مربع کسینوس را به کار می‌بریم و این بستگی دارد به اینکه آیا نوری که به ورقه می‌تابد ناقطیده است یا قطبنده.

۳- نور عبوری از ورقه قطبنده همیشه موازی با جهت قطبیدگی ورقه قطبنده می‌شود.

اولین ورقه: موج نور اصلی در شکل ۱۵-۲۹ ب با به کاربردن پیکان دو سر در شکل ۱۰-۲۹ ب نشان داده شده است. چون نور در آغاز ناقطیده است، شدت  $I_1$  عبوری از اولین ورقه با قانون نیم شدت (معادله ۲۹-۳۶) داده می‌شود

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0$$

چون جهت قطبیدگی اولین ورقه موازی محور  $y$  است، قطبش نور عبوری از آن نیز همان‌طور که با دید از روبه‌رو در شکل ۱۵-۲۹ پ نشان داده شده موازی محور  $y$  است.

دومین ورقه: چون نوری که به دومین ورقه می‌رسد قطبنده است، شدت  $I_2$  عبوری از آن با قاعده مربع کسینوس (معادله ۲۹-۴۸) داده می‌شود. زاویه  $\theta$  در این قاعده زاویه میان جهت قطبش نور فرودی (موازی محور  $y$ ) و جهت قطبیدگی دومین ورقه ( $60^\circ$  پاد ساعتگرد از محور  $y$ ) و بنابراین، برابر  $60^\circ$  است. پس

$$I_2 = I_1 \cos^2 60^\circ$$

قطبش این نور عبوری موازی جهت قطبیدگی ورقه‌ای است که از آن عبور می‌کند، یعنی، همان‌طور که دید از روبه‌رو در شکل ۱۵-۲۹ ت نشان می‌دهد،  $60^\circ$  پاد ساعتگرد از محور  $y$  است.

سومین ورقه: چون نوری که به سومین ورقه می‌رسد قطبنده است، شدت  $I_3$  نور عبوری از آن ورقه با قاعده مربع کسینوس داده می‌شود. در اینجا زاویه  $\theta$  زاویه میان جهت قطبش نور فرودی (شکل ۱۵-۲۹ ت) و جهت قطبیدگی سومین ورقه (موازی محور  $x$ ) است و در نتیجه  $\theta = 30^\circ$ ، پس

$$I_3 = I_2 \cos^2 30^\circ$$

این نور عبوری نهایی موازی با محور  $x$  قطبنده است (شکل ۱۵-۲۹ ت). ابتدا با قراردادن به جای  $I_1$  و سپس قراردادن  $I_2$  در رابطه بالا، شدت را به دست می‌آوریم

$$I_3 = I_2 \cos^2 30^\circ = (I_1 \cos^2 60^\circ) \cos^2 30^\circ = \left(\frac{1}{2} I_0\right) \cos^2 60^\circ \cos^2 30^\circ = 0.094 I_0$$

بنابراین،

$$\frac{I_3}{I_0} = 0.094 \quad (\text{پاسخ})$$

این بدان معناست که ۹/۴٪ شدت اولیه از سامانه سه ورقه خارج می‌شود (حال اگر ورقه دوم را برداریم، چه کسری از شدت اولیه از سامانه خارج خواهد شد؟)

## ۲۹-۸ بازتاب و شکست

اگرچه موج نوری موقع دورشدن از چشمه خود گسترده می‌شود، اغلب با تقریب می‌توان حرکت آن را در امتداد یک خط راست در نظر گرفت؛ کاری که برای موج نوری در شکل ۱۵-۲۹ الف انجام دادیم. مطالعه خواص موجهای نوری با این تقریب نورشناسی هندسی نامیده می‌شود. برای بقیه این فصل و همه فصل ۳۴ (در جلد ۳) ما نورشناسی هندسی نور مرئی را مورد بحث قرار خواهیم داد.

شکل ۱۶-۲۹ الف مثالی از موجهای نوری را نشان می‌دهد که تقریباً به صورت خط راست حرکت می‌کنند. یک باریکه نازک نوری (باریکه فرودی) که در هوا حرکت می‌کند از سمت چپ رو به پایین به یک صفحه شیشه‌ای (تخت) برخورد می‌کند. قسمتی از نور به وسیله سطح بازتابیده می‌شود و باریکه‌ای را در جهت بالا به سمت راست تشکیل می‌دهد، درست مانند اینکه باریکه اصلی از سطح واجهیده شده باشد. بقیه نور از سطح به داخل شیشه حرکت می‌کند و باریکه‌ای را در جهت پایین و به سمت راست تشکیل می‌دهد. چون نور می‌تواند در شیشه حرکت کند، گفته می‌شود شیشه شفاف است یعنی می‌توانیم از میان آن ببینیم. (در این فصل فقط مواد شفاف را در نظر می‌گیریم.)

انتشار نور از یک سطح (یا سطح جدايي) که دو محیط را جدا می‌کند، شکست نامیده شده و گفته می‌شود که نور شکسته شده است. اگر پرتو نور فرودی بر سطح عمود نباشد، امتداد انتشار نور بر اثر شکست تغییر می‌کند. به همین دلیل گفته

قانون شکست: پرتو شکسته در صفحه تابش واقع است و زاویه شکست با رابطه زیر به زاویه فرود مربوط است

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (\text{شکست}) \quad (۲۹-۴۰)$$

در اینجا هر یک از نمادهای بدون بعد  $n_1$  و  $n_2$  ثابتهایی هستند که ضریب شکست نامیده می‌شوند و به محیطی که در آن شکست وجود دارد مربوط اند. این معادله را که قانون اسنل<sup>۱</sup> نامیده می‌شود در فصل ۳۵ (جلد ۳) به دست خواهیم آورد. همان‌طور که در آنجا بحث خواهیم کرد، ضریب شکست محیط برابر  $c/v$  است که  $v$  تندی نور در محیط و  $c$  تندی نور در خلأ است.

جدول ۱-۲۹ ضریب شکست خلأ و برخی مواد معمولی را به دست می‌دهد. برای خلأ  $n$  دقیقاً ۱ تعریف شده و برای هوا  $n$  خیلی نزدیک به ۱ است (تقریبی که اغلب مراعات می‌شود). هیچ ماده‌ای ضریب شکست کمتر از ۱ ندارد.

جدول ۱-۲۹

برخی ضریب شکستها<sup>(a)</sup>

محیط	ضریب شکست	محیط	ضریب شکست
خلأ	دقیقاً	شیشه کرآون	۱/۵۲
هوا (STP) <sup>b</sup>	۱/۰۰۲۹	سدیم کلراید	۱/۵۴
آب (۲۰°C)	۱/۳۳	پلی استرین	۱/۵۵
استون	۱/۳۶	کوبین دی سولفید	۱/۶۳
الکل اتیلیک	۱/۳۶	شیشه فیلیت سنگین	۱/۶۵
محلول قند (۳۰٪)	۱/۳۸	یاقوت کبود	۱/۷۷
کوارتز گداخته	۱/۴۸	سنگیتترین شیشه فیلیت	۱/۸۹
محلول قند (۳۰٪)	۱/۴۹	الماس	۲/۴۲

(a) برای طول موج ۵۸۹nm (نور زرد سدیم).

(b) STP به معنی دمای (۰°C) و فشار استاندارد (۱ atm) است.

می‌توانیم معادله ۲۹-۴۰ را به صورت زیر بازنویسی کنیم.

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 \quad (۲۹-۴۱)$$

تا زاویه شکست  $\theta_2$  را با زاویه فرود  $\theta_1$  مقایسه کنیم. پس ملاحظه می‌شود که مقدار نسبی  $\theta_2$  به مقادیرهای نسبی  $n_1$  و  $n_2$  بستگی دارد. در واقع می‌توانیم سه نتیجه اساسی زیر را به دست آوریم:

۱- اگر  $n_2$  برابر  $n_1$  باشد، آنگاه  $\theta_2$  با  $\theta_1$  برابر است. در این حالت، شکست باریکه نور را کج نمی‌کند و بنابر شکل ۱۷-۲۹ الف باریکه نور بدون انحراف در راستا به حرکت ادامه می‌دهد.

۲- اگر  $n_2$  بزرگتر از  $n_1$  باشد، آنگاه  $\theta_2$  کوچکتر از  $\theta_1$  است. در این حالت، شکست باریکه نور را بنابر شکل ۱۷-۲۹ ب از راستای اولیه دور و به سمت عمود کج

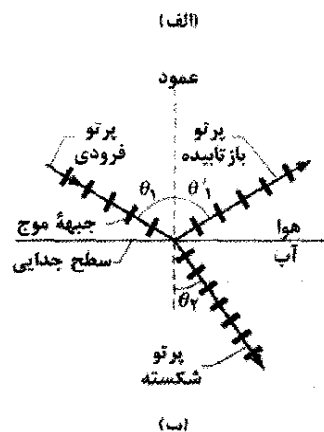
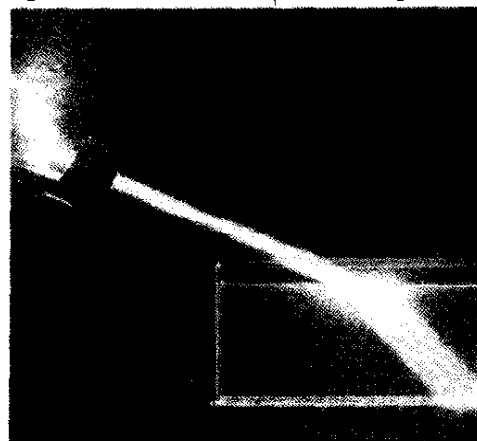
می‌شود که باریکه به وسیله شکست «کج» شده است. در شکل ۱۶-۲۹ الف توجه کنید که کج شدن فقط در سطح رخ داده است ولی درون شیشه نور به خط راست منتشر می‌شود.

در شکل ۱۶-۲۹ ب، باریکه‌های نور در تصویر با پرتو فرودی، پرتو بازتابیده و پرتو شکسته (با جبهه‌های موج) نمایش داده شده است. وضعیت هر پرتو نسبت به خطی که خط عمود نامیده می‌شود و در نقطه بازتاب و شکست عمود بر سطح است، مشخص شده است. در شکل ۱۶-۲۹ ب، زاویه فرود  $\theta_1$ ، زاویه بازتاب  $\theta_1'$  و زاویه شکست  $\theta_2$  است که همگی به ترتیب نشان داده شده نسبت به عمود اندازه‌گیری می‌شوند. صفحه‌ای که شامل پرتو فرودی و عمود باشد صفحه تابش است که در شکل ۱۶-۲۹ ب همان صفحه کاغذ است. آزمایش نشان می‌دهد که بازتاب و شکست از دو قانون زیر پیروی می‌کنند:

قانون بازتاب: پرتو بازتابیده در صفحه تابش واقع است و زاویه بازتاب با زاویه فرود برابر است. در شکل ۱۶-۲۹ ب این بدان معنی است که

$$\theta_1' = \theta_1 \quad (\text{بازتاب}) \quad (۲۹-۳۹)$$

(بعد از این علامت پریم زاویه بازتاب را حذف می‌کنیم.)

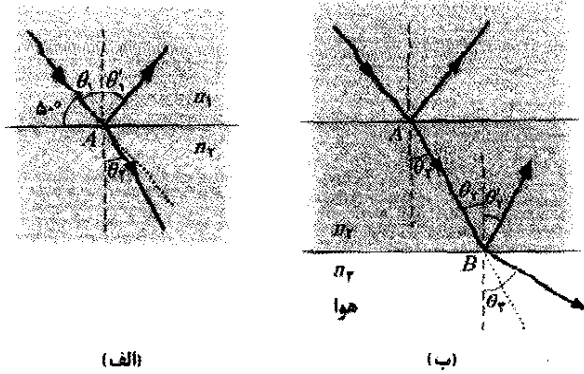


شکل ۱۶-۲۹ (الف) تصویر بازتاب و شکست یک باریکه نور

فرودی را از سطح افقی و تحت آب نشان می‌دهد. (ب) نمایش  $\theta_1$  و  $\theta_2$  و شکست  $(\theta_2)$  می‌کند.

مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

مشخص شده‌اند.



(الف)

(ب)

شکل ۲۹-۲۲ (الف) نور در نقطه  $A$  روی سطح جدایی بین دو محیط بازتابیده شده و شکست یافته است. (ب) نوری که از محیط ۲ می‌گذرد در نقطه  $B$  روی سطح جدایی بین محیط ۲ و ۳ (هوا) بازتابیده شده و شکست یافته است. هر خط چین خط عمود است. نقطه چین جهت حرکت فرودی را به دست می‌دهد.

این نتیجه بدان معناست که باریکه به سمت عمود می‌چرخد (باریکه نسبت به عمود  $40^\circ$  بود و حالا  $29^\circ$  است). علت آن این است که وقتی نور از سطح جدایی عبور می‌کند به محیطی با ضریب شکست بزرگتر وارد می‌شود.

(ب) نوری که در نقطه  $A$  وارد محیط ۲ می‌شود پس از آن بنابر شکل ۲۹-۲۲ ب، به نقطه  $B$  روی سطح جدایی میان محیط ۲ و محیط ۳، که هواست، می‌رسد. سطح جدایی در  $B$  موازی سطح جدایی در  $A$  است. در  $B$ ، قسمتی از نور بازتابیده و بقیه وارد هوا می‌شود. زاویه بازتاب چقدر است؟ زاویه شکست به داخل هوا چقدر است؟

**محاسبه‌ها:** ابتدا لازم است رابطه‌ای را میان یکی از زاویه‌ها در نقطه  $B$  با زاویه معلوم در نقطه  $A$  به دست آوریم. چون سطح جدایی در  $B$  موازی با سطح جدایی در  $A$  است، همان‌طور که در شکل ۲۹-۲۲ ب نشان داده شده، زاویه فرود در  $B$  باید برابر با زاویه شکست  $\theta_r$  باشد. بنابراین، زاویه شکست در  $B$  برابر است با

$$\theta_r' = \theta_r = 28/88^\circ \approx 29^\circ \quad (\text{پاسخ})$$

حال، نوری که از محیط ۲ در نقطه  $B$  وارد هوا شده است با زاویه شکست  $\theta_r$  شکسته می‌شود. بنابراین، در اینجا نیز قانون شکست اسنل را به کار می‌بریم، اما این بار معادله ۲۹-۴۰ را به صورت زیر می‌نویسیم

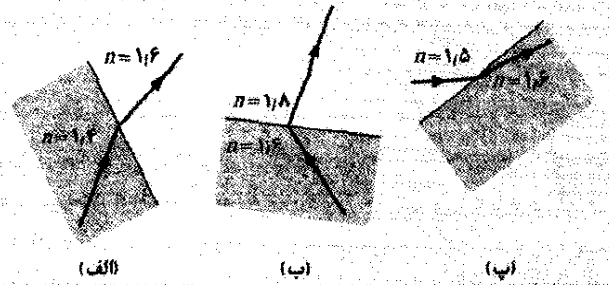
$$n_r \sin \theta_r = n_r \sin \theta_r'$$

حل این معادله برای  $\theta_r$  به دست می‌دهد

$$\theta_r = \sin^{-1} \left( \frac{n_r}{n_r} \sin \theta_r' \right) = \sin^{-1} \left( \frac{1/77}{1/00} \sin 28/88^\circ \right) = 58/75^\circ \approx 59^\circ \quad (\text{پاسخ})$$

این نتیجه بدان معناست که باریکه به دور از عمود می‌چرخد (باریکه با زاویه  $29^\circ$  نسبت به عمود اکنون با زاویه  $59^\circ$  است).

نکته وارسی ۵ از سه شکل زیر کدامیک (در صورت وجود) شکست ممکن از لحاظ فیزیکی را نشان می‌دهد؟



(الف)

(ب)

(پ)

### مسئله نمونه ۲۹-۳

(الف) در شکل ۲۹-۲۲ الف، یک باریکه تکفام نور در نقطه  $A$  روی سطح جدایی میان محیط ۱ با ضریب شکست  $n_1 = 1/33$  و محیط ۲ با ضریب شکست  $n_2 = 1/77$  بازتابیده و شکسته شده است. باریکه فرودی با سطح جدایی زاویه  $50^\circ$  می‌سازد. زاویه بازتاب در نقطه  $A$  چقدر است؟ زاویه شکست در آنجا چقدر است؟

**نکته‌های کلیدی** (۱) زاویه بازتاب برابر زاویه فرود است و هر دو زاویه میان پرتو مربوط و عمود بر سطح جدایی در آن نقطه اندازه‌گیری می‌شوند. (۲) وقتی نور به سطح جدایی میان دو محیط با ضریب شکستهای متفاوت ( $n_1$  و  $n_2$  بنامید) برسد قسمتی از نور با توجه به قانون اسنل، معادله ۲۹-۴۰، شکسته می‌شود

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r \quad (29-42)$$

که هر دو زاویه در نقطه شکست نسبت به عمود اندازه‌گیری می‌شوند.

**محاسبه‌ها:** در شکل ۲۹-۲۲ الف، خط عمود در نقطه  $A$  به صورت خط چین از آن نقطه رسم شده است. توجه کنید که زاویه فرود  $\theta_i$  برابر  $50^\circ$  نیست بلکه برابر  $40^\circ = 90^\circ - 50^\circ$  است. بنابراین، زاویه بازتاب برابر است با

$$\theta_i' = \theta_i = 40^\circ \quad (\text{پاسخ})$$

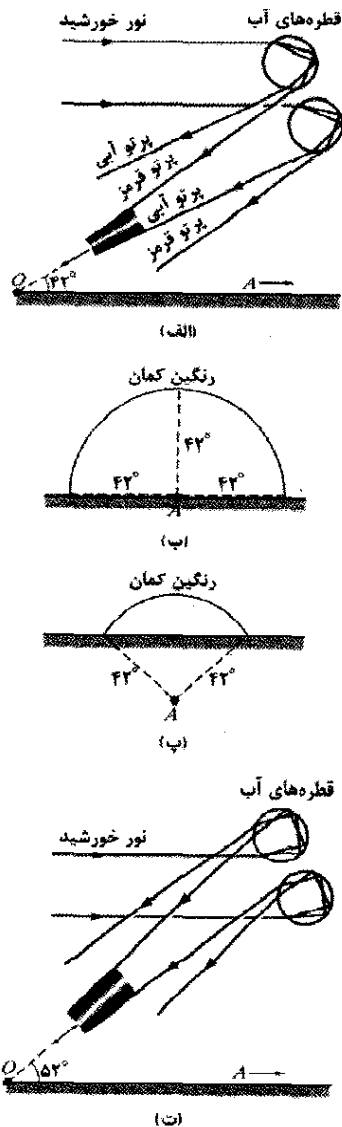
نوری که از محیط ۱ به محیط ۲ وارد می‌شود در نقطه  $A$  روی سطح جدایی میان دو محیط شکسته می‌شود. دوباره در اینجا در نقطه شکست، زاویه میان پرتو نور و عمود را اندازه‌گیری می‌کنیم. پس، در شکل ۲۹-۲۲ الف زاویه شکست  $\theta_r$  مشخص شده است. با حل معادله ۲۹-۴۲ برای  $\theta_r$  داریم

$$\theta_r = \sin^{-1} \left( \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i \right) = \sin^{-1} \left( \frac{1/33}{1/77} \sin 40^\circ \right) = 28/18^\circ \approx 29^\circ \quad (\text{پاسخ})$$

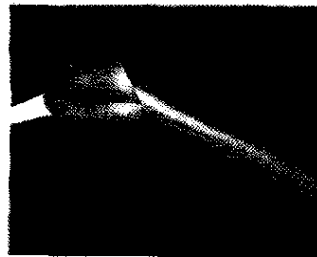


و ضعیفتر از رنگین کمان اولیه است و لذا مشکلتر دیده می شود. همچنین، همان طور که با مقایسه قسمتهای (الف) و (ت) شکل ۲۹-۲۱ می توانید ببینید، ترتیب رنگها در رنگین کمان ثانویه وارون ترتیب رنگها در رنگین کمان اولیه است.

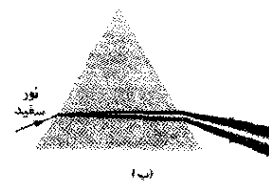
رنگین کمانهای شامل سه یا چهار شکست نیز در جهت خورشید رخ می دهند و در مقابل نور خیره کننده خورشید در آن قسمت از آسمان نمی توان آنها را دید. رنگین کمانهای شامل شکستهای بیشتر در داخل قطره نیز می توانند در قسمتهای دیگری از آسمان رخ دهند اما همیشه به سختی دیده می شوند.



شکل ۲۹-۲۱ (الف) وقتی نور خورشید به داخل و خارج از قطره های در حال سقوط شکست می یابد جدایی رنگها منجر به رنگین کمان اولیه می شود. نقطه پاد خورشیدی  $A$  در سمت راست روی افق قرار دارد. رنگهای رنگین کمان با زاویه  $42^\circ$  از جهت  $A$  ظاهر می شوند. (ب) قطره های با  $42^\circ$  از  $A$  در هر جهت می توانند در رنگین کمان مشارکت کنند. (پ) قوس رنگین کمان در وقتی که رنگین کمان ثانویه (ت) جدایی رنگها منجر به رنگین کمان ثانویه می شود.



(الف)



(ب)

شکل ۲۹-۲۰ (الف) منشور مثلثی مؤلفه های رنگی نور سفید را جدا می کند. (ب) پاشندگی رنگی در سطح اول رخ می دهد و سپس در سطح دوم افزایش می یابد.

## رنگین کمان

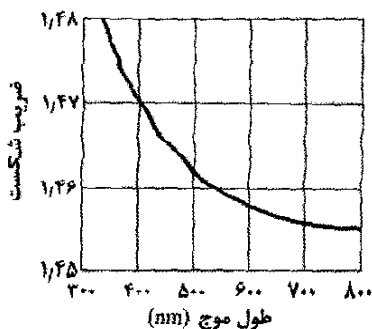
جذابترین مثال پاشندگی رنگی، رنگین کمان است. وقتی نور خورشید (که شامل همه رنگهای مرئی است) به قطره های باران در حال سقوط برخورد می کند، قسمتی از نور به داخل قطره می شکند، از سطح داخلی قطره بازتابیده و سپس به خارج قطره شکسته می شود. شکل ۲۹-۲۱ الف وضعیتی را نشان می دهد که خورشید در سمت چپ در افق قرار دارد (و بنابراین وقتی که پرتوهای نور خورشید افقی هستند). اولین شکست، نور خورشید را به مؤلفه های رنگی جدا می کند و شکست دوم این جدایی را افزایش می دهد. (فقط پرتوهای قرمز و آبی در شکل نشان داده است). اگر تعداد زیادی از قطره های در حال سقوط به طور درخشانی روشن شده باشند، وقتی قطره ها در زاویه  $42^\circ$  از جهت نقطه پاد خورشیدی  $A$ ، نقطه ای که مستقیماً مقابل خورشید در دید شماست دیده شوند، شما می توانید رنگهای جداشده به وجود آمده را مشاهده کنید.

برای مشخص کردن محل قطره ها، پشت به خورشید قرار گیرید و دستها را مستقیماً به دور از خورشید، به سمت سایه سر خود باز کنید. سپس دست راست خود را مستقیماً به بالا حرکت دهید، مستقیماً به سمت راست یا در هر جهتی مابین آنها تا زاویه بین دستهای شما برابر  $42^\circ$  باشد. اگر قطره هایی که به طور درخشانی روشن شده اند اتفاقاً در جهت دست راست باشند، شما رنگ را در آن جهت می بینید.

چون هر قطره ای با زاویه  $42^\circ$  در هر جهتی از  $A$  می تواند در رنگین کمان نقش داشته باشد، رنگین کمان همیشه یک کمان دایره ای  $42^\circ$  دور  $A$  است (شکل ۲۹-۲۱ ب) و بالای رنگین کمان هیچ وقت بیشتر از  $42^\circ$  در بالای افق نیست. وقتی خورشید بالای افق است، جهت  $A$  زیر افق قرار دارد و فقط کمان پایینتر و کوتاهتر رنگین کمان ممکن است تشکیل شود (شکل ۲۹-۲۱ پ).

چون تشکیل رنگین کمانهایی که به این ترتیب شکل می گیرند شامل یک بازتاب نور داخل هر قطره هستند، آنها را اغلب رنگین کمانهای اولیه می نامند. رنگین کمانهای ثانویه، همان طور که در شکل ۲۹-۲۱ ت نشان داده شده، شامل دو بازتاب نور در داخل هر قطره هستند. رنگین کمانهای ثانویه، شکست در داخل قطره است. رنگها در رنگین کمان ثانویه وارون ترتیب هستند. رنگین کمان ثانویه پهنتر از جهت  $A$  ظاهر می شوند. رنگین کمان ثانویه پهنتر



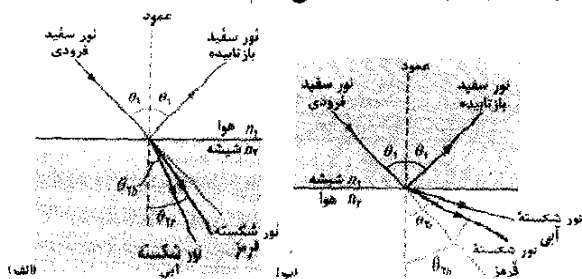


شکل ۱۸-۲۹ ضریب شکست به صورت تابعی از طول موج برای کوآرتز گذاشته، نمودار بر این دلالت دارد که باریکه نور با طول موج کوتاه، که ضریب شکست برایش زیادتر است، در موقع ورود یا خروج از کوآرتز بیشتر از باریکه نور با طول موج بلند کج می‌شود.

دارد. این وابستگی به این معناست که هرگاه باریکه‌ای شامل نور آبی و قرمز مثلاً از هوا به داخل کوآرتز یا برعکس شکسته شود، مؤلفه آبی (پرتو مربوط به موج نور آبی) بیشتر از مؤلفه قرمز کج می‌شود.

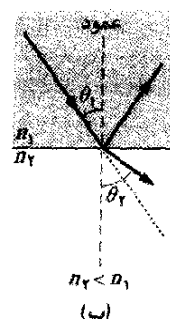
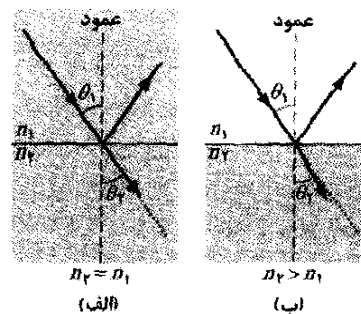
باریکه نور سفید شامل مؤلفه‌هایی از همه (یا تقریباً همه) رنگها با شدت تقریباً یکسان در طیف مرئی است. وقتی چنین باریکه‌ای را می‌بینیم به جای هر یک از رنگها آن را سفید احساس می‌کنیم. در شکل ۱۹-۲۹ الف باریکه نور سفیدی از هوا بر یک سطح شیشه‌ای فرود می‌آید. از نور شکسته در شکل ۱۹-۲۹ الف، فقط مؤلفه‌های قرمز و آبی نشان داده شده‌اند. چون مؤلفه آبی بیشتر از مؤلفه قرمز می‌شکند، زاویه شکست  $\theta_{rb}$  برای مؤلفه آبی کوچکتر از زاویه شکست  $\theta_{rr}$  برای مؤلفه قرمز است. (به یاد داشته باشید که زاویه‌ها نسبت به عمود اندازه‌گیری می‌شوند.) در شکل ۱۹-۲۹ ب یک پرتو نور سفید در شیشه به سطح جدایی شیشه-هوا فرود می‌آید. دوباره، مؤلفه آبی بیشتر از مؤلفه قرمز شکسته می‌شود، اما اکنون  $\theta_{rb} > \theta_{rr}$  است.

برای افزایش جداسازی رنگها، می‌توانیم مطابق شکل ۲۰-۲۹ الف از یک منشور شیشه‌ای توپر با سطح مقطع مثلثی استفاده کنیم. پاشندگی در سطح اول (در سمت چپ شکل ۲۰-۲۹ الف و ب) سپس با پاشندگی در سطح دوم افزایش می‌یابد.



شکل ۱۹-۲۹ پاشندگی رنگ نور سفید. مؤلفه آبی بیشتر از مؤلفه قرمز شکسته شده است. (الف) در عبور از هوا به شیشه، مؤلفه آبی زاویه شکست کوچکتری دارد. (ب) در عبور از شیشه به هوا، مؤلفه آبی زاویه شکست بزرگتری دارد. اگر شکست موجب کج شدن نشده بود، خط چین بیانگر راستایی است که نور در آن راستا به حرکت ادامه می‌داد.

۳- اگر  $n_2$  کوچکتر از  $n_1$  باشد، آنگاه  $\theta_2$  بزرگتر از  $\theta_1$  است. در این حالت، شکست باریکه نور را بنابر شکل ۱۷-۲۹ پ از راستای بدون انحراف به دور از عمود کج می‌کند. شکست نمی‌تواند باریکه را به قدری کج کند که پرتو شکسته و پرتو فرودی در یک طرف خط عمود قرار گیرند.

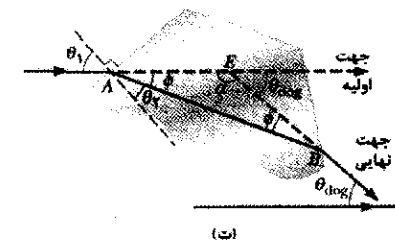
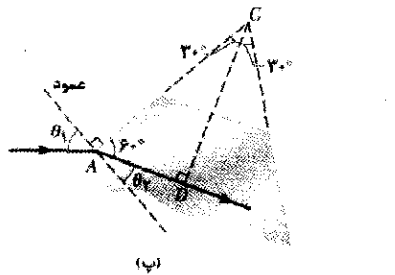
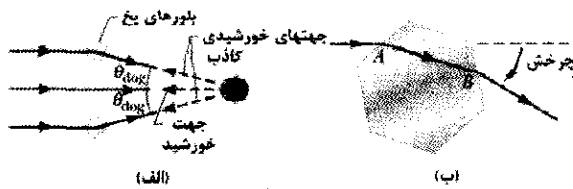


شکل ۱۷-۲۹ نور از محیطی با ضریب شکست  $n_1$  شکسته شده و به محیطی با ضریب شکست  $n_2$  وارد شده است. (الف) باریکه وقتی  $n_1 = n_2$  باشد کج نمی‌شود؛ از این رو بدون انحراف در راستا نسبت به راستای باریکه فرودی حرکت می‌کند. نور وقتی (ب)  $n_2 > n_1$  باشد کج شده و به خط عمود نزدیک می‌شود و (پ) وقتی  $n_2 < n_1$  باشد نور از خط عمود دور می‌شود.

### پاشندگی رنگی

ضریب شکست  $n$  هر محیط غیر از خلأ در برخورد با نور بستگی به طول موج دارد. وقتی باریکه نور شامل پرتوهایی با طول موجهای متفاوت باشد، وابستگی  $n$  به طول موج باعث می‌شود که شکست پرتوها با زاویه‌های مختلفی انجام گیرد. یعنی نور به وسیله شکست گسترده می‌شود. این گسترش نور پاشندگی رنگی یا فامی نامیده می‌شود که در آن «فام» به رنگهای مربوط به هر طول موج و «پاشندگی» به گسترش نور بنابر طول موجها یا رنگها اشاره دارد. شکستهای شکلهای ۱۶-۲۹ و ۱۷-۲۹ پاشندگی رنگ را نشان نمی‌دهند چون باریکه‌ها تکفام هستند (دارای یک طول موج یا رنگاند).

به طور کلی، ضریب شکست یک محیط معین برای طول موج کوتاهتر (مثلاً نور آبی) بزرگتر از طول موج بلندتر (مثلاً نور قرمز) است. به عنوان مثال، شکل ۱۸-۲۹ نشان می‌دهد که ضریب شکست کوآرتز گذاشته چطور به طول موج بستگی



شکل ۲۳-۲۹ (الف) دید از بالای پرتوهای خورشید که توسط بلورهای یخ جوئی تغییر جهت داده‌اند. (ب) دید از بالای مقطع شش گوش یک بلور. مسیر پرتو (پ) به داخل و (ت) خارج از سطح مقطع.

$$\theta_{\text{dog}} = \phi + \phi = 2(10/92^\circ) = 21/8^\circ$$

این بدان معنی است که نور خورشید که از خورشید کاذب به شما می‌رسد به مقدار  $21/8^\circ$  نسبت به جهت اولیه‌اش چرخیده است و بنابراین خورشید کاذب را در زاویه  $21/8^\circ$  نسبت به خورشید مشاهده می‌کنید.

## ۲۹-۹ بازتاب داخلی کلی

شکل ۲۴-۲۹ الف پرتوهای نور تکفامی را از چشمه نقطه‌ای S داخل شیشه نشان می‌دهد که بر سطح جدایی میان شیشه و هوا فرود می‌آیند، برای پرتو a، که عمود بر سطح جدایی است، قسمتی در سطح جدایی بازتاب می‌کند و بقیه بدون تغییر راستا از آن می‌گذرد.

برای پرتوهای b تا e که زاویه فرود آنها با سطح جدایی بتدریج بزرگتر می‌شود نیز در سطح جدایی هم بازتاب و هم شکست رخ می‌دهد. وقتی زاویه فرود افزایش یابد، زاویه شکست نیز زیاد می‌شود، برای پرتو e زاویه شکست  $90^\circ$  است که بدان معناست که پرتو شکسته مستقیماً بر سطح جدایی منطبق است. زاویه فرودی که این وضعیت را به دست می‌دهد زاویه بحرانی (یا زاویه حد)  $\theta_c$  نامیده می‌شود. برای زاویه‌های فرود بزرگتر از  $\theta_c$ ، نظیر پرتوهای f و g، هیچ شکستی وجود ندارد و همه نور بازتابیده می‌شود؛ این اثر بازتاب داخلی کلی نام دارد.

علت آن این است که وقتی نور از سطح جدایی عبور می‌کند به محیطی (هوا) با ضریب شکست کمتر وارد می‌شود.

## مسئله نمونه ۲۹-۴

وقتی نور خورشید از میان بلورهای یخ در جو که سطح مقطع افقی آنها شش ضلعی است (شکل ۲۳-۲۹ الف) می‌گذرد، خورشیدهای کاذب مشاهده می‌شوند. چنین بلوری می‌تواند پرتو را از مسیر اصلی‌اش منحرف کند (شکل ۲۳-۲۹ ب) که مقدار آن به سمتگیری بلور بستگی دارد. ولی یک زاویه چرخش کمینه  $\theta_{\text{dog}}$  وجود دارد که در آن پرتوها متمرکز شده و در آسمان تشکیل یک لکه درخشان- خورشید کاذب- را می‌دهند. این وضعیت مشابه حالتی است که وقتی شمعی در مقابل یک لیوان آب قرار گیرد لیوان نور شمع را جمع می‌کند و خطهای روشنی روی رومیزی تشکیل می‌شود. پرتو خورشید که در این زاویه کمینه قرار می‌گیرد مسیری موازی با یک ضلع شش ضلعی را طی می‌کند و ورود و خروج پرتو متقارن است. زاویه کمینه چرخش زاویسی است در سمت چپ یا راست خورشید که در آن زاویه می‌توان خورشید کاذب را مشاهده کرد ضریب شکست یخ برابر  $1/31$  است.  $\theta_{\text{dog}}$  را بیابید.

**نکته کلیدی** وقتی نور به سطح جدایی بین دو محیط با ضریب شکستهای متفاوت (آنها را  $n_1$  و  $n_2$  بنامید) می‌رسد قسمتی از نور می‌تواند در سطح جدایی بنابر قانون اسنل، معادله ۲۹-۴۰، شکسته شود:

$$n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_1 \quad (29-43)$$

**محاسبات:** برای شروع، یک گوشه از شش ضلعی را به طور ذهنی همانند شکل ۲۳-۲۹ پ کامل می‌کنیم که زاویه  $60^\circ$  دارد. مثلث قائم الزاویه ADC را در نظر می‌گیریم که مسیر نور یک ضلع آن را تشکیل می‌دهد. می‌توان دید که یک زاویه این مثلث برابر  $30^\circ$  است پس زاویه دیگر  $60^\circ$  خواهد بود. سپس در شکل ۲۳-۲۹ پ مشاهده می‌کنیم که زاویه شکست  $\theta_2$  متمم  $60^\circ$  یعنی  $\theta_2 = 30^\circ$  است. حال با به کار بردن قانون اسنل زاویه فرود  $\theta_1$  را برای پرتوی که منجر به ایجاد خورشید کاذب می‌شود، به دست می‌آوریم. با حل معادله ۲۹-۴۳ برای  $\theta_1$ ، داریم

$$\theta_1 = \sin^{-1} \left( \frac{n_2}{n_1} \sin \theta_2 \right) = \sin^{-1} \left( \frac{1/31}{1/50} \sin 30^\circ \right) = 40/92^\circ$$

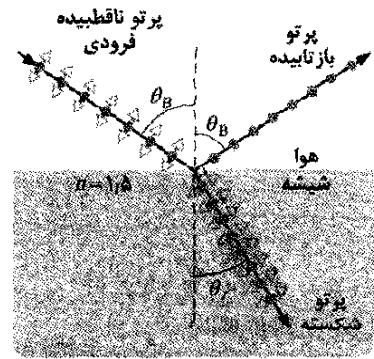
حال به شکل ۲۳-۲۹ ت توجه می‌کنیم که در آن  $\theta_1$  در سمت چپ نقطه A برابر است با مجموع  $\theta_2$  و  $\phi$  در سمت راست:

$$\theta_1 = \theta_2 + \phi$$

پس

$$\phi = 40/92^\circ - 30^\circ = 10/92^\circ$$

حال توجه کنید که زاویه  $\theta_{\text{dog}}$  در نقطه E زاویه خارجی مثلث ABE است و در نتیجه (از پیوست پ) می‌توان نوشت



• مؤلفه عمود بر صفحه

→ مؤلفه موازی با صفحه

شکل ۲۷-۲۹ یک پرتو نور ناقطبیده در هوا با زاویه بروستر  $\theta_B$  به سطح شیشه فروود می‌آید. میدانهای الکتریکی مربوط به پرتو به مؤلفه عمود بر صفحه شکل (صفحه فروود، بازتاب و شکست) و موازی با این صفحه تجزیه شده‌اند. نور بازتابیده فقط شامل مؤلفه عمود بر صفحه است و در نتیجه در آن راستا قطبیده شده است. نور شکسته شامل مؤلفه‌های اصلی موازی با صفحه شکل و مؤلفه‌های ضعیفتر عمود بر این صفحه است؛ این نور به طور جزئی قطبیده شده است.

شیشه، آب و سایر مواد دی الکتریک که در بخش ۲۱-۷ مورد بحث قرار گرفتند می‌توانند نور را بر اثر بازتاب به صورت جزئی یا کلی قطبیده کنند. وقتی بازتاب نور خورشید از چنین سطحی را در نظر بگیریم، یک لکه روشن (خیره کننده) روی سطحی که بازتاب در آن اتفاق می‌افتد، مشاهده می‌کنیم. اگر سطح مانند شکل ۲۷-۲۹ افقی باشد، نور بازتابیده به صورت جزئی یا کامل به طور افقی قطبیده است. برای از بین بردن این درخشندگی از سطحهای افقی، شیشه عینکهای قطبنده را به گونه‌ای قرار می‌دهند که جهت قطبنده آنها قائم باشد.

### قانون بروستر

برای نور فروودی با زاویه بروستر  $\theta_B$ ، به طور تجربی معلوم می‌شود که پرتوهای بازتابیده و شکسته بر یکدیگر عمودند. چون در شکل ۲۷-۲۹ پرتو بازتابیده با زاویه  $\theta_B$  بازتاب می‌کند و زاویه پرتو شکسته  $\theta_r$  است، پس داریم

$$\theta_B + \theta_r = 90^\circ \quad (۲۹-۴۸)$$

این دو زاویه می‌توانند با معادله ۲۹-۴۰ نیز به هم مربوط شوند. به طور دلخواه در معادله ۲۹-۴۰ زیرنویس ۱ را به ماده‌ای که پرتو فروودی و بازتابیده در آن حرکت می‌کنند نسبت می‌دهیم، از آن معادله داریم

$$n_1 \sin \theta_B = n_r \sin \theta_r$$

ترکیب این دو معادله به دست می‌دهد

$$n_1 \sin \theta_B = n_r \sin(90^\circ - \theta_B) = n_r \cos \theta_B$$

و از آنجا

$$\theta_B = \tan^{-1} \frac{n_r}{n_1} \quad (۲۰-۴۹) \quad (\text{زاویه بروستر})$$

(توجه کنید که زیرنویسها در معادله ۲۹-۴۹ به دلیل معنی آنها دیگر دلخواه نیستند). اگر پرتوهای فروودی و بازتابیده در هوا حرکت کنند با تقریب می‌توان  $n_1$  را برابر یک در نظر گرفت و  $n_r$  را با  $n$  نشان داد و معادله ۲۰-۴۹ را به صورت زیر نوشت

$$\theta_B = \tan^{-1} n \quad (\text{قانون بروستر}) \quad (۲۹-۵۰)$$

این صورت ساده شده معادله ۲۰-۴۹ است که به عنوان قانون بروستر شناخته شده است. نظیر  $\theta_B$ ، این معادله نیز به احترام سر دیوید بروستر که هر دو رابطه را در سال ۱۸۱۲/۱۱۹۱ به طور تجربی به دست آورد بروستر نامیده شده است.

## بازتغری و خلاصه درس

**موجهای الکترومغناطیسی** یک موج الکترومغناطیسی شامل میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در حال نوسان است. بسامدهای ممکن و گوناگون موجهای الکترومغناطیسی تشکیل یک طیف را می‌دهند که قسمت کوچکی از آن مربوط به نور مرئی است. موج الکترومغناطیسی که در امتداد محور  $x$  حرکت می‌کند دارای میدان الکتریکی  $\vec{E}$  و میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  است که بزرگی آنها با رابطه‌های زیر به  $x$  و  $t$  بستگی دارند

$$E = E_m \sin(kx - \omega t) \quad \text{و}$$

$$B = B_m \sin(kx - \omega t) \quad (۲۹-۱ \text{ و } ۲۹-۲)$$

در این معادله‌ها  $E_m$  و  $B_m$  دامنه‌های  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  هستند. میدان الکتریکی یک میدان مغناطیسی القا می‌کند و برعکس. تندی هر موج الکترومغناطیسی در خلأ  $c$  است که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$c = \frac{E}{B} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (۲۹-۳ \text{ و } ۲۹-۵)$$

که  $E$  و  $B$  بزرگیهای همزمان میدانها هستند.

**شارش انرژی** آهنگ انتقال انرژی به وسیله موج الکترومغناطیسی از یکای سطح با بردار پوین تینگ  $\vec{S}$  داده می‌شود

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (۲۹-۱۹)$$

راستای  $\vec{S}$  (و در نتیجه راستای حرکت موج و انتقال انرژی) بر راستاهای  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  عمود است. میانگین زمانی آهنگ انتقال انرژی از واحد سطح  $S_{avg}$  است که شدت  $I$  موج نامیده می‌شود

$$I = \frac{1}{c\mu_0} E_{rms}^2 \quad (۲۹-۲۶)$$

که در آن  $E_{rms} = E_m / \sqrt{2}$  است. چشمه نقطه‌ای، موجهای الکترومغناطیسی را به طور همسانگرد یعنی با شدت یکسان در همه جهتها منتشر می‌کند. شدت موج در فاصله  $r$  از یک چشمه نقطه‌ای با توان  $P_s$  برابر است با

$$I = \frac{P_s}{4\pi r^2}$$

ضربش شکست  $n_f = 1/63$  است. دوباره نور فرودی در محیطی با ضریب شکست بزرگتر قرار دارد، ولی اکنون زاویه بحرانی برابر است با

$$\theta_c = \sin^{-1} \frac{n_f}{n_{dia}} = \sin^{-1} \frac{1/63}{2/419} = 42/40^\circ$$

چون زاویه فرود  $\theta_f = 33/43^\circ$ ، کمتر از زاویه بحرانی است، نور از سطح پایینی از الماس خارج می‌شود. از معادله ۲۹-۴۷، زاویه شکست برابر است با

$$\theta_f = \sin^{-1} \left( \frac{2/419}{1/63} \sin 33/43^\circ \right) = 54/8^\circ$$

بنابراین، برای اینکه الماس برق بزند باید هر دو سطح بالا و پایین آن را به خوبی تمیز کرد.

## ۲۹-۱۰ قطبش به وسیله بازتاب

می‌توان درخشندگی نور خورشید را که مثلاً از آب بازتابیده شده است به وسیله نگاه کردن از میان یک ورقه قطبنده (مثل شیشه‌های عینک قطبنده) و سپس چرخاندن محور قطبنده دور خط دید، تغییر داد. علت این است که نور بازتابیده از سطح به طور کامل یا به صورت جزئی قطبیده است.

شکل ۲۹-۲۷ پرتو نور ناقطبیده‌ای را نشان می‌دهد که به سطح شیشه‌ای فرود آمده است. بردارهای میدان الکتریکی نور را به دو مؤلفه تجزیه می‌کنیم. مؤلفه‌های عمودی بر صفحه فرود و بنابراین، بر صفحه کاغذ در شکل ۲۹-۲۷ عمودند؛ این مؤلفه‌ها با نقطه (مانند اینکه نوک بردار را می‌بینیم) نشان داده شده‌اند. مؤلفه‌های موازی، موازی صفحه فرودند، آنها با پیکان دو طرفه نشان داده شده‌اند. چون نور ناقطبیده است، بزرگی این دو مؤلفه یکسان است.

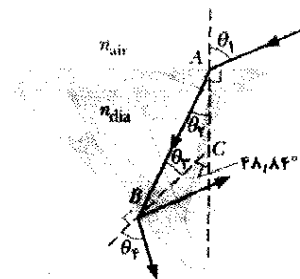
به طور کلی، نور بازتابیده نیز هر دو مؤلفه را دارد، اما بزرگی آنها یکسان نیست. این بدان معناست که نور بازتابیده به طور جزئی قطبیده شده است - میدانهای الکتریکی که در یک جهت نوسان می‌کنند از آنهایی که در جهتهای دیگر نوسان می‌کنند، دامنه بزرگتری دارند. ولی، وقتی نور با زاویه ویژه‌ای، که زاویه بروستر  $\theta_B$  نامیده می‌شود، فرود آید مطابق شکل ۲۹-۲۷ نور بازتابیده فقط دارای مؤلفه‌های عمودی است. در این صورت، نور بازتابیده قطبیده کامل و قطبش آن عمود بر صفحه فرود است. مؤلفه‌های موازی نور فرودی از بین نمی‌روند؛ اما (همراه با مؤلفه‌های عمودی) به داخل شیشه شکسته می‌شوند.

اگر این دو شرط برقرار نباشند، بخشی از نور در سطح جدایی بنابر قانون اسنل، معادله ۲۹-۴۰، شکسته می‌شود

$$n_f \sin \theta_f = n_i \sin \theta_i \quad (29-46)$$

الماس با سطح تمیز: لازم است بررسی کنیم که آیا نور پس از گذر از A به B، در این نقطه از الماس خارج می‌شود یا نه؟ نور فرودی در نقطه A در محیطی (هوا،  $n_i = 1/00$ ) با ضریب شکستی کمتر از ضریب شکست محیط طرف دیگر سطح جدایی (الماس،  $n_{dia} = 2/419$ ) قرار دارد. بنابراین بخشی از نور در سطح جدایی شکسته می‌شود (قسمت بازتابیده در شکل ۲۹-۲۶ نشان داده نشده است) و با استفاده از قانون اسنل زاویه شکست  $\theta_f$  عبارت است از

$$\theta_f = \sin^{-1} \left( \frac{n_i}{n_f} \sin \theta_i \right) = \sin^{-1} \left( \frac{1/00}{2/419} \sin 40^\circ \right) = 15/41^\circ$$



شکل ۲۹-۲۶ نور به قسمت بالای الماسی که دارای برش خاصی است می‌تابد. آیا نور می‌تواند از نقطه B روی سطح زیرین خارج شود؟

حال توجه دارید که زاویه داده شده  $48/84^\circ$  در نقطه C زاویه خارجی مثلث ABC است و در نتیجه (از پیوست ب) می‌توان نوشت

$$\theta_r + \theta_f = 48/84^\circ$$

یا

$$\theta_r = 48/84^\circ - \theta_f = 48/84^\circ - 15/41^\circ = 33/43^\circ$$

این زاویه فرود پرتو در نقطه B است. اکنون نور فرودی در محیطی (الماس) با ضریب شکست بزرگتر از محیط طرف دیگر (هوا) سطح جدایی قرار دارد. پس، اگر قانون اسنل را در نقطه B به کار ببریم، داریم

$$\theta_f = \sin^{-1} \left( \frac{2/419}{1/00} \sin 33/43^\circ \right) = 24/4^\circ \quad (29-47)$$

بنابراین، تمام نوری که به نقطه B می‌رسد بازتابیده شده و نوری از این نقطه وارد هوا نمی‌شود.

الماس با سطح کثیف: دوباره مسیر نور از A به B را پیگیری می‌کنیم با این تفاوت که دو محاسبه آخری متفاوت است. حالا در B، محیط در طرف دیگر سطح جدایی چرک روی سطح با



شکل ۲۹-۲۵ درون‌بینی که برای بررسی سرخرگ به کار رفته است.

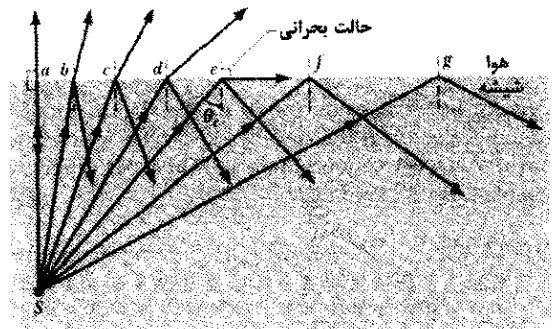
می‌کند. سپس قسمتی از نور بازتابیده از داخل توسط دسته دوم به ترتیب مشابهی برای آشکارسازی برمی‌گردد و برای دید پزشک روی صفحه نمایشگر به تصویر تبدیل می‌شود.

### مسئله نمونه ۲۹-۵

منظور از به کار بردن الماس در انگشتی به خاطر برق زدن آن است. قسمتی از هنر برش دادن الماس در ایجاد این اطمینان است که تمام نوری که وارد وجه بالایی یا وجوه کناری می‌شود از آن وجوه خارج شوند و در برق زدن الماس شرکت جویند. شکل ۲۹-۲۶ بخشی از سطح مقطع یک برش، ماهرانه از الماس را نشان می‌دهد که در آن یک پرتو در نقطه  $A$  در وجه بالایی وارد شده است. در این نوع برش، خطهای عمود بر دو سطح بالا و پایین با هم زاویه  $48/84^\circ$  می‌سازند. در نقطه  $B$  حداقل قسمتی از نور بازتابیده شده و کاملاً از الماس خارج می‌شود، ولی بخشی شکسته شده، و از الماس بیرون می‌آید. فرض کنید پرتو نور در نقطه  $A$  با زاویه  $\theta_1 = 40^\circ$  فرود می‌آید. اگر سطح پایینی در مجاورت هوا ( $n_2 = 1/00$ ) باشد، آیا نور از نقطه  $B$  خارج خواهد شد؟ اگر سطح پایینی با چرک چربی ( $n_2 = 1/63$ ) پوشیده شده باشد، آیا نور خارج خواهد شد؟ ضریب شکست الماس  $n_{dia} = 2/419$  است.

**نکته کلیدی** وقتی نور به سطح جدایی بین دو محیط با ضریب شکستهای متفاوت ( $n_1$  آنها را  $n_2$  بنامید) می‌رسد بخشی یا تمام نور بازتابیده می‌شود. بازتاب کلی است اگر (۱) نور فرودی در محیطی با ضریب شکست بزرگتر ( $n_1 > n_2$ ) باشد و (۲) زاویه فرود بزرگتر از زاویه بحرانی باشد که با رابطه زیر داده می‌شود

$$\theta_c = \sin^{-1} \frac{n_2}{n_1}$$



(الف)



(ب)

شکل ۲۹-۲۴ (الف) بازتاب داخلی کلی نور از چشمه نقطه‌ای  $S$  در شیشه، برای همه پرتوهای با زاویه فرود بزرگتر از زاویه بحرانی  $\theta_c$  رخ می‌دهد. در زاویه بحرانی، پرتو شکسته بر سطح جدایی هوا-شیشه منطبق است. (ب) چشمه در داخل ظرف آب.

برای یافتن  $\theta_c$ ، معادله ۲۹-۴۰ را به کار می‌بریم. به طور دلخواه زیرنویس ۱ را به شیشه و زیرنویس ۲ را به هوا نسبت می‌دهیم و سپس  $\theta_c$  را به جای  $\theta_1$  و  $90^\circ$  را به جای  $\theta_2$  قرار می‌دهیم، داریم

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ$$

که به دست می‌دهد

$$\theta_c = \sin^{-1} \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{زاویه بحرانی}) \quad (29-24)$$

چون سینوس یک زاویه نمی‌تواند بزرگتر از یک باشد، در این معادله  $n_2$  نمی‌تواند بزرگتر از  $n_1$  شود. این محدودیت حاکی از آن است که وقتی نور فرودی در محیطی با ضریب شکست کمتر قرار دارد بازتاب کلی نمی‌تواند رخ دهد. اگر چشمه نور  $S$  در شکل ۲۹-۲۴ الف در هوا باشد همه پرتوهای که به سطح جدایی هوا - شیشه فرود می‌آیند (از جمله پرتوهای  $f$  و  $g$ ) در سطح جدایی هم بازتابیده و هم شکسته می‌شوند.

بازتاب داخلی کلی در فناوری پزشکی کاربردهای فراوانی یافته است. برای مثال، پزشکان با قراردادن دو دسته نازک تار نوری از گلو به داخل معده بیمار (شکل ۲۹-۲۵) زخم را در آنجا ردیابی می‌کنند. نوری که به انتهای یک دسته داده می‌شود با بازتابهای داخلی کلی مکرر در تار، حتی از میان قسمتهای خمیده به انتهای دیگر می‌رسد و قسمت داخلی معده را روشن می‌کند.

زاویهٔ فرود از زاویهٔ بحرانی  $\theta_c$  که با رابطهٔ زیر داده می‌شود، بیشتر شود، بازتاب داخلی کلی پیش می‌آید

$$\theta_c = \sin^{-1} \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{زاویهٔ بحرانی}) \quad (۲۹-۴۷)$$

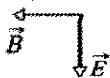
قطبش به وسیلهٔ بازتاب اگر موجی با زاویهٔ بروستر  $\theta_B$  که با رابطهٔ زیر داده می‌شود به یک سطح جدایی برخورد کند، موج بازتابیده با بردارهای  $\vec{E}$  عمود بر صفحهٔ فرود، کاملاً قطبیده خواهد شد

$$\theta_B = \tan^{-1} \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{زاویهٔ بروستر}) \quad (۲۹-۴۹)$$

## پرسشها

۱- اگر میدان مغناطیسی یک موج نوری موازی محور  $y$  نوسان کند و با رابطهٔ  $B_y = B_m \sin(kz - \omega t)$  داده شده باشد، (الف) موج در چه جهتی حرکت می‌کند و (ب) میدان الکتریکی وابسته، موازی با چه محوری نوسان می‌کند؟

۲- شکل ۲۸-۲۹ میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی را در یک لحظهٔ معین نشان می‌دهد. آیا موج به سمت داخل صفحهٔ کاغذ حرکت می‌کند یا خارج آن؟



شکل ۲۸-۲۹ پرسش ۲

۳- در شکل ۱۵-۲۹ الف با نوری که در ابتدا موازی با محور  $x$  قطبیده است شروع کنید و نسبت شدت نهایی  $I_p$  به شدت اولیهٔ  $I_0$  را به صورت  $I_p/I_0 = A \cos^n \theta$  بنویسید. اگر جهت قطبیدهٔ اولین ورقه را (الف)  $90^\circ$  پاد ساعتگرد و (ب)  $90^\circ$  ساعتگرد نسبت به وضع نشان داده شده بچرخانیم،  $A$  و  $n$  چقدرند؟

۴- فرض کنید که ورقهٔ دوم در شکل ۱۵-۲۹ الف را از حالتی که جهت قطبیده هم‌دیف با محور  $y$  است ( $\theta = 0$ ) بچرخانیم و چرخش را تا وقتی که جهت قطبیده با محور  $x$  ( $\theta = 90^\circ$ ) هم‌دیف شود ادامه دهیم. کدامیک از چهار منحنی شکل ۲۹-۲۹ بهترین شدت نور عبوری از سامانهٔ سه ورقه‌ای را در حین این چرخش  $90^\circ$  نشان می‌دهد؟



شکل ۲۹-۲۹ پرسش ۴

۵- (الف) شکل ۲۹-۳۰ نوری را نشان می‌دهد که به یک ورقهٔ قطبیده که جهت قطبیدهٔ آن موازی محور  $y$  است، می‌رسد. ورقه را  $40^\circ$  به طور ساعتگرد دور خط حرکت مشخص شده می‌چرخانیم. در حین این چرخش اگر نور (الف) در ابتدا ناقطبیده، (ب) در

فشار تابشی وقتی تابش الکترومغناطیسی به سطحی می‌تابد، بر سطح نیرو و فشار وارد می‌کند. اگر تابش کاملاً به وسیلهٔ سطح جذب شود، نیرو برابر است با

$$F = \frac{IA}{c} \quad (\text{جذب کامل}) \quad (۲۹-۳۲)$$

که در آن  $I$  شدت تابش و  $A$  مساحت سطح عمود بر مسیر تابش است. اگر تابش کاملاً به عقب و در امتداد مسیر اولیه‌اش بازتابیده شود، نیرو برابر است با

$$F = \frac{2IA}{c} \quad (\text{بازتاب کامل برگشتی در امتداد مسیر}) \quad (۲۹-۳۳)$$

فشار تابشی  $p_r$  برابر است با نیرو بر یکای سطح

$$p_r = \frac{I}{c} \quad (\text{جذب کامل}) \quad (۲۹-۳۴)$$

و

$$p_r = \frac{2I}{c} \quad (\text{بازتاب کامل برگشتی در امتداد مسیر}) \quad (۲۹-۳۵)$$

قطبش موجهای الکترومغناطیسی در صورتی قطبیده هستند که بردارهای میدان الکتریکی آنها همه در یک صفحهٔ تنها، که صفحهٔ نوسان نامیده می‌شود، واقع باشند. موجهای نوری گسیل شده از چشمه‌های معمولی قطبیده نیستند، یعنی ناقطبیده یا به طور کاتوره‌ای قطبیده‌اند.

ورقه‌های قطبیده وقتی یک ورقهٔ قطبیده در مسیر نور قرار داده شود، تنها مؤلفه‌های میدان الکتریکی نور که موازی جهت قطبیده‌اند از ورقه عبور می‌کنند؛ مؤلفه‌های عمود بر جهت قطبیده جذب می‌شوند. نوری که از ورقهٔ قطبیده عبور می‌کند موازی با جهت قطبیدهٔ ورقه، قطبیده است.

اگر نور اصلی در ابتدا ناقطبیده باشد، شدت عبوری  $I$  نصف شدت اصلی  $I_0$  است

$$I = \frac{1}{2} I_0 \quad (۲۹-۴۰)$$

اگر نور اصلی در ابتدا قطبیده باشد، شدت عبوری به زاویهٔ  $\theta$  بین جهت قطبش نور اصلی و جهت قطبیدهٔ ورقه بستگی دارد

$$I = I_0 \cos^2 \theta \quad (۲۹-۴۲)$$

نورشناسی هندسی نورشناسی هندسی یک بررسی تقریبی است که در آن موجهای نوری به صورت پرتوهایی راستخط نشان داده می‌شوند.

بازتاب و شکست وقتی پرتو نوری به سطح جدایی میان دو محیط شفاف برخورد کند، به طور کلی یک پرتو بازتابیده و یک پرتو شکسته پدیدار می‌شوند. هر دو پرتو در صفحهٔ فرود قرار دارند. زاویهٔ بازتاب با زاویهٔ فرود برابر است. زاویهٔ شکست با رابطهٔ زیر به زاویهٔ فرود مربوط است

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (\text{شکست}) \quad (۲۹-۴۴)$$

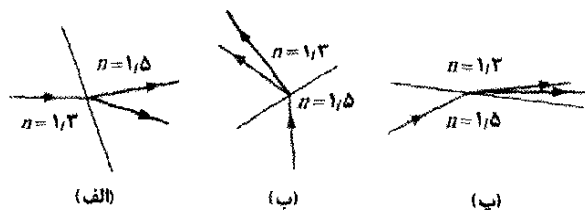
که در آن  $n_1$  و  $n_2$  ضریب شکستهای محیطهایی هستند که پرتوهای فرودی و شکسته در آنها حرکت می‌کنند.

وقتی موجی با یک سطح مرزی بازتاب داخلی کلی

برخورد کند و به محیطی با ضریب شکست کمتر عبور نکند

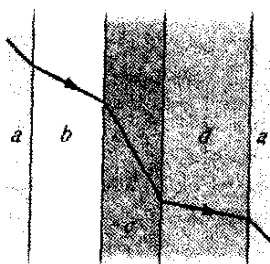


۹- هر قسمت از شکل ۲۹-۳۴ نشان می‌دهد که نور در سطح جدایی میان دو محیط شکسته شده است. پرتو فرودی شامل نور قرمز و آبی است. ضریب شکست تقریبی برای نور مرئی در هر محیط نشان داده شده است. کدامیک از سه قسمت، شکست ممکن به طور فیزیکی را نشان می‌دهد؟



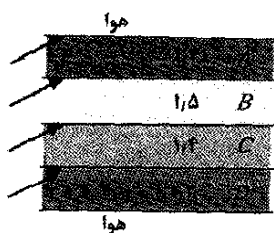
شکل ۲۹-۳۴ پرسش ۹

۱۰- در شکل ۲۹-۳۵، نور از محیط  $a$  و از سه لایه از مواد دیگر با سطحهایی موازی یکدیگر عبور می‌کند و سپس به لایه دیگری از ماده  $a$  می‌رسد. شکستها (اما نه بازتابهای مربوط) در این سطوح نشان داده شده‌اند. مواد را به ترتیب بزرگی ضریب شکست آنها مرتب کنید.



شکل ۲۹-۳۵ پرسش ۱۰

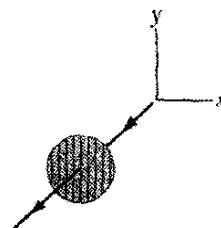
۱۱- شکل ۲۹-۳۶ چهار لایه دراز افقی  $A-D$  از مواد مختلف را که در بالا و پایین آنها هواست، نشان می‌دهد. ضریب شکست هر یک از مواد داده شده است. پرتوهای نور به ترتیب نشان داده شده از سمت چپ لایه‌ها به داخل آنها می‌تابند. در کدام لایه امکان به دام افتادن کامل نور وجود دارد به طوری که پس از چندین بازتاب همه نور به انتهای سمت راست آن برسد؟



شکل ۲۹-۳۶ پرسش ۱۱

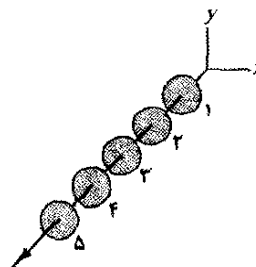
۱۲- قطعه سمت چپ در شکل ۲۹-۳۷ بازتاب کلی داخلی برای نور داخل محیطی با ضریب شکست  $n$  را وقتی که خارج از محیط هوا است، نشان می‌دهد. پرتو نور از هر جایی از قسمت سایه‌دار سمت چپ به نقطه  $A$  برسد (همانند پرتو نشان داده شده)، در آن نقطه کاملاً بازتابیده می‌شود و به ناحیه سایه‌دار سمت راست می‌رود. سایر قطعه‌ها وضعیت مشابهی را

ابتدا موازی با محور  $x$  قطبیده و (پ) در ابتدا موازی با محور  $y$  قطبیده باشد، آیا کسری از شدت نور اولیه که از ورقه عبور می‌کند افزایش می‌یابد یا کاهش یا یکسان باقی می‌ماند؟



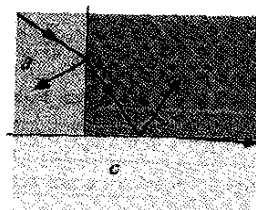
شکل ۲۹-۳۰ پرسش ۵

۶- در شکل ۲۹-۳۰ نور ناقطبیده به سامانه‌ای با پنج ورقه قطبیده فروود می‌آید. جهت‌های قطبندگی که به طور پاد ساعتگرد از جهت مثبت  $y$  اندازه‌گیری می‌شوند عبارت‌اند از: ورقه ۱،  $35^\circ$ ؛ ورقه ۲،  $0^\circ$ ؛ ورقه ۳،  $0^\circ$ ؛ ورقه ۴،  $110^\circ$  و ورقه ۵،  $45^\circ$ . سپس ورقه ۳ را  $180^\circ$  پادساعتگرد حول پرتونور می‌چرخانیم. در حین این چرخش، در چه زاویه‌ای (پادساعتگرد از محور  $y$  اندازه‌گیری می‌شود) نور عبوری از میان سامانه ناپدید می‌شود؟



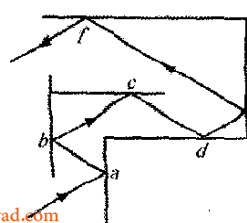
شکل ۲۹-۳۱ پرسش ۶

۷- شکل ۲۹-۳۲ پرتوهای نور تکفامی را نشان می‌دهد که از سه ماده  $a$ ،  $b$  و  $c$  عبور می‌کنند. مواد را به ترتیب بزرگی ضریب شکست آنها مرتب کنید.



شکل ۲۹-۳۲ پرسش ۷

۸- شکل ۲۹-۳۳ بازتابهای متعدد یک پرتو نوری را در امتداد



یک گذرگاه شیشه‌ای نشان می‌دهد که دیواره‌ها یا موازی یکدیگر یا عمود بر یکدیگرند. اگر زاویه فروود در نقطه  $a$  برابر  $30^\circ$  باشد، زاویه‌های بازتاب در نقطه‌های  $a, b, c, d, e, f$  چه قدرند؟

شکل ۲۹-۳۳ پرسش ۸

### بخش ۲۹-۳ موجهای الکترومغناطیسی پیشرونده، بررسی کیفی

۵۰- چه القاگری باید به خازن  $17\text{pF}$  یک نوسانگر وصل شود تا بتواند موجهای الکترومغناطیسی  $550\text{nm}$  (یعنی مرئی) ایجاد کند؟ پاسخ خود را توجیه کنید. SSM

۶۰- بادستگاه نوسانگر - آنتن شکل ۲۹-۳ اگر  $L = 0.253\text{mH}$  و  $C = 250\text{pF}$  باشد، چه طول موجی از موج الکترومغناطیسی گسیل می‌شود؟

### بخش ۲۹-۵ انتقال انرژی و بردار پوین تینگ

۷۰- برخی لیزرهای نئودیمیم-شیشه می‌توانند تپهایی در  $10\text{ns}$  در طول موج  $0.26\text{m}$  و با توان  $100\text{TW}$  تولید کنند. چه مقدار انرژی در یک تپ تنها وجود دارد. ILW

۸۰- یک موج الکترومغناطیسی تخت دارای میدان الکتریکی بیشینه  $3/20 \times 10^{-4}\text{V/m}$  است. دامنه میدان مغناطیسی را به دست آورید.

۹۰- یک موج الکترومغناطیسی تخت که در جهت مثبت محور  $x$  در خلأ حرکت می‌کند دارای مؤلفه‌های  $E_x = E_y = 0$  و  $E_z = (2/0\text{V/m}) \cos[(\pi \times 10^{15}\text{s}^{-1})(t - x/c)]$  است. (الف) دامنه و بزرگی مؤلفه میدان مغناطیسی چقدر است؟ (ب) میدان مغناطیسی موازی با کدام محور نوسان می‌کند؟ (پ) وقتی مؤلفه میدان الکتریکی در نقطه مشخص  $P$  در جهت مثبت محور  $z$  باشد، مؤلفه میدان مغناطیسی در آنجا در کدام جهت است؟

۱۰۰- در یک موج رادیویی تخت بیشینه مقدار مؤلفه میدان الکتریکی برابر  $5/00\text{V/m}$  است. مطلوب است محاسبه (الف) مقدار بیشینه مؤلفه میدان مغناطیسی و (ب) شدت موج.

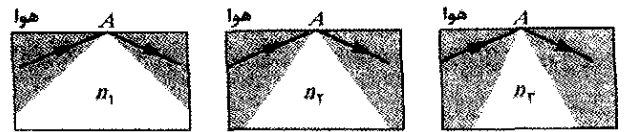
۱۱۰- شدت یک موج الکترومغناطیسی تخت پیشرونده اگر  $B_m$  برابر  $1/0 \times 10^{-4}\text{T}$  باشد، چقدر است؟

۱۲۰- فرض کنید (به طور غیر واقعی) که یک ایستگاه TV همانند یک چشمه نقطه‌ای عمل کند و به طور همسانگرد و در  $1/0\text{MW}$  برنامه پخش کند. شدت تابش گسیل شده به نزدیکترین ستاره به منظومه شمسی یعنی ستاره پروکسیمای قنطورس که در فاصله  $4/3\text{ly}$  قرار دارد، چقدر است؟ (یک موجود هوشمند ممکن است در آن فاصله قادر به تماشای برنامه پرونده  $X$  باشد.) سال نوری ( $\text{ly}$ ) مسافتی است که نور در یک سال طی می‌کند.

۱۳۰۰- بیشینه میدان الکتریکی در فاصله  $10\text{m}$  از یک چشمه نور نقطه‌ای  $2/0\text{V/m}$  است. (الف) بیشینه مقدار میدان مغناطیسی و (ب) شدت میانگین در آنجا چقدر است؟ (پ) توان چشمه چقدر است؟

۱۴۰۰- فرانک دی دریک<sup>۲</sup> یک پژوهشگر فعال برنامه SETI<sup>۳</sup> (جستجو برای اطلاعات فرازمینی) گفته است که رادیو تلسکوپ

برای دو محیط دیگر نشان می‌دهند. ضریب شکست سه محیط را به ترتیب بزرگی مرتب کنید.



شکل ۲۹-۳۷ پرش ۱۲

## مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس) SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

•••• تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرنده فیزیک و در [flyingcircusofphysics.com](http://www.flyingcircusofphysics.com) قابل دسترس است.

### بخش ۲۹-۲ رنگین کمان ماکسول

۱۰- در شکل ۲۹-۲ تقریباً (الف) کوچکترین و (ب) بزرگترین طول موجی که در آنها چشم یک ناظر معمولی دارای نصف حساسیت بیشینه چشم است کدام‌اند؟ مطلوب است (پ) طول موج، (ت) بسامد و (ث) زمان تناوب نوری که در آن چشم بیشترین حساسیت را دارد.

۲۰- تقریباً دسته‌ایان را در چه فاصله‌ای از هم باید نگه دارید تا جدایی آنها  $1/0$  نانو ثانیه نوری باشد (مسافتی که نور در  $1/0\text{ns}$  طی می‌کند)؟

۳۰- یک لیزر هلیوم-نئون نور قرمز را در نوار باریکی از طول موجها به مرکز  $632/8\text{nm}$  و با «پهنای طول موج»  $0/0100\text{nm}$  (با مقیاس شکل ۲۹-۱) گسیل می‌کند. «پهنای بسامدی» مربوط به این گسیل چقدر است؟

۴۰- طرح سی فارر<sup>۱</sup> یک برنامه بلندپروازنه برای نصب آنتن عظیمی در زیرزمین در پایگاهی به مساحت تقریبی  $10000\text{km}^2$  بود. هدف طرح این بود که سیگنالها را به زیر دریاییهایی که در عمق زیاد بودند ارسال کنند. اگر طول موج مؤثر سیگنالها  $1/0 \times 10^4$  برابر شعاع زمین باشد (الف) بسامد و (ب) زمان تناوب تابشهای گسیل شده چقدر است؟ تابشهای الکترومغناطیسی معمولی نمی‌توانند در رساناهایی نظیر آب دریا تا مسافت زیاد نفوذ کنند.

بزرگ در آرچیو، پورتوریکو (شکل ۲۹-۳۸) «می تواند سیگنالی را که به تمام سطح زمین می رسد و توان آن فقط یک پیکو وات است آشکار کند». (الف) توان واقعی که به وسیله آنتن آرچیو برای چنین سیگنالی دریافت می شود چقدر است؟ قطر آنتن ۳۰۰ m است. (ب) توان چشمه ای که در مرکز کیهکشان می تواند چنین سیگنالی را ایجاد کند چقدر است؟ مرکز کیهکشان در فاصله  $1.2 \times 10^{24}$  ly قرار دارد. سال نوری مسافتی است که نور در یک سال طی می کند.



شکل ۲۹-۳۸ مسئله ۱۴، رادیو تلسکوپ آرچیو.

۱۵۰۰- نور خورشید درست در خارج از جو زمین دارای شدت  $1.4 \text{ kW/m}^2$  است. مطلوب است (الف)  $E_m$  و (ب)  $B_m$  برای نور خورشید در آنجا، با فرض تخت بودن موج.  
۱۶۰۰- یک موج الکترومغناطیسی با بسامد  $4.00 \times 10^4 \text{ Hz}$  در خلأ در جهت مثبت محور  $x$  حرکت می کند. میدان الکتریکی آن دارای دامنه  $E_m$  و جهت آن موازی با محور  $y$  است. در زمان  $t=0$ ، میدان الکتریکی در نقطه  $P$  روی محور  $x$  دارای مقدار  $E_m/4$  و با زمان کاهش می یابد. فاصله نقطه  $P$  در امتداد محور  $x$  تا اولین نقطه با  $E=0$  چقدر است، در صورتی که بررسی را در (الف) جهت منفی و (ب) جهت مثبت محور  $x$  انجام دهیم؟

۱۷۰۰- هواپیمایی که در فاصله  $10 \text{ km}$  پرواز می کند از یک فرستنده رادیویی سیگنالی را با توان  $10 \text{ W/m}^2$  دریافت می کند. دامنه مؤلفه (الف) الکتریکی (ب) مغناطیسی در هواپیما چقدر است؟ (پ) اگر فرستنده در همه جهتها به طور یکنواخت تابش کند، کل توان آن چقدر است؟

۱۸۰۰- یک چشمه نقطه ای همسانگرد، نوری را با طول موج  $500 \text{ nm}$  و با آهنگ  $200 \text{ W}$  گسیل می کند. آشکارساز نوری  $400 \text{ m}$  از چشمه فاصله دارد. بیشینه آهنگ  $\partial B / \partial t$  که مؤلفه مغناطیسی نور در محل آشکارساز با زمان تغییر می کند، چقدر است؟

## ۲۹-۶ فشار تابشی

مقابل لامپ و جذب کننده کامل است و لامپ در همه جهتها به طور یکنواخت تابش می کند. II.W

۲۰۰- قطعه مقوای سیاه کاملاً جذب کننده ای با مساحت  $A = 2.0 \text{ cm}^2$  نوری به شدت  $10 \text{ W/m}^2$  را از فلاش دوربین عکاسی دریافت می کند. فشار تابشی نور روی مقوا چقدر است؟

۲۱۰- از فشار تابشی لیزرهای با توان بالا برای متراکم کردن پلاسما (گازی از ذره های باردار) استفاده می شود. لیزری که تپهای تابشی با توان بیشینه  $1.5 \times 10^3 \text{ MW}$  تولید می کند روی  $1.0 \text{ mm}^2$  از پلاسما با چگالی زیاد الکترون متمرکز شده است. اگر پلاسما تمام باریکه نور را مستقیماً به عقب در امتداد مسیرشان بازتاب دهد، فشار وارد شده بر پلاسما را به دست آورید. SSM

۲۲۰- تابش خورشید که به زمین می رسد (درست خارج از جو) دارای شدت  $1.4 \text{ kW/m}^2$  است. (الف) با فرض اینکه زمین (و جو آن) شبیه یک قرص مسطح رفتار می کند که بر پرتوهای خورشید عمود است و همه انرژی تابشی را جذب می کند، نیرویی که بر اثر فشار تابشی به زمین وارد می شود چقدر است؟ (ب) برای مقایسه، نیروی وارد شده به خاطر جاذبه گرانشی خورشید را محاسبه کنید.

۲۳۰۰- ثابت کنید، برای یک موج الکترومغناطیسی تخت که به طور عمود بر سطحی تخت فرود می آید، فشار تابشی روی سطح برابر است با چگالی انرژی باریکه فرودی. (این رابطه بین فشار و چگالی انرژی بدون توجه به اینکه چه کسری از انرژی فرودی بازتابیده شده، برقرار است.) SSM

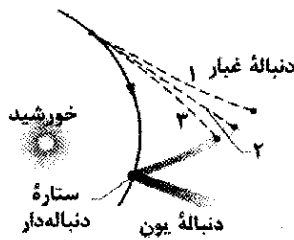
۲۴۰۰- لیزر کوچکی نور را با توان  $5.00 \text{ mW}$  و طول موج  $633 \text{ nm}$  گسیل می کند. باریکه لیزر متمرکز می شود (باریک می شود) تا قطر آن با قطر  $1266 \text{ nm}$  کمره ای که در مسیر قرار دارد برابر شود. کمره کاملاً جذب کننده و دارای چگالی  $5.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  است. (الف) شدت باریکه در محل کمره، (ب) فشار تابشی روی کمره، (پ) بزرگی نیروی مربوطه، و (ت) بزرگی شتابی که این نیرو به تنهایی به کمره خواهد داد چقدر است؟

۲۵۰۰- یک موج الکترومغناطیسی تخت با طول موج  $3.0 \text{ m}$  در خلأ در جهت مثبت محور  $x$  حرکت می کند. میدان الکتریکی با دامنه  $300 \text{ V/m}$  موازی با محور  $y$  نوسان می کند. (الف) بسامد، (ب) بسامد زاویه ای و (پ) عدد زاویه ای موج چقدر است؟ (ت) دامنه مؤلفه میدان مغناطیسی چقدر است؟ (ث) میدان مغناطیسی موازی با کدام محور نوسان می کند؟ (ج) آهنگ میانگین زمانی شار انرژی مربوط به موج بر حسب وات بر متر مربع چقدر است؟ موج به طور یکنواخت به سطحی به مساحت  $2.0 \text{ m}^2$  می تابد. اگر سطح، موج را کاملاً جذب کند

۱۹۰۰- فشار تابشی در فاصله  $1.0 \text{ m}$  از یک لامپ  $500 \text{ W}$

چقدر است؟ فرض کنید سطحی که به آن فشار وارد می شود در صفحه  $SSM$  [www.iran-mavad.com](http://www.iran-mavad.com)

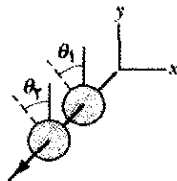
۳۱۰۰۰- وقتی ستاره دنباله داری دور خورشید می چرخد، یخ روی سطح آن بخار شده ذره های غبار و یونهای گرفتار شده رها می شوند. چون یونها به طور الکتریکی بار دارند به وسیله باد خورشیدی که آن نیز به طور الکتریکی باردار است به صورت یک دنباله یون مستقیم رانده شده و به طور شعاعی از خورشید دور می شوند (شکل ۲۹-۴۱). ذره های غبار (که از نظر الکتریکی خنثی هستند) توسط نیروی تابشی وارد بر آنها از طرف نور خورشید به طور شعاعی به دور از خورشید رانده می شوند. فرض کنید که ذره های غبار کروی و دارای چگالی  $\rho = 3/5 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$  هستند و تمام نور خورشید را که به آنها می رسد جذب می کنند. (الف) برای اینکه ذره مسیری مستقیم مانند مسیر ۲ را در شکل طی کند شعاع آن چقدر باید باشد؟ (ب) اگر شعاع بزرگتر باشد، آیا مسیر منحنی آن از خورشید دور می شود (مانند مسیرا) یا به سمت خورشید خواهد بود؟ (مانند مسیر ۳)



شکل ۲۹-۴۱ مسئله ۳۱

### بخش ۲۹-۷ قطبش

۳۲۰- در شکل ۲۹-۴۲ یک باریکه نور ناقطیده با شدت  $43 \text{ W/m}^2$  به سامانه ای با دو ورقه قطبیده با جهتهای قطبیدگی با زاویه  $\theta_1 = 70^\circ$  و  $\theta_2 = 90^\circ$  نسبت به محور  $z$  می تابد. شدت نوری که از این سامانه عبور می کند چقدر است؟



شکل ۲۹-۴۲ مسئله های ۳۲، ۳۳ و ۳۶

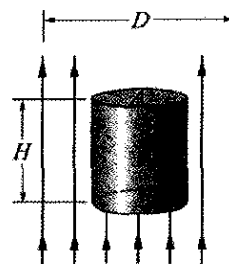
۳۳۰- در شکل ۲۹-۴۲، باریکه نور با شدت  $43 \text{ W/m}^2$  و قطبش موازی با محور  $z$  به سامانه دو ورقه قطبیده می تابد که جهتهای قطبیدگی آنها با محور  $z$  زاویه  $\theta_1 = 70^\circ$  و  $\theta_2 = 90^\circ$  می سازند. شدت نوری که از دو ورقه عبور می کند چقدر است؟

۳۴۰- در شکل ۲۹-۴۳، نور ناقطیده اولیه ای به سامانه ای شامل سه ورقه قطبیده می تابد که جهتهای قطبیدگی آنها با جهت محور  $z$  زاویه های  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 50^\circ$  می سازند. چه درصدی از شدت اولیه از سامانه عبور می کند؟ (راهنمایی: مراقب زاویه ها باشید.)

۲۶۰۰- پیشنهاد شده است که با به کار بردن بادبان بزرگی که از ورقه فلزی ساخته شده است سفینه فضایی می تواند بر اثر فشار تابشی در منظومه شمسی حرکت کند. بزرگی این بادبان چقدر باید باشد تا بزرگی نیروی تابشی مساوی جاذبه گرانشی خورشید شود؟ فرض کنید که جرم سفینه و بادبان رویهم  $1500 \text{ kg}$  و بادبان بازتاب کننده کامل است و عمود بر پرتوهای خورشید قرار دارد. برای اطلاعات مورد نیاز به پیوست پ نگاه کنید. (با بادبان بزرگتر سفینه پیوسته از خورشید دور می شود.)

۲۷۰۰- سفینه فضایی کوچکی که جرم آن  $1/5 \times 10^2 \text{ kg}$  (شامل یک فضا نورد) است به فضای خارج حرکت می کند و نیروی گرانشی وارد بر آن قابل چشمپوشی است. اگر فضا نورد یک باریکه لیزری  $10 \text{ kW}$  را روشن کند، بر اثر اندازه حرکت وارد شده توسط باریکه، سفینه در  $1/5$  روز چه سرعتی پیدا می کند؟

۲۸۰۰- در شکل ۲۹-۳۹ یک باریکه لیزری با توان  $4/60 \text{ W}$  و قطر  $D = 2/60 \text{ mm}$  در جهت رو به بالا به وجه دایره ای (با قطر  $d < 2/60 \text{ mm}$ ) استوانه کاملاً

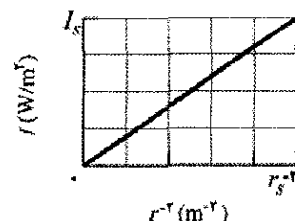


بازتاب کننده ای فروود می آید. استوانه به خاطر اینکه نیروی تابشی به سمت بالا با نیروی گرانش رو به پایین یکسان است معلق می ماند. اگر چگالی استوانه  $1/20 \text{ g/cm}^3$  باشد، ارتفاع  $H$  استوانه چقدر است؟

شکل ۲۹-۳۹ مسئله ۲۸

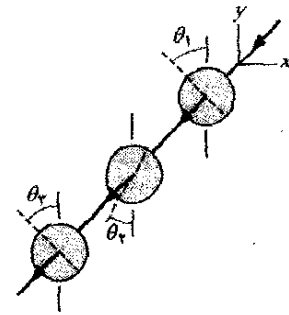
۲۹۰۰- شخصی می خواهد یک کره  $0/500 \text{ m}$  کوچک و کاملاً جذب کننده را بالای یک چشمه نقطه ای و همسانگرد نور غوطه ور کند به طوری که نیروی تابشی به سمت بالای نور با نیروی گرانشی رو به پایین یکسان باشد. چگالی کره  $19/0 \text{ g/cm}^3$  و شعاع آن  $2/00 \text{ mm}$  است. (الف) توان مورد نیاز چشمه نور چقدر باید باشد؟ (ب) حتی اگر چنین چشمه ای ساخته شود، چرا نگهداری کره ناپایدار است؟

۳۰۰۰- شدت  $I$  نور از یک چشمه نقطه ای همسانگرد برحسب تابعی از فاصله  $r$  از چشمه اندازه گیری شده است. شکل ۲۹-۴۰ شدت  $I$  را برحسب مربع معکوس  $r^{-2}$  فاصله به دست می دهد. مقیاس محور قائم  $I_s = 200 \text{ W/m}^2$  و مقیاس محور افقی  $r_s^{-2} = 8/0 \text{ m}^{-2}$  است. توان چشمه چقدر است؟



شکل ۲۹-۴۰ مسئله ۳۰

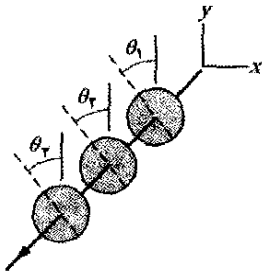
شدت نوری که قبل از گذاشتن عینک به چشم شخص می‌رسید، اکنون به چشم او می‌رسد؟  
**۳۹۰۰-** باریکه نور قطبیده‌ای به سامانه‌ای شامل دو ورقه قطبیده می‌تابد. نسبت به جهت قطبش نور تابیده جهتهای قطبیدگی ورقه‌ها عبارت‌اند از زاویه  $\theta$  برای اولین ورقه و  $90^\circ$  برای دومین ورقه. اگر  $0.10$  شدت فرودی از دو ورقه عبور کند،  $\theta$  چقدر است؟



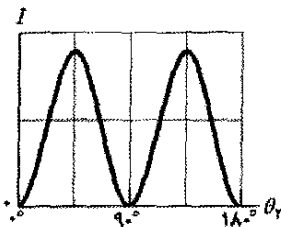
شکل ۲۹-۴۳ مسئله‌های ۳۴ و ۳۵

**۳۵۰-** در شکل ۲۹-۴۳، نور ناقطبیده اولیه‌ای به سامانه‌ای شامل سه ورقه قطبیده می‌تابد که جهت قطبیدگی آنها با جهت محور  $y$  زاویه‌های  $\theta_1 = 40^\circ$ ،  $\theta_2 = 20^\circ$  و  $\theta_3 = 40^\circ$  می‌سازند. چه درصدی از شدت اولیه از سامانه عبور می‌کند؟ (راهنمایی: مراقب زاویه‌ها باشید). SSM

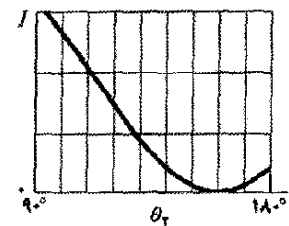
**۳۶۰۰-** در شکل ۲۹-۴۲، نور ناقطبیده به سامانه‌ای شامل دو ورقه قطبیده می‌تابد. زاویه‌های  $\theta_1$  و  $\theta_2$  جهتهای قطبش ورقه‌ها به طور پادساعتگرد نسبت به جهت مثبت محور  $y$  اندازه‌گیری شده‌اند (آنها بدون مقیاس در شکل رسم شده‌اند). زاویه  $\theta_1$  ثابت است اما زاویه  $\theta_2$  می‌تواند تغییر کند. شکل ۲۹-۴۴ شدت نور خروجی از ورقه ۲ را بر حسب  $\theta_2$  به دست می‌دهد. (مقیاس محور شدت مشخص نشده است). وقتی  $\theta_2 = 90^\circ$  باشد، چه درصدی از شدت اولیه از دو ورقه عبور می‌کند؟



شکل ۲۹-۴۵ مسئله‌های ۴۰، ۴۲ و ۴۴



شکل ۲۹-۴۶ مسئله ۴۰



شکل ۲۹-۴۴ مسئله ۳۶

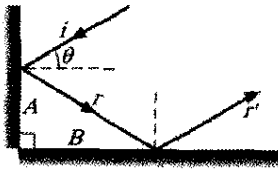
**۳۷۰۰-** نور ناقطبیده‌ای با شدت  $10 \text{ mW/m}^2$  مطابق شکل ۲۹-۱۱ به ورقه قطبیده‌ای می‌تابد. (الف) دامنه مؤلفه میدان الکتریکی نور عبوری و (ب) فشار تابشی روی ورقه به خاطر جذب قسمتی از نور، چقدر است؟

**۳۸۰۰-** نور در ساحل معمولاً به علت بازتابهایی که از ماسه و آب صورت می‌گیرد قطبیده جزئی است. در یک ساحل معین و در یک روز معین، نزدیک غروب مؤلفه افقی بردار میدان الکتریکی  $2/3$  برابر مؤلفه عمودی است. شخصی که در ساحل ایستاده است عینکی با شیشه‌های قطبیده را به چشم می‌زند و عینک مؤلفه افقی میدان را حذف می‌کند. (الف) چه کسری از شدت نوری که قبل از گذاشتن عینک به چشم شخص می‌رسید، حالا به چشمهای او می‌رسد؟ (ب) شخصی که هنوز عینک را به چشم دارد، به پهلوی دراز می‌کشد، چه کسری از

**۴۱۰۰-** یک باریکه نور را که به طور جزئی قطبیده است می‌توان ترکیب نور قطبیده و ناقطبیده در نظر گرفت. فرض کنید چنین باریکه‌ای را به یک پالایه قطبیده بتابانیم و سپس در حالی که پالایه را عمود بر باریکه نگه داشته‌ایم آن را  $360^\circ$  بچرخانیم. اگر در این چرخش شدت نور عبوری با ضریب  $5/10$  تغییر کند، چه کسری از شدت باریکه اولیه به نور باریکه قطبیده مربوط بوده است؟

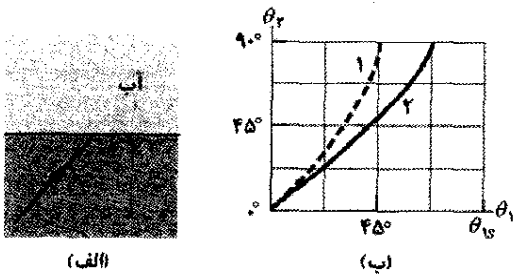
**۴۲۰۰-** در شکل ۲۹-۴۵، نور ناقطبیده به سامانه‌ای شامل سه ورقه می‌تابد که  $0.0500$  شدت نور اولیه را عبور می‌دهد. جهتهای قطبیدگی اولین و سومین ورقه زاویه‌های  $\theta_1 = 0^\circ$  و  $\theta_3 = 90^\circ$  می‌سازند. مطلوب است مقدار (الف) کمتر و (ب) بیشتر زاویه ممکن  $\theta_2 (< 90^\circ)$  برای جهت قطبیدگی ورقه ۲.

۴۷۰- شکل ۲۹-۴۹ نور بازتابیده را از دو سطح بازتاب دهنده عمود بر هم  $A$  و  $B$  نشان می‌دهد. زاویه بین پرتو ورودی  $i$  و پرتو خروجی  $r'$  را به دست آورید.



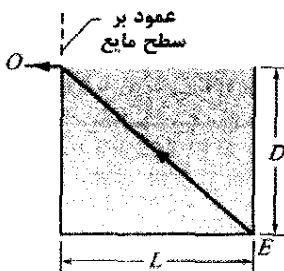
شکل ۲۹-۴۹ مسئله ۴۷

۴۸۰- در شکل ۲۹-۵۰ الف، پرتو نور از ماده زیر با زاویه  $\theta_1$  روی سطح جدایی با آب فرو می‌آید. و مقداری از نور در آب می‌شکند. دو انتخاب برای ماده زیر وجود دارد. برای هر یک، زاویه شکست  $\theta_2$  بر حسب زاویه فرود  $\theta_1$  در شکل ۲۹-۵۰ ب نشان داده شده است. مقیاس محور افقی با  $\theta_{1s} = 90^\circ$  مشخص شده است. بدون محاسبه، مشخص کنید که آیا ضریب شکست (الف) ماده ۱ و (ب) ماده ۲ بزرگتر یا کوچکتر از ضریب شکست آب ( $n = 1/33$ ) است؟ ضریب شکست (پ) ماده ۱ و (ت) ماده ۲ چقدر است؟



شکل ۲۹-۵۰ مسئله ۴۸

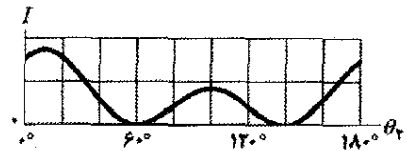
۴۹۰- وقتی مخزن مکعب مستطیل فلزی در شکل ۲۹-۵۱ پر از مایع نامشخصی است، ناظری که چشمه‌های هم سطح بالای مخزن است فقط می‌تواند گوشه  $E$  را ببیند؛ پرتوی که در سطح بالای مایع به سمت  $O$  شکسته می‌شود نشان داده شده است. اگر  $D = 85.0 \text{ cm}$  و  $L = 1/10 \text{ m}$  باشد، ضریب شکست مایع چقدر است؟



شکل ۲۹-۵۱ مسئله ۴۹

۵۰۰۰- در شکل ۲۹-۵۲ الف، یک باریکه نوری در محیط ۱ با زاویه  $\theta_1 = 30^\circ$  به سطح جدایی فرو می‌آید. میزان شکست مرجع دانشجویان و مهندسان مواد نور به داخل محیط ۲ بخشی به ضریب شکست  $n_2$  محیط ۲

۴۳۰۰- می‌خواهیم جهت قطبیدگی یک باریکه نور قطبیده را با تابانیدن باریکه به یک ورقه قطبیده یا بیشتر به اندازه  $90^\circ$  بچرخانیم. (الف) کمترین تعداد ورقه‌های لازم چند تا است؟ (ب) در صورتی که بخواهیم شدت عبوری بیشتر از  $60\%$  شدت اولیه باشد، کمترین تعداد ورقه‌های لازم چند تا است؟ SSM WWW  
۴۴۰۰- در شکل ۲۹-۴۵، نور ناقطبیده به سامانه‌ای شامل سه ورقه قطبیده می‌تابد. زاویه‌های  $\theta_1$ ،  $\theta_2$  و  $\theta_3$  جهت‌های قطبیدگی به طور پاد ساعتگرد از جهت مثبت محور  $y$  اندازه‌گیری شده‌اند (آنها بدون مقیاس رسم شده‌اند). زاویه‌های  $\theta_1$  و  $\theta_2$  ثابت‌اند اما زاویه  $\theta_3$  می‌تواند تغییر کند. شکل ۲۹-۴۷ شدت نور خروجی از ورقه ۳ را بر حسب تابعی از  $\theta_3$  به دست می‌دهد. (مقیاس محور شدت مشخص نشده است). وقتی  $\theta_3 = 90^\circ$  باشد، چه درصدی از شدت نور اولیه از سامانه عبور می‌کند؟

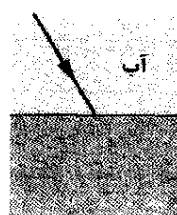


شکل ۲۹-۴۷ مسئله ۴۴

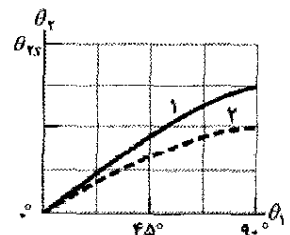
### بخش ۲۹-۸ بازتاب و شکست

۴۵۰- نوری در خلأ به سطح یک تیغه شیشه‌ای می‌تابد. باریکه در خلأ با عمود بر سطح زاویه  $32.0^\circ$  می‌سازد، در حالی که در شیشه با عمود زاویه  $21.0^\circ$  می‌سازد. ضریب شکست شیشه چقدر است؟

۴۶۰- در شکل ۲۹-۴۸ الف، یک پرتو نور در آب با زاویه  $\theta_1$  روی مرزی که زیر آن ماده است فرو می‌آید، قسمتی از نور شکسته شده به داخل ماده می‌رود. دو انتخاب برای ماده وجود دارد. برای هر یک، زاویه شکست  $\theta_2$  بر حسب زاویه فرود  $\theta_1$  در شکل ۲۹-۴۸ ب داده شده است. مقیاس محور قائم با  $\theta_{2s} = 90^\circ$  مشخص شده است. بدون محاسبه معین کنید، آیا ضریب شکست (الف) ماده ۱ و (ب) ماده ۲ بزرگتر یا کوچکتر از ضریب شکست آب ( $n = 1/33$ ) است؟ ضریب شکست (پ) ماده ۱ و (ت) ماده ۲ چقدر است؟



(الف)

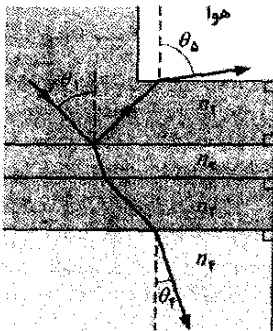


(ب)

شکل ۲۹-۴۸ مسئله ۴۶

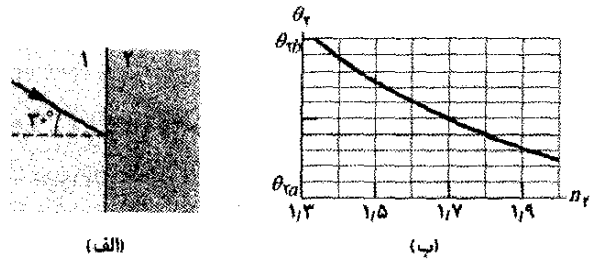


۵۳۰۰- در شکل ۲۹-۵۵، نور با زاویه  $\theta_1 = 40^\circ$  به سطح جدایی دو محیط شفاف فروود می‌آید. قسمتی از نور به سمت پایین و از میان سه محیط شفاف دیگر حرکت می‌کند، در حالی که قسمت دیگری از آن به سمت بالا بازتابیده شده و سپس وارد هوا می‌شود. اگر  $n_1 = 1/30$ ،  $n_2 = 1/40$ ،  $n_3 = 1/33$  و  $n_4 = 1/45$  باشد، مقدار (الف)  $\theta_5$  و (ب)  $\theta_4$  چقدر است؟



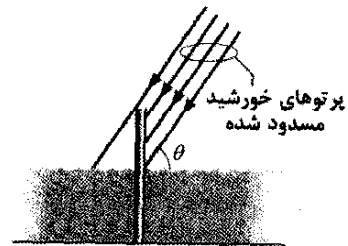
شکل ۲۹-۵۵ مسئله ۵۳

بستگی دارد. شکل ۲۹-۵۲، زاویه شکست  $\theta_2$  را برحسب  $n_2$  برای گستره‌ای ممکن از مقدارهای  $n_2$  به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با  $\theta_{2a} = 20^\circ$  و  $\theta_{2b} = 40^\circ$  مشخص شده است. (الف) ضریب شکست ماده ۱ چقدر است؟ (ب) اگر زاویه فروود به  $60^\circ$  تغییر کند و ماده ۲ دارای  $n_2 = 2/4$  باشد، آنگاه زاویه  $\theta_2$  چقدر است؟



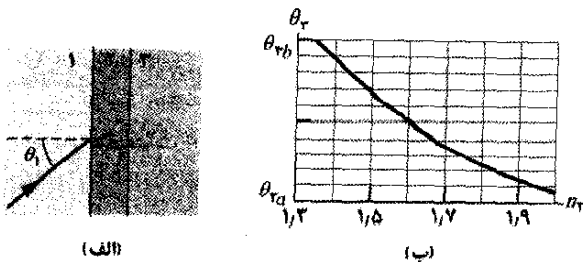
شکل ۲۹-۵۲ مسئله ۵۰

۵۱۰۰- در شکل ۲۹-۵۳، میله‌ای به طول  $2/00\text{m}$  به طور قائم از ته استخر شنا تا بالای آب قرار دارد. نور خورشید با زاویه  $\theta = 55^\circ$  می‌تابد. طول سایه میله در کف استخر چقدر است؟ SSM



شکل ۲۹-۵۳ مسئله ۵۱

۵۴۰۰- در شکل ۲۹-۵۶، باریکه نوری در محیط ۱ با زاویه  $\theta_1 = 40^\circ$  روی سطح جدایی فروود می‌آید. بخشی از نور وارد محیط ۲ و سپس بخشی وارد محیط ۳ می‌شود. دو سطح جدایی میان سه محیط موازی‌اند. راستای نهایی باریکه بستگی به ضریب شکست  $n_2$  محیط ۳ دارد. شکل ۲۹-۵۶، زاویه شکست  $\theta_3$  در آن محیط را بر حسب  $n_2$  برای حدود مقدارهای ممکن  $n_2$ ، به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با  $\theta_{3a} = 30^\circ$  و  $\theta_{3b} = 50^\circ$  مشخص شده است. (الف) ضریب شکست محیط ۱ چقدر است، یا بدون اطلاعات بیشتر محاسبه ضریب ممکن نیست؟ (ب) ضریب شکست محیط ۲ چقدر است، یا بدون اطلاعات بیشتر محاسبه ضریب ممکن نیست؟ (پ) اگر  $\theta_1$  به  $70^\circ$  تغییر کند و ضریب شکست محیط ۳ برابر  $2/4$  باشد،  $\theta_3$  چقدر است؟



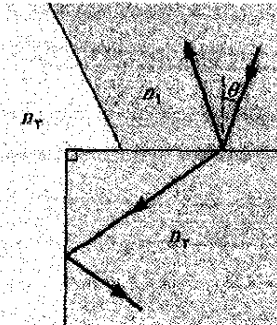
شکل ۲۹-۵۶ مسئله ۵۴

۵۵۰۰- در شکل ۲۹-۵۷، پرتوی به یک وجه منشور شیشه‌ای مثلثی شکل واقع در هوا می‌تابد. زاویه فروود  $\theta$  طوری انتخاب شده است که پرتو خروجی نیز همان زاویه  $\theta$  را با عمود بر سطح می‌سازد. نشان دهید که ضریب شکست منشور شیشه‌ای با این رابطه داده می‌شود



شکل ۲۹-۵۷ مسئله ۵۲

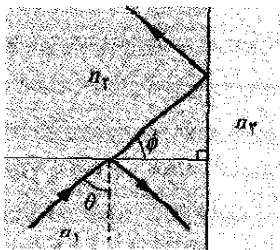
۵۹۰۰- در شکل ۲۹-۵۹، نور ابتدا در محیط ۱ شکسته شده و وارد محیط ۲ می شود و سپس با زاویه بحرانی به سطح جدایی میان محیط ۲ و ۳ فروود می آید. ضریب شکستها عبارتند از  $n_1=1/60$ ،  $n_2=1/40$  و  $n_3=1/20$ . (الف) زاویه  $\theta$  چقدر است؟ (ب) اگر  $\theta$  افزایش یابد، آیا شکست نور به محیط ۳ رخ می دهد؟



شکل ۲۹-۵۹ مسئله ۵۹

۶۰- یک گربه ماهی ۲/۰۰m زیر سطح یک دریاچه آرام قرار دارد. قطر دایره ای روی سطح که ماهی می تواند از میان آب دنیای خارج را ببیند چقدر است؟ (ب) اگر ماهی پایین برود آیا قطر دایره کاهش می یابد یا افزایش می یابد؟

۶۱۰۰- در شکل ۲۹-۶۰ که در آن، زاویه ها بدون مقیاس رسم شده اند، پرتو با زاویه بحرانی به سطح جدایی میان محیط ۲ و ۳ فروود می آید. زاویه  $\phi=60/5^\circ$  و دو ضریب شکست عبارتند از  $n_1=1/70$  و  $n_2=1/60$  است. مطلوب است (الف) ضریب شکست  $n_3$  و (ب) زاویه  $\theta$ . (پ) اگر  $\theta$  افزایش یابد آیا نور به داخل محیط ۳ شکسته می شود؟



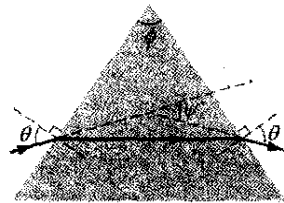
شکل ۲۹-۶۰ مسئله ۶۱

۶۲- در شکل ۲۹-۶۱، پرتو A از محیط ۱ ( $n_1=1/60$ ) شکسته شده وارد لایه نازک محیط ۲ ( $n_2=1/80$ ) می شود، از آن عبور می کند و سپس با زاویه بحرانی به سطح جدایی میان محیط ۲ و ۳ ( $n_3=1/30$ ) فروود می آید. (الف) مقدار زاویه فرودی  $\theta_A$  چقدر است؟ (ب) اگر  $\theta_A$  کاهش یابد، آیا قسمتی از نور شکسته شده و وارد محیط ۳ می شود؟

پرتو B از محیط ۱ شکسته شده و وارد لایه نازکی می شود و از آن عبور می کند و سپس با زاویه بحرانی به سطح جدایی میان محیط ۲ و ۳ ( $n_3=1/30$ ) فروود می آید. (پ) مقدار زاویه فرود  $\theta_B$  چقدر

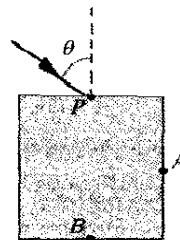
$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\Psi + \phi)}{\sin \frac{1}{2}\phi}$$

که در آن  $\phi$  زاویه رأس منشور و  $\Psi$  زاویه انحراف یعنی کل زاویه ای است که باریکه موقع عبور از منشور چرخیده است. (در این شرایط زاویه انحراف کوچکترین مقدار ممکن را دارد که زاویه کمینه انحراف نامیده می شود.) SSM ILW WWW



شکل ۲۹-۵۷ مسئله های ۵۵ و ۶۶

۵۶۰۰- رنگین کمان از قطره مربع شکل. فرض کنید در یک دنیای خیالی، قطره های باران دارای سطح مقطع مربعی و همیشه در حین سقوط یک وجه آن افقی است. شکل ۲۹-۵۸ سقوط چنین قطره هایی را با باریکه سفید نور خورشید که با زاویه  $\theta=70/5^\circ$  در نقطه P فروود می آید نشان می دهد. قسمتی از نور وارد قطره می شود و سپس به نقطه A می رود، جایی که قسمتی از آن به سمت خارج شکسته شده و وارد هوا می شود و بقیه باز می تابند. سپس این نور بازتابیده به نقطه B می رود و در آنجا دوباره قسمتی به سمت خارج شکسته شده و وارد هوا می شود و بقیه باز می تابند. اختلاف بین زاویه های نور قرمز ( $n=1/331$ ) و نور آبی ( $n=1/343$ ) که از (الف) نقطه A و (ب) نقطه B خارج می شوند چقدر است؟ (این اختلاف زاویه در نور خروجی مثلاً در نقطه A باید به نای رنگین کمانی باشد که شما در هنگام خروج از آن نقطه مشاهده می کنید.)



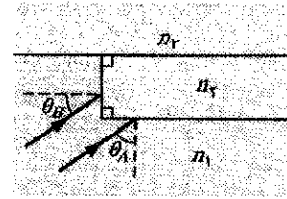
شکل ۲۹-۵۸ مسئله ۵۶

### بخش ۲۹-۹ بازتاب داخلی کلی

۵۷۰- یک چشمه نقطه ای نور ۸۰/۰cm زیر سطح آب قرار دارد. قطر دایره ای در سطح آب را که نور از آن خارج می شود به دست آورید.

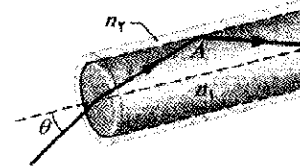
۵۸۰- ضریب شکست بنزن ۱/۸ است. برای یک پرتو نور که در بنزن به سمت لایه مسطح هوا در بالای بنزن حرکت می کند، زاویه حد چقدر است؟

است؟ (ت) اگر  $\theta_B$  کاهش یابد، آیا قسمتی از نور به داخل محیط ۳ شکسته می‌شود؟



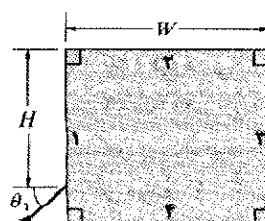
شکل ۲۹-۶۱ مسئله ۶۲

●●۶۳- شکل ۲۹-۶۲ یک تار نوری را به صورت ساده نشان می‌دهد: یک مغزی پلاستیکی ( $n_1 = 1/58$ ) که با ورقه پلاستیکی ( $n_2 = 1/53$ ) احاطه شده است. یک پرتو نور با زاویه  $\theta$  به یک سر آن فروود می‌آید. پرتو در نقطه A بازتاب داخلی کلی پیدا می‌کند، جایی که با مرز مغز-ورقه مواجه می‌شود. (بنابراین، اتلاف نوری در آن مرز وجود ندارد) بیشینه مقدار  $\theta$  که بازتاب داخلی کلی را در A ممکن می‌سازد، چقدر است؟



شکل ۲۹-۶۲ مسئله ۶۳

●●۶۴- در شکل ۲۹-۶۳ پرتو نور در هوا با زاویه  $\theta_1$  بر یک قطعه پلاستیک شفاف با ضریب شکست  $1/56$  فروود می‌آید. ابعاد مشخص شده عبارت‌اند از  $H = 2/00 \text{ cm}$  و  $W = 3/00 \text{ cm}$ . نور داخل قطعه حرکت کرده و به یکی از وجه‌ها می‌رسد و در آنجا بازتاب می‌کند (داخل قطعه) و احتمالاً شکست نیز می‌یابد (به سمت خارج داخل هوا). این نقطه اولین بازتاب است. سپس نور بازتابیده شده در داخل قطعه به سمت وجه دیگر می‌رود، نقطه دومین بازتاب. اگر  $\theta_1 = 40^\circ$  باشد، روی کدام وجه نقطه (الف) اولین بازتاب و (ب) دومین بازتاب واقع است. اگر شکست در نقطه (پ) اولین بازتاب و (ت) دومین بازتاب وجود داشته باشد، زاویه شکست را حساب کنید؛ در صورت عدم شکست پاسخ «هیچ کدام» است. اگر  $\theta_1 = 70^\circ$  باشد روی کدام وجه نقطه (ث) اولین بازتاب و (ج) دومین بازتاب واقع است. اگر شکست در نقطه



(ج) اولین بازتاب و (ح) دومین بازتاب وجود داشته باشد، زاویه شکست را حساب کنید؛ در صورت عدم شکست پاسخ «هیچ کدام» است.

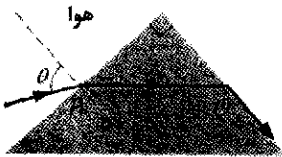
●●۶۵- در شکل ۲۹-۶۴، یک پرتو نور بر وجه  $ab$  یک منشور شیشه‌ای ( $n = 1/52$ ) عمود است. اگر منشور (الف) در هوا و (ب) در آب قرار داشته باشد، بزرگترین مقدار زاویه  $\phi$  را پیدا کنید در صورتی که پرتو در وجه  $ac$  بازتاب کلی پیدا کند.



شکل ۲۹-۶۴ مسئله ۶۵

●●۶۶- فرض کنید که منشور شکل ۲۹-۵۷ دارای زاویه رأس  $\phi = 60/0^\circ$  و ضریب شکست  $n = 1/60$  است. (الف) برای اینکه پرتو بتواند از وجه سمت چپ منشور وارد و از وجه سمت راست خارج شود، کمترین زاویه فروود  $\theta$  باید چقدر باشد؟ (ب) برای چه زاویه فروود  $\theta$ ، مطابق شکل ۲۹-۵۷، پرتو خروجی از منشور دارای زاویه شکست برابر با زاویه  $\theta$  است.

●●۶۷- در شکل ۲۹-۶۵، پرتو نور با زاویه فروود  $\theta$  از نقطه P وارد منشور مثلثی شکل  $90^\circ$  می‌شود و سپس قسمتی از آن در نقطه Q با زاویه شکست  $90^\circ$  شکسته می‌شود. (الف) ضریب شکست منشور برحسب  $\theta$  چقدر است؟ (ب) به طور عددی، ضریب شکست چه مقدار بیشینه‌ای را می‌تواند داشته باشد؟ اگر زاویه فروود در Q کمی افزایش و (ت) کمی کاهش یابد، آیا نور از Q خارج می‌شود؟

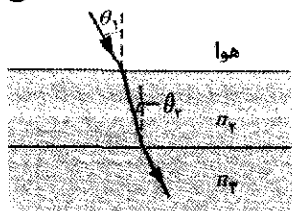


شکل ۲۹-۶۵ مسئله ۶۷

بخش ۲۹-۱۰ قطبش به وسیله بازتاب

●۶۸- (الف) در چه زاویه فروودی نور بازتابیده از آب کاملاً قطبیده است؟ (ب) آیا این زاویه به طول موج نور بستگی دارد؟ ●۶۹- نوری که در آب با ضریب شکست  $1/33$  حرکت می‌کند به یک صفحه شیشه‌ای با ضریب شکست  $1/53$  فروود می‌آید. در چه زاویه فروودی نور بازتابیده قطبیده کامل است؟ SSM

●۷۰- در شکل ۲۹-۶۶، یک پرتو نور در هوا روی لایه تخت محیط ۲ با ضریب شکست  $n_2 = 1/5$  فروود می‌آید. زیر محیط ۲، محیط ۳ با ضریب شکست  $n_3$  قرار دارد. پرتو روی سطح جدایی هوا-محیط ۲ با زاویه



بروستر فروود می‌آید. پرتو نور اتفاقاً با زاویه بروستر روی سطح جدایی میان دو محیط ۲ و ۳ شکسته و وارد محیط ۳ می‌شود. مقدار  $n_3$  چقدر

www.iran-mavad.com

شکل ۲۹-۶۳ مسئله مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

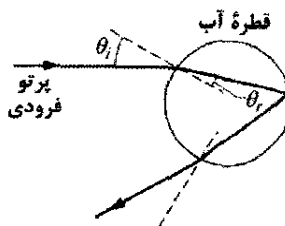
شکل ۲۹-۶۶ مسئله ۷۰

## مسئله‌های اضافی

۷۱- رنگین کمان. شکل ۲۹-۶۷ پرتو نوری را نشان می‌دهد که وارد یک قطره باران کروی در حال سقوط شده و پس از یک بازتاب داخلی کلی از آن خارج می‌شود (به شکل ۲۹-۲۱ الف نگاه کنید). راستای نهایی حرکت با راستای اولیه به اندازه زاویه  $\theta_{dev}$  انحراف دارد (می‌چرخد). (الف) نشان دهید که  $\theta_{dev}$  برابر است با

$$\theta_{dev} = 180^\circ + 2\theta_i - 4\theta_r$$

که در آن  $\theta_i$  زاویه فرود پرتو روی قطره و  $\theta_r$  زاویه شکست پرتو در قطره است. (ب) با به کار بردن قانون اسنل، برای  $\theta_r$  بر حسب  $\theta_i$  و ضریب شکست  $n$  آب قرار دهید. سپس با ماشین حسابی که رسم منحنی دارد یا با رایانه،  $\theta_{dev}$  را بر حسب  $\theta_i$  در ناحیه ممکن برای مقادیرهای  $\theta_i$ ،  $n=1/331$  برای نور قرمز و  $n=1/333$  برای نور آبی، رسم کنید.



شکل ۲۹-۶۷ مسئله ۷۱

منحنی نور قرمز و منحنی نور آبی دارای کمینه‌های متفاوتی هستند که بدان معناست که زاویه کمینه/انحراف متفاوتی برای هر رنگ وجود دارد. نور هر رنگ داده شده که قطره را ترک می‌کند در آن زاویه انحراف کمینه رنگ، به خصوص درخشان است چون پرتوها در آن زاویه جمع می‌شوند. بنابراین، نور قرمز درخشان قطره را در یک زاویه و نور آبی درخشان در زاویه دیگری قطره را ترک می‌کنند.

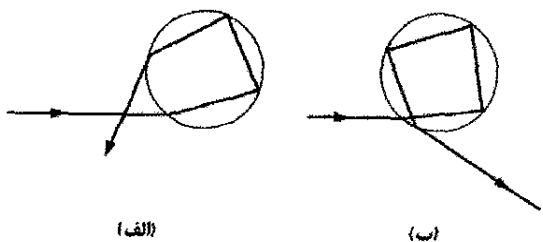
زاویه کمینه انحراف را از منحنی  $\theta_{dev}$  برای (پ) نور قرمز و (ت) نور آبی حساب کنید. (ث) اگر این رنگها لبه داخلی و خارجی رنگین کمان را تشکیل دهند (شکل ۲۹-۲۲ الف)، پهنای زاویه‌ای رنگین کمان چقدر است؟

۷۲- رنگین کمان اولیه که در مسئله ۷۱ شرح داده شد یک نوع معمول است که در ناحیه‌هایی که رنگین کمان ظاهر می‌گردد دیده می‌شود. این رنگین کمان با یک بار شکست داخل قطره ایجاد می‌شود. نوع نادرتر رنگین کمان نوع ثانویه است که در بخش ۲۹-۸ شرح داده شد و با دو بار شکست داخل قطره (شکل ۲۹-۶۸ الف) ایجاد می‌شود. (الف) نشان دهید که انحراف زاویه‌ای نوری که وارد قطره آب کروی شده و سپس خارج می‌شود برابر است با

$$\theta_{dev} = (180^\circ)k + 2\theta_i - 2(k+1)\theta_r$$

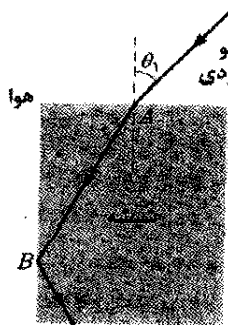
که در آن  $k$  تعداد بازتابهای داخلی است. روش مسئله ۷۱ را به کار ببرید و زاویه کمینه انحراف را برای (ب) نور قرمز و (پ)

نور آبی در رنگین کمان ثانوی به دست آورید. (ت) پهنای زاویه‌ای این رنگین کمان (شکل ۲۹-۲۱ ت) چقدر است؟ رنگین کمان سوم بستگی به سه بازتاب داخلی (شکل ۲۹-۶۸ ب) دارد. این امر احتمالاً رخ می‌دهد، اما همان‌طور که در بخش ۲۹-۸ اشاره شد نمی‌توان آن را دید چون خیلی کم سو است و در آسمان درخشان اطراف خورشید واقع است. زاویه کمینه انحراف را برای (ث) نور قرمز و (ج) نور آبی در این رنگین کمان به دست آورید (ج) پهنای زاویه‌ای این رنگین کمان چقدر است؟



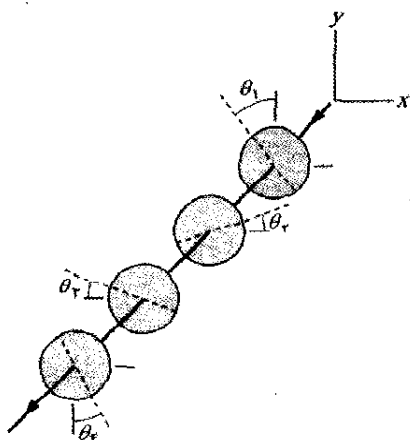
شکل ۲۹-۶۸ مسئله ۷۲

۷۳- در شکل ۲۹-۶۹، پرتو نور با زاویه  $\theta_i = 40^\circ$  از نقطه  $A$  وارد یک قطعه شیشه می‌شود و سپس در نقطه  $B$  بازتاب داخلی کلی می‌یابد. با این اطلاعات می‌توان ضریب شکست شیشه را حساب کرد، کمینه مقدار آن چقدر است؟ SSM



شکل ۲۹-۶۹ مسئله ۷۳

۷۴- در شکل ۲۹-۷۰، نور ناقطبیده‌ای با شدت  $25 \text{ W/m}^2$  وارد سامانه‌ای شامل چهار ورقه قطبنده می‌شود، که جهت قطبیدگی ورقه‌های آن عبارت‌اند از  $\theta_1 = 40^\circ$ ،  $\theta_2 = 20^\circ$ ،  $\theta_3 = 20^\circ$  و  $\theta_4 = 30^\circ$ . شدت نور خروجی از این سامانه چقدر است؟



شکل ۲۹-۷۰ مسئله ۷۴

سحابی خرجنگ که حدوداً در فاصله ۶۵۰۰ سال نوری (ly) قرار دارد، نتیجه انفجار یک ابرنواختر است که ۱۵۵۴ سال پس از میلاد توسط منجمین چینی ثبت شده است. در حدود چه سالی واقعاً این انفجار رخ داده است؟

۷۸- حدود ۱۵۰ سال پس از میلاد، کلادیوس بطلمیوس برای باریکه نور که از هوا داخل آب می شود برای زاویه فرود  $\theta_1$  و زاویه شکست  $\theta_2$  مقدارهای اندازه گیری شده زیر را به دست آورد:

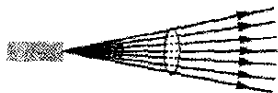
$\theta_2$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1$
$35^\circ$	$50^\circ$	$80$	$10^\circ$
$40^\circ 30'$	$60^\circ$	$15^\circ 30'$	$20^\circ$
$45^\circ 30'$	$70^\circ$	$22^\circ 30'$	$30^\circ$
$50^\circ$	$80^\circ$	$29^\circ$	$40^\circ$

فرض کنید این داده ها با قانون شکست سازگارند، با به کاربردن آنها ضریب شکست آب را به دست آورید. این داده ها شاید به عنوان قدیمی ترین اندازه گیری های فیزیکی ثبت شده قابل توجه باشند.

۷۹- مؤلفه الکتریکی یک باریکه نور قطبیده عبارت است از  $E_y = (5/00 \text{ V/m}) \sin[(1/00 \times 10^6 \text{ m}^{-1})z + \omega t]$  (الف) عبارتی برای مؤلفه میدان مغناطیسی موج بنویسید که شامل مقدار  $\omega$  باشد. (ب) طول موج و (پ) زمان تناوب و (ت) شدت این نور چقدر است؟ (ث) میدان مغناطیسی موازی با کدام محور نوسان می کند؟ (ج) این موج در چه ناحیه ای از طیف الکترومغناطیسی واقع است؟

۸۰- مؤلفه مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی در خلأ دارای دامنه  $85/80 \text{ T}$  و عدد موج زاویه ای  $4/00 \text{ m}^{-1}$  است. (الف) بسامد موج، (ب) مقدار rms مؤلفه الکتریکی و (پ) شدت نور چقدرند؟

۸۱- یک لیزر هلیوم-نئون، که در  $632/8 \text{ nm}$  تابش می کند دارای توان خروجی  $3/0 \text{ mW}$  و واگرایی (گسترده گی) زاویه ای  $\theta = 0/17 \text{ mrad}$  (شکل ۲۹-۷۳) است. (الف) شدت باریکه در فاصله  $4/0 \text{ m}$  از لیزر چقدر است؟ (ب) توان یک چشمه نقطه ای که همان توان را در همان فاصله ایجاد کند چقدر است؟



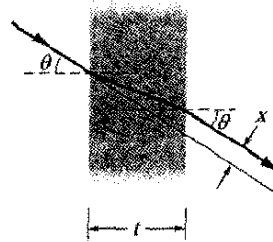
شکل ۲۹-۷۳ مسئله ۸۱

۸۲- شدت میانگین تابش خورشیدی که به طور عمود درست روی سطح خارجی جو زمین فرود می آید  $1/4 \text{ W/m}^2$  است. (الف) فشار تابشی  $p_r$  وارد بر سطح، با در نظر گرفتن جذب کامل چقدر است؟ (ب) برای مقایسه نسبت  $p_r$  را به فشار جو در زمین و در سطح دریا که  $1 \times 10^5 \text{ Pa}$  است به دست آورید.

۷۵- (الف) ثابت کنید که یک پرتو نور که روی سطح یک تیغه تخت شیشه ای به ضخامت  $t$  می تابند، مطابق شکل ۲۹-۷۱ از وجه دیگر موازی راستای اولیه ولی جابه جا شده به یک طرف خارج می شود. (ب) نشان دهید که برای زاویه های کوچک فرود، این جابه جایی با رابطه زیر داده می شود

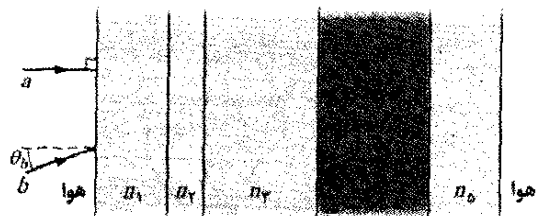
$$x = t\theta \frac{n-1}{n}$$

که در آن  $n$  ضریب شکست شیشه است و  $\theta$  برحسب رادیان اندازه گیری می شود.



شکل ۲۹-۷۱ مسئله ۷۵

۷۶- در شکل ۲۹-۷۲، دو پرتو نور از هوا به درون پنج لایه پلاستیک شفاف می تابند و پس از عبور از آنها دوباره به هوا برمی گردند. سطح جدایی لایه ها موازی و ضخامت آنها نامشخص است؛ ضریب شکست آنها عبارت اند از  $n_1 = 1/7$ ،  $n_2 = 1/6$ ،  $n_3 = 1/5$ ،  $n_4 = 1/4$ ،  $n_5 = 1/3$ . پرتو  $b$  با زاویه  $\theta_b = 20^\circ$  فرود می آید. در آخرین سطح جدایی، با چه زاویه ای نسبت به عمود (الف) پرتو  $a$  و (ب) پرتو  $b$  خارج می شوند؟ (راهنمایی: حل مسئله به طریق جبری می تواند موجب صرفه جویی در وقت باشد). اگر به جای هوا در سمت چپ و سمت راست شکل شیشه ای با ضریب شکست  $1/5$  وجود داشته باشد، با چه زاویه ای (ب) پرتو  $a$  و (ت) پرتو  $b$  خارج می شوند؟



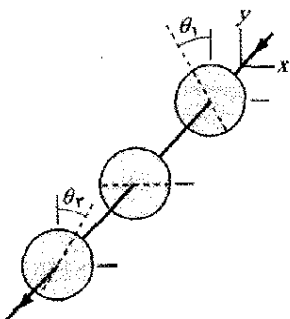
شکل ۲۹-۷۲ مسئله ۷۶

۷۷- (الف) چقدر طول می کشد تا یک سیگنال رادیویی فاصله  $150 \text{ km}$  میان فرستنده و آنتن گیرنده را طی کند؟ (ب) ما ماه کامل را به خاطر بازتاب نور خورشید می بینیم. قبل از اینکه این نور به چشم ما برسد چه مدت قبل از آن خورشید را ترک کرده است؟ فاصله زمین - ماه و زمین - خورشید به ترتیب عبارت اند از  $3/8 \times 10^8 \text{ km}$  و  $1/5 \times 10^8 \text{ km}$ . (پ) چه مدت برای زمان رفت و برگشت طول می کشد تا نور بین زمین و ماهواره فضایی به فاصله  $1/3 \times 10^9 \text{ km}$  را طی کند؟ (ت) بر این باورند که



۹۱- پرتو نور سفید که در کوآرتز گذاخته حرکت می‌کند با زاویه  $\theta_1$  به سطح جدایی کوآرتز- هوا فرود می‌آید. فرض کنید که ضریب شکست کوآرتز در قرمز انتهای ناحیه مرئی برابر  $1/456$  و در آبی انتها برابر  $n=1/470$  است. اگر  $\theta_1$  برابر (الف)  $42/00^\circ$ ، (ب)  $42/10^\circ$  و  $44/00^\circ$  باشد، آیا در نور سفید شکسته شده، قرمز انتهای ناحیه مرئی غالب است یا آبی انتهای ناحیه مرئی، یا اصلاً نور شکسته وجود ندارد؟

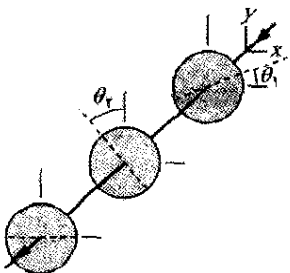
۹۲- در شکل ۲۹-۷۴، نور ناقطیده‌ای به سامانه‌ای با سه ورقه قطبیده می‌تابد، که جهتهای قطبیدگی اولی و سومی در زاویه‌های  $\theta_1 = 30^\circ$  (پاد ساعتگرد) و  $\theta_2 = 30^\circ$  (ساعتگرد) هستند. چه کسری از شدت نور اولیه از این سامانه خارج می‌شود.



شکل ۲۹-۷۴ مسئله ۹۲

۹۳- در ناحیه‌ای از فضا که نیروی گرانشی قابل چشمپوشی است، کره‌ای به وسیله یک باریکه نوری یکنواخت با شدت  $60 \text{ mW/m}^2$  شتاب می‌گیرد. کره کاملاً جذب کننده و دارای شعاع  $20 \mu\text{m}$  و چگالی یکنواخت  $5/0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  است. بزرگی شتاب کره بر اثر نور چقدر است؟

۹۴- در شکل ۲۹-۷۵، نور ناقطیده به سامانه‌ای شامل سه ورقه قطبیده می‌تابد که جهتهای قطبیدگی اولی و دومی در زاویه‌های  $\theta_1 = 20^\circ$  و  $\theta_2 = 40^\circ$  هستند. چه کسری از شدت نور اولیه از این سامانه خارج می‌شود؟



شکل ۲۹-۷۵ مسئله ۹۴

۹۵- در شکل ۲۹-۷۶، نور ناقطیده به سامانه‌ای شامل سه ورقه قطبیده با جهتهای قطبیدگی با زاویه  $\theta_1 = 20^\circ$ ،  $\theta_2 = 60^\circ$  و  $\theta_3 = 45^\circ$  می‌تابد. چه کسری از شدت نور اولیه از این سامانه خارج می‌شود؟

۸۳- در یک آزمون، دستگاه رادار نظامی ناتو که با توان  $180 \text{ kW}$  در  $12 \text{ GHz}$  کار می‌کند اقدام به آشکارسازی یک هواپیمای استیلت در فاصله  $90 \text{ km}$  می‌کند. فرض کنید که باریکه رادار به طور یکنواخت در یک نیمکره گسیل می‌شود. (الف) شدت باریکه وقتی به محل هواپیمای می‌رسد چقدر است؟ هواپیمای موجهای رادار را بازتاب می‌دهد به طوری که گویی سطح مقطع آن فقط  $0/22 \text{ m}^2$  است. (ب) توان بازتاب هواپیمای چقدر است؟ فرض کنید که باریکه به طور یکنواخت در یک نیمکره بازتابیده شده است. در برگشت باریکه به پایگاه رادار (پ) شدت، (ت) بیشینه مقدار بردار میدان الکتریکی و (ث) جذر میانگین مربعی بیشینه میدان مغناطیسی باریکه رادار بازتابیده چقدر است؟

۸۴- یک باریکه ناقطیده نور به سامانه‌ای شامل چهار ورقه قطبیده می‌تابد، ورقه‌ها به گونه‌ای سمتگیری کرده‌اند که زاویه میان جهتهای قطبیده هر دو ورقه مجاور  $30^\circ$  است. چه کسری از شدت اولیه از این سامانه عبور می‌کند؟

۸۵- یک باریکه نور ناقطیده اولیه به سامانه‌ای شامل دو ورقه قطبیده که یکی روی دیگری واقع است می‌تابد. اگر شدت نور گسیل شده یک سوم شدت نور فرودی باشد، زاویه میان جهتهای قطبیدگی ورقه‌ها چقدر است؟

۸۶- یک موج الکترومغناطیسی در جهت منفی محور  $z$  حرکت می‌کند. در یک وضعیت و زمان مشخص، میدان الکتریکی در امتداد مثبت محور  $z$  و دارای بزرگی  $100 \text{ V/m}$  است. مطلوب است تعیین (الف) بزرگی و (ب) جهت میدان مغناطیسی متناظر.

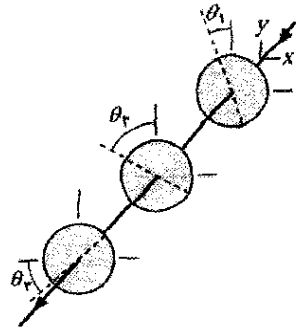
۸۷- مطلوب است محاسبه حد (الف) بالا و (ب) پایین زاویه بروسر برای نور فرودی بر یک کوآرتز گذاشته. فرض کنید حدود طول موج نور عبارت‌اند از  $400 \text{ nm}$  و  $700 \text{ nm}$ .

۸۸- ذره‌ای در منظومه شمسی تحت تاثیر ترکیب جاذبه گرانشی خورشید و نیروی تابشی به خاطر پرتوهای خورشیدی قرار دارد. فرض کنید این ذره کروی با چگالی  $1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  است و همه شدت نور را جذب می‌کند. (الف) نشان دهید که، اگر شعاع آن کمتر از یک شعاع بحرانی  $R$  باشد، به سمت خارج منظومه شمسی رانده می‌شود. (ب) شعاع بحرانی را محاسبه کنید.

۸۹- مؤلفه مغناطیسی موج نور قطبیده‌ای برابر با  $B_x = (4/0 \times 10^{-6} \text{ T}) \sin[(1/57 \times 10^9 \text{ m}^{-1})y + \omega t]$  (الف) موازی کدام محور نور قطبیده شده است؟ (ب) بسامد و (پ) شدت نور چقدرند؟

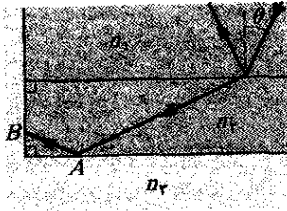
۹۰- سه ورقه قطبیده سامانه‌ای را تشکیل می‌دهند. اولی و سومی چلیپایی‌اند: جهت قطبیدگی میانی با جهت قطبیدگی دوتای دیگر زاویه  $45^\circ$  می‌سازد. چه کسری از شدت باریکه نور ناقطیده اولیه از این سامانه می‌گذرد؟





شکل ۲۹-۷۶ مسئله ۹۵

•••۱۰۰- در شکل ۲۹-۷۸ که در آن  $n_1=1/70$ ،  $n_2=1/50$  و  $n_3=1/30$  است، نور از محیط ۱ به محیط ۲ می‌شکند. اگر نور با زاویه بحرانی به نقطه A در سطح جدایی بین محیط ۲ و ۳ فرود آید، (الف) زاویه شکست در نقطه B و (ب) زاویه اولیه  $\theta$  چقدر است؟ حال اگر نور در B با زاویه بحرانی روی سطح جدایی میان محیط ۲ و ۳ فرود آید (پ) زاویه شکست در نقطه A و (ت) زاویه اولیه  $\theta$  چقدر است؟ اگر به جای همه اینها، نور با زاویه بزرگتر به نقطه A روی سطح جدایی میان محیط ۲ و ۳ فرود آید (ث) زاویه شکست در نقطه B و (ج) زاویه اولیه  $\theta$  چقدر است؟



شکل ۲۹-۷۸ مسئله ۱۰۰

۱۰۱- وقتی نور قرمز در خلأ با زاویه بزرگتر روی قطعه شیشه‌ای معین فرود می‌آید، زاویه شکست برابر  $33/5^\circ$  است. (الف) ضریب شکست شیشه و (ب) زاویه بزرگتر چقدر است؟  
۱۰۲- با معادله‌های ۲۹-۱۱ و ۲۹-۱۷ شروع کنید و نشان دهید که  $E(x,t)$  و  $B(x,t)$ ، مؤلفه‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکتریکی پیشرونده تخت، باید در «معادله‌های موج» صدق کنند

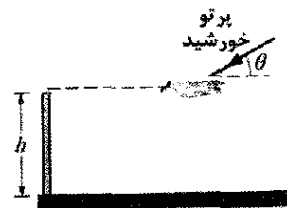
$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}$$

۱۰۳- (الف) نشان دهید که معادله‌های ۲۹-۱ و ۲۹-۲ در معادله‌های موج بیان شده در مسئله ۱۰۲ صدق می‌کنند. (ب) نشان دهید که عبارتهایی به شکل

$$E = E_m f(kx - \omega t), \quad B = B_m f(kx - \omega t)$$

که در آنها  $f(kx - \omega t)$  بیانگر یک تابع دلخواه است نیز در این معادله‌های موج صدق می‌کنند. SSM

۱۰۴- یک چشمه نقطه‌ای نور با توان ۲۰۰ W به طور همسانگرد تابش می‌کند. نیروی وارد بر یک کره کاملاً جذب کننده به شعاع ۲/۰ cm بر اثر نور در فاصله ۲۰ m از چشمه چقدر است؟



شکل ۲۹-۷۷ مسئله ۹۸

۹۶- یک مربع که سطحی کاملاً بازتاب دهنده است در فضا عمود بر پرتوهای نور خورشید قرار دارد. طول ضلع ۲/۰ m و در فاصله  $3/0 \times 10^{11}$  m از مرکز خورشید قرار دارد. نیروی تابشی پرتوهای نور بر این سطح چقدر است؟

۹۷- مقدار rms میدان الکتریکی در یک موج نوری معین برابر  $5/200$  V/m است. دامنه میدان مغناطیسی وابسته چقدر است؟

۹۸- در شکل ۲۹-۷۷ یک مرغ دریایی با تندی ثابت ۱۵ m/s به طور افقی بالای سطح زمین پرواز می‌کند، و حرکت آن در صفحه قائمی که شامل خورشید است انجام می‌گیرد. او به سمت دیواری به ارتفاع  $h = 2/0$  m که به سختی دیده می‌شود پرواز می‌کند. در آن موقع روز، زاویه خورشید نسبت به زمین  $\theta = 35^\circ$  است. سایه مرغ دریایی با چه تندی (الف) روی سطح زمین و سپس (ب) به بالای دیوار حرکت می‌کند. فرض کنید بعداً عقابی در همان امتداد و با همان تندی ۱۵ m/s پرواز کند، مشاهده می‌کنید که وقتی سایه آن به دیوار می‌رسد، تندی سایه به طور چشمگیری افزایش می‌یابد. (پ) خورشید اکنون نسبت به وقتی که قبلاً مرغ دریایی پرواز می‌کرد در آسمان بالاتر است یا پایینتر؟ (ت) اگر تندی سایه عقاب روی دیوار ۴۵ m/s باشد، درست در آن موقع زاویه  $\theta$  خورشید چقدر است؟

۹۹- مؤلفه مغناطیسی یک موج نوری قطبیده با رابطه  $B_x = (4/00 \mu T) \sin[ky + (2/00 \times 10^{15} s^{-1})t]$  داده می‌شود. (الف) موج در چه جهتی حرکت می‌کند، (ب) موازی با کدام محور قطبیده است و (پ) شدت آن چقدر است؟ (ت) رابطه‌ای برای میدان الکتریکی موج بنویسید که شامل مقدار عدد موج زاویه‌ای باشد. (ث) طول موج چقدر است؟ (ج) این موج در چه ناحیه‌ای از طیف الکترومغناطیسی قرار دارد؟

## ۱- یکاهای اصلی SI

کمیت	نام	نماد	تعریف
طول	متر	m	«... مسافتی است که نور در فاصله زمانی $1/299,792,458$ ثانیه در خلأ طی می کند.» (۱۳۶۱/۱۹۸۳)
جرم	کیلوگرم	kg	«... این نمونه اصلی [استوانه معینی از پلاتین - ایریدیم است] از این پس یکای جرم خواهد بود.» (۱۲۶۸/۱۸۸۹)
زمان	ثانیه	s	«... مدت زمان $9192631770$ برابر دوره تناوب تابش مربوط به گذر میان ترازهای فوق ریز حالت پایه اتم سزیم $133$ است» (۱۳۴۶/۱۹۶۷).
جریان الکتریکی	آمپر	A	«... جریان ثابتی است که اگر از دو رسانای راست موازی بینهایت دراز با سطح مقطع دایره‌ای ناچیز و به فاصله $1$ متر از یکدیگر در خلأ بگذرد نیرویی برابر با $2 \times 10^{-7}$ نیوتون بر متر بین آنها ایجاد می کند.» (۱۳۲۵/۱۹۴۶).
دمای ترمودینامیکی	کلوین	K	«... عبارت است از $1/273,16$ دمای ترمودینامیکی نقطه سه گانه آب.» (۱۳۴۶/۱۹۶۷).
مقدار ماده	مول	mol	«... مقدار ماده یک دستگاه است که تعداد موجودات بنیادی آن برابر تعداد اتمهای موجود در $0,012$ کیلوگرم کربن $12$ است.» (۱۳۵۰/۱۹۷۱).
شدت نور	شمع	cd	«... عبارت است از شدت نور در جهت عمود بر سطحی به مساحت $1/600,000$ متر مربع از یک جسم سیاه در دمای نقطه انجماد پلاتین و فشار $101/325$ نیوتون بر مترمربع ...» (۱۳۴۶/۱۹۶۷).

۱. اقتباس شده از

"The International system of Units (SI)," National Bureau of Standards Special publication 330, 1972 edition.

تعریفهای بالا در تاریخهای نوشته شده به وسیله کنفرانس عمومی اوزان و مقیاسها، به عنوان یک مرجع جهانی پذیرفته شده است. در این کتاب از یکای شمع استفاده نمی کنیم

کمیت	نام یکا	نماد
مساحت	متر مربع	$m^2$
حجم	متر مکعب	$m^3$
پسامد	هرتز	$Hz$ $s^{-1}$
چگالی جرمی (چگالی)	کیلوگرم بر متر مکعب	$kg/m^3$
تندی، سرعت	متر بر ثانیه	$m/s$
سرعت زاویه‌ای	رادیان بر ثانیه	$rad/s$
شتاب	متر بر ثانیه بر ثانیه	$m/s^2$
شتاب زاویه‌ای	رادیان بر ثانیه بر ثانیه	$rad/s^2$
نیرو	نیوتون	$N$ $kg.m/s^2$
فشار	پاسکال	$Pa$ $N/m^2$
کار، انرژی، مقدار گرما	ژول	$J$ $N.m$
توان	وات	$W$ $J/s$
مقدار بار الکتریکی	کولن	$C$ $A.s$
اختلاف پتانسیل، نیروی محرکه	ولت	$V$ $W/A$
شدت میدان الکتریکی	ولت بر متر (نیوتون بر کولن)	$V/m$ $N/C$
مقاومت الکتریکی	اهم	$\Omega$ $V/A$
ظرفیت	فاراد	$F$ $A.s/V$
شار مغناطیسی	وبر	$Wb$ $V.s$
القایش	هانری	$H$ $V.s/A$
چگالی شار مغناطیسی	تسلا	$T$ $Wb/m^2$
شدت میدان مغناطیسی	آمپر بر متر	$A/m$
انترپی	ژول بر کلوین	$J/K$
گرمای ویژه	ژول بر کیلوگرم کلوین	$J/(kg.K)$
رسانندگی گرمایی	وات بر متر کلوین	$W/(m.K)$
شدت تابشی	وات بر استرادیان	$W/sr$

## ۳- یکاهای تکمیلی SI

کمیت	نام یکا	نماد
زاویه تخت	رادیان	rad
زاویه فضایی	استرادیان	Sr

چند ثابت بنیادی فیزیک<sup>۱</sup>

ثابت	نماد	اندازه محاسبه شده	اندازه <sup>۱</sup>	عدم قطعیت <sup>۲</sup>
تندی نور در خلأ	$c$	$3/00 \times 10^8 \text{ m/s}$	۲/۹۹۷۹۲۴۵۸	دقیق
بار بنیادی	$e$	$1/60 \times 10^{-19} \text{ C}$	۱/۶۰۲۱۷۶۴۶۲	۰/۳۳۹
ثابت گرانشی	$G$	$6/67 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}^2 \cdot \text{kg}$	۶/۶۷۳	۱۵۰۰
ثابت جهانی گاز	$R$	$8/31 \text{ J/mol.K}$	۸/۳۱۴۴۷۲	۱/۷
ثابت آووگادرو	$N_A$	$6/02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	۶/۰۲۲۱۴۱۹۹	۰/۰۷۹
ثابت بولتزمن	$k$	$1/38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$	۱/۳۸۰۶۵۰۳	۱/۷
ثابت استفان - بولتزمن	$\sigma$	$5/67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$	۵/۶۷۰۴۰۰۰	۷
حجم مولی گاز کامل در STP <sup>۳</sup>	$V_m$	$2/27 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{mol}$	۲/۲۲۷۱۰۹۸۱	۱/۷
ثابت گذردهی	$\epsilon_0$	$8/854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$	۸/۸۵۴۱۸۷۸۱۷۶۲	دقیق
ثابت تراوایی	$\mu_0$	$1/26 \times 10^{-6} \text{ H/m}$	۱/۲۵۶۶۳۷۰۶۱۴۳	دقیق
ثابت پلانک	$h$	$6/63 \times 10^{-34} \text{ J/s}$	۶/۶۲۶۰۶۸۷۶	۰/۰۷۸
جرم الکترون <sup>۳</sup>	$m_e$	$9/11 \times 10^{-31} \text{ kg}$	۹/۱۰۹۳۸۱۸۸	۰/۰۷۹
جرم پروتون <sup>۳</sup>	$m_p$	$1/67 \times 10^{-27} \text{ kg}$	۱/۶۷۲۶۲۱۵۸	۰/۰۷۹
نسبت جرم پروتون به جرم الکترون	$m_p / m_e$	$1836$	۱۸۳۶/۱۵۲۶۶۷۵	۰/۰۰۲۱
نسبت بار الکترون به جرم آن	$e / m_e$	$1/76 \times 10^{11} \text{ C/kg}$	۱/۷۵۸۸۲۰۱۷۴	۰/۰۴۰
جرم نوترون <sup>۳</sup>	$m_n$	$1/68 \times 10^{-27} \text{ kg}$	۱/۶۷۴۹۲۷۱۶	۰/۰۷۹
جرم اتم هیدروژن <sup>۳</sup>	$m_{\text{H}}$	$1/008 \text{ u}$	۱/۰۰۸۶۶۴۹۱۵۷۸	$5/4 \times 10^{-4}$
جرم اتم دوتریون <sup>۳</sup>	$m_{\text{D}}$	$2/014 \text{ u}$	۲/۰۱۴۱۰۱۷۷۷۹	۰/۰۰۰۵
جرم اتمی هلیوم اتمی <sup>۲</sup>	$m_{\text{He}}$	$4/0026 \text{ u}$	۴/۰۰۲۶۰۳۲	۰/۰۰۰۵
جرم میون	$m_\mu$	$1/88 \times 10^{-28} \text{ kg}$	۱/۸۸۳۵۳۱۰۹	۰/۰۰۶۷
گشتاور مغناطیسی الکترون	$\mu_e$	$9/28 \times 10^{-24} \text{ J/T}$	۹/۲۸۴۷۶۳۶۲	۰/۰۸۴
گشتاور مغناطیسی پروتون	$\mu_p$	$1/41 \times 10^{-26} \text{ J/T}$	۱/۴۱۰۶۰۶۶۶۳	۰/۰۴۰
مگنتون بور	$\mu_B$	$9/27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$	۹/۲۷۴۰۰۸۹۹	۰/۴۰
مگنتون هسته‌ای	$\mu_N$	$5/05 \times 10^{-27} \text{ J/T}$	۵/۰۵۰۷۸۳۱۷	۰/۴۰
شعاع بور	$r_B$	$5/29 \times 10^{-11} \text{ m}$	۵/۲۹۱۷۷۲۰۸۳	۰/۰۰۳۷
ثابت ریدبرگ	$R$	$1/10 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$	۱/۰۹۷۳۷۳۱۵۶۸۵۴۸	$7/6 \times 10^{-6}$
طول موج کامپتون الکترون	$\lambda_C$	$2/43 \times 10^{-12} \text{ m}$	۲/۴۲۶۳۱۰۲۱۵	۰/۰۰۷۳

۱- اندازه داده شده در این ستون باید همان یکا و توان ۱۰ مربوط به اندازه محاسبه شده را داشته باشد. ۲- در میلیون. ۳- جرمهای داده شده برحسب u یعنی یکای جرم اتمی یکی شده هستند، که در آن  $1 \text{ u} = 1/66053873 \times 10^{-27} \text{ kg}$  است. ۴- STP به معنای دما و فشار استاندارد است:  $0^\circ \text{C}$  و  $1 \text{ atm}$  و  $101 \text{ kPa}$ .

## برخی داده‌های نجومی

## پیوست پ

## برخی فاصله‌ها از زمین

$3/82 \times 10^8 \text{ m}$	تا ماه <sup>۱</sup>
$1/50 \times 10^{11} \text{ m}$	تا خورشید <sup>۱</sup>
$4/04 \times 10^{16} \text{ m}$	تا نزدیکترین ستاره (پروکسیمای قنطورس)
$2/2 \times 10^{20} \text{ m}$	تا مرکز کهکشان ما
$2/1 \times 10^{23} \text{ m}$	تا کهکشان آندرومدا (امراة المسلسله)
$\sim 10^{26} \text{ m}$	تا کرانه جهان قابل مشاهده

۱. فاصله میانگین

## خورشید، زمین و ماه

ماه	زمین	خورشید	یکا	کمیت
$7/36 \times 10^{22}$	$5/98 \times 10^{24}$	$1/99 \times 10^3$	kg	جرم
$1/74 \times 10^6$	$6/37 \times 10^6$	$6/96 \times 10^8$	m	شعاع میانگین
۳۳۴۰	۵۵۲۰	۱۴۱۰	$\text{kg/m}^3$	چگالی میانگین
۱/۶۷	۹/۸۱	۲۷۴	$\text{m/s}^2$	شتاب سقوط آزاد در سطح
۲/۳۸	۱۱/۲	۶۱۸	km/s	سرعت فرار
روز ۲۷/۳	۲۳ ساعت و ۵۶ دقیقه	۳۷ روز در قطبها <sup>۲</sup> ۲۶ روز در استوا <sup>۲</sup>	-	دوره تناوب چرخش <sup>۱</sup>
		$3/90 \times 10^{26}$	W	توان تابشی <sup>۳</sup>

۱- اندازه‌گیری شده نسبت به ستارگان

۲- خورشید گلوله‌ای از گاز است و به صورت یک جسم صلب نمی‌چرخد.

۳- با فرض تابش عمودی، درست در بیرون جو زمین انرژی خورشیدی با آهنگ  $1340 \text{ W/m}^2$  دریافت می‌شود.

## خواصی از سیاره‌ها

عطارد	زهره	زمین	مریخ	مشتري	زحل	اورانوس	نپتون	پلوتون	
فاصله میانگین									
۵۷/۹	۱۰۸	۱۵۰	۲۲۸	۷۷۸	۱۴۳۰	۲۸۷۰	۴۵۰۰	۵۹۰۰	از خورشید
(۱۰ <sup>۶</sup> km)									
۰/۲۴۱	۰/۶۱۵	۱/۰۰	۱/۸۸	۱۱/۹	۲۹/۵	۸۴/۰	۱۶۵	۲۴۸	دوره
گردش، y									
۵۸/۷	۲۴۳ <sup>۲</sup>	۰/۹۹۷	۱/۰۳	۰/۴۰۹	۰/۴۲۶	۰/۴۵۱ <sup>۲</sup>	۰/۶۵۸	۳۹/۶	دوره
چرخش d <sub>۱</sub>									
۴۷/۹	۲۵/۰	۲۹/۸	۲۴/۱	۱۳/۱	۹/۶۴	۶/۸۱	۵/۴۳	۴/۷۴	تندی مداری
km/h									
<۲۸ <sup>۰</sup>	≈۳۰	۲۳/۴۰	۲۵/۰۰	۳/۰۸ <sup>۰</sup>	۲۶/۷ <sup>۰</sup>	۹۷/۹ <sup>۰</sup>	۲۹/۶ <sup>۰</sup>	۵۷/۵ <sup>۰</sup>	انحراف محور
نسبت به مدار									
۷/۰۰	۳/۳۹ <sup>۰</sup>		۱/۸۵ <sup>۰</sup>	۱/۳۰ <sup>۰</sup>	۲/۴۹ <sup>۰</sup>	۰/۷۷ <sup>۰</sup>	۱/۷۷ <sup>۰</sup>	۱۷/۲ <sup>۰</sup>	انحراف مدار
نسبت به مدار زمین									
۰/۲۰۶	۰/۰۰۶۸	۰/۰۰۱۶۷	۰/۰۰۹۳۴	۰/۰۰۴۵۸	۰/۰۰۵۵۶	۰/۰۰۴۷۲	۰/۰۰۰۸۶	۰/۰۰۲۵۰	خروج از
مركز مدار									
۴,۸۸۰	۱۴,۱۰۰	۱۲,۸۰۰	۶,۷۹۰	۱۴,۳۰۰۰	۱۲,۰۰۰۰	۵۱,۸۰۰	۴۹,۵۰۰	۲,۳۰۰	قطر استوایی
km									
۰/۰۵۵۸	۰/۸۱۵	۱/۰۰۰	۰/۱۰۷	۳/۱۸	۹۵/۱	۱۵/۵	۱۷/۲	۰/۰۰۲	جرم
(زمین = ۱)									
۵/۶۰	۵/۶۰	۵/۵۲	۳/۹۵	۱/۳۱	۰/۷۰۴	۱/۲۱	۱/۶۷	۲/۰۳	چگالی
(آب = ۱)									
اندازه g									
۳/۷۸	۸/۶۰	۹/۷۸	۳/۷۲	۲۲/۹	۹/۰۵	۷/۷۷	۱۱/۰	۰/۵	در سطح <sup>۳</sup>
m/s <sup>۲</sup>									
۴/۳	۱۰/۳	۱۱/۲	۵/۰	۹۵/۵	۳۵/۶	۲۱/۲	۲۳/۶	۱/۱	سرعت فرار <sup>۳</sup>
km/s									
۰	۰	۱	۲	حلقه+۶۰ حلقه+۳۱ حلقه+۲۱ حلقه+۱۱ حلقه+۱					قمرهای
شناخته شده									

۱- نسبت به ستارگان دور اندازه‌گیری شده است.

۲- زهره و اورانوس در خلاف جهت حرکت مداریشان می‌چرخند.

۳- شتاب گرانشی در استوای سیاره اندازه‌گیری شده است.



## ضریبهای تبدیل

## پیوست ت

کمیت‌های SI با حروف سیاه مشخص شده‌اند. برگرفته از

G. Shortley and D. Williams, *Elements of physics* - 1971, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

ضریبهای تبدیل را به طور مستقیم از این جدولها می‌توان

به‌دست آورد. برای نمونه، ۱ درجه مساوی  $2/778 \times 10^{-3}$

دور است، پس  $16/7^\circ = 16/7 \times 2/778 \times 10^{-3} \text{ rev}$

## زاویه تخت

دور	رادیان	°	"	'	
$2/778 \times 10^{-3}$	$1/745 \times 10^{-2}$	۳۶۰۰	۶۰	۱	= ۱ درجه
$1/630 \times 10^{-5}$	$2/909 \times 10^{-4}$	۶۰	۱	$1/677 \times 10^{-2}$	= ۱ دقیقه
$7/116 \times 10^{-7}$	$4/848 \times 10^{-6}$	۱	$1/677 \times 10^{-2}$	$2/778 \times 10^{-4}$	= ۱ ثانیه
۱	۱	$2/063 \times 10^{-5}$	۳۴۳۸	۵۷/۳۰	= ۱ رادیان
۱	۶/۲۸۳	$1/296 \times 10^6$	$2/16 \times 10^4$	۳۶۰	= ۱ دور

## زاویه فضایی

۱ کره =  $4\pi$  استرادیان =  $12/57$  استرادیان

## طول

mi	ft	in.	km	متر	cm	
$6/214 \times 10^{-6}$	$3/281 \times 10^{-2}$	0/۳۹۳۷	$10^{-5}$	$10^{-2}$	۱	= ۱ سانتی‌متر
$6/214 \times 10^{-4}$	۳/۲۸۱	۳۹/۳۷	$10^{-3}$	۱	۱۰۰	= ۱ متر
0/۶۲۱۴	۳۲۸۱	$3/937 \times 10^{-5}$	۱	۱۰۰۰	۱۰۵	= ۱ کیلومتر
$1/578 \times 10^{-5}$	$8/333 \times 10^{-2}$	۱	$2/540 \times 10^{-5}$	$2/540 \times 10^{-2}$	۲/۵۴۰	= ۱ اینچ
$1/894 \times 10^{-4}$	۱	۱۲	$3/048 \times 10^{-5}$	0/۳۰۴۸	۳۰/۴۸	= ۱ فوت
۱	۵۲۸۰	$6/336 \times 10^4$	۱/۶۰۹	۱۶۰۹	$1/609 \times 10^5$	= ۱ مایل

۱ راد =  $16/5$  فوت  
۱ میل =  $10^{-3}$  اینچ  
۱ نانومتر =  $10^{-9}$  متر  
۱ فوت =  $6$  فوت  
۱ شاع بور =  $5/292 \times 10^{-11}$  متر  
۱ یارد =  $3$  فوت  
۱ فرمی =  $10^{-15}$  متر  
۱ سال نوری =  $9/460 \times 10^{12}$  کیلومتر  
۱ پارسکی =  $3/084 \times 10^{13}$  کیلومتر  
۱ انگستروم =  $10^{-10}$  متر  
۱ مایل دریایی =  $1852$  متر  
۶۰۷۶ فوت =  $1/151$  مایل

## مساحت

in. <sup>2</sup>	ft <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	متر مربع	
۱۵۵۰	۱۰/۷۶	$10^4$	۱	= ۱ متر مربع
0/۱۵۵۰	$10/76 \times 10^{-2}$	۱	$10^{-4}$	= ۱ سانتی‌متر مربع
۱۴۴	۱	۹۲۹/۰	$9/290 \times 10^{-2}$	= ۱ فوت مربع
۱	$6/944 \times 10^{-2}$	۶/۴۵۲	$6/452 \times 10^{-4}$	= ۱ اینچ مربع

۱ مایل مربع =  $2/788 \times 10^7$  فوت مربع = ۶۴۰ ایکر

۱ ایکر =  $43/560$  فوت مربع

۱ هکتار =  $10^4$  متر مربع = ۲/۴۷۱ ایکر

۱ بارن =  $10^{-28}$  متر مربع

## حجم

متر مکعب	cm <sup>۳</sup>	L	ft <sup>۳</sup>	in. <sup>۳</sup>	
۱ متر مکعب =	۱	۱۰ <sup>۶</sup>	۱۰۰۰	۲۵/۳۱	۶/۱۰۲ × ۱۰ <sup>۴</sup>
۱ سانتی متر مکعب =	۱۰ <sup>-۶</sup>	۱	۱/۱۰۰۰ × ۱۰ <sup>-۳</sup>	۳/۵۳۱ × ۱۰ <sup>-۵</sup>	۶/۱۰۲ × ۱۰ <sup>-۲</sup>
۱ لیتر =	۱/۱۰۰۰ × ۱۰ <sup>-۳</sup>	۱۰۰۰	۱	۳/۵۳۱ × ۱۰ <sup>-۲</sup>	۶/۱۰۲
۱ فوت مکعب =	۲/۸۳۲ × ۱۰ <sup>-۲</sup>	۲/۸۳۲ × ۱۰ <sup>۴</sup>	۲۸/۳۲	۱	۱۷۲۸
۱ اینچ مکعب =	۱/۶۳۹ × ۱۰ <sup>-۵</sup>	۱۶/۳۹	۱/۶۳۹ × ۱۰ <sup>-۲</sup>	۵/۷۸۷ × ۱۰ <sup>-۴</sup>	۱

۱ گالن آمریکایی مایع = ۴ کوارت آمریکایی مایع = ۸ پینت آمریکایی = ۱۲۸ اونس آمریکایی مایع = ۲۳۱ اینچ مکعب.

۱ گالن امپریال بریتانیایی = ۲۷۷/۴ اینچ مکعب = ۱/۲۰۱ گالن آمریکایی مایع

## جرم

کمتهایی که در ناحیه‌های سایه‌دار آمده‌اند یکای جرم نیستند ولی اغلب به این عنوان به کار برده می‌شوند. برای نمونه، هرگاه بنویسیم ۲/۲۰۵ lb = ۱ kg، این بدان معناست که یک کیلوگرم جرمی است که در مکانی که g دارای مقدار استاندارد ۹/۸۰۶۶۵ m/s<sup>۲</sup> باشد، ۲/۲۰۵ پوند وزن دارد.

g	کیلوگرم	Slug	u	oz	lb	ton
۱	۰/۰۰۱	۶/۸۵۲ × ۱۰ <sup>-۵</sup>	۶/۰۲۲ × ۱۰ <sup>۳۳</sup>	۳/۵۲۷ × ۱۰ <sup>-۲</sup>	۲/۲۰۵ × ۱۰ <sup>-۳</sup>	۱/۱۰۲ × ۱۰ <sup>-۶</sup>
۱۰۰۰	۱	۶/۸۵۲ × ۱۰ <sup>-۲</sup>	۶/۰۲۲ × ۱۰ <sup>۳۶</sup>	۳۵/۲۷	۲/۲۰۵	۱/۱۰۲ × ۱۰ <sup>-۳</sup>
۱/۴۵۹ × ۱۰ <sup>۴</sup>	۱۴/۵۹	۱	۸۷۸۶ × ۱۰ <sup>۲۷</sup>	۵۱۴/۸	۳۲/۱۷	۱/۶۰۹ × ۱۰ <sup>-۲</sup>
۱/۶۶۱ × ۱۰ <sup>-۲۲</sup>	۱/۶۶۱ × ۱۰ <sup>-۲۷</sup>	۱/۱۳۸ × ۱۰ <sup>-۲</sup>	۱	۵/۸۵۷ × ۱۰ <sup>-۱۶</sup>	۳/۶۶۲ × ۱۰ <sup>-۱۷</sup>	۱/۸۳۰ × ۱۰ <sup>-۳۰</sup>
۲۸/۳۵	۲/۸۳۵ × ۱۰ <sup>-۲</sup>	۱/۹۴۳ × ۱۰ <sup>-۳</sup>	۱/۷۱۸ × ۱۰ <sup>۲۵</sup>	۱	۶/۲۵۰ × ۱۰ <sup>-۲</sup>	۳/۱۲۵ × ۱۰ <sup>-۵</sup>
۴۵۳/۶	۰/۴۵۳۶	۳/۱۰۸ × ۱۰ <sup>-۲</sup>	۲/۸۳۲ × ۱۰ <sup>۲۶</sup>	۱۶	۱	۰/۰۰۰۰۵
۹۰۷/۲	۹۰۷/۲	۶۲/۱۶	۵/۴۶۳ × ۱۰ <sup>۲۹</sup>	۳/۲ × ۱۰ <sup>۴</sup>	۲۰۰۰	۱

۱ تن متریک = ۱۰۰۰ kg

## چگالی

کمتهایی که در ناحیه‌های سایه‌دار آمده‌اند چگالیهای وزنی هستند و از نظر ابعادی با چگالیهای جرمی فرق دارند. به جدول جرم نگاه کنید.

Slug/ft <sup>۳</sup>	متر مکعب/کیلوگرم	g/cm <sup>۳</sup>	lb/ft <sup>۳</sup>	lb/in. <sup>۳</sup>
۱	۵۱۵/۴	۰/۵۱۵۴	۳۲/۱۷	۱/۸۶۲ × ۱۰ <sup>-۲</sup>
۱/۹۴۰ × ۱۰ <sup>-۳</sup>	۱	۰/۰۰۰۱	۶/۲۴۳ × ۱۰ <sup>-۲</sup>	۳/۶۱۳ × ۱۰ <sup>-۵</sup>
۱/۹۴۰	۱۰۰۰	۱	۶۲/۴۳	۳/۶۱۳ × ۱۰ <sup>-۲</sup>
۳/۱۰۸ × ۱۰ <sup>-۲</sup>	۱۶/۱۰۲	۱/۶۰۲ × ۱۰ <sup>-۲</sup>	۱	۳/۶۱۳ × ۱۰ <sup>-۲</sup>
۵۳/۷۱	۲/۷۶۸ × ۱۰ <sup>۴</sup>	۲۷/۶۸	۱۷۲۸	۱

## زمان

ثانیه	min	h	d	y	
$3/106 \times 10^7$	$5/259 \times 10^5$	$8/766 \times 10^3$	365/25	1	۱ سال =
$8/640 \times 10^4$	1440	24	1	$2/738 \times 10^{-3}$	۱ روز =
3600	60	1	$4/167 \times 10^{-2}$	$1/141 \times 10^{-4}$	۱ ساعت =
60	1	$1/667 \times 10^{-2}$	$6/944 \times 10^{-4}$	$1/901 \times 10^{-6}$	۱ دقیقه =
1	$1/667 \times 10^{-2}$	$2/778 \times 10^{-4}$	$1/157 \times 10^{-5}$	$3/169 \times 10^{-8}$	۱ ثانیه =

## تندی

cm/s	mi/h	ثانیه/متر	km/h	ft/s	
30/48	0/6818	0/3048	1/097	1	۱ فوت بر ثانیه =
27/78	0/6214	0/2778	1	0/9113	۱ کیلومتر بر ساعت =
100	2/237	1	3/6	3/281	۱ متر بر ثانیه =
44/70	1	0/4470	1/609	1/467	۱ مایل بر ساعت =
1	$2/237 \times 10^{-2}$	0/01	$3/6 \times 10^{-2}$	$3/281 \times 10^{-2}$	۱ سانتی متر بر ثانیه =

۱ گره = ۱ مایل دریایی بر ساعت = 1/688 فوت بر ثانیه

۱ مایل بر دقیقه = 88/00 فوت بر ثانیه = 60/00 مایل بر ساعت

## نیرو

یکاهای نیروهایی که در ناحیه‌های سایه‌دار نوشته شده‌اند امروزه کاربرد کمی دارند. به طور مثال: ۱ گرم نیرو ( $1gf$ ) نیروی گرانشی است که بر جسمی به جرم ۱ گرم در جایی که  $g$  دارای مقدار استاندارد  $9/80665 m/s^2$  است، وارد می‌شود.

kgf	gf	pdl	lb	نیوتون	dyne	
$1/020 \times 10^{-6}$	$1/020 \times 10^{-3}$	$7/233 \times 10^{-5}$	$2/248 \times 10^{-6}$	$10^{-5}$	1	۱ دین =
0/102	102/0	7/233	0/2248	1	$10^5$	۱ نیوتون =
0/4536	453/6	32/17	1	4/448	$4/448 \times 10^5$	۱ پوند =
$1/410 \times 10^{-2}$	14/10	1	$3/108 \times 10^{-2}$	0/1383	$1/383 \times 10^4$	۱ پوندال =
0/001	1	$7/093 \times 10^{-2}$	$2/205 \times 10^{-3}$	$9/807 \times 10^{-3}$	980/7	۱ گرم نیرو =
1	1000	70/93	2/205	9/807	$9/807 \times 10^5$	۱ کیلوگرم نیرو =

۱ تن = ۲۰۰۰ پوند

## فشار

atm	dyn/cm <sup>2</sup>	اینچ آب	cm Hg	پاسکال	lb/in <sup>2</sup>	lb/ft <sup>2</sup>	°
۱ =	۱/۰۱۳	۴۰۶/۸	۷۶	۱/۰۱۳	۱۴/۷	۲۱۱۶	۱ اتمسفر
	$\times 10^6$			$\times 10^5$			
۱ دین بر سانتی متر مربع	۹/۸۶۹ =	۴/۰۱۵	۷/۵۰۱	۰/۱۰	۱/۴۰۵	۲/۰۸۹	
	$\times 10^{-7}$	$\times 10^{-4}$	$\times 10^{-5}$		$\times 10^{-5}$	$\times 10^{-3}$	
۱ اینچ آب <sup>۱</sup> در ۴۰°C	۲/۴۵۸ =	۲۴۹۱	۰/۱۸۶۸	۲۴۹/۱	۳/۶۱۳	۵/۲۰۲	
	$\times 10^{-3}$				$\times 10^{-2}$		
۱ سانتی متر جیوه <sup>۱</sup> در ۰°C	۱/۳۱۶ =	۱/۳۳۳	۱	۱۳۳۳	۰/۱۹۳۴	۲۷/۸۵	
	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-4}$					
۱ پاسکال	۹/۸۶۹ =	۴/۰۱۵	۷/۵۰۱	۱	۱/۴۵۰	۲/۰۸۹	
	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-2}$		$\times 10^{-4}$	$\times 10^{-2}$	
۱ پوند بر اینچ مربع	۶/۸۰۵ =	۶/۸۹۵	۵/۱۷۱	۶/۸۹۵	۱	۱۴۴	
	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-4}$		$\times 10^{-3}$			
۱ پوند بر فوت مربع	۴/۷۲۵ =	۴۷۸/۸	۳/۵۹۱	۴۷/۸۸	۶/۹۴۴	۱	
	$\times 10^{-4}$		$\times 10^{-2}$		$\times 10^{-3}$		

۱- در جایی که مقدار استاندارد شتاب گرانشی  $9.80665 \text{ m/s}^2$  است.

۱ بار =  $10^6$  دین بر سانتی متر مربع = ۰/۱ مگا پاسکال

۱ میلی بار =  $10^3$  دین بر سانتی متر مربع =  $10^2$  پاسکال

۱ تور = یک میلی متر جیوه

## توان

Btu/h	ft.lb/s	hp	cal/s	kW	وات
۱ =	۰/۲۱۶۱	$3/929 \times 10^{-4}$	$6/998 \times 10^{-2}$	$2/930 \times 10^{-4}$	۰/۲۹۳۰
۱ فوت- ۱ پوند بر ثانیه	۴/۶۲۸ =	$1/818 \times 10^{-3}$	۰/۳۲۳۹	$1/356 \times 10^{-3}$	۱/۳۵۶
۱ اسب بخار	۲۵۴۵ =	۵۵۰	۱۷۸/۱	۰/۷۴۷۵	۷۴۵/۷
۱ کالری بر ثانیه	۱۴/۲۹ =	$5/615 \times 10^{-3}$	۱	$4/186 \times 10^{-3}$	۴/۱۸۶
۱ کیلو وات	۳۴۱۳ =	۷۳۷/۶	۲۳۸/۹	۱	۱۰۰۰
۱ وات	۳/۴۱۳ =	۰/۸۳۷۶	۰/۲۳۸۹	۰/۰۰۱	۱

## میدان مغناطیسی

گائوس	تسلا	میلی گائوس
۱	$10^{-4}$	۱۰۰۰
$10^4$	۱	$10^7$
۰/۰۰۱	$10^{-7}$	۱

۱ تسلا = متر مربع / وبر

## شار مغناطیسی

ماکسول	وبر
۱	$10^{-8}$
۱ ماکسول	۱ =
۱ وبر	۱ =

www.iran-mavad.com

مرجع دانشجویان و مهندسان مواد

انرژی، کار، گرما

کمیت‌هایی که در ناحیه‌های سایه‌دار آمده‌اند یکاهای خاص انرژی نیستند ولی به مناسبت‌هایی ذکر شده‌اند. این کمیتها از فرمول هم ارزی نسبیتی جرم- انرژی  $E=mc^2$  به دست می‌آیند و انرژی آزاد شده را هنگام تبدیل کامل یک کیلوگرم یا یک یکای جرم اتمی وحدت یافته (u) به کیلوگرم (دو سطر زیرین) یا جرمی را که باید به طور کامل به یک یکای انرژی تبدیل شود (دو ستون سمت چپ) نشان می‌دهند.

u	kg	Mev	eV	kW . h	cal	ژول	hp . h	ft . lb	erg	Btu	
۱ یکای											
۷/۰۷۰	۱/۱۷۴	۶/۵۸۵	۶/۵۸۵	۲/۹۳۰	۲۵۲/۰	۱۰۵۵	۳/۹۲۹	۷۷۷/۹	۱/۰۵۵	۱	= بریتانیایی گرما
$\times 10^{-12}$	$\times 10^{-14}$	$\times 10^{15}$	$\times 10^{21}$	$\times 10^{-2}$			$\times 10^{-4}$		$\times 10^{10}$		
۶۷۰/۲	۱/۱۱۳	۶/۲۴۲	۶/۲۴۲	۲/۷۷۸	۲/۳۸۹	$10^{-7}$	۳/۷۲۵	۷/۳۷۶	۱	۹/۴۸۱	= ارگ
	$10^{-12}$	$\times 10^5$	$\times 10^{11}$	$\times 10^{-12}$	$\times 10^{-8}$		$\times 10^{-12}$	$\times 10^{-8}$		$\times 10^{-11}$	
۹/۰۳۷	۱/۵۰۹	۸/۴۶۴	۸/۴۶۴	۳/۷۶۶	۰/۳۲۳۸	۱/۳۵۶	۵/۰۵۱	۱	۱/۳۵۶	۱/۲۸۵	= فوت-پوند
$\times 10^{-9}$	$10^{-17}$	$\times 10^{12}$	$\times 10^{18}$	$\times 10^{-7}$			$\times 10^{-7}$		$\times 10^7$	$\times 10^{-3}$	
۱ اسب بخار											
۱/۷۹۹	۲/۹۸۸	۱/۶۷۶	۱/۶۷۶	۰/۷۴۵۷	۶/۴۱۳	۲/۶۸۵	۱	۱/۹۸۰	۲/۶۸۵	۲۵۴۵	= - ساعت
$\times 10^{16}$	$\times 10^{-11}$	$\times 10^{19}$	$\times 10^{25}$		$\times 10^5$	$\times 10^6$		$\times 10^6$	$\times 10^{12}$		
۶۷۰/۲	۱/۱۱۳	۶/۲۴۲	۶/۲۴۲	۲/۷۷۸	۰/۲۳۸۹	۱	۳/۷۲۵	۰/۷۳۷۶	$10^7$	۹/۴۸۱	= ۱ ژول
$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-17}$	$\times 10^{12}$	$\times 10^{18}$	$\times 10^{-7}$			$\times 10^{-7}$			$\times 10^{-2}$	
۲/۸۰۶	۴/۶۶۰	۲/۶۱۳	۲/۶۱۳	۱/۱۶۳	۱	۴/۱۸۶	۱/۵۶۰	۳/۰۸۸	۴/۱۸۶	۳/۹۶۹	= ۱ کالری
$\times 10^{10}$	$\times 10^{-17}$	$\times 10^{13}$	$\times 10^{19}$	$\times 10^{-6}$			$\times 10^{-6}$		$\times 10^7$	$\times 10^{-3}$	
۱ کیلو وات											
۲/۴۱۳	۴/۰۰۷	۲/۲۴۷	۲/۲۴۷	۱	۸/۶۰۰	۳/۶۰۰	۱/۳۴۱	۲/۶۵۵	۳/۶۰۰	۳۴۳۱	= - ساعت
$\times 10^{16}$	$\times 10^{-11}$	$\times 10^{19}$	$\times 10^{25}$		$\times 10^5$	$\times 10^6$		$\times 10^6$	$\times 10^{12}$		
۱/۰۷۴	۱/۷۸۳	$10^{-6}$	۱	۴/۴۵۰	۳/۸۲۷	۱/۶۰۲	۵/۹۶۷	۱/۱۸۲	۱/۶۰۲	۱/۵۱۹	= ۱ الکترون ولت
$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-26}$			$\times 10^{-26}$	$\times 10^{-20}$	$\times 10^{-19}$	$\times 10^{-20}$	$\times 10^{-19}$	$\times 10^{-12}$	$\times 10^{-22}$	
۱ میلیون											
۱/۰۷۴	۱/۷۸۳	۱	$10^{-6}$	۴/۴۵۰	۳/۸۲۷	۱/۶۰۲	۵/۹۶۷	۱/۱۸۲	۱/۶۰۲	۱/۵۱۹	= الکترون ولت
$\times 10^{-27}$	$\times 10^{-30}$			$\times 10^{-20}$	$\times 10^{-14}$	$\times 10^{-13}$	$\times 10^{-20}$	$\times 10^{-13}$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-16}$	
۶/۰۰۲	۱	۵/۶۱۰	۵/۶۱۰	۲/۴۹۷	۲/۱۴۶	۸/۹۸۷	۳/۳۴۸	۶/۶۲۹	۸/۹۸۷	۸/۵۲۱	= ۱ کیلوگرم
$\times 10^{26}$		$\times 10^{29}$	$\times 10^{35}$	$\times 10^{10}$	$\times 10^{16}$	$\times 10^{16}$	$\times 10^{10}$	$\times 10^{16}$	$\times 10^{23}$	$\times 10^{13}$	
۱ یکای اتمی											
۱	۱/۶۶۱	۹۳۲/۰	۹/۳۲۰	۴/۱۴۶	۳/۵۶۴	۱/۴۹۲	۵/۵۵۹	۱/۱۰۱	۱/۴۹۲	۱/۴۱۵	= یکی شده
	$\times 10^{-27}$		$\times 10^8$	$\times 10^{-17}$	$\times 10^{-11}$	$\times 10^{-10}$	$\times 10^{-17}$	$\times 10^{-10}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-13}$	

# فرمولهای ریاضی

# پیوست ث

## اتحادهای مثلثاتی

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\sin \theta / \cos \theta = \tan \theta$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\csc^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

## قضیه دوجمله‌ای

$$(1+x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots \quad (x^2 < 1)$$

## بسط نمایی

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

## بسط لگاریتمی

$$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \dots \quad (|x| < 1)$$

بسطهای مثلثاتی ( $\theta$  بر حسب رادیان)

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots$$

$$\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \dots$$

$$\tan \theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2\theta^5}{15} + \dots$$

## قاعده کرامر

جواب دو معادله با مجهولهای  $x$  و  $y$

$$a_1x + b_1y = c_1 \text{ و } a_2x + b_2y = c_2$$

به این صورت است

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

## هندسه

در دایره به شعاع  $r$ : پیرامون  $= 2\pi r$ ؛ مساحت  $= \pi r^2$   
در کره به شعاع  $r$ : مساحت  $= 4\pi r^2$ ؛ حجم  $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ؛ در استوانه قائمی به شعاع  $r$  و ارتفاع  $h$ :

مساحت  $= 2\pi rh$ ؛ حجم  $= \pi r^2 h$

در مثلثی به قاعده  $a$  و ارتفاع  $h$ : مساحت  $= \frac{1}{2}ah$

## فرمول معادله درجه دو

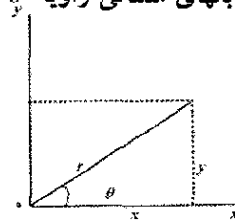
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{اگر } ax^2 + bx + c = 0 \text{، آنگاه}$$

## تابعهای مثلثاتی زاویه $\theta$

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \cos \theta = \frac{x}{r}$$

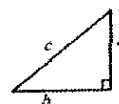
$$\tan \theta = \frac{y}{x}, \cot \theta = \frac{x}{y}$$

$$\sec \theta = \frac{r}{x}, \csc \theta = \frac{r}{y}$$



## قضیه فیثاغورس

در مثلث قائم الزاویه



$$a^2 + b^2 = c^2$$

## مثلثها

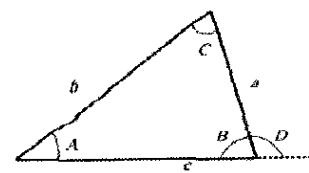
$A$ ،  $B$  و  $C$  زاویه و  $a$ ،  $b$  و  $c$  ضلعهای مقابل به آنها هستند،

$$A + B + C = 180^\circ$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$D = A + C \quad (\text{زاویه خارجی})$$



## علامتها و نمادهای ریاضی

= مساوی است

≈ تقریباً مساوی است

~ مرتبه بزرگی

≠ مساوی نیست با

≡ متحد است با، تعریف می‌شود به صورت

> بزرگتر است از (>> خیلی بزرگتر است از)

< کوچکتر است از (<< خیلی کوچکتر است از)

≥ بزرگتر است از یا مساوی است با

≤ کوچکتر است از یا مساوی است با

± به اضافه یا منها

∝ متناسب است با

Σ مجموع

$\bar{x}$  مقدار میانگین



$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \sin x &= \cos x & -۸ \\ \frac{d}{dx} \cos x &= -\sin x & -۹ \\ \frac{d}{dx} \tan x &= \sec^2 x & -۱۰ \\ \frac{d}{dx} \cot x &= -\csc^2 x & -۱۱ \\ \frac{d}{dx} \sec x &= \tan x \sec x & -۱۲ \\ \frac{d}{dx} \csc x &= -\cot x \csc x & -۱۳ \\ \frac{d}{dx} e^u &= e^u \frac{du}{dx} & -۱۴ \\ \frac{d}{dx} \sin u &= \cos u \frac{du}{dx} & -۱۵ \\ \frac{d}{dx} \cos u &= -\sin u \frac{du}{dx} & -۱۶ \\ \int dx &= x & -۱ \\ \int au \, dx &= a \int u \, dx & -۲ \\ \int (u+v) \, dx &= \int u \, dx + \int v \, dx & -۳ \\ \int x^m \, dx &= \frac{x^{m+1}}{m+1} \quad (m \neq -1) & -۴ \\ \int \frac{dx}{x} &= \ln |x| & -۵ \\ \int u \frac{dv}{dx} \, dx &= uv - \int v \frac{du}{dx} \, dx & -۶ \\ \int e^x \, dx &= e^x & -۷ \\ \int \sin x \, dx &= -\cos x & -۸ \\ \int \cos x \, dx &= \sin x & -۹ \\ \int \tan x \, dx &= \ln |\sec x| & -۱۰ \\ \int \sin^2 x \, dx &= \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x & -۱۱ \\ \int e^{-ax} \, dx &= -\frac{1}{a}e^{-ax} & -۱۲ \\ \int xe^{-ax} \, dx &= -\frac{1}{a^2}(ax+1)e^{-ax} & -۱۳ \\ \int x^r e^{-ax} \, dx &= -\frac{1}{a^r}(a^r x^r + rax + r)e^{-ax} & -۱۴ \\ \int_0^\infty x^n e^{-ax} \, dx &= \frac{n!}{a^{n+1}} & -۱۵ \\ \int_0^\infty x^{rn} e^{-ax^r} \, dx &= \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (rn-1)}{r^{n+1} a^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}} & -۱۶ \\ \int \frac{dx}{\sqrt{x^r + a^r}} &= \ln(x + \sqrt{x^r + a^r}) & -۱۷ \\ \int \frac{x \, dx}{(x^r + a^r)^{r/r}} &= -\frac{1}{(x^r + a^r)^{1/r}} & -۱۸ \\ \int \frac{dx}{(x^r + a^r)^{r/r}} &= \frac{x}{a^r(x^r + a^r)^{1/r}} & -۱۹ \\ \int_0^\infty x^{rn+1} e^{-ax^r} \, dx &= \frac{n!}{r a^{n+1}} \quad (a > 0) & -۲۰ \\ \int \frac{x \, dx}{x+d} &= x - d \ln(x+d) & -۲۱ \end{aligned}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

ضرب بردارها

$\mathbf{i}$  و  $\mathbf{j}$  و  $\mathbf{k}$  را بردارهای یکه در راستای  $x$ ،  $y$  و  $z$  در نظر بگیرید. داریم

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1 \quad \text{و} \quad \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{i} = 0$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{k} = 0$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \quad \text{و} \quad \mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i} \quad \text{و} \quad \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$$

بردارهای مانند  $\mathbf{a}$  با مؤلفه‌های  $a_x$ ،  $a_y$  و  $a_z$  در راستای محور  $x$ ،  $y$  و  $z$  را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$$

$\mathbf{a}$ ،  $\mathbf{b}$  و  $\mathbf{c}$  را بردارهای اختیاری به بزرگیهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  در نظر بگیرید، داریم

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) + (\mathbf{a} \times \mathbf{c})$$

$$(\mathbf{s} \mathbf{a}) \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times (\mathbf{s} \mathbf{b}) = \mathbf{s}(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \quad (\mathbf{s} \text{ نرده‌ای})$$

اگر  $\theta$  کوچکترین زاویه بین  $\mathbf{a}$  و  $\mathbf{b}$  باشد، داریم

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = ab \cos \theta$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$= \mathbf{i} \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} - \mathbf{j} \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} + \mathbf{k} \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$$

$$= (a_y b_z - b_y a_z) \mathbf{i} + (a_z b_x - b_z a_x) \mathbf{j} + (a_x b_y - b_x a_y) \mathbf{k}$$

$$|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = ab \sin \theta$$

$$\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$$

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) \mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \mathbf{c}$$

مشتقها و انتگرالها

در رابطه‌های زیر،  $u$  و  $v$  تابعهایی از  $x$  هستند و  $a$  و  $m$  ثابت‌اند. برای هر یک از انتگرالهای نامعین باید یک ثابت اختیاری انتگرالگیری افزوده شود.

*Handbook of Chemistry and Physics (CRC Press Inc)*

جدولهای خیلی گسترده‌ای را ارائه می‌دهد.

$$\frac{dx}{dx} = 1 \quad -۱$$

$$\frac{d}{dx}(au) = a \frac{du}{dx} \quad -۲$$

$$\frac{d}{dx}(u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx} \quad -۳$$

$$\frac{d}{dx} x^m = m x^{m-1} \quad -۴$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x} \quad -۵$$

$$\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx} \quad -۶$$

$$\frac{d}{dx} e^x = e^x \quad -۷$$

## خواص عنصرها

## پیوست ج

همه خواص فیزیکی در فشار ۱ atm هستند در غیر این صورت مشخص شده‌اند.

عنصر	نماد	عدد اتمی Z	جرم مولی g/mol	چگالی g/cm <sup>3</sup> در ۲۰°C	نقطه ذوب °C	نقطه جوش °C	گرمای ویژه J/(g.°C) در ۲۵°C
آکتینیم	Ac	۸۹	(۲۲۷)	۱۰/۰۶	۱۳۲۳	(۳۴۷۳)	۰/۰۹۲
آلومینیوم	Al	۱۳	۲۶/۹۸۱۵	۲/۶۹۹	۶۶۰	۲۴۵۰	۰/۹۰۰
آمریسیم	Am	۹۵	(۲۴۳)	۱۳/۶۷	۱۵۴۱	—	—
انتیموان	Sb	۵۱	۱۲۱/۷۵	۶/۶۹۱	۶۳۰/۵	۱۳۸۰	۰/۲۰۵
آرگون	Ar	۱۸	۳۹/۹۴۸	$1/6626 \times 10^{-3}$	-۱۸۹/۴	-۱۸۵/۸	۰/۵۲۳
ارسنیک	As	۳۳	۷۴/۹۲۱۶	۵/۷۸	۸۱۷(۲۸atm)	۶۱۳	۰/۳۳۱
استاتین	At	۸۵	(۲۱۰)	—	(۳۰۲)	—	—
باریم	Ba	۵۶	۱۳۷/۳۴	۳/۵۹۴	۷۲۹	۱۶۴۰	۰/۲۰۵
برکلیم	Bk	۹۷	(۲۴۷)	۱۴/۷۹	—	—	—
برلییم	Be	۴	۹/۰۱۲۲	۱/۸۴۸	۱۲۸۷	۲۷۷۰	۱/۸۳
بیسموت	Bi	۸۳	۲۰۸/۹۸۰	۹/۷۴۷	۲۷۱/۳۷	۱۵۶۰	۰/۱۲۲
بور	B	۵	۱۰/۸۱۱	۲/۳۴	۲۰۳۰	—	۱/۱۱
برم	Br	۳۵	۷۹/۹۰۹	(مایع) ۳/۱۲	-۷/۲	۵۸	۰/۲۹۳
کادمیم	Cd	۴۸	۱۱۲/۴۰	۸/۶۵	۳۲۱/۰۳	۷۶۵	۰/۲۲۶
کلسیم	Ca	۲۰	۴۰/۰۰۸	۱/۵۵	۸۳۸	۱۴۴۰	۰/۶۲۴
کالیفرنیم	Cf	۹۸	(۲۵۱)	—	—	—	—
کربن	C	۶	۱۲/۰۱۱۱۵	۲/۲۶	۳۷۲۷	۴۸۳۰	۰/۶۹۱
سرم	Ce	۵۸	۱۴۰/۱۲	۶/۷۶۸	۸۰۴	۳۴۷۰	۰/۱۸۸
سزیم	Cs	۵۵	۱۳۲/۹۰۵	۱/۸۷۳	۲۸/۴۰	۶۹۰	۰/۲۴۳
کلر	Cl	۱۷	۳۵/۴۵۳	$3/214 \times 10^{-3}$	-۱۰۱	-۳۴/۷	۰/۴۸۶
کرم	Cr	۲۴	۵۱/۹۹۶	۷/۱۹	۱۸۵۷	۲۶۶۵	۰/۴۴۸
کبالت	Co	۲۷	۵۸/۹۳۳۲	۸/۸۵	۱۴۹۵	۲۹۰۰	۰/۴۲۳
مس	Cu	۲۹	۶۳/۵۴	۸/۹۶	۱۰۸۳/۴۰	۲۵۹۵	۰/۳۸۵
کوریوم	Cm	۹۶	(۲۴۷)	۱۳/۳	—	—	—
دیسپروزیوم	Dy	۶۶	۱۶۲/۵۰	۸/۵۵	۱۴۰۹	۲۳۳۰	۰/۱۷۲
ایشتینیم	Es	۹۹	(۲۵۴)	—	—	—	—
ارییم	Er	۶۸	۱۶۷/۲۶	۹/۱۵	۱۵۲۲	۲۶۳۰	۰/۱۶۷
ارویییم	Eu	۶۳	۱۵۱/۹۶	۵/۲۴۳	۸۱۷	۱۴۹۰	۰/۱۶۳

-	-	-	-	(۲۷۳)	۱۰۰	Fm	فرمیم
۰/۷۵۳	-۱۸۸/۲	-۲۱۹/۶	$1/696 \times 10^{-3} (^{\circ}\text{C})$	۱۸/۹۹۸۴	۹	F	فلوتور
-	-	(۲۷)	-	(۲۲۳)	۸۷	Fr	فرانسیم
۰/۲۳۴	۲۷۳۰	۱۳۱۲	۷/۹۰	۱۵۷/۲۵	۶۴	Gd	گادولینیم
۰/۳۷۷	۲۲۳۷	۲۹/۷۵	۵/۹۰۷	۶۹/۷۲	۳۱	Ga	گالیم
۰/۳۲۲	۲۸۳۰	۹۳۷/۲۵	۵/۳۲۳	۷۲/۵۹	۳۲	Ge	ژرمانیم
۰/۱۳۱	۲۹۷۰	۱۰۶۴/۴۳	۱۹/۳۲	۱۹۶/۹۶۷	۷۹	Au	طلا
۰/۱۴۴	۵۴۰۰	۲۲۲۷	۱۳/۳۱	۱۷۸/۴۹	۷۲	Hf	هافنیم
-	-	-	-	-	۱۰۵	Ha	هاهنیم
-	-	-	-	-	۱۰۸	Hs	هاسیوم
۵/۲۳	-۲۶۸/۹	-۲۶۹/۷	$0/1664 \times 10^{-3}$	۴/۰۰۰۲۶	۲	He	هلیوم
۰/۱۶۵	۲۳۳۰	۱۴۷۰	۸/۷۹	۱۶۴/۹۳۰	۶۷	Ho	هولمیم
۱۴/۴	-۲۵۲/۷	-۲۵۹/۱۹	$0/08375 \times 10^{-3}$	۱/۰۰۰۷۹۷	۱	H	هیدروژن
۰/۲۳۳	۲۰۰۰	۱۵۶/۶۳۴	۷/۳۱	۱۱۴/۸۲	۴۹	In	ایندیم
۰/۲۱۸	۱۸۳	۱۱۳/۷	۴/۹۳	۱۲۶/۹۰۴۴	۵۳	I	ید
۰/۱۳۰	(۵۳۰۰)	۲۴۴۷	۲۲/۵	۱۹۲/۲	۷۷	Ir	ایریدیم
۰/۴۴۷	۳۰۰۰	۱۵۳۶/۵	۷/۸۷۴	۵۵/۸۴۷	۲۶	Fe	آهن
۰/۲۴۷	-۱۵۲	-۱۵۷/۳۷	$3/488 \times 10^{-3}$	۸۳/۸۰	۳۶	Kr	کریپتون
۰/۱۹۵	۳۴۷۰	۹۲۰	۶/۱۸۹	۱۳۸/۹۱	۵۷	La	لانتان
-	-	-	-	(۲۵۷)	۱۰۳	Lr	لورنسیم
۰/۱۲۹	۱۷۲۵	۳۲۷/۴۵	۱۱/۳۵	۲۰۷/۱۹	۸۲	Pb	سرب
۳/۵۸	۱۳۰۰	۱۸۰/۵۵	۵/۵۳۴	۶/۹۳۹	۳	Li	لیتیم
۰/۱۵۵	۱۹۳۰	۱۶۶۳	۹/۸۴۹	۱۷۴/۹۷	۷۱	Lu	لوتسیم
۱/۰۳	۱۱۰۷	۶۵۰	۱/۷۳۸	۲۴/۳۱۲	۱۲	Mg	منیزیم
۰/۴۸۱	۲۱۵۰	۱۲۴۴	۷/۴۴	۵۴/۹۳۸۰	۲۵	Mn	منگنز
-	-	-	-	-	۱۰۹	Mt	میتنریم
-	-	-	-	(۲۵۶)	۱۰۱	Md	مندلویم
۰/۱۳۸	۲۵۷	-۳۸/۸۷	۱۳/۵۵	۲۰۰/۵۹	۸۰	Hg	جیوه
۲۵۱	۵۵۶۰	۲۶۱۷	۱۰/۲۲	۹۵/۹۴	۴۲	Mo	مولیبدن
۰/۱۸۸	۳۱۸۰	۱۰۱۶	۷/۰۰۷	۱۴۴/۲۴	۶۰	Nd	نئودیمیم
۱/۰۳	-۲۴۶/۰	-۲۴۸/۵۹۷	$0/18387 \times 10^{-3}$	۲۰/۱۸۳	۱۰	Ne	نئون
۱/۲۶	-	۶۳۷	۲۰/۲۵	(۲۳۷)	۹۳	Np	نپتونیم
۵/۴۴۴	۲۷۳۰	۱۴۵۳	۸/۹۰۲	۵۸/۷۱	۲۸	Ni	نیکل
-	-	-	-	-	۱۰۷	Ns	نیلزبوریم
۰/۲۶۴	۴۹۲۷	۲۴۶۸	۸/۵۷	۹۲/۹۰۶	۴۱	Nb	نیوبیم

۱/۰۳	-۱۹۵/۸	-۲۱۰	$1/1649 \times 10^{-3}$	۱۴/۰۰۶۷	۷	N	نیترژن (ازت)
-	-	-	-	(۲۵۵)	۱۰۲	No	نوبلیوم
۰/۱۳۰	۵۵۰۰	۳۰۲۷	۲۲/۵۹	۱۹۰/۲	۷۶	Os	اسمیم
۰/۹۱۳	-۱۸۳/۰	-۲۱۸/۸۰	$1/3318 \times 10^{-3}$	۱۵/۹۹۹۴	۸	O	اکسیژن
۰/۲۴۳	۳۹۸۰	۱۵۵۲	۱۲/۰۲	۱۰۶/۴	۴۶	Pb	پالادیم
۰/۷۴۱	۲۸۰	۴۴/۲۵	۱/۸۳	۳۰/۹۷۳۸	۱۵	P	فسفر
۰/۱۳۴	۴۵۳۰	۱۷۶۹	۲۱/۴۵	۱۹۵/۰۹	۷۸	Pt	پلاتین
۰/۱۳۰	۳۲۳۵	۶۴۰	۱۹/۸	(۲۴۴)	۹۴	Pu	پلوتونیم
-	-	۲۵۴	۹/۳۲	(۲۱۰)	۸۴	Po	پولونیم
۰/۷۵۸	۷۶۰	۶۳/۲۰	۰/۸۶۲	۹۳/۱۰۲	۱۹	K	پتاسیم
۰/۱۹۷	۳۰۲۰	۹۳۱	۶/۷۷۳	۱۴۰/۹۰۷	۵۹	Pr	پرازئودیمیم
-	-	(۱۰۲۷)	۷/۲۲	(۱۴۵)	۶۱	Pm	پرومتیم
-	-	۱۲۳۰	۱۵/۳۷ (برآورد)	(۲۳۱)	۹۱	Pa	پروتاکتینیم
-	-	۷۰۰	۵/۰	(۲۲۶)	۸۸	Ra	رادیوم
۰/۰۹۲	-۶۱/۸	(-۷۱)	$9/96 \times 10^{-3}$	(۲۲۲)	۸۶	Rn	رادون
۰/۱۳۴	۵۹۰۰	۳۱۸۰	۲۱/۰۲	۱۸۶/۲	۷۵	Re	رنیم
۰/۲۴۳	۴۵۰۰	۱۹۶۳	۱۲/۴۱	۱۰۲/۹۰۵	۴۵	Rh	رودیم
۰/۳۶۴	۶۸۸	۳۹/۴۹	۱/۵۳۲	۸۵/۴۷	۳۷	Rb	روبییدیم
۰/۲۳۹	۴۹۰۰	۲۲۵۰	۱۲/۳۷	۱۰۱/۱۰۷	۴۴	Ru	روتنیم
-	-	-	-	-	۱۰۴	Rf	راترفوردیم
۰/۱۹۷	۱۶۳۰	۱۰۷۲	۷/۵۲	۱۵/۰۳۵	۶۲	Sm	ساماریوم
۰/۵۶۹	۲۷۳۰	۱۵۳۹	۲/۹۹	۴۴/۹۵۶	۲۱	Sc	اسکاندیم
-	-	-	-	-	۱۰۶	Sg	سیبورگیوم
۰/۳۱۸	۶۸۵	۲۲۱	۴/۷۹	۷۸/۹۶	۳۴	Se	سلنیم
۰/۷۱۲	۲۶۸۰	۱۴۱۲	۲/۳۳	۲۸/۰۸۶	۱۴	Si	سیلیسیم
۰/۲۳۴	۲۲۱۰	۹۶۰/۸	۱۰/۴۹	۱۰۷/۸۷۰	۴۷	Ag	نقره
۱/۲۳	۸۹۲	۹۷/۸۵	۰/۹۷۱۲	۲۲/۹۸۹۸	۱۱	Na	سدیم
۰/۷۳۷	۱۳۸۰	۷۶۸	۲/۵۴	۸۷/۶۲	۳۸	Sr	استرونیوم
۰/۷۰۷	۴۴۴/۶	۱۱۹/۰	۲/۰۷	۳۲/۰۶۴	۱۶	S	گوگرد
۰/۱۳۸	۵۴۲۵	۳۰۱۴	۱۶/۶	۱۸۰/۹۴۸	۷۳	Ta	تانتال
۰/۲۰۹	-	۲۲۰۰	۱۱/۴۶	(۹۹)	۴۳	Tc	تکنسیم
۰/۲۰۱	۹۹۰	۴۴۹/۵	۶/۲۴	۱۲۷/۶۰	۵۲	Tc	تلور یا تلوریم
۰/۱۸۰	۲۵۳۰	۱۳۵۷	۸/۲۲۹	۱۵۸/۹۲۴	۶۵	Tb	تریم
۰/۱۳۰	۱۴۵۷	۳۰۴	۱۱/۸۵	۲۰۴/۳۷	۸۱	Ti	تالیوم
۰/۱۱۷	(۳۸۵۰)	۱۷۵۵	۱۷/۷۲	(۲۳۲)	۹۰	Th	توریم

۰/۲۲۶	۲۲۷۰	۲۳۱/۸۶۸	۷/۲۹۸۴	۱۱۸/۶۹	۵۰	Sn	قلع
۰/۵۲۳	۳۲۶۰	۱۶۷۰	۴/۵۴	۴۷/۹۰	۲۲	Ti	تیتان یا تیتانیوم
۰/۱۳۴	۵۹۳۰	۳۳۸۰	۱۹/۳	۱۸۳/۸۵	۷۴	W	تنگستن
۰/۱۱۷	۳۸۱۸	۱۱/۳۲	۱۸/۹۵	(۲۳۸)	۹۲	U	اورانیوم
۰/۴۹۰	۳۴۰۰	۱۹۰۲	۶/۱۱	۵۰/۹۴۲	۲۳	V	وانادیوم
۰/۱۵۹	-۱۰۸	-۱۱۱/۷۹	$۵/۴۹۵ \times ۱۰^{-۳}$	۱۳۱/۳۰	۵۴	Xe	گزنون
۰/۱۵۵	۱۵۳۰	۸۲۴	۶/۹۶۵	۱۷۳/۰۴	۷۰	Yb	ایتربیم
۰/۲۹۷	۳۰۳۰	۱۵۲۶	۴/۴۶۹	۸۸/۹۰۵	۳۹	Y	ایتربیم
۰/۳۸۹	۹۰۶	۴۱۹/۵۸	۷/۱۳۳	۶۵/۳۷	۳۰	Zn	روی
۰/۲۷۶	۳۵۸۰	۱۸۵۲	۶/۵۰۶	۹۲/۲۲	۴۰	Zr	زیرکونیم

اندازه‌های درون پرانتزها در ستون جرمهای مولی، عددهای جرمی ایزوتوپهای با عمر طولانی عنصرهایی‌اند که پرتوزا هستند.

نقطه‌های ذوب و نقطه‌های جوش در پرانتزها قطعی ندارند.

داده‌های گازها فقط هنگامی که اینها در حالت مولکولی معمولی مانند  $H_2$ ،  $He$ ،  $O_2$  و  $Ne$  و غیره هستند معتبر است.

گرمایهای ویژه گاز مقدارهای در فشار ثابت‌اند.

منبع: برگرفته از J. Emsley, The Elements, 3rd ed., 1998, Clarendon Press, Oxford. همچنین برای دیدن آخرین مقادیرها و

جدیدترین عنصرها به [www.webelements.com](http://www.webelements.com) مراجعه کنید.

## جدول تناوبی عنصرها

پیوست چ

فلزهای قلیایی IA																		فلزهای نادر 0	
1	H																	2	He
2	Li	Be																	
3	Na	Mg																	
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr	
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe	
6	Cs	Ba	* ۵۷-۷۱	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn	
7	Fr	Ra	† ۸۹-۱۰۳	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt	Ds									

فلزهای واسطه داخلی

* رشته لانتانیدها	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰	۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰	۷۱
	La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu
† رشته آکتینیدها	۸۹	۹۰	۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰	۱۰۱	۱۰۲	۱۰۳
	Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr

عنصرهای ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۴ و ۱۱۶ کشف شده‌اند ولی تا سال ۲۰۰۳ هنوز نامگذاری نشده‌اند. شواهد کشف عنصرهای ۱۱۳ و ۱۱۵ گزارش شده‌اند. برای آخرین اطلاعات و جدیدترین عنصرها به [www.webelements.com](http://www.webelements.com) مراجعه کنید.



## برندگان جایزه نوبل در فیزیک

- ۱۹۰۱ ویلهم کونراد رونتگن  
Wilhelm Konrad Röntgen (۱۸۴۵-۱۹۲۳) برای  
کشف پرتوهای X.
- ۱۹۰۲ هنریک آنتون لورنس  
Hendrik Antoon Lorentz (۱۸۵۳-۱۹۲۸) و پیترو  
زیمان  
Pieter Zeeman (۱۸۶۵-۱۹۴۳) به خاطر پژوهشهایشان  
در مورد اثر مغناطیس بر پدیده‌های تابشی.
- ۱۹۰۳ آنتونی هنری بکرل  
Antoine Henri Becquerel (۱۸۵۲-۱۹۰۸) به خاطر  
کشف پرتوایی خود به خودی.  
پیرکوری  
Pierre Curie (۱۸۵۹-۱۹۰۶) و ماری اسکلووسکا کوری  
Marie Skłodowska-Curie (۱۸۶۷-۱۹۳۴) به خاطر  
پژوهشهای مشترک خود در پدیده‌های تابشی که به وسیله  
بکرل کشف شده بود.
- ۱۹۰۴ لرد ریلی (جان ویلیام استوارت)  
John William Strutt (1842-1919) Loard Rayleigh  
به خاطر بررسیهای در مورد چگالی گازهای خیلی مهم  
و به خاطر کشف آرگون.  
۱۹۰۵ فیلیپ ادوارد آنتون فون لنارد  
Philipp Eduard Anton von Lenard (۱۸۶۲-۱۹۴۷) به  
خاطر کار در زمینه پرتوهای کاتدی.  
۱۹۰۶ جوزف جان تامسون  
Joseph John Thomson (۱۸۵۶-۱۹۴۰) به خاطر بررسیهای  
نظری و تجربی در مورد رسانایی الکتریکی گازها.  
۱۹۰۷ آلبرت ابراهام میکلسون  
Albert Abraham Michelson (۱۸۵۲-۱۹۳۱) به خاطر  
ابزارهای دقیق نوری و بررسیهای اندازه‌شناسی انجام  
شده به کمک آنها.
- ۱۹۰۸ گابریل لیپمان  
Gabriel Lippmann (۱۸۴۵-۱۹۲۱) به خاطر روش باز  
تولید رنگها از طریق عکاسی بر پایه پدیده‌های تداخل.
- ۱۹۰۹ گوگلیلمو مارکونی  
Guglielmo Marconi (۱۸۴۷-۱۹۳۷) و کارل فردیناند  
براون  
Carl Ferdinand Braun (۱۸۵۰-۱۹۱۸) به خاطر  
کوششهایشان در گسترش تلگراف بدون سیم.
- ۱۹۱۰ یوهان دیدریک واندروالس
- Johannes Diderik van der Waals (۱۸۳۷-۱۹۳۲) به  
خاطر کار روی معادله حرکت گازها و مایعات.
- ۱۹۱۱ ویلهم وین  
Wilhelm Wien (۱۸۶۴-۱۹۲۸) به خاطر کشفهایش  
در باره قانونهای حاکم بر تابش گرمایی.
- ۱۹۱۲ نیلز گوستاف دالن  
Nils Gustaf Dalen (۱۸۶۹-۱۹۳۷) به خاطر اختراع تنظیم  
کننده‌های خودکار برای استفاده از انباره‌های گازی برای  
روشن ساختن فانوسهای دریایی و شناورها.
- ۱۹۱۳ هایک کامرلینگ اونس  
Heike Kamerling Onnes (۱۸۵۳-۱۹۲۶) به خاطر بررسیهایی  
در باره خواص مواد در دماهای پایین که افزون بر نتایج  
دیگر به تولید هلیوم مایع انجامید.
- ۱۹۱۴ ماکس فون لاوز  
Max von Laue (۱۸۷۹-۱۹۶۰) به خاطر کشف پراش  
پرتوهای رونتگن به وسیله بلورها.
- ۱۹۱۵ ویلیام هنری براگ  
William Henry Bragg (۱۸۶۲-۱۹۴۲) و ویلیام لورنس  
William Lawrence Bragg (۱۸۹۰-۱۹۷۱) به  
خاطر خدماتشان در تحلیل ساختار بلوری به وسیله  
پرتوهای رونتگن.
- ۱۹۱۷ چارلز گلور بارکلا  
Charles Glover Barkla (۱۸۷۷-۱۹۴۴) به خاطر کشف  
پرتوهای X مشخصه عنصرها.
- ۱۹۱۸ ماکس پلانک  
Max Planck (۱۸۵۸-۱۹۴۷) به خاطر کشف کوانتوم  
انرژی.
- ۱۹۱۹ یوهانس اشتارک  
Johannes Stark (۱۸۷۴-۱۹۵۷) به خاطر کشف پدیده  
دوبلر در پرتوهای کانالی و تجزیه خطهای طیفی در میدانهای  
الکتریکی.
- ۱۹۲۰ شارل ادوارد گیوم  
Charles-Edouard Guillaume (۱۸۶۱-۱۹۳۸) به خاطر  
خدمتی که با کشف ناهنجاریهای موجود در آلیاژهای  
فولاد نیکل به اندازه‌گیریهای دقیق در فیزیک کرده است.
- ۱۹۲۱ آلبرت اینشتین  
Albert Einstein (۱۸۷۹-۱۹۵۵) به خاطر خدماتش به  
فیزیک نظری و به ویژه به خاطر کشف قانون اثر فوتوالکتریک

James Chadwick (۱۸۹۱-۱۹۷۴) به خاطر کشف نوترون.

۱۹۳۶ ویکتور فرانتس هس

Victor Franz Hess (۱۸۸۳-۱۹۶۴) به خاطر کشف تابش کیهانی.

۱۹۳۷ کلیتون جوزف داویسون

Clinton Joseph Davisson (۱۸۸۱-۱۹۵۸) و جورج

پاگت تامسون George Paget Thomson (۱۸۹۲-۱۹۷۵)

به خاطر کشف تجربی پراش الکترونها به وسیله بلورها.

۱۹۳۸ انریکو فرمی

Enrico Fermi (۱۹۰۱-۱۹۵۴) به خاطر اثبات وجود

عناصر پرتوزای جدیدی که به وسیله پرتوافکنی نوترونی تولید می‌شود و نیز به خاطر کشف واکنشهای هسته‌ای

حاصل از نوترونها می‌کند.

۱۹۳۹ ارنست اورلاندو لورنس

Ernest Orlando Lawrence (۱۹۰۱-۱۹۵۸) به خاطر

اختراع و تکمیل سیکلوترون و نتایج حاصل از آن، به ویژه تولید عنصرهای پرتوزای مصنوعی.

۱۹۴۳ اتو اشترون

Otto Stern (۱۸۸۸-۱۹۶۹) به خاطر سهم او در توسعه

روش پرتو مولکولی و کشف گشتاور مغناطیسی پروتون.

۱۹۴۴ ایزیدور ایزاک رابی

Isidor Isaac Rabi (۱۸۹۸-۱۹۸۸) به خاطر ابداع روش

تشدید برای ثبت خواص مغناطیسی هسته‌های اتمی.

۱۹۴۵ ولفگانگ پائولی

Wolfgang Pauli (۱۹۰۰-۱۹۵۸) به خاطر کشف اصل

طرد (که اصل پائولی نیز نامیده می‌شود).

۱۹۴۶ پرسی ویلیامز بریجمن

Percy Williams Bridgman (۱۸۸۲-۱۹۶۱) به خاطر

اختراع وسیله‌ای برای تولید فشارهای خیای زیاد و کشفهایی که از این طریق در زمینه فیزیک فشار بالا داشته

است.

۱۹۴۷ ادوارد ویکتور اپلتون

Sir Edward Victor Appleton (۱۸۹۲-۱۹۶۵) به خاطر

پژوهشهایش در فیزیک جو بالا، به ویژه به خاطر کشف لایه‌ای به نام اپلتون.

۱۹۴۸ پاتریک ماینارد استوارت بلاکت

Patrich Maynard Stuart Blackett (۱۸۹۷-۱۹۷۴) به

خاطر تکمیل روش اتاق ابر ویلسون و کشفهایی که در فیزیک هسته‌ای و تابش کیهانی داشته است.

۱۹۴۹ هیدکی یوکاوا

Hideki Yukawa (۱۹۰۷-۱۹۸۱) به خاطر پیش‌بینی وجود

Niels Bohr (۱۸۸۵-۱۹۶۲) به خاطر بررسی ساختار

اتمها و تابشی که از آنها سرچشمه می‌گیرد.

۱۹۲۳ رابرت اندروز میلیکان

Robert Andrews Millikan (۱۸۶۸-۱۹۵۳) به خاطر کار

در زمینه بار بنیادی الکتریسته و اثر فوتوالکتریک.

۱۹۲۴ کارل مان گئورگ زیگیان

Karl Manne George Siegbahn (۱۸۸۸-۱۹۷۹) به خاطر

کشف و پژوهش در زمینه طیف‌نمایی پرتو X.

۱۹۲۵ جیمز فرانک

James Franck (۱۸۸۲-۱۹۶۴) و گوستاو هرتر

Gustav Hertz (۱۸۸۷-۱۹۷۵) به خاطر کشف قانونهای

حاکم بر برخورد الکترون با اتم

۱۹۲۶ ژان باپتیست پرن

Jean Baptiste Perrin (۱۸۷۰-۱۹۴۲) به خاطر کار روی

ساختار ناپیوسته ماده و به ویژه به خاطر کشف تعادل ته‌نشینی.

۱۹۲۷ آرتور هالی کامپتون

Arthur Holly Compton (۱۸۹۲-۱۹۶۲) به خاطر کشف

پدیده کامپتون. چارلز تامسن ریزویلسون

Charles Thomson Rees Wilson (۱۸۷۹-۱۹۵۹) به

خاطر ابداع مرئی کردن مسیر ذره‌های باردار توسط چگالش بخار.

۱۹۲۸ اوئن ویلانز ریچاردسون

Owen Willans Richardson (۱۸۷۹-۱۹۵۹) به خاطر

کار روی پدیده گرما یونی و به ویژه به خاطر کشف قانونی که به نام او نامیده شد.

۱۹۲۹ پرنس لویی ویکتور دوپروی

Prince Louis Victor de Braglie (۱۸۹۲-۱۹۸۷) به

خاطر کشف طبیعت موجی الکترونها.

۱۹۳۱ چاندرا سکارا ونکاتا رامان

Sir Chandra sekhar Venkata Raman (۱۸۸۸-۱۹۷۰)

به خاطر کار روی پراکندگی نور و کشف اثری که به نام او نامیده شد.

۱۹۳۲ ورنر هایزنبرگ

Werner Heisenberg (۱۹۰۱-۱۹۷۶) به خاطر ابداع

مکانیک کوانتومی که کاربرد آن افزون بر چیزهای دیگر به کشف شکلهای آلتروپی هیدروژن انجامید.

۱۹۳۳ اروین شرودینگر

Erwin Schrödinger (۱۸۸۷-۱۹۶۱) و پل آدرین

موریس دیراک Paul Adrien Maurice Dirac (۱۹۰۲-۱۹۸۴)

به خاطر کشف شکلهای تازه و خلاق نظریه اتمی.

۱۹۳۵ جیمز چادویک

www.iran-mavad.com

۱۹۵۰ سسیل فرانک پاول

Cecil Frank Powell (۱۹۰۳-۱۹۶۹) به خاطر بسط روش عکاسی مطالعه فرایندهای هسته‌ای و کشفهای انجام شده توسط او در مورد مزونها با این روش.

۱۹۵۱ جان داگلاس کوک کرافت

Sir John Douglas Cockroft (۱۸۹۷-۱۹۶۷) و ارنست توماس سینتون والتون Ernest Thomas Sinton Walton (۱۹۰۳-) به خاطر پیشگامی در بررسی استحالة هسته‌های اتمی به وسیله ذره‌های اتمی که به طور مصنوعی شتاب گرفته‌اند.

۱۹۵۲ فلیکس بلوخ

Felix Bloch (۱۹۰۵-۱۹۸۳) و ادوارد میلز پورسل Edward Mills Purcell (۱۹۱۲-) به خاطر طرح روشهای نو برای آزمایشهای دقیق مغناطیس هسته‌ای و کشفهای مربوط به آن.

۱۹۵۳ فریتس زرنیکه

Frits Zernike (۱۸۸۸-۱۹۶۶) به خاطر ارائه روش تباین فاز، به ویژه به خاطر اختراع میکروسکوپ تباین فاز.

۱۹۵۴ ماکس بورن

Max Born (۱۸۸۲-۱۹۷۰) به خاطر پژوهش بنیادی در مکانیک کوانتومی، به ویژه به خاطر تعبیر آماری اواز تابع موج.

والتر بوته

Walther Bothe (۱۸۹۱-۱۹۵۷) به خاطر روش تطابق و کشفهایی که به وسیله آن حاصل شد.

۱۹۵۵ ویلیز اوژن لمب

Willis Eugene Lamb (۱۹۱۳-) به خاطر کشفهایی درباره ساختار ریز طیف هیدروژن

پولی کارپ کوش

Polykarp Kusch (۱۹۱۱-۱۹۹۳) به خاطر تعیین دقیق گشتاور مغناطیسی الکترون.

۱۹۵۶ ویلیام شاکلی

William Shockley (۱۹۰۰-۱۹۸۹)، جان باردین John Bardeen (۱۹۰۸-۱۹۹۱) و والتز هاوزر براتین Walter Houser Brattain (۱۹۰۲-۱۹۸۷) به خاطر پژوهشهایشان درباره نیمرساناها و کشف اثر ترانزیستور.

۱۹۵۷ چن نینگ یانگ

Chen Ning Yang (۱۹۲۲-) و تسونگ دانو لی Tsung Dao Lee (۱۹۲۶-) به خاطر پژوهش مؤثر آنها

در مورد قانونهای پاریته که به کشفهای مهمی در فیزیک ذره‌های بنیادی انجامیده است.

۱۹۵۸ پاول الکسی یویچ چرنکوف

Pavel Aleksejevič Čerenko (۱۹۰۴-) ایل یا میخائیلویچ فرانک Il ja Michajlovic Frank (۱۹۰۸-۱۹۹۰) و ایگور ایوانویچ تام Igor Evgenevič Tamm (۱۹۰۸-۱۹۷۱) به خاطر کشف و تعبیر اثر چرنکوف.

۱۹۵۹ امیلیو جینو سگری

Emilio Gino Segre (۱۹۰۵-۱۹۸۹) و اون چمبرلین Owen Chamberlain (۱۹۲۰-) به خاطر کشف پادپروتون.

۱۹۶۰ دونالد آرتور گلاسر

Donald Arthur Glaser (۱۹۲۶-) به خاطر اختراع اتاقک حباب.

۱۹۶۱ روبرت هوفشتاتر

Robert Hofstadter (۱۹۱۵-۱۹۹۰) به خاطر مطالعات پیشگامانه درباره پراکندگی الکترون در هسته‌های اتمی و کشفهایی که به آن وسیله در مورد ساختار نوکلئونها به عمل آورد.

رودلف لودویگ موسباثر

Rudolf Ludwig Mössbauer (۱۹۲۹-) به خاطر پژوهشهایش درباره جذب تشدید پرتوهای  $\gamma$  و کشف اثری در این مورد که به نام اوست.

۱۹۶۲ لف داویدوویچ لاندائو

Lev Davidsovic Landau (۱۹۰۸-۱۹۶۸) به خاطر نظریه‌های پیشگامانه در مورد ماده چگال، به ویژه هلیوم مایع.

۱۹۶۳ اوژن پی. ویگنر

Eugene P. Wigner (۱۹۰۲-۱۹۹۵) به خاطر سهم او در نظریه هسته اتم و ذره‌های بنیادی، به ویژه کشف و کاربرد اصول اساسی تقارن.

ماریا جو پرت مایر

Maria Goeppert Mayer (۱۹۰۶-۱۹۷۲) و جی. هانس دی. جنسن J. Hans D. Jensen (۱۹۰۷-۱۹۷۳) به خاطر کشفهایشان درباره ساختار پوسته‌ای هسته.

۱۹۶۴ چارلز اچ. تاونز

Charles H. Townes (۱۹۱۵-) نیکلای جی. باسوف Nikolai G. Basov (۱۹۲۲-) و الکساندر ام. پروخوروف Alexander M. Prochorov (۱۹۱۶-) به خاطر کارهای اساسی در زمینه الکترونیک کوانتومی که به ساخت نوسانگرها و تقویت کننده‌ها بر اساس میز-لیزر انجامید.

۱۹۶۵ سن - ایترو توموناگا

Sin - itiro Tomonaga (۱۹۰۶-۱۹۷۹) جولیان شوینگر Julian Schwinger (۱۹۱۸-۱۹۹۴) و ریچارد فاینمن

Ivar Giaever (۱۹۲۹-) به خاطر کشف تونل زنی در ابررسانها.

برایان دی. جوزفسون

Brian D. Josephson (۱۹۰۴-) به خاطر پیش‌بینی نظری خواص یک ابر جریان در یک سر تونلی.

۱۹۷۴ آنتونی هویس

Antony Hewish (۱۹۲۴-) به خاطر کشف تپ اخترها.

سرمارتین رایله

Sir Martin Ryleh (۱۹۱۸-۱۹۸۴) به خاطر کارپیشگامانه‌اش

در اختر شناسی رادیویی.

۱۹۷۵ آگه بور

Aage Bohr (۱۹۲۲-) ،

بن موتلسون

و Ben Mottelson

جیمز رین واتر

James Rainwater (۱۹۱۷-۱۹۸۶) به خاطر کشف ارتباط

بین حرکت گروهی و حرکت ذره‌ای و گسترش نظریه

ساختار هسته‌های اتمی بر پایه این ارتباط.

۱۹۷۶ بورتون ریشر

Burton Richter (۱۹۳۱-) و

سامونل چائوچونگ تینگ

Samuel Chao Chung Ting (۱۹۳۶-) به خاطر

کشف (مستقل) یک ذره بنیادی مهم.

۱۹۷۷ فیلیپ وارن اندرسون

Philip Warren Anderson (۱۹۲۳-) ،

نویل فرانسیس موت

Nevill Francis Mott (۱۹۰۵-) و

جان هاسبروک وانولک

John Hasbrouck Van Vleck (۱۸۹۹-۱۹۸۰) به خاطر

پژوهشهای نظری بنیادی درباره ساختار الکترونی دستگاههای

مغناطیسی و بی نظم.

۱۹۷۸ پتر آل. کاپیتزا

Peter L. Kapitza (۱۸۹۴-۱۹۸۴) به خاطر اختراعاتی

اساسی و کشفهای وی در فیزیک دماهای پایین.

آرنو آ. پنزیاس

Arno A. Penzias (۱۹۳۳-) و

روبرت وودرو ویلسون

Robert Woodrow Wilson (۱۹۳۶-) به خاطر کشف

تابش زمینه میکروموج کیهانی

۱۹۷۹ شلدون لی گلاشو

Sheldon Lee Glashow (۱۹۳۲-) و

عبدالسلام

Abdus salam (۱۹۲۶-۱۹۹۶)

Richard P. Feynman (۱۹۱۸-۱۹۸۸) به خاطر کارهای

بنیادیشان در الکترودینامیک کوانتومی که پیامدهای مهمی

برای فیزیک ذره‌های بنیادی داشت.

۱۹۶۶ آلفرد کاستلر

Alfred Kastler (۱۹۰۲-۱۹۸۴) به خاطر کشف و

گسترش روشهای نوری برای مطالعه تشدید هرتری در

اتمها.

۱۹۶۷ هانس البریخت بته

Hans Albrecht Beathe (۱۹۰۶-) و

به خاطر سهم وی در نظریه واکنشهای هسته‌ای به ویژه

کشفهای او در مورد تولید انرژی در ستاره‌ها.

۱۹۶۸ لوویس دلیو. آلواریز

Luis W. Alvarez (۱۹۱۱-۱۹۸۸) به خاطر سهم تعیین

کننده وی در فیزیک ذره‌های بنیادی، به ویژه کشف شمار

زیادی از حالت‌های تشدید که از طریق گسترش فنون به

کارگیری اتاقک حباب هیدروژن و تحلیل داده‌های آن

امکان پذیر شد.

۱۹۶۹ مورای گلما

Murray Gell - mann (۱۹۲۹-) به خاطر سهم وی

در کشفهای مربوط به رده‌بندی ذره‌های بنیادی و

برهم‌کنشهای آنها.

۱۹۷۰ هانس آلفن

Hannes Alfve'n (۱۹۰۸-۱۹۹۵) به خاطر کار بنیادی و

کشفهای وی در مغناطو- هیدرودینامیک یا کاربردهای

مفید آنها در بخشهای مختلف فیزیک پلاسما.

لوئی نئل

Louis Ne'el (۱۹۰۴-) به خاطر کار بنیادی و کشفهای

وی در یاد فرومغناطیس و فرومغناطیس که به کاربردهای

مهمی در فیزیک حالت جامد انجامید.

۱۹۷۱ دنیس گابور

Dennis Gabor (۱۹۰۰-۱۹۷۹) به خاطر کشف اصول

تمام نگاری.

۱۹۷۲ جان باردین

John Bardeen (۱۹۰۸-۱۹۹۱) ،

لئون ان. کوپر

Leon N. Cooper (۱۹۳۰-) و

جی. روبرت شریف

J. Robert Schrieffer (۱۹۳۱-) به خاطر پرداختن به

نظریه‌ای در مورد ابر رسانایی.

۱۹۷۳ لئو اساک

Leo Esaki (۱۹۲۵-) به خاطر کشف تونل زنی در

نیمرساناها.

ایوار جیاور

- استون واینبرگ  
Steven Weinberg (۱۹۳۳-) به خاطر مدل وحدت  
بخش از کنش نیروهای ضعیف و الکترومغناطیسی و به  
خاطر پیش‌بینی آنها از وجود جریانهای خنثی.  
۱۹۸۰ جیمز دبلیو. کرانین  
James W. Cronin (۱۹۳۱-) و  
وال ال. فیچ Val L. Fitch (۱۹۲۳-) به خاطر کشف  
تناقض در اصول بنیادی تقارن در واپاشی مزونهای K  
خنثی.  
۱۹۸۱ نیکلاس بلومبرگ  
Nicolaas Bloembergen (۱۹۲۰-) و  
آرتور لئونارد شاولو  
Arthur Leonard Schawlow (۱۹۲۱-) به خاطر سهم  
آنها در گسترش طیف نمایی لیزری.  
کای ام. زیگبان  
Kai M. Siegbahn (۱۹۱۸-) به خاطر سهم وی در  
طیف نمایی الکترونی با توان تفکیک بالا.  
۱۹۸۲ کنت گدز ویلسون  
Kenneth Geddes Wilson (۱۹۳۶-) به خاطر روش  
تحلیل پدیده‌های بحرانی ذاتی در تغییرات ماده بر اثر  
فشار و دما.  
۱۹۸۳ سابرامانیان چاندراسکار  
Subrahmanyan Chandrasekhar (۱۹۱۰-۱۹۹۵) به  
خاطر مطالعات نظری وی از ساختار و تحول ستارگان.  
ویلیام آ. فاولر  
William A. Fowler (۱۹۱۱-۱۹۹۵) به خاطر مطالعات  
وی درباره تشکیل عنصرهای شیمیایی در گیتی.  
۱۹۸۴ کارلورابیا  
Carlo Rubbia (۱۹۳۴-) و  
سیمون فون درمیر  
Simon van der Meer (۱۹۲۵-) به خاطر سهم تعیین  
کننده آنها در پروژه بزرگی که به کشف ذره‌های W و Z و  
عوامل بر هم کنش ضعیف انجامید.  
۱۹۸۵ کلاس فون کلاسینگ  
Klaus van Klitzing (۱۹۴۳-) به خاطر کشف  
مقاومت هال کوانتیده.  
۱۹۸۶ ارنست روسکا  
Ernest Ruska (۱۹۰۶-۱۹۸۸) به خاطر اختراع میکروسکوپ  
الکترونی.  
گرد بینگ  
Gerd Binnig (۱۹۴۷-) و  
هانریش روهر
- Heinrich Rohrer (۱۹۳۳-) به خاطر اختراع  
میکروسکوپ تونلی روبشی.  
۱۹۸۷ کارل آلکس مولر  
Karl Alex Müller (۱۹۲۷-) و  
جی. جورج بدنورز  
J. George Bednorz (۱۹۵۰-) به خاطر کشف دسته  
تازه‌ای از ابررساناها.  
۱۹۸۸ لئون ام. لدرمن  
Leon M. Lederman (۱۹۲۲-) ،  
ملوین شوارتز Melvin Schwartz (۱۹۲۳-) و  
جک اشتنبرگر  
Jack Steinberger (۱۹۲۱-) به خاطر اولین بهره  
برداری از یک باریکه نوترینو و کشف نوترینوی میونی.  
۱۹۸۹ نورمن رامسی  
Norman Ramsey (۱۹۱۵-) ،  
هانس دهملت  
Hans Dehmelt (۱۹۲۲-) و  
ولفگانگ پل  
Wolfgang Paul (۱۹۱۳-۱۹۹۳) به خاطر کاری که به  
گسترش ساعت‌های اتمی و گاهشماری دقیق انجامید.  
۱۹۹۰ ژروم آی. فریدمن  
Jerome I. Friedman (۱۹۳۰-) ،  
هنری دبلیو. کندال  
Henry W. Kendall (۱۹۲۰-) و  
ریچارد ای. تیلور  
Richard E. Taulor (۱۹۲۹-) به خاطر اثبات اینکه  
پروتونها و نوترونها از کوارکها ساخته شده‌اند.  
۱۹۹۱ پیر دو جنز  
Pierre de Gennes (۱۹۳۲-) به خاطر مطالعات درباره  
پدیده‌های منظم در بلورهای مایع و بسپارها.  
۱۹۹۲ جورج چارپاک  
George Charpak (۱۹۲۴-) به خاطر اختراع  
آشکارسازهای الکترونیکی سریع در ذره‌های پر انرژی.  
۱۹۹۳ جوزف اچ. تیلور  
Joseph H. Taylor (۱۹۴۱-) و  
راسل ای. هالز  
Russel A. Hulse (۱۹۵۰-) به خاطر کشف و تفسیر  
اولین تپ اختر دو تایی.  
۱۹۹۴ برترام ان. براکهاوس  
Berttram N. Brockhouse (۱۹۱۸-) و  
کلیرد جی. شول  
Clifford G. Shull (۱۹۱۵-) به خاطر گسترش  
روشهای پراکندگی نوترون.

- ۱۹۹۵ مارتین ال. پرل  
Martin L. Perl (۱۹۲۷-) به خاطر کشف لپتون.  
فریدریک راینس  
Frederick Reines (۱۹۱۸-) به خاطر آشکار سازی  
نوترینو.  
۱۹۹۶ دیوید ام. لی  
David M. Lee (۱۹۳۱-)، داگلاس دی. اشروف  
Douglas D. Osheroff (۱۹۴۵-...) و رابرت سی.  
ریچاردسون  
Robert C. Richardson (۱۹۳۷-) به خاطر کشف  
ابرشارگی در هلیوم ۳.  
۱۹۹۷ استیون جی  
Steven Chu (۱۹۴۸-)، کلود کوهن - تانوجی  
Claude Cohen-Tannoudji (۱۹۳۳-) و ویلیام دی.  
فیلیپس  
William D. Phillips (۱۹۴۸-) به خاطر تکامل  
روشهای سروکردن و تله انداختن اتمها با نور لیزر  
۱۹۹۸ رابرت پی. لافلین  
Robert B. Laughlin (۱۹۵۰-)، هورست ال. اشتورمر  
Horst L. Stormer (۱۹۴۹-) و دانیل سی. تسو  
Daniel C. Tsui (۱۹۳۹-) به خاطر کشف شکل  
جدیدی از شارۀ کوانتومی  
۱۹۹۹ جراردوس هوفت  
Gerardus Hooft (۱۹۴۶-) و مارتینوس جی جی  
ولتمن  
Martinus J.G. Veltman (۱۹۳۱-) به خاطر توصیف  
ساختار کوانتومی برهم کنشهای الکتروضعیف در فیزیک  
۲۰۰۰ زورس ای. آلفروف  
Zhores I. Alferof (۱۹۳۰-)،  
هربرت کرومر  
Herbert Kroemer (۱۹۲۸-) و جک اس. کیلی  
Jack S. Kilby (۱۹۲۳-...) (۱۹۲۳-...)  
برای کارهای اساسی روی فناوری اطلاعات و ارتباطات،  
به ویژه به خاطر تکامل نیمرسانای چند ساختاری که در  
الکترونیک سرعت - بالا و نوری به کار می رود.  
۲۰۰۱ اریک ای. کورنل  
Eric A. Cornell (۱۹۶۱-) و ولفگانگ کترل  
Wolfgang Ketterle (۱۹۵۷-) و کارل ای. وایمن  
Carl E. Wieman (۱۹۵۱-)  
به خاطر موفقیت در چگالش بوز-اینشتین (در ۱۹۹۵) در  
گازهای اتمهای قلیایی رقیق، و برای بررسیهای اساسی  
اولیه در خواص چگالیده ها.  
۲۰۰۲ ریموند دیویس، پسر  
Raymond Davis, Jr (۱۹۱۴-) ماساتوشی کوشیبا  
Masatoshi Koshiha (۱۹۲۶-) و  
ریکاردو جیاکونی  
Riccardo Giacconi (۱۹۳۱-) به خاطر سهم پیشتاز آنها در اختر فیزیک، به ویژه  
برای آشکار سازی نوترینوهای کیهانی  
۲۰۰۳ الکسی ای. آبریکوزوف  
Alexei A. Abrikosov (۱۹۲۸-)،  
ویتالی ال. گینزبورگ  
Vitaly L. Ginzburg (۱۹۱۶-) و  
آنتونی جی. لگت  
Anthony J. Leggett (۱۹۳۸-) به خاطر سهم پیشتاز آنها در نظریۀ ابررساناها و ابرشاره ها  
۲۰۰۴ دیوید جی. گروس  
David J. Geoss (۱۹۴۱-)،  
اچ. دیوید پولیتزر  
H. David Politzer (۱۹۴۹-) و  
فرانک ویلچک  
Frank Wilczek (۱۹۵۱-) به خاطر کشف آزادی مجانبی در نظریۀ برهم  
کنشهای قوی.  
۲۰۰۵ روی جی گلابر  
Roy J. Glauber (۱۹۲۵-) جان ال هال  
John L. Hall (۱۹۳۴-) تئودور دبلیوهانش  
Theodor W. Hansch (۱۹۴۱-) برای کارهای اساسی روی نظریۀ کوانتومی همدوسی نوری و  
توسعه طیف نمایی دقیق با لیزر.  
۲۰۰۶ جان سی. متر  
John C. Matter (۱۹۴۶-) جورج اف. اسموت  
George F. Smoot (۱۹۴۵-) به خاطر کشف اینکه تابش زمینه میکروموج کیهانی به شکل  
تابش جسم سیاه و ناهمسانگرد است  
۲۰۰۷ پیتر گرونبرگ  
Peter Grunberg (۱۹۳۹-) آلبرت فرت  
Albert Fert (۱۹۳۸-) برای کشف مغناطومت عظیم (GMR)



## پاسخهای نکته‌های واری و پرسشها و مسئله‌های فرد

## فصل ۱۷

## نکته‌های واری

۱-  $C$  و  $D$  جاذبه؛  $B$  و  $D$  جاذبه، ۲- (الف) به طرف چپ؛  
(ب) به طرف چپ؛ (پ) به طرف چپ، ۳- (الف)  $a, c, b$ ؛  
کمتر از ۴-  $15e$  (بار خالص  $30e$  به طور مساوی تقسیم  
می‌شود)

## پرسشها

۱-  $a, b, c$ ، ۳-  $a, c, b$  و  $c$  یکسان، سپس  $a$   
(صفر) ۷-  $2kq^2/r^2$ ، بالای صفحه، ۹- (الف) یکسان؛ (ب)  
کمتر از؛ (پ) حذف؛ (ت) جمع؛ (ث) جمع مؤلفه‌ها؛ (ج)  
جهت مثبت  $y$ ؛ (چ) جهت منفی  $y$ ؛ (ح) جهت مثبت  $x$ ؛ (خ)  
جهت منفی  $x$ .

## مسئله‌ها

۱-  $1/39m$ ، ۳-  $2/81N$ ، ۵-  $5000$ ، ۷- (الف)  $100\mu C$ ؛  
(ب)  $3/00\mu C$ ، ۹- (الف)  $0/17N$ ؛ (ب)  $0/046N$ ، ۱۱-  
 $4/00$ ، ۱۳- (الف)  $1/60N$ ؛ (ب)  $2/77N$ ، ۱۵- (الف)  
 $14cm$ ؛ (ب)  $0$ ؛ (پ)  $17$ ؛ (الف)  $35N$ ؛ (ب)  $100$ ؛ (پ)  
 $8/4cm$ ؛ (ت)  $2/7cm$ ، ۱۹- (الف)  $3/00cm$ ؛ (ب)  $0$ ؛  
(پ)  $0/444$ ، ۲۱- (الف)  $0$ ؛ (ب)  $12cm$ ؛ (پ)  $0$ ؛ (ت)  
 $25/3/8 \times 10^{-8} C$ ، ۲۳-  $4/9 \times 10^{-26} N$ ؛  
 $3/2 \times 10^{-19} C$ ؛ (ب)  $2$ ، ۲۷-  $6/3 \times 10^{11}$ ، ۲۹-  
 $6/5cm$ ؛ (الف)  $6/5cm$ ؛ (ب)  $1/3 \times 10^7 C$ ، ۳۱-  
 $35$ ؛ (الف)  $0$ ؛ (ب)  $1/9 \times 10^{-9} N$ ، ۳۷- (الف)  $B$ ؛ (ب)  
 $1^3 N$ ؛ (پ)  $1^3 C$ ، ۳۹-  $1/31 \times 10^{-22} N$ ، ۴۱- (الف)  
 $2/00 \times 10^{19}$  الکترون؛ (ب)  $1/33 \times 10^{10}$  الکترون، ۴۳-  
 $0/19\mu C$ ، ۴۵-  $3/8N$ ، ۴۷- (الف)  $8/99 \times 10^9 N$ ؛ (ب)  
 $0/15$ ؛ (الف)  $0/5$ ؛ (ب)  $0/15$ ؛  
(پ)  $0/85$ ، ۵۳- (الف)  $5/7 \times 10^{12} C$ ؛ (ب) حذف؛ (پ)  
 $6/0 \times 10^5 kg$ ، ۵۵- (ب)  $3/1cm$ ، ۵۷-  $1/32 \times 10^{12} C$ ،  
۵۹- (الف)  $(0/829N)\hat{i}$ ؛ (ب)  $(0/621N)\hat{i}$ ، ۶۱-  
 $5/1 \times 10^7 N$ ؛ (الف)  $65$ ، ۶۳-  $2/2 \times 10^{-6} kg$ ؛  
(ب)  $7/7 \times 10^{28} m/s^2$ ، ۶۷-  $4/68 \times 10^{-19} N$ ، ۶۹-  
(ب).

## فصل ۱۸

## نکته‌های واری

۱- (الف) به طرف راست؛ (ب) به طرف چپ؛ (پ) به طرف چپ؛  
(ت) به طرف راست (p و e دارای بار یکسان و p دورتر)، ۲-

(الف) به طرف  $y$  مثبت؛ (ب) به طرف  $x$  مثبت؛ (پ) به طرف  $y$   
منفی، ۳- (الف) به طرف چپ؛ (ب) به طرف چپ؛ (پ) کاهش،  
۴- (الف) همگی یکسان؛ (ب) ۱ و ۳ یکسان، سپس ۲ و ۴  
یکسان.

## پرسشها

۱-  $a, b, c$ ، ۳- به چپ آنها؛ (ب) خیر، ۵- (الف) بلی؛ (ب)  
به طرف؛ (پ) خیر (بردارهای میدان در راستای یک خط  
نیستند)؛ (ت) حذف؛ (ث) جمع؛ (ج) جمع مؤلفه‌ها؛ (چ) به  
طرف  $y$  منفی، ۷-  $b, e$ ، سپس  $a$  و  $c$  یکسان، سپس  $d$  (صفر)  
۹- (الف) ۴، ۳، ۱، ۲؛ (ب) ۳، سپس ۱ و ۴ یکسان، سپس ۲،  
 $c, b, a$ ، ۱۱-

## مسئله‌ها

۱- (الف)  $6/4 \times 10^{-18} N$ ؛ (ب)  $20N/C$ ، ۳-  $56pC$ ، ۵-  
(الف)  $3/07 \times 10^{21} N/C$ ؛ (ب) به بیرون، ۷-  $30cm$ ، ۹-  
 $1/02 \times 10^5 N/C$ ، ۱۱-  $1/38 \times 10^{-10} N/C$ ؛ (ب)  $180^\circ$ ،  
۱۳- (الف)  $160N/C$ ؛ (ب)  $45^\circ$ ، ۱۵- (الف)  
 $3/60 \times 10^{-6} N/C$ ؛ (ب)  $2/55 \times 10^{-6} N/C$ ؛ (پ)  
 $3/60 \times 10^{-4} N/C$ ؛ (ت)  $7/09 \times 10^{-7} N/C$ ؛ (ث) وقتی پروتون  
به قرص نزدیک می‌شود، نیروهای وارد بر آن از طرف الکترونهای  
 $e$  بیشتر حذف می‌شوند، ۱۷- (الف)  $90^\circ$ ؛ (ب)  $2/0\mu C$ ؛  
(پ)  $1/6\mu C$ ، ۱۹-  $qd/4\pi\epsilon_0 r^3$ ؛ (ب)  $90^\circ$ ، ۲۳-  
 $0/506$ ، ۲۵- (الف)  $23/8N/C$ ؛ (ب)  $90^\circ$ ، ۲۷- (الف)  
 $5/19 \times 10^{-12} C/m$ ؛ (ب)  $1/57 \times 10^{-3} N/C$ ؛ (پ)  $180^\circ$ ؛  
(ت)  $1/52 \times 10^{-8} N/C$ ؛ (ث)  $1/52 \times 10^{-8} N/C$ ، ۲۹-  
 $1/62 \times 10^6 N/C$ ؛ (ب)  $45^\circ$ ، ۳۱-  $1/57$ ، ۳۵-  
 $6/6 \times 10^{-15} N$ ، ۳۷-  $28\%$ ، ۳۹-  $3/51 \times 10^{15} m/s^2$ ، ۴۱-  
(الف)  $1/5 \times 10^3 N/C$ ؛ (ب)  $2/4 \times 10^{-16} N$ ؛ (پ) بالا؛  
(ت)  $1/6 \times 10^{-26} N$ ؛ (ث)  $1/5 \times 10^{10}$ ، ۴۵- (الف)  
 $1/92 \times 10^{12} m/s^2$ ؛ (ب)  $1/96 \times 10^5 m/s$ ، ۴۷-  $5e$ ، ۴۹-  
(الف)  $2/7 \times 10^6 m/s$ ؛ (ب)  $1/0kN/C$ ، ۵۱-  $27\mu m$ ، ۵۳-  
(الف)  $0/245N$ ؛ (ب)  $11/3^\circ$ ؛ (پ)  $108m$ ؛ (ت)  
 $3/1 \times 10^{-8} N$ ؛ (الف)  $2/6 \times 10^{-10} N$ ؛ (ب)  $21/6m$ ؛  
(پ) به طرف کلاسه حرکت می‌کند، ۵۷- (الف)  
 $9/30 \times 10^{-15} C.m$ ؛ (ب)  $2/05 \times 10^{-11} J$ ، ۵۹-  
 $(1/2\pi)(pE/I)^{0/5}$ ، ۶۱-  $1/22 \times 10^{-23} J$ ، ۶۳-  $217^\circ$ ، ۶۵-  
(الف)  $47N/C$ ؛ (ب)  $27N/C$ ، ۶۷- (الف)  $6/0mm$ ؛ (ب)  
 $8/87 \times 10^{-15} N$ ؛ (الف)  $71$ ، ۷۱-  $1/00\mu C$ ، ۷۳-  $38N/C$ ، ۷۵-  $9/30$ ، ۷۷- (الف)  $0/029C$ ؛  
(ب) نیروهای دافعه کره را منفجر می‌کنند، ۷۹- (الف)  
 $1/0cm$ ؛ (ب)  $0$ ؛ (پ)  $10pC$ ، ۸۱- (الف)  
 $1/49 \times 10^{-26} N.m$ ؛ (ب)  $1/49 \times 10^{-26} N.m$ ؛ (پ)

- (پ)  $(q_a + q_b) / 4\pi\epsilon_0 r^2$ ،  $-71 - 1/04nC$ ،  $-73 - 2/6nC$ ،  
 $-75$  (الف)  $693kg/s$ ؛ (پ)  $347kg/s$ ؛ (ت)  $347kg/s$ ؛ (ث)  
 $575kg/s$ ،  $-79$  (الف)  $+4/0\mu C$ ؛ (ب)  $-4/0\mu C$ ،  $-81$ ،  
 (الف)  $0/25R$ ؛ (ب)  $2/0R$

## فصل ۲۰

### نکته واری

- ۱- (الف) منفی؛ (ب) افزایش، ۲- (الف) مثبت؛ (ب) بیشتر؛  
 ۳- (الف) به طرف راست؛ (ب) ۱، ۲، ۳، ۵؛ مثبت؛ ۴-  
 منفی، (پ) ۳ سپس ۱، ۲ و ۵ یکسان، سپس ۴، ۴- همه  
 یکسان، ۵-  $a$ ،  $c$  (صفر)،  $b$ ، ۶- (الف) ۲، سپس ۱ و ۲  
 یکسان؛ (ب) ۳؛ (پ) شتاب به طرف چپ.

### پرسشها

- ۱- (الف) ۱ و ۲؛ (ب) هیچ؛ (پ) خیر؛ (ت) ۱ و ۲، بلی؛ ۳ و  
 ۴، خیر. ۳-  $4q/4\pi\epsilon_0 d$ ، ۵- (الف) بالاتر؛ (ب) مثبت؛ (پ)  
 منفی؛ (ت) همگی یکسان، ۷- (الف) ۳ و ۴ یکسان، سپس ۱ و  
 ۲ یکسان؛ (ب) ۱ و ۲، افزایش؛ ۳ و ۴، کاهش، ۹- (الف) ۰؛  
 (ب) ۰؛ (پ) هر سه کمیت صفر

### مسئله‌ها

- ۱-  $2/8 \times 10^5$ ، ۳- (الف)  $3/0 \times 10^5 C$ ؛ (ب)  $3/6 \times 10^6 J$ ،  
 ۵-  $8/8mm$ ، ۷- (الف)  $1/87 \times 10^{-21} J$ ؛ (ب)  $-11/7mV$ ،  
 ۹-  $32/0V$ ، ۱۱- (الف)  $-0/268mV$ ؛ (ب)  $-0/681mV$ ،  
 ۱۳- (الف)  $3/3nC$ ؛ (ب)  $12nC/m^2$ ، ۱۵-  $0/562mV$ ،  
 ۱۷- (الف)  $6/0cm$ ؛ (ب)  $-12/0cm$ ، ۱۹- (الف)  
 $0/54mm$ ؛ (ب)  $79/0V$ ، ۲۱-  $16/3\mu V$ ، ۲۳- (الف)  
 $-2/30V$ ؛ (ب)  $-1/78V$ ، ۲۵-  $24/3mV$ ؛ (ب) ۰، ۲۷-  
 $32/4mV$ ، ۲۹-  $47/1mV$ ، ۳۱-  $13kV$ ، ۳۳-  $18/6mV$ ،  
 ۳۵-  $(-12V/m)\hat{i} + (12V/m)\hat{j}$ ، ۳۷-  
 $(-41, 150N/C)$ ، ۳۹-  $(-4/0 \times 10^{-16} N)\hat{i} + (1/6 \times 10^{-16} N)\hat{j}$ ،  
 ۴۱- (الف)  $-0/92pJ$ ، ۴۳- (الف)  $0/90J$ ؛ (ب)  $4/5J$ ، ۴۵- (الف)  
 $6/0 \times 10^4 V$ ؛ (ب)  $-7/8 \times 10^5 V$ ؛ (پ)  $2/5J$ ؛ (ت)  
 افزایش؛ (ث) یکسان (ج) یکسان، ۴۷-  $2/5km/s$ ، ۴۹-  
 $22km/s$ ، ۵۱- (الف)  $0/225J$ ؛ (ب)  $445/0m/s^2$ ،  
 $53- B^{3/8}m/s$ ،  $57- B^{2/5}m/s^2$ ؛ (پ)  $47/75m/s$ ،  
 $59- 1/6 \times 10^{-9} m$ ؛ (الف)  $3/0J$ ؛ (ب)  $-8/5m$ ، ۶۱-  
 (الف) ۱۲؛ (ب) ۲، ۶۳-  $2/5 \times 10^{-8} C$ ، ۶۵- (الف)  
 $-1/8 \times 10^2 V$ ؛ (ب)  $2/9kV$ ؛ (پ)  $-8/9kV$ ، ۶۷- (الف)  
 $12kN/C$ ؛ (ب)  $1/8kV$ ؛ (پ)  $5/8cm$ ، ۶۹-  
 $71- 1/8cm$ ؛ (الف)  $7/0 \times 10^5 m/s$ ؛ (ب)  $8/4 \times 10^5 m/s$

- $J$   $3/47 \times 10^{-26}$ ، ۸۳-  $61N/C$ ، ۸۵- (الف)  $-1/80N/C$ ؛  
 (ب)  $(43/2N/C)$ ؛ (پ)  $(-6/29N/C)$ ، ۸۷- (الف) سطر  
 بالا؛ ۴، ۸، ۱۲؛ سطر وسط؛ ۵، ۱۰، ۱۴؛ سطر پایین؛ ۷، ۱۱، ۱۶؛  
 (ب)  $1/63 \times 10^{-19} C$

## فصل ۱۹

### نکته‌های واری

- ۱- (الف)  $+EA$ ؛ (ب)  $-EA$ ؛ (پ) ۰؛ (ت) ۲۰- (الف) ۲؛ (ب)  
 ۳؛ (پ) ۱، ۳- (الف) برابر؛ (ب) برابر؛ (پ) برابر، ۴- ۳ و ۴  
 یکسان، سپس ۱، ۲

### پرسشها

- ۱- همگی یکسان، ۳- (الف)  $8N.m^2/C$ ؛ (ب) ۰، ۵-  $a$ ،  
 سپس  $b$  و  $d$  یکسان (صفر)، ۷- (الف) همگی یکسان ( $E=0$ )؛  
 (ب) همگی یکسان، ۹- همگی یکسان

### مسئله‌ها

- ۱-  $-3/92N.m^2/C$ ؛ (الف) ۰؛ (ب)  $-3/92N.m^2/C$ ،  
 (پ) ۰؛ (ت) ۰، ۵-  $2/0 \times 10^5 N.m^2/C$ ، ۷-  
 $8/23N.m^2/C$ ، ۹-  $3/01nN.m^2/C$ ، ۱۱-  $3/54\mu C$ ،  
 (ب)  $72/9pC$ ؛ (پ)  $8/23N.m^2/C$ ؛ (ت)  $72/9pC$ ، ۱۳-  
 (الف) ۰؛ (ب)  $0/041V$ ، ۱۵-  $-1/70nC$ ، ۱۷- (الف)  
 $37\mu C/m^2$ ؛ (ب)  $4/5 \times 10^{-7} N/C$ ، ۱۹-  $5/1 \times 10^4 N/C$ ،  
 (ب)  $4/1 \times 10^6 N.m^2/C$ ، ۲۱- (الف)  $-3/0 \times 10^{-6} C$ ؛ (ب)  
 $0/32\mu C$ ، ۲۳-  $5/0\mu C/m$ ، ۲۵- (الف)  $0/32\mu C$ ؛  
 (ب)  $0/14\mu C$ ، ۲۷- (الف)  $0/214N/C$ ؛ (ب) به داخل؛ (پ)  
 $0/855N/C$ ؛ (ت) به بیرون؛ (ث)  $-3/40 \times 10^{-12} C$ ؛ (ج)  
 $-2/40 \times 10^{-12} C$ ، ۲۹- (الف)  $2/3 \times 10^6 N/C$ ؛ (ب) به بیرون؛  
 (پ)  $4/5 \times 10^5 N/C$ ؛ (ت) به داخل، ۳۱-  $3/8 \times 10^{-8} C/m^2$ ،  
 ۳۳-  $-1/5$ ، ۳۵- (الف)  $5/3 \times 10^7 N/C$ ؛ (ب)  $60N/C$ ،  
 ۳۷- (الف) ۰؛ (ب) ۰؛ (پ)  $(-7/91 \times 10^{-11} N/C)\hat{i}$ ، ۳۹-  
 (الف)  $0/44mm$ ، ۴۱-  $5/0nC/m^2$ ، ۴۳- (الف) ۰؛ (ب)  
 $1/31\mu N/C$ ؛ (پ)  $3/08\mu N/C$ ؛ (ت)  $3/08\mu N/C$ ، ۴۵-  
 $-7/5nC$ ، ۴۷- (الف)  $2/5 \times 10^4 N/C$ ؛ (ب)  $1/31\mu N/C$ ؛  
 (ت)  $3/08\mu N/C$ ؛ (پ)  $1/12mN/C$ ؛ (ث)  $49/9mN/C$ ؛ (ث)  
 ۰؛ (ج) ۰؛ (ج)  $5/00fC$ ، ۵۳-  $6K\epsilon_0 r^2$ ، ۵۵-  
 (الف)  $5/58mN/C$ ؛ (ب) ۰؛ (پ)  $7/78fC$ ، ۵۷-  $22/3mN/C$ ،  
 $0/125$ ؛ (الف)  $0/125$ ؛ (ب)  $0/500$ ، ۵۹- (الف)  
 $2/0nC$ ؛ (ب)  $-1/2nC$ ؛ (پ)  $+1/2nC$ ؛ (ت)  $0/80nC$ ،  
 ۶۱- (الف)  $5/4N/C$ ؛ (ب)  $6/8N/C$ ، ۶۳- (الف) ۰؛ (ب)  
 $2/88 \times 10^2 N/C$ ؛ (پ)  $2/00N/C$ ، ۶۵-  $(5/65 \times 10^2 N/C)\hat{i}$ ،  
 ۶۷- (الف)  $-2/53 \times 10^{-2} N.m^2/C$ ؛ (ب)  $2/53 \times 10^{-2} N.m^2/C$ ؛  
 (پ)  $2/53 \times 10^{-2} N.m^2/C$ ، ۶۹- (الف) ۰؛ (ب)  $q_a/4\pi\epsilon_0 r^2$



۱/۴۳Ω ، ۳۷- (الف) ۰/۶۷A ؛ (ب) پایین ؛ (پ) ۰/۳۳A ؛  
 (ت) بالا ؛ (ث) ۰/۳۳A ؛ (ج) بالا ؛ (ج) ۳/۳۷ ، ۳۹- (الف)  
 ۵/۲۵V ؛ (ب) ۱/۵۰V ؛ (پ) ۵/۲۵V ؛ (ت) ۶/۷۵V ،  
 ۴۱- (الف) ۰/۱۵Ω ؛ (ب) ۲۴۰W ؛ ۴۳- (الف)  
 ۰/۷۰۹W ؛ (ب) ۰/۵۰W ؛ (پ) ۰/۳۴۶W ؛ (ت) ۰/۱۲۶W  
 ۱/۱۱A ؛ (الف) ۴۷- ، ۹-۴۵ ، ۰/۱۵۸W ؛ (ث) ۱/۲۶W  
 (ب) ۰/۸۹۳A ؛ (پ) ۱۲۶m ، ۴۹-۳/۰- ، ۵۱- (الف)  
 ۰/۴۵A ، ۵۳- (الف) ۵۵/۲mA ؛ (ب) ۴/۸۶V ؛ (پ)  
 ۸۸/۰Ω ؛ (ت) کاهش، ۵۷-۴/۶۱- ، ۵۹- (الف) ۲/۴۱μs  
 (ب) ۱۶۱pF ، ۶۱-۰/۲۰۸ms ، ۶۳-۰/۷۲MΩ ، ۶۵-  
 (الف) ۱/۱mA ؛ (ب) ۰/۵۵mA ؛ (پ) ۰/۵۵mA ؛ (ت)  
 ۰/۸۲mA ؛ (ث) ۰/۸۲mA ؛ (ج) ۰ ، (ج) ۴/۰×۱۰<sup>۲</sup> V ؛  
 (ج) ۶/۰×۱۰<sup>۲</sup> V ، ۶۷-۴۱۱μA ، ۶۹- (الف)  
 ۲/۷۴μW ؛ (پ) ۱/۰۸μW ؛ (ت) ۲/۷۴μW ؛ (ت)  
 ۱۱GΩ ؛ (ب) ۱۰s ؛ (الف) ۳/۰kV ؛ (ب) ۳/۸۲μW  
 ۷۱- (الف) ۲۴/۸Ω ؛ (ب) ۱۴/۹kΩ ، ۷۵- (الف)  
 ۱/۳۲×۱۰<sup>۷</sup> A/m<sup>۲</sup> ؛ (ب) ۸/۹۰V ؛ (پ) ———— ؛ (ت)  
 ۱/۳۲×۱۰<sup>۷</sup> A/m<sup>۲</sup> ؛ (ث) ۵۱/۱V ؛ (ج) آهن، ۷۷- کابل، ۷۹-  
 (الف) ۳/۰۰A ؛ (ب) ۳/۷۵A ؛ (پ) ۳/۹۴A ، ۸۱-  
 ۲۰Ω (الف) ۳/۰۰A ؛ (ب) پایین ؛ (پ) ۱/۶۰A ؛ (ت)  
 پایین ؛ (ث) تولید ؛ (ج) ۵۵/۲W ؛ (ج) تولید ؛ (ج) ۶/۴۰W ،  
 ۸۵- (الف) ۸۵/۰Ω ؛ (ب) ۹۱۵Ω ، ۸۷- (الف) ۱/۰V ؛ (ب)  
 ۵۰mΩ -۸۹ ، ۱۳μC - ، ۹۱-۴/۰V ، ۹۳-۳ ، ۹۷- (الف)  
 ۱/۵mA ؛ (ب) ۰ ، (پ) ۱/۰mA ، ۹۹- (الف) ۰ ؛ (ب)  
 ۱۴/۴W ، ۱۰۳- (الف) ۶۰/۰mA ؛ (ب) پایین ؛ (پ)  
 ۱۸۰mA ؛ (ت) چپ ؛ (ث) ۲۴۰mA ؛ (ج) بالا ۱۰۵- (الف)  
 ۴/۰A ؛ (ب) بالا ؛ (پ) ۰/۵۰A ؛ (ت) پایین ؛ (ث) ۶۴W ؛  
 (ج) ۱۶W ؛ (ج) تولید می‌کند ؛ (ج) جذب می‌کند، ۱۰۷-  
 (الف) ۱/۰۰A ؛ (ب) ۲۴/۰W ، ۱۰۹-۱/۰۰×۱۰<sup>-۶</sup> ، ۱۱۱-  
 (ب) بلی.

## فصل ۲۴

### نکته‌های واریسی

۱- a ، z+ ؛ b ، x- ، c ،  $\vec{F}_B = 0$  ، ۲- (الف) ۲ ، سپس ۱ و ۳  
 یکسان (صفر) ؛ (ب) ۴ ، ۳- (الف) الکترون، (ب) ساعتگرد ۴-  
 ۵- (الف) همه یکسان ؛ (ب) ۱ و ۴ یکسان، سپس ۲ و ۳  
 یکسان

### پرسشها

۱- (الف)  $\vec{F}_E$  ؛ (ب)  $\vec{F}_B$  ، ۳- (الف) خیر چون  $\vec{v}$  و  $\vec{F}_B$   
 باید عمود باشند ؛ (ب) بلی ؛ (پ) خیر چون  $\vec{B}$  و  $\vec{F}_B$  باید  
 عمود باشند، ۵- (الف) z+ و z- یکسان، سپس y+ و y-

C ۳/۳۵×۱۰<sup>-۳</sup> ، ۲۹- ۸/۲×۱۰<sup>-۲</sup> Ω.m ، ۳۱- (الف)  
 ۳۸/۳mA ؛ (ب) ۱۰۹A/m<sup>۲</sup> ؛ (پ) ۱/۲۸cm/s ؛ (ت)  
 ۲۲۷V/m ، ۳۳- (الف) ۶/۰۰mA ؛ (ب) ۱/۵۹×۱۰<sup>-۸</sup> V ؛  
 (پ) ۲۱/۲mΩ ، ۳۵- ۹۸۱kΩ ، ۳۹- (الف) ۱/۰kW ؛ (ب)  
 ۰/۲۵\$ ، ۴۱- ۰/۱۳۵W ، ۲۳- (الف) ۱۰/۹A ؛ (ب)  
 ۱۰/۶Ω ؛ (پ) ۴/۵۰MJ ، ۴۵- ۱۵۰s ، ۴۷- (الف)  
 ۲۸/۸۵Ω ؛ (ب) ۲/۶۰×۱۰<sup>-۱۹</sup> s<sup>-۱</sup> ، ۴۹- (الف) ۵/۸۵m ؛  
 (ب) ۱۰/۴m ، ۵۱- (الف) ۴/۴۶\$ ؛ (ب) ۱۴۴Ω ؛ (پ)  
 ۰/۸۳۳A ، ۵۳- (الف) ۵/۱V ، (ب) ۱۰V ؛ (پ) ۱۰W ؛  
 (ت) ۲۰W ، ۵۵- (الف) ۲/۳×۱۰<sup>۱۲</sup> ؛ (ب) ۵/۰×۱۰<sup>۳</sup> ؛ (پ)  
 ۱۰MV ، ۵۷- (الف) ۸/۶% ؛ (ب) کوچکتر، ۵۹- ۶۶۰W  
 ۶۱- (الف) نقره ؛ (ب) ۵۱/۶mΩ ، ۶۳- (الف) ۱/۳۷ ؛ (ب)  
 ۰/۷۳۰ ، ۶۵- ۲۸/۸kC ، ۶۷- ۱۴۶kJ ، ۶۹-  
 ۳/۰×۱۰<sup>۵</sup> J/kg ، ۷۱- ۲/۴kW ، ۷۳- ۵۶۰W ، ۷۵- (الف)  
 ۲۵۰°C ؛ (ب) بلی

## فصل ۲۳

### نکته‌های واریسی

۱- (الف) به راست ؛ (ب) همه یکسان ؛ (پ) b ، سپس a و c  
 یکسان ؛ (ت) b ، سپس a و c یکسان ، ۲- (الف) همه یکسان ؛  
 (ب)  $R_1$  ،  $R_2$  ،  $R_3$  ، ۳- (الف) کمتر ؛ (ب) بیشتر ؛ (پ) برابر  
 ۴- (الف)  $V/2$  ، i ؛ (ب)  $V/2$  ، i/۲ ، ۵- (الف) ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ؛  
 (ب) ۱ ، ۲ و ۴ یکسان ؛ سپس ۳

### پرسشها

۱- (الف) متوالی ؛ (ب) موازی ؛ (پ) موازی، ۳- (الف) برابر ؛ (ب)  
 بیشتر ۵- موازی ،  $R_1$  ،  $R_2$  ؛ متوالی، ۷- (الف) یکسان ؛ (ب)  
 یکسان ؛ (پ) کمتر، (ت) بیشتر، ۹- (الف) کمتر ؛ (ب) کمتر ؛  
 (پ) بیشتر، ۱۱- (الف) همگی یکسان ؛ (ب) ۱ ، ۳ ، ۴

### مسئله‌ها

۱- (الف) ۸۰J ؛ (ب) ۶۷J ؛ (پ) ۱۳J ، ۳- ۱۱kJ ، ۵- (الف)  
 ۱۴V ؛ (ب) ۱/۰×۱۰<sup>۲</sup> W ؛ (پ) ۶/۰×۱۰<sup>۲</sup> W ؛ (ت) ۱۰V ؛  
 (ث) ۱/۰×۱۰<sup>۲</sup> W ، ۷- (الف) ۰/۵۰A ؛ (ب) ۱/۰W ؛ (پ)  
 ۲/۰W ، (ت) ۶/۰W ؛ (ث) ۳/۰W ؛ (ج) تولید می‌شود ؛  
 (ج) گرفته می‌شود، ۹- (الف) ۴/۰۰Ω ؛ (ب) موازی ، ۱۱-  
 ۳/۶×۱۰<sup>۲</sup> A ، ۱۳- (الف) ۵۰V ؛ (ب) ۴۸V ؛ (پ) منفی،  
 ۱۵ (الف) ۶/۹km ؛ (ب) ۲۰Ω ، ۱۷- (الف) ۰/۳۳۳A ؛  
 (ب) راست ؛ (پ) ۷۲۰J ، ۱۹- ۸/۰Ω ، ۲۱- (الف)  
 ۰/۰۰۴Ω ؛ (ب) ۱ ، ۲۳- ۴/۵۰Ω ، ۲۵- ۵/۵۶A ، ۲۷-  
 (الف) ۵۰mA ، (ب) ۶۰mA ؛ (پ) ۹/۰V ، ۲۹- ۱۵  
 ۳۱- ۴۸/۳V ، ۳۳- (الف) ۱۱V ؛ (ب) ۹/۰V ، ۳۵-

یکسان، سپس  $+x$  و  $-x$  یکسان (صفر)؛ (ب)  $+y$ ،  $-y$ ،  
 (الف) منفی؛ (ب) مساوی؛ (پ) مساوی؛ (ت) نیمدایره،  $-9$ ،  
 (الف)  $\vec{B}_1$ ؛ (ب)  $\vec{B}_1$  به داخل صفحه،  $\vec{B}_2$  به بیرون صفحه؛  
 (پ) کمتر،  $-11$  (الف) مثبت؛ (ب)  $1 \rightarrow 2$  و  $4 \rightarrow 2$  یکسان،  
 سپس  $3 \rightarrow 2$  (که صفر است).

## مسئله‌ها

۱- (الف)  $\hat{k}(6.2 \times 10^{-14} \text{ N})$ ؛ (ب)  $\hat{k}(-6.2 \times 10^{-14} \text{ N})$ ،  $-3$ ،  
 (الف)  $400 \text{ km/s}$ ؛ (ب)  $835 \text{ eV}$ ،  $-5$ ،  $-2.0 \text{ T}$ ،  $-7$ ،  
 $\hat{k}(-0.267 \text{ mT})$ ،  $-9$ ،  $\hat{k}(4.80 \text{ V/m}) + \hat{j}(6.00 \text{ V/m}) - \hat{i}(11.4 \text{ V/m})$ ،  
 $-11$ ،  $0.68 \text{ MV/m}$ ،  $-13$ ،  $7.4 \text{ mV}$ ،  $-15$  (الف)  $\hat{k}(-600 \text{ mV/m})$ ؛ (ب)  $1.20 \text{ V}$ ،  $-17$ ،  $2.05 \times 10^5 \text{ m/s}$  (الف)  $467 \text{ mT}$ ؛ (ب)  $13.1 \text{ MHz}$ ؛ (ت)  $76.3 \text{ ns}$ ،  $-19$ ،  
 $21.1 \text{ mT}$ ،  $-21$  (الف)  $0.978 \text{ MHz}$ ؛ (ب)  $96.4 \text{ cm}$ ،  $-23$ ،  
 $1.2 \times 10^{-9} \text{ kg/C}$ ،  $-25$  (الف)  $2.60 \times 10^6 \text{ m/s}$ ؛ (ب)  $0.109 \text{ ms}$ ؛ (پ)  $0.140 \text{ MeV}$ ؛ (ت)  $70.0 \text{ kV}$ ،  $-27$ ،  
 $65.3 \text{ km/s}$ ،  $-29$  (الف)  $0.258 \text{ ns}$ ؛ (ب)  $0.166 \text{ mm}$ ؛ (پ)  $1.51 \text{ mm}$ ،  $-31$  (الف)  $495 \text{ mT}$ ؛ (ب)  $22.7 \text{ mA}$ ؛  
 (پ)  $8.17 \text{ MJ}$ ،  $-33$ ،  $50.7 \text{ ns}$ ،  $-35$ ،  $2.4 \times 10^5 \text{ m}$ ،  $-37$ ،  
 (الف)  $200 \text{ eV}$ ؛ (ب)  $20.0 \text{ keV}$ ؛ (پ)  $0.499\%$ ،  $-39$ ،  
 (الف)  $467 \text{ mA}$ ؛ (ب) راست،  $-41$  (الف)  $28.2 \text{ N}$ ؛ (ب) به  
 طور افقی غرب،  $-43$ ،  $\hat{k}(0.750 \text{ mN}) + \hat{j}(-2.50 \text{ mN})$ ،  $-45$ ،  
 (الف)  $0.10 \text{ T}$ ؛ (ب)  $31^\circ$ ،  $-47$ ،  $\hat{j}(4.3 \times 10^{-7} \text{ N.m})$ ،  $-49$ ،  
 $0.60 \text{ mN}$ ،  $-51$  (الف)  $542 \Omega$ ؛ (ب) متوالی، (پ)  $2/52 \Omega$ ؛  
 (ت) موازی،  $-53$ ،  $2/45 \text{ A}$ ،  $-55$  (الف)  $12.7 \text{ A}$ ؛ (ب)  $0.24 \text{ N.m}$ ،  $-57$ ،  $0.0805 \text{ N.m}$  (الف)  $0.30 \text{ A.m}^2$ ؛ (ب)  $2.86 \text{ A.m}^2$ ،  $-61$ ،  
 $-59$  (الف)  $2.86 \text{ A.m}^2$ ؛ (ب)  $1.10 \text{ A.m}^2$ ،  $-63$ ،  $9.0 \times 10^{-4} \text{ J}$ ،  $-65$ ،  $1.28 \times 10^{-4} \text{ N.m}$  (الف)  $72.0 \mu\text{J}$ ؛ (ب)  $2.0 \text{ min}$ ؛  
 (پ)  $8.9 \times 10^{-7} \text{ N.m}$ ،  $-71$ ،  $8.2 \text{ mm}$ ،  $-73$ ،  $\hat{j}(500 \text{ V/m})$ ،  
 $-75$  (الف)  $0.50$ ؛ (ب)  $0.50$ ؛ (پ)  $14 \text{ cm}$ ؛ (ت)  $14 \text{ cm}$ ،  
 $-77$ ،  $-40 \text{ mC}$  (الف)  $10^{-22} \text{ N}(\hat{j}(6.41) + \hat{i}(1.2/8))$ ؛ (ب)  $90^\circ$ ؛ (پ)  $173^\circ$ ،  $-81$  (الف)  $6.3 \times 10^{14} \text{ m/s}^2$ ؛ (ب)  $3.0 \text{ mm}$ ،  $-83$ ،  $1/4$ ؛ (ب)  $1/5$ ،  $-85$ ،  
 $(0.80 \hat{j} - 1.1 \hat{k}) \text{ mN}$

## فصل ۲۵

## نکته‌های وارسی

۱- (الف) همگی یکسان (صفر)؛ (ب)  $2$ ، سپس  $1$  و  $3$  یکسان  
 (صفر)،  $-3$  خارج،  $d$  و  $c$  یکسان، سپس  $a$ ،  $b$ ،  $-7$  (الف)  
 همگی یکسان (صفر)؛ (ب)  $1$  و  $2$  یکسان، سپس  $3$ ؛ (ب)  
 یکسان (صفر)

## پرسشها

۱-  $d$ ،  $c$ ، سپس  $a$  و  $b$  یکسان (صفر)،  $-3$ ،  $a$ ،  $c$ ،  $-5$ ،  $b$ ،  
 $-7$  (الف)  $1$ ،  $3$ ،  $2$ ؛ (ب) کمتر،  $-9$  و  $d$  یکسان، سپس  
 $a$  و  $b$ ،  $-11$ ،  $a$ ،  $b$ ،  $d$ ،  $c$  (صفر).

## مسئله‌ها

۱- (الف)  $16 \text{ A}$ ؛ (ب) شرق،  $-3$  (الف)  $3/3 \text{ mT}$ ؛ (ب) بلی،  
 $-5$  (الف)  $0.102 \text{ mT}$ ؛ (ب) به خارج،  $-7$  (الف) مخالف؛  
 (ب)  $30 \text{ A}$ ،  $-9$  (الف)  $4/3 \text{ A}$ ؛ (ب) به خارج،  $-11$  (الف)  
 $1/0 \text{ mT}$ ؛ (ب) به خارج؛ (پ)  $0.80 \text{ mT}$ ؛ (ت) به خارج،  
 $-13$ ،  $\hat{i}(-7.75 \times 10^{-23} \text{ N})$ ،  $-15$ ،  $2.00 \text{ rad}$ ،  $-17$ ،  $50.3 \text{ nT}$ ،  
 $-19$ ،  $\hat{j}(8.0 \text{ mT})$ ،  $-21$ ،  $132 \text{ nT}$ ،  $-23$  (الف)  $1/7 \text{ mT}$ ؛ (ب)  
 به داخل؛ (پ)  $6/7 \text{ mT}$ ؛ (ت) به داخل،  $-25$ ،  $61.3 \text{ mA}$ ،  
 $-27$ ،  $5.0 \text{ mT}$ ،  $-29$ ،  $256 \text{ nT}$ ،  $-31$ ،  $\hat{j}(22.3 \text{ pT})$ ،  $-33$ ،  
 (الف)  $20 \text{ mT}$ ؛ (ب) به داخل،  $-35$ ،  $88.4 \text{ pN/n}$ ،  $-37$ ،  
 $8.00 \text{ nN/m}$ ،  $-39$ ،  $\hat{j}(4.17 \text{ mN/m}) + \hat{i}(-125 \text{ mN/m})$ ،  $-41$ ،  
 $\hat{j}(3.20 \text{ mN})$ ،  $-43$ ،  $-45$  (الف)  $3/5 \text{ mT.m}$ ؛ (ب)  $0$ ؛ (ت)  
 (الف)  $0$ ؛ (ب)  $0.850 \text{ mT}$ ؛ (پ)  $1/70 \text{ mT}$ ؛ (ت)  $0.40 \text{ mT}$ ؛  
 (ب)  $0.10 \text{ mT}$ ؛ (پ)  $0.40 \text{ mT}$ ،  $-47$ ،  $0.850 \text{ mT}$  (الف)  
 $0.30 \text{ mT}$ ،  $-51$  (الف)  $523 \text{ mT}$ ؛ (ب)  $400 \text{ mT}$ ،  
 $-53$  (الف)  $4.77 \text{ cm}$ ؛ (ب)  $25.5 \text{ mT}$ ،  $-55$ ،  $0.272 \text{ mA}$ ،  
 $-57$ ،  $0.47 \text{ A.m}^2$ ،  $-59$  (الف)  $2.4 \text{ A.m}^2$ ؛ (ب)  $46 \text{ cm}$ ،  $-61$ ،  
 (الف)  $\hat{j}(0.060 \text{ A.m}^2)$ ؛ (ب)  $\hat{j}(96 \text{ pT})$ ،  $-63$  (الف)  
 $79 \text{ mT}$ ؛ (ب)  $1.1 \times 10^{-6} \text{ N.m}$ ،  $-65$  (الف)  $15/3 \text{ mT}$ ،  
 $-67$  (الف)  $15 \text{ A}$ ؛ (ب)  $-z$ ،  $-69$ ،  $7/7 \text{ mT}$ ،  $-71$  (الف)  
 $0.24 \hat{i} \text{ nT}$ ؛ (ب)  $0$ ؛ (پ)  $43 \text{ kT}$ ؛ (ت)  $0.14 \text{ kT}$ ،  
 $-73$ ،  $1.28 \text{ mm}$ ،  $-75$ ،  $\hat{k}(0.20 \text{ mT})$ ،  $-77$  (الف)  $4/8 \text{ mT}$ ؛  
 (ب)  $0.93 \text{ mT}$ ؛ (پ)  $0$ ،  $-93$  (الف)  $\mu_0 i r / 2\pi c^2$ ؛ (ب)  
 $\mu_0 i / 2\pi r$ ؛ (پ)  $\mu_0 i (a^2 - r^2) / 2\pi (a^2 - b^2) r$ ؛ (ت)  $0$

## فصل ۲۶

## نکته‌های وارسی

۱-  $b$ ، سپس  $d$  و  $e$  یکسان و سپس  $a$  و  $c$  یکسان (صفر)  $-2$ ،  
 و  $b$  یکسان، سپس  $c$  (صفر)،  $-3$  و  $c$  و  $d$  یکسان، سپس  $a$  و  $b$   
 یکسان،  $-4$  خارج،  $c$  خارج؛  $d$  داخل،  $e$  داخل،  $-5$  و  $d$  و  $e$ ،  
 $-6$  (الف)  $1$ ،  $3$ ،  $2$ ؛ (ب)  $1$ ،  $3$ ،  $2$ ،  $-7$  و  $a$  و  $b$  یکسان،

## سپس c

## پرسشها

۱- (الف) همگی یکسان (صفر)؛ (ب)  $2$ ، سپس  $1$  و  $3$  یکسان  
 (صفر)،  $-3$  خارج،  $d$  و  $c$  یکسان، سپس  $a$ ،  $b$ ،  $-7$  (الف)  
 همگی یکسان (صفر)؛ (ب)  $1$  و  $2$  یکسان، سپس  $3$ ؛ (ب)

(ث)  $3.00 \text{ ms}$ ،  $1.01$  - (الف)  $400 \text{ A/s}$  (ب)  $200 \text{ A/s}$ ؛  
(پ)  $21 \text{ mA}$  -  $1.03$ ؛  $0.600 \text{ A}$

## فصل ۲۷

### نکته‌های واریسی

۱- (الف)  $T/2$ ؛ (ب)  $T$ ؛ (پ)  $T/2$ ؛ (ت)  $T/4$  - (الف)  
 $5V$ ؛ (ب)  $150 \mu\text{J}$  - (الف) یکسان می‌ماند، (ب) یکسان  
می‌ماند، ۴ - (الف)  $A, B, C$ ؛ (ب)  $A, 1, 2, B, 3, S$ ؛  
 $C, A$  (ب) ۵ - (الف) یکسان می‌ماند؛ (ب) افزایش ۶ -  
(الف) ۱ -، عقب می‌ماند؛ ۲، جلو می‌افتد؛ ۳، هم‌فاز؛ (ب) ۳  
( $\omega_d = \omega$ ، وقتی  $X_L = X_C$ )، ۷ - (الف) افزایش (مدار  
اساساً خازنی است؛  $C$  افزایش می‌یابد تا  $X_C$  کاهش یابد و  
برای بیشینه  $P_{avg}$  به تشدید نزدیک شود؛ (ب) نزدیکتر، ۸ -  
(الف) بزرگتر؛ (ب) افزایشده.

### پرسشها

۱- (الف)  $T/4$ ؛ (ب)  $T/4$ ؛ (پ)  $T/2$ ؛ (ت)  $T/2$  - ۳ -  $b$ ،  
 $a, c, 5$  -  $a, b, c$ ، ۷ -  $a$  القاگر؛  $b$  مقاومت؛  $c$  خازن، ۹ -  
(الف) به طرف راست، افزایش  $X_L$  افزایش نزدیک به  
تشدید؛ به طرف راست، افزایش  $X_C$  کاهش، نزدیکتر به  
تشدید؛ (ب) به طرف راست، افزایش  $X_C$  کاهش می‌یابد،  
نزدیکتر به تشدید؛ (پ) به طرف راست، افزایش  $\omega_d/\omega$   
افزایش، نزدیک به تشدید ۱۱ - (الف) مثبت؛ (ب) کاهش  
( $X_L$  کاهش می‌یابد و به تشدید نزدیک می‌شود)؛ (پ) کاهش  
( $X_C$  افزایش می‌یابد و به تشدید نزدیک می‌شود)

### مسئله‌ها

۱- (الف)  $6.00 \mu\text{s}$ ؛ (ب)  $16 \text{ kHz}$ ؛ (پ)  $3.00 \mu\text{s}$  - ۳ -  
 $45/2 \text{ mA}$ ، ۵ - (الف)  $1.87 \mu\text{J}$ ؛ (ب)  $5.58 \text{ mA}$  - ۷ -  
(الف)  $1/25 \text{ kg}$ ؛ (ب)  $372 \text{ N/m}$ ؛ (پ)  $1.75 \times 10^{-2} \text{ m}$   
(ت)  $3.02 \text{ mm/s}$ ، ۹ -  $7.0 \times 10^{-2} \text{ s}$ ، ۱۱ - (الف)  $275 \text{ Hz}$ ؛  
(ب)  $365 \text{ mA}$ ، ۱۳ - (الف)  $3.0 \text{ nC}$ ؛ (ب)  $1.7 \text{ mA}$ ؛ (پ)  
 $4.5 \text{ nJ}$ ، ۱۵ - (الف)  $6.0$ ؛ (ب)  $36 \text{ pF}$ ؛ (پ)  $0.22 \text{ mH}$ ،  
۱۷ - (الف)  $356 \mu\text{s}$ ؛ (ب)  $2.50 \text{ mH}$ ؛ (پ)  $3.20 \text{ mJ}$ ،  
۱۹ - (الف)  $1.98 \mu\text{J}$ ؛ (ب)  $5.56 \mu\text{C}$ ؛ (پ)  $12.6 \text{ mA}$ ؛  
(ت)  $46/9^\circ$ ؛ (ث)  $46/9^\circ$ ، ۲۱ - (الف)  $0.180 \text{ mC}$ ؛  
(ب)  $70.7 \mu\text{s}$ ؛ (پ)  $66.7 \text{ W}$ ، ۲۵ -  $8.666 \text{ m}\Omega$ ، ۲۹ -  
(الف)  $0.65 \text{ kHz}$ ؛ (ب)  $24 \Omega$ ، ۳۱ - (الف)  $95.5 \text{ mA}$ ؛  
(ب)  $11.9 \text{ mA}$ ، ۳۳ - (الف)  $6.73 \text{ ms}$ ؛ (ب)  $11.2 \text{ ms}$ ؛  
القاگر، (ت)  $12.8 \text{ mH}$ ، ۳۵ - (الف)  $267 \Omega$ ؛ (ب)  $42/5^\circ$ ،  
(پ)  $33/4^\circ$ ؛ (ث)  $21.8 \Omega$ ، ۳۷ - (الف)  $135 \text{ mA}$ ؛ (پ)  
 $16.8 \text{ mA}$ ، ۳۹ - (الف)  $206 \Omega$ ؛ (ب)  $13/7^\circ$ ؛ (پ)

همگی یکسان (صفر)، ۹ - (الف) بیشتر؛ (ب) یکسان؛ (پ)  
یکسان؛ (ت) یکسان (صفر)

## مسئله‌ها

۱- (الف)  $31 \text{ mV}$ ؛ (ب) چپ، ۳ -  $0.198 \text{ mV}$ ، ۵ -  $3.0 \text{ mA}$ ،  
۷ -  $0.09$ ، ۱۱ - (الف)  $21/77$ ؛ (ب) پادساعتگرد، ۱۳ -  
(ب)  $0.796 \text{ m}^2$ ، ۱۵ - (الف)  $40 \text{ Hz}$ ؛ (ب)  $3.2 \text{ mV}$ ، ۱۷ -  
 $5.50 \text{ kV}$ ، ۱۹ -  $29.5 \text{ mC}$ ، ۲۱ - (الف)  $0.2 \pi^2 / 2x^2$ ؛  
(ب)  $3 \mu_0 i \pi R^2 r^2 v / 2x^2$ ؛ (پ) پادساعتگرد، ۲۳ - (الف)  
 $1/26 \times 10^{-4} \text{ T}$ ؛ (ب)  $0$ ؛ (پ)  $1/26 \times 10^{-4} \text{ T}$ ؛ (ت) بلای؛  
(ث)  $5.04 \times 10^{-4} \text{ V}$ ، ۲۵ - (الف)  $80 \mu\text{V}$ ؛ (ب) ساعتگرد،  
۲۷ - (الف)  $13 \mu\text{Wb/m}$ ؛ (ب)  $1.7\%$ ؛ (پ)  $0$ ، ۲۷ - (الف)  
 $13 \mu\text{Wb/m}$ ؛ (ب)  $1.7\%$ ؛ (پ)  $0$ ، ۲۹ -  $3.68 \mu\text{W}$ ، ۳۱ -  
(الف)  $48.1 \text{ mV}$ ؛ (ب)  $2.67 \text{ mA}$ ؛ (پ)  $0.129 \text{ mW}$ ، ۳۳ -  
(الف)  $0.60 \text{ V}$ ؛ (ب) بالا؛ (پ)  $1.5 \text{ A}$ ؛ (ت) ساعتگرد؛ (ث)  
 $0.90 \text{ W}$ ؛ (ج)  $0.18 \text{ N}$ ؛ (پ)  $0.90 \text{ W}$ ، ۳۵ - (الف)  
 $240 \mu\text{V}$ ؛ (ب)  $0.600 \text{ mA}$ ؛ (پ)  $0.144 \mu\text{W}$ ؛ (ت)  
 $2.87 \times 10^{-4} \text{ N}$ ، ۳۷ - (الف)  $71.5 \mu\text{V/m}$ ؛ (ب)  $143 \mu\text{V/m}$ ، ۳۹ -  
 $0.15 \text{ V/m}$ ، ۴۱ - (الف)  $2.45 \text{ mWb}$ ؛ (ب)  $0.645 \text{ mH}$ ، ۴۳ -  
 $1.18 \mu\text{H/m}$ ، ۴۵ - (الف) کاهش؛ (ب)  $0.68 \text{ mH}$ ؛ (پ)  $L_{eq} = \Sigma L_j$ ،  
مجموع از  $j=1$  تا  $j=N$ ، ۴۹ -  $49/3 \text{ mH}$ ، ۵۱ -  $6/91$ ،  
۵۳ -  $46 \Omega$ ، ۵۵ - (الف)  $8.45 \text{ ns}$ ؛ (ب)  $7.37 \text{ mA}$ ، ۵۷ -  
(الف)  $1.5 \text{ s}$ ، ۵۹ - (الف)  $i[1 - \exp(-Rt/L)]$ ؛ (ب)  
 $(L/R) \ln 2$ ، ۶۱ -  $25.6 \text{ ms}$ ، ۶۳ - (الف)  $97/9 \text{ H}$ ؛ (ب)  
 $0.196 \text{ mJ}$ ، ۶۵ - (الف)  $18/7 \text{ J}$ ؛ (ب)  $5.10 \text{ J}$ ؛ (پ)  
 $13/6 \text{ J}$ ، ۶۷ -  $1.5 \times 10^4 \text{ V/m}$ ، ۶۹ - (الف)  $34/2 \text{ J/m}^2$ ؛  
(ب)  $49/4 \text{ mJ}$ ، ۷۱ - (الف)  $1.0 \text{ J/m}^2$ ؛ (ب)  $1.0 \text{ J/m}^2$ ؛  
(پ)  $1.67 \text{ mH}$ ، ۷۳ - (الف)  $4.8 \times 10^{-15} \text{ J/m}^2$ ؛ (ب)  
 $6.00 \text{ mWb}$ ، ۷۵ - (ب) دارای دورهایی از دو سیم پیچ است  
که در دو جهت مخالف پیچیده شده‌اند. ۷۷ -  $13 \mu\text{H}$ ، ۷۹ -  
(الف)  $\hat{i}(4/4 \times 10^4 \text{ m/s}^2)$ ؛ (ب)  $0$ ؛ (پ)  $\hat{i}(4/4 \times 10^4 \text{ m/s}^2)$ ،  
۸۳ -  $1.15 \text{ W}$ ، ۸۵ - (الف)  $2.0 \text{ A}$ ؛ (ب)  $0$ ؛ (پ)  $2.0 \text{ A}$ ؛  
(ت)  $0$ ؛ (ث)  $10 \text{ V}$ ؛ (ج)  $2.0 \text{ A/s}$ ؛ (پ)  $2.0 \text{ A}$ ؛ (ج)  
 $1.0 \text{ A}$ ؛ (خ)  $3.0 \text{ A}$ ؛ (د)  $10 \text{ V}$ ، ۸۷ - (الف)  $1.0 \text{ A}$ ؛ (ب)  
 $12 \text{ A/s}$ ، ۹۱ - (الف)  $1.0 \text{ A}$ ؛ (ب)  $0.520 \text{ mF}$ ، ۹۳ -  
 $1.0 \times 10^2 \text{ J}$ ؛ (الف)  $2.0 \text{ A/s}$ ؛ (ب)  $0.75 \text{ A}$ ، ۹۵ -  
(الف)  $0$ ؛ (ب)  $8.0 \times 10^2 \text{ A/s}$ ؛ (پ)  $1.8 \text{ mA}$ ؛ (ت)  
 $4/4 \times 10^2 \text{ A/s}$ ؛ (ث)  $4.0 \text{ mA}$ ؛ (ج)  $0$ ، ۹۷ - (الف)  $1.0 \mu\text{T}$ ؛  
(ب) خارج؛ (پ)  $3/3 \mu\text{T}$ ؛ (ت) خارج، ۹۹ - (الف)  
 $3/28 \text{ ms}$ ؛ (ب)  $6/45 \text{ ms}$ ؛ (پ) بینهایت زمان؛ (ت)  $0$ ؛



## مسئله‌ها

- ۱-  $3Wb$  ، ۳- (الف)  $47/4 \mu Wb$  ؛ (ب) به طرف داخل ،  
 ۵-  $2/4 \times 10^{13} V/ms$  ، ۷- (الف)  $1/9 pT$  ، ۹- (الف)  
 $1/18 \times 10^{-19} T$  ؛ (ب)  $1/6 \times 10^{-19} T$  ، ۱۱- (الف)  
 $5/1 \times 10^{-22} T$  ؛ (ب)  $4/51 \times 10^{-22} T$  ، ۱۵-  $7/5 \times 10^5 V/s$  ،  
 ۱۷- (الف)  $0/63 \mu T$  ؛ (ب)  $2/3 \times 10^{12} V/m.s$  ، ۱۹- (الف)  
 $0/71 A$  ؛ (ب)  $0$  ؛ (پ)  $2/8 A$  ، ۲۱- (الف)  $2/0 A$  ؛ (ب)  
 $2/3 \times 10^{11} V/m.s$  ، (پ)  $0/50 A$  ؛ (ت)  $0/63 \mu T.m$  ، ۲۳-  
 (الف)  $0/224 V/m$  ؛ (ب)  $2/87 \times 10^{-16} A$  ؛ (پ)  
 $2/87 \times 10^{-18}$  ، ۲۵- (الف)  $75/4 nT$  ؛ (ب)  $67/9 nT$  ، ۲۷-  
 (الف)  $27/9 nT$  ؛ (ب)  $15/1 nT$  ، ۲۹- (الف)  $7/60 \mu A$  ؛  
 (ب)  $859 kV.m/s$  ؛ (پ)  $3/39 mm$  ، (ت)  $5/06 pT$  ، ۳۱-  
 $55 \mu T$  ، ۳۳- (الف)  $9/3 \times 10^{-24} J/T$  ؛ (ب)  
 $1/9 \times 10^{-23} J/T$  ، ۳۵- (الف)  $0$  ؛ (ب)  $0$  ؛ (ت)  $0$  ؛ (ج)  
 $2/8 \times 10^{-23} J/T$  ؛ (پ)  $2/8 \times 10^{-23} J$  ؛ (ج)  $9/7 \times 10^{-25} J$  ؛ (ت)  $3/2 \times 10^{-25} J$  ؛ (ج)  
 ۳۷- (ب)  $+$  ؛ (پ) ساعتگرد ؛ (ت)  $+$  ، ۳۹-  $20/8 mJ/T$  ،  
 ۴۱- بلی ، ۴۳- (ب)  $K_i/B$  ؛ (پ)  $-z$  ؛ (ت)  $0/31 kA/m$  ،  
 ۴۷- (الف)  $2/0 \mu T$  ؛ (ب)  $5/6 \times 10^{-13} eV$  ، ۴۹-  
 $5/15 \times 10^{-24} A.m^2$  ، ۵۱- (الف)  $0/14 A$  ؛ (ب)  $79 \mu C$  ، ۵۳-  
 (الف)  $1/8 \times 10^2 km$  ؛ (ب)  $2/3 \times 10^{-5}$  ، ۵۷- (الف)  
 $6/3 \times 10^4 A$  ؛ (ب) بلی ؛ (پ) خیر ، ۵۹- (الف)  $27/5 mm$  ؛  
 (ب)  $110 mm$  ، ۶۱- (الف)  $7$  ؛ (ب)  $7$  ؛ (پ)  $3h/2\pi$  ؛ (ت)  
 $3eh/4\pi m$  ؛ (ث)  $3/5h/2\pi$  ؛ (ج)  $8$  ، ۶۳- (الف)  $9$  ؛  
 (ب)  $3/71 \times 10^{-23} J/T$  ؛ (پ)  $9/27 \times 10^{-24} J$  ؛ (ت)  
 $9/27 \times 10^{-24} J$  ، ۶۷- (الف)  
 $5/9 \times 10^{-7} T.m$  ؛ (ب)  $8/8 \times 10^{15} V/m.s$  ، ۶۹-  
 (الف)  $(1/2 \times 10^{-12} T) \exp[-t/(0/0126)]$  ؛ (ب)  $5/9 \times 10^{-15} T$  ، ۷۱-  
 $8/0 A$  ، ۷۳- (ب)  $-x$  ؛ (پ) پادساعتگرد ؛ (ت)  $-x$  ، ۷۵-  
 (ب) علامت منفی است ؛ (پ) خیر ، چون شار مثبت جبران  
 کننده‌ای از قسمت باز انتهایی نزدیک آهنربا می‌گذرد

## فصل ۲۹

## تکنه‌های واریسی

- ۱- (الف) (از شکل ۲۹-۵ استفاده کنید). در طرف راست  
 مستطیل ،  $\vec{E}$  در جهت منفی  $y$  ؛ در طرف چپ ،  $\vec{E} + d\vec{E}$   
 بزرگتر و در همان جهت ؛ (ب)  $\vec{E}$  به طرف پایین. در طرف  
 راست ،  $\vec{B}$  در جهت منفی  $z$  ، در طرف چپ ،  $\vec{B} + d\vec{B}$  بزرگتر  
 و در همان جهت ، ۲- جهت مثبت  $x$  ، ۳- (الف) یکسان (ب)  
 کاهش ؛ ۴-  $a, b, d, c$  (صفر) ، ۵-  $a$

- $175 mA$  ، ۴۱-  $41, 7/61 A$  ، ۴۳-  $89 \Omega$  ، ۴۵- (الف)  
 $224 rad/s$  ؛ (ب)  $6/00 A$  ؛ (پ)  $219 rad/s$  ؛ (ت)  
 $228 rad/s$  ؛ (ث)  $0/040$  ، ۴۷- (الف) بلی ، (ب)  $1/0 kV$  ،  
 ۵۱- (الف)  $796 Hz$  ؛ (ب) بدون تغییر ؛ (پ) کاهش ؛ (ت)  
 افزایش ، ۵۳-  $1/84 A$  ، ۵۵- (الف)  $12/1 \Omega$  ؛ (ب)  $1/19 kW$  ،  
 ۵۷- (الف)  $0/743$  ؛ (ب) تقدم ؛ (پ) خازنی ؛ (ت) خیر ؛ (ث)  
 بلی ؛ (ج) خیر ، (ج) بلی ؛ (ح)  $33/4 W$  ، ۵۹- (الف)  $117 \mu F$  ؛  
 (ب)  $0$  ؛ (پ)  $9/0 W$  ؛ (ت)  $0$  ؛ (ث)  $1$  ؛ (ج)  $0$  ؛ (ج)  
 $9/0$  ؛ (ح)  $0$  ، ۶۱- (الف)  $2/59 A$  ؛ (ب)  $38/8 V$  ؛ (پ)  
 $59 V$  ؛ (ت)  $224 V$  ؛ (ث)  $64/2 V$  ؛ (ج)  $75/0 V$  ؛ (ج)  
 $100 W$  ؛ (ح)  $0$  ، (خ)  $0$  ، ۶۳- (الف)  $2/4 V$  ؛ (ب)  $3/2 mA$  ؛  
 (پ)  $0/16 A$  ، ۶۵- (الف)  $1/9 V$  ؛ (ب)  $5/9 W$  ؛ (پ)  $19 V$  ؛  
 (ت)  $5/9 \times 10^2 W$  ؛ (ث)  $0/19 kV$  ؛ (ج)  $59 kW$  ، ۶۹-  
 (الف)  $39/1 \Omega$  ؛ (ب)  $21/7 \Omega$  ؛ (پ) خازنی ، ۷۱- (الف)  
 $45/0$  ؛ (ب)  $70/7 \Omega$  ، ۷۳- (الف)  $0/689 \mu H$  ؛ (ب)  
 $17/9 pJ$  ؛ (پ)  $0/110 \mu C$  ، ۷۵- (الف)  $2/41 \mu H$  ؛ (ب)  
 $21/4 pJ$  ؛ (پ)  $82/2 nC$  ، ۷۷- (الف)  $64/0 \Omega$  ؛ (ب)  
 $50/9 \Omega$  ؛ (پ) خازنی ، ۷۹- (الف)  $0/405 rad$  ؛ (ب)  
 $2/76 A$  ؛ (پ) خازنی ، ۸۱-  $1/84 kHz$  ، ۸۳- (الف)  
 $0/577 Q$  ؛ (ب)  $0/152$  ، ۸۷- (الف)  $6/73 ms$  ، (ب)  
 $2/24 ms$  ؛ (پ) خازن ؛ (ت)  $59/0 \mu F$  ، ۹۱- (الف)  $165 \Omega$  ؛  
 (ب)  $313 mH$  ؛ (پ)  $14/9 \mu F$  ، ۹۳- (الف)  $168 \Omega$  ؛ (ب)  
 کاهش ؛ (پ) کاهش ؛ (ت) کاهش ، ۹۵-  $7/08 mH$  ، ۹۷-  
 (الف)  $4/00 \mu F$  ،  $5/00 \mu F$  ،  $5/00 \mu F$  ،  $5/00 \mu F$  ؛ (ب)  
 $12/0 \Omega$  ،  $1/59 kHz$  ،  $1/59 kHz$  ،  $1/59 kHz$  ؛ (پ)  $12/0 \Omega$  ،  
 $12/0 \Omega$  ،  $6/00 \Omega$  ،  $4/00 \Omega$  ؛ (ت)  $19/8 \Omega$  ،  $32/4 \Omega$  ،  
 $19/9 \Omega$  ،  $19/4 \Omega$  ؛ (ث)  $0/605 A$  ،  $0/525 A$  ؛  $0/603 A$  ،  
 $0/619 A$

## فصل ۲۸

## تکنه‌های واریسی

- ۱-  $a, c, b, d$  (صفر) ، ۲-  $a, b, c, d$  (صفر) ، ۳-  $b, c, d$  و  $a$   
 یکسان ، سپس  $a$  ، ۴- (الف) ۲ ؛ (ب) ۱ ، ۵- (الف) دور ؛ (ب)  
 دور ؛ (پ) کمتر ، ۶- (الف) به طرف ؛ (ب) به طرف ؛ (پ) کمتر  
 پرسها  
 ۱- کاهش ؛ (ب) کاهش ۳-  $a, 2b, 3c$  و  $d$  ۵- (الف)  $a$  و  
 $b$  یکسان سپس  $c, d$  ؛ (ب) هیچ کدام (چون صفحه فاقد تقارن  
 دایره‌ای است ،  $\vec{B}$  بر هیچ حلقه دایره‌ای مماس نیست) ؛ (پ)  
 هیچ یک ، ۷- (الف) ۱ بالا ، ۲ بالا ، ۳ پایین ؛ (ب) ۱ پایین ، ۲ بالا ،  
 ۳ صفر ، ۹- باید انرژی داد ، ۱۱- (الف) ۱ ، ۲ ، ۳ ؛ (ب) ۲

(ث)  $942\text{nm}$ ؛ (ج) فروسرخ،  $101$  - (الف)  $1/60$ ؛ (ب)  $58/0^\circ$

پرسشها

۱- (الف) جهت مثبت  $z$ ؛ (ب)  $x$ ، ۳- (الف) و (ب)  $A=1$ ،  
 $n=4$ ،  $\theta=30^\circ$ ، ۵- (الف) یکسان؛ (ب) افزایش؛ (ب)  
 کاهش، ۷-  $a$ ،  $b$ ،  $c$ ، ۹- هیچ‌یک، ۱۱-  $B$

مسئله‌ها

۱- (الف)  $515\text{nm}$ ؛ (ب)  $610\text{nm}$ ؛ (پ)  $555\text{nm}$ ؛ (ت)  
 $5/41 \times 10^{14}\text{Hz}$ ؛ (ث)  $1/85 \times 10^{-15}\text{s}$ ، ۳-  $7/49\text{GHz}$ ، ۵-  
 $5/0 \times 10^{-11}\text{H}$ ، ۷-  $0/10\text{MJ}$ ، ۹- (الف)  $6/7\text{nT}$ ؛ (ب)  $y$ ؛  
 (پ) جهت منفی  $y$ ، ۱۱-  $1/2\text{MW/m}^2$ ، ۱۳- (الف)  
 $6/7\text{nT}$ ؛ (ب)  $5/3\text{mW/m}^2$ ؛ (پ)  $6/7\text{W}$ ، ۱۵- (الف)  
 $87\text{mV/m}$ ؛ (الف)  $3/43\mu\text{T}$ ؛ (ب)  $1/02\text{kV/m}$ ، ۱۷-  
 (الف)  $0/29\text{nT}$ ؛ (ب)  $6/3\text{kW}$ ، ۱۹-  $5/9 \times 10^{-4}\text{Pa}$ ، ۲۱-  
 $1/0 \times 10^4\text{Pa}$ ، ۲۵- (الف)  $1/0 \times 10^4\text{Hz}$ ؛ (ب)  
 $6/3 \times 10^4\text{rad/s}$ ؛ (پ)  $2/1\text{m}^{-1}$ ، (ت)  $1/0\mu\text{T}$ ؛ (ث)  $z$ ؛  
 (ج)  $1/2 \times 10^2\text{W/m}^2$ ، (چ)  $8/0 \times 10^{-7}\text{N}$ ؛ (ح)  
 $4/68 \times 10^{11}\text{W}$ ؛ (الف)  $1/9\text{mm/s}$ ، ۲۹-  $27\text{Pa}$ ؛  
 (ب) هر شانس برای اغتشاش می‌تواند کره را از بالای چشمه  
 نور حرکت دهد- دو بردار نیرو دیگر در راستای یک محور  
 نیستند، ۳۱- (الف)  $17\mu\text{m}$ ؛ (ب) به طرف خورشید، ۳۳-  
 $4/4\text{W/m}^2$ ، ۳۵-  $3/1\%$ ، ۳۷- (الف)  $1/9\text{V/m}$ ؛ (ب)  
 $1/7 \times 10^{-11}\text{Pa}$ ، ۳۹-  $20^\circ$  یا  $70^\circ$ ، ۴۱-  $0/67$ ، ۴۳-  
 (الف) ۲ برگه؛ (ب) ۵ برگه، ۴۵-  $1/48$ ، ۴۷-  $180^\circ$ ، ۴۹-  
 $1/26$ ، ۵۱-  $1/07$ ، ۵۳- (الف)  $56/9^\circ$ ؛ (ب)  $35/3^\circ$ ، ۵۷-  
 $182\text{cm}$ ، ۵۹- (الف)  $26/8^\circ$ ؛ (ب) بلی، ۶۱- (الف)  $1/39$ ؛  
 (ب)  $28/1^\circ$ ، (پ) خیر، ۶۳-  $22/2^\circ$ ، ۶۵- (الف)  $48/9^\circ$ ؛  
 (ب)  $39/0^\circ$ ، ۶۷- (الف)  $(1+\sin^2\theta)^{0/5}$ ؛ (ب)  $2^{0/5}$ ؛ (پ)  
 بلی؛ (ت) خیر، ۶۹-  $49/0^\circ$ ، ۷۱- (پ)  $137/6^\circ$ ؛ (ت)  
 $139/4^\circ$ ؛ (ث)  $1/7^\circ$ ، ۷۳-  $1/22$ ، ۷۷- (الف)  $0/50\text{ms}$ ؛  
 (ب)  $8/4\text{min}$ ؛ (پ)  $2/4\text{h}$ ؛ (ت)  $5446\text{B}_2\text{C}_2$ ، ۷۹-  
 (الف)  $(1/6/7\text{nT})\sin[(1/00 \times 10^8\text{m}^{-1})z + (3/00 \times 10^{14}\text{s}^{-1})t]$ ؛  
 (ب)  $6/28\mu\text{m}$ ؛ (پ)  $20/9\text{fs}$ ؛ (ت)  $32/2\text{mW/m}^2$ ؛  
 (ث)  $x$ ؛ (ج) فروسرخ، ۸۱- (الف)  $83\text{N/m}^2$ ؛ (ب)  
 $0/78\mu\text{W}$ ؛ (الف)  $3/5\mu\text{W/m}^2$ ؛ (ب)  $0/78\mu\text{W}$ ؛ (پ)  
 $1/5 \times 10^{-13}\text{W/m}^2$ ؛ (ت)  $1/1 \times 10^{-7}\text{V/m}$ ، (ث)  $0/25\text{fT}$ ،  
 ۸۵-  $35^\circ$ ، ۸۷- (الف)  $55/8^\circ$ ؛ (ب)  $55/5^\circ$ ، ۸۹- (الف)  
 محور  $z$ ؛ (ب)  $7/5 \times 10^{14}\text{Hz}$ ؛ (پ)  $1/9\text{kW/m}^2$ ، ۹۱-  
 (الف) سفید؛ (ب) سفید در انتها متمایل به قرمز؛ (پ) بدون  
 شکست نور، ۹۳-  $1/5 \times 10^{-1}\text{m/s}^2$ ، ۹۵-  $0/034$ ، ۹۷-  
 $1/91\text{kW/m}^2$ ؛ (پ)  $z$ ؛ (ب)  $y$ ؛ (الف)  $9/43 \times 10^{-10}\text{T}$ ؛  
 (ت)  $E_z = (1/20\text{kV/m})\sin[(6/67 \times 10^6\text{m}^{-1})y + (2/00 \times 10^{15}\text{s}^{-1})t]$

## واژه‌نامه

Reflection	بازتاب	Lightning	آذرخش
Total internal reflection	بازتاب داخلی کلی	Arrangement	آرایش
Superposition	برهم نهی	Ideal	آرمانی
Sheet	برگه	Doping	آلایش
Interaction	برهم کنش	Doped	آلاییده
Magnitude	بزرگی	Ammeter	آمپرسنج
Polycrystalline	بس بلورین	Magnet	آهنربا
Magnetic bottle	بطری مغناطیسی	Permanent magnet	آهنربای دائمی
Antiparticle	پادذره	Bar magnet	آهنربای میله‌ای
Counterclockwise	پادساعتگرد	Horseshoe magnet	آهنربای نعلی شکل
Chromatic dispersion	پاشندگی رنگی، پاشش رنگی	Rate	آهنگ
Conservation of charge	پایستگی بار	Volume flow rate	آهنگ شارش حجم
Phenomena	پدیده	Superconductor	ابررسانا
X rays	پرتوهای X	Hyperbaric chamber	اتاقک پر فشار
Hysteresis	پسماند	Bubble chamber	اتاقک حباب
Shell	پوسته	Grounding	اتصال به زمین
Coil	پیچ	Quantum electrodynamics (QED)	الکترودینامیک کوانتومی
Reference configuration	پیکربندی مرجع	Free electron	الکترون آزاد
Fuel cell	پیل سوختی	Conduction electrons	الکترونهای رسانش
Radiation	تابش	Line integral	انتگرال خطی
Optical fiber	تار نوری	Spin angular momentum	اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی
Resonance	تشدید	Junction	انشعاب
Equilibrium	تعادل	Ohmmeter	اهم سنج
Rail gun	تفنگ ریلی	Solar wind	باد خورشیدی
Symmetry	تقارن	Test charge	بار آزمون
Planar symmetry	تقارن صفحه‌ای	Electric charge	بار الکتریکی
Monopole	تک قطب	Elementary charge	بار بنیادی
Magnetic monopole	تک قطبی مغناطیسی	Net charge	بار خالص
Monochromatic	تک‌رنگ	Point charge	بار نقطه‌ای
Drift speed	تندی سوقی	Incident beam	باریکه فرودی

Compact disk (CD)	دیسک فشرده	Maxwellian speed	تندی ماکسولی
Intrinsic	ذاتی	Power	توان
Particle	ذره	Pair production	تولید زوج
Charged particle	ذره باردار	Permeability constant	ثابت تراوایی
Conductor	رسانا	Wavefront	جبهه موج
Conductivity	رسانندگی	Absorption	جذب
Rainbows	رنگین کمان	Spark	جرقه
Critical angle	زاویه بحرانی - زاویه حد	Electric current	جریان الکتریکی
Clockwise	ساعتگرد	Displacement current	جریان جابه‌جایی
System	سامانه	Point source	چشمه نقطه‌ای
Comet	ستاره دنباله دار	Charge density	چگالی بار
Crab nebula	سحابی خرچنگ	Current density	چگالی جریان
Gaussian surface	سطح گاوسی	Crossed	چلیپایی
Cross section	سطح مقطع	Toroid	چمبره
Equipotential surface	سطح هم‌پتانسیل	Charge carrier	حامل بار
Solar cell	سلول خورشیدی	Hole	حفره
Orientation	سمتگیری	Loop	حلقه
Solenoid	سیملوله	Amperian loop	حلقه آمپری
Branch	شاخه	Closed loop	حلقه بسته
Flux	شار	Magnetic domain	حوزه مغناطیسی
Accelerator	شتاب دهنده	Cylindrical capacitor	خازن استوانه‌ای
Auroras	شفق	Parallel - plate capacitor	خازن صفحه - موازی
Auroral oval	شفق بیضی‌سان	Spherical capacitor	خازن کروی
Refraction	شکست	Equivalent capacitor	خازن معادل
Field inclination	شیب میدان	Capacitors in series	خازنهای متوالی
Index of refraction	ضریب شکست	Capacitors in parallel	خازنهای موازی
Wavelength	طول موج	Field lines	خطهای میدان
Spectrum	طیف	Endoscopy	درون بینی
Visible spectrum	طیف مرئی	Defibrillator	دستگاه رفع لرزش
Mass spectrometer	طیف‌سنج جرم	Electric dipole	دو قطبی الکتریکی
Capacitance	ظرفیت	Magnetic dipole	دو قطبی مغناطیسی
Insulator	عایق	Digital video disk (DVD)	دیسک تصویری دیجیتال

Multiloop circuit	مدار چند حلقه‌ای	Insulated	عایق بندی شده
Orbital	مداری	Atomic number	عدد اتمی
Helical path	مسیر مارپیچی	Mass number	عدد جرمی
Jupiter	مشتری	Magnetic latitude	عرض جغرافیایی مغناطیسی
Partial derivative	مشتق جزئی	Ultraviolet	فرابنفش
Magnetization	مغناطیدگی، مغناطش	Electrical breakdown	فروریزش الکتریکی
Magnetizing	مغناطیسی کننده، مغناطنده	Infrared	فروسرخ
Resistance	مقاومت	Radiation pressure	فشار تابش
Internal resistance	مقاومت درونی	Loop rule	قاعده حلقه
Equivalent resistance	مقاومت معادل	Compass	قطب نما
Resistivity	مقاومت ویژه	Polarization	قطبش
Isolated	منزوی	Polarizing	قطبنده
Negative	منفی	Polar	قطبی
Traveling wave	موج پیشرونده	Polarity	قطبیت
Transverse wave	موج طولی	Partially polarized	قطبیده جزئی
Radio waves	موجهای رادیویی	Block	قطعه
Nonpolar molecule	مولکول غیر قطبی	Randomly	کاتوره‌ای
Vector field	میدان برداری	Cavity	کاواک
External field	میدان خارجی	Up quark	کوارک بالا
Radial magnetic field	میدان مغناطیسی شعاعی	Down quark	کوارک پایین
Scalar field	میدان نرده‌ای	Quantized	کوانتیده
Crossed fields	میدانهای عمود بر هم	Amber	کهربا
Field declination	میل میدان	Permittivity	گذردهی
Annihilation	نابودی	Dipole moment	گشتاور دو قطبی
Impurity	ناخالصی	Torque	گشتاور نیرو
Nonconductor	نارسانا	Cathode ray tube	لامپ پرتو کاتودی
Unpolarized	ناقطبیده	Transformer	مبدل
Key idea	نکته کلیدی	In series	متوالی
Check point	نکته واریسی	Positive	مثبت
Notation	نماد گذاری	Medium	محیط
Monitor	نمایشگر	Closed circuit	مدار بسته
Optics	نور شناسی	Single – loop circuit	مدار تک حلقه‌ای

Oscillator	نوسانگر
Electrostatic force	نیروی الکتروستاتیکی
Electromotive force (emf)	نیروی محرکه الکتریکی
Semiconductor	نیم‌رسانا
Radioactive decay	واپاشی پرتوزا
Nucleus	هسته
Simultaneously	همزمان
Isotropic	همسانگرد
Homogeneous	همگن



- آهنربا (ی) ۳۴۶  
 ~ دائمی ۲۰۶  
 ~ میله‌ای ۲۲۴  
 ابر رسانا ۱۴، ۱۶۳  
 اتصال به زمین ۱۷۹  
 اثر هال ۲۱۱  
 اختلاف پتانسیل ۹۶  
 اسپین ۳۴۸  
 اسکوتید ۲۴۱  
 القاگر ۲۸۰  
 القایش ۲۶۹، ۲۷۴  
 ~ متقابل ۲۸۸  
 القایدگی ۲۸۰  
 الکتروستاتیک ۱۳  
 الکترومغناطیس ۱۲، ۲۳۸  
 الکترون ۱۴  
 ~ آزاد ۱۴، ۱۵۰  
 ~ رسانش ۱۵۰  
 انرژی پتانسیل مغناطیسی ۲۲۳  
 اهم ۱۵۱  
 ~ - متر ۱۵۱  
 باد خورشیدی ۳۹۵  
 بار  
 ~ آزمون ۳۴  
 ~ القایی ۳۱۷  
 ~ الکتریکی ۱۲  
 ~ بنیادی ۴۵  
 ~ خازنی ۳۱۵  
 ~ خطی ۴۰  
 ~ مقاومتی ۳۱۴  
 ~ نقطه‌ای ۴۵، ۹۵، ۹۶  
 بازتاب  
 ~ داخلی کلی ۳۸۹  
 ~ کامل ۳۷۸  
 ~ نور ۳۸۲  
 بردار پوینت تینگ ۳۷۶  
 برگه نارسانا ۷۴  
 برهم کنش ۱۳  
 بسامد زاویه‌ای ۳۱۳  
 ~ طبیعی ۳۱۳  
 ~ محرک ۳۱۳  
 پارا مغناطیس ۳۵۱، ۳۵۳  
 پاشندگی رنگی ۳۸۴  
 پایستگی بار ۲۲  
 پتانسیل  
 ~ الکتریکی ۹۰، ۹۱، ۲۷۹  
 ~ فروشکست ۱۳۴  
 پروتون ۱۴  
 پسماند ۳۵۷  
 پلاروید ۳۷۹  
 پوسته کروی ۷۷  
 پیچه ۲۲۲، ۲۵۰  
 تحلیلگر (آنالیزور) ۳۸۱  
 تخلیه جرقه‌ای ۱۰۴  
 تخلیه خازن ۱۸۸  
 تسلا ۲۰۸  
 تطبیق مقاومت ظاهری ۳۲۶  
 تمگ الکترونی ۲۱۴  
 مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

تفنگ ریلی ۲۴۴	چنبره ۲۴۹
تقارن	حرکت کاتوره‌ای ۱۵۳
تقارن استوانه‌ای ۷۳	حلقه
~ صفحه‌ای ۷۴	~ آمپری ۲۴۵ ، ۲۴۷
~ کروی ۷۶	~ باردار ۴۱
تک قطبی مغناطیسی ۲۰۷	~ جریان ۲۲۱
تندی سوقی ۱۵۳ ، ۱۵۴	حوزه‌های مغناطیسی ۳۵۵ ، ۳۵۶
توان ۱۶۱	خازن (های) ۱۲۲
ثابت	~ استوانه‌ای ۱۲۵
~ تراوایی ۲۳۸	~ دایره‌ای ۳۴۵
~ زمانی ۱۸۸	~ صفحه - موازی (تخت) ۱۲۵
~ ~ القایی ۲۸۳	~ کروی ۱۲۵
~ فاز ۳۲۰	~ متوالی ۱۲۷
~ گذردهی ۱۷	~ موازی ۱۲۷
جبهه موج ۳۷۲	خط (های)
جریان	~ جریان ۱۵۲
~ الکتریکی ۱۵۰	~ میدان ۳۵ ، ۳۶
~ القایی ۲۶۸	~ نیرو ۳۵
~ جابه‌جایی ۳۴۴	خود القایش ۲۸۱
~ گردابی ۲۷۶	خود القاییده ۲۸۱
~ گذرا ۳۲۰	درون بینی (آندوسکوپی) ۱۵
~ متناوب ۳۱۲	دنباله یون ۳۹۵
~ مستقیم ۳۱۲	دوقطبی القایی ۹۸
~ مغناطنده ۳۲۵	دوقطبی الکتریکی ۳۶ ، ۳۸ ، ۹۸
چگالی	دوقطبی مغناطیسی ۲۰۹ ، ۳۴۰
~ انرژی ۱۳۲	دی الکتریک ۱۳۳ ، ۱۳۵
~ ~ میدان مغناطیسی ۲۸۶	~ غیر قطبی ۱۳۶
~ بار ۴۰	~ قطبی ۱۳۵
~ ~ خطی ۴۰	دیامغناطیس ۳۵۱ ، ۳۵۲
~ جریان ۱۵۲	مرجع دانشجویان و مهندسين مواد

قاعده	رسانای کروی ۱۷
~ انشعاب ۱۸۱، ۱۸۴	رساندگی ۱۵۵
~ حلقه ۱۷۶	رنگین کمان ۳۸۵
~ دست راست ۲۳۹	~ اولیه ۳۸۵
~ مربع کسینوس ۳۸۰	~ ثانویه ۳۸۵
~ نیم شدت ۳۸۰	~ ماکسول ۳۷۰
قانون	ریشه میانگین مربعی جریان ۳۲۳
~ آمپر ۲۴۵	زاویه بروستر ۳۸۹
~ آمپر - ماکسول ۳۴۲	زاویه بحرانی ۳۸۷
قانون القایش فارادی ۲۶۹	سطح گاوسی ۶۴، ۷۰
~ بازتاب ۳۸۳	سطح هم پتانسیل ۹۲، ۹۳
~ بیو - ساوار ۲۳۸	سیکلوترون ۲۱۷
~ شکست ۳۸۳	سیملوله ۲۴۸، ۲۸۱
~ فارادی ۲۷۷، ۲۷۸	سینکروترون ۲۱۷
~ کولن ۱۶، ۶۹	شار ۶۴
~ گاوس ۶۴، ۶۷، ۶۹، ۷۳	~ مغناطیسی ۲۶۹
~ لنز ۲۷۱	~ الکتریکی ۶۵
قرص باردار ۴۴، ۴۵، ۱۰۰	شتابدهنده فرمی ۲۱۸
قطب جنوب ۲۰۹	شفق قطبی ۲۱۵
قطبش ۳۷۸	شکست نور ۳۸۲، ۳۸۳
قطب شمال ۲۰۹	شمالگان ۲۰۹
قطبشگر (پلاریزور) ۳۸۱	شیب میدان ۳۴۷
قطبیده جزئی ۳۷۹	صفحه نوسان موج ۳۷۹
قطبیده کاتوره‌ای ۳۷۹	ضریب دمایی مقاومت ویژه ۱۵۷
کشف الکترون ۲۱۰	ضریب شکست ۳۸۳
کوانتیده ۲۱	طیف سنج جرم ۲۱۶
گالوانومتر ۲۲۲	ظرفیت ۱۲۲، ۱۲۴
گشتاور دوقطبی الکتریکی ۳۸	فاراد ۱۲۳
گشتاور دوقطبی مغناطیسی ۳۴۸	فروریزش الکتریکی ۴۶
گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی ۳۴۸	فرو مغناطیس ۳۵۱، ۳۵۴
گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی ۳۴۸	فشار تابشی ۳۷۷

- گیتار الکتریکی ۲۷۱  
مبدل (های) ۳۲۴  
~ آرمانی ۳۲۵  
~ افزایشده ۳۲۶  
~ کاهنده ۳۲۶  
مدار (های)  
~ الکتریکی ۱۶۱  
~ تک حلقه‌ای ۱۷۶  
~ چند حلقه‌ای ۱۸۱  
مقاومت (های)  
~ الکتریکی ۱۵۵  
~ درونی ۱۷۷  
~ متوالی ۱۷۸  
~ موازی ۱۸۲  
~ ویژه الکتریکی ۱۵۵  
مغناطیدگی ۳۵۳  
مغناطیس زمین ۳۴۷  
مگنتون بور ۳۴۸  
میدان (های)  
~ الکتریکی ۳۴، ۳۸، ۴۰، ۴۵  
~ الکتریکی القایی ۲۷۷  
~ چلیپایی ۲۱۰  
~ مغناطیسی ۲۰۷  
~ ~ القا شده ۳۴۱، ۳۴۵  
~ ~ دائمی ۲۰۷  
~ ~ زمین ۲۰۹  
معادله‌های ماکسول ۳۴۶  
منحنی تشدید ۳۲۱  
منزوی ۱۳
- مولد الکتریکی ۱۷۴  
میل میدان ۳۴۷  
ناقطبیده ۳۷۹  
نورتکفام ۳۸۴  
نیروی محرکه الکتریکی (emf) ۱۷۴  
نوسانگر LC ۳۰۹  
نوسان (های)  
~ LC ۳۰۶  
~ الکترومغناطیسی ۳۰۶  
~ بار و جریان ۳۱۰  
~ واداشته ۳۱۳  
نوترون ۱۴  
نیم‌رسانا ۱۴، ۱۶۲  
واکنایی القایی ۳۱۷  
واکنایی خازنی ۳۱۶  
ورقه قطبیده ۳۸۰  
یکای SI بار ۱۷  
یکای SI جریان ۱۷